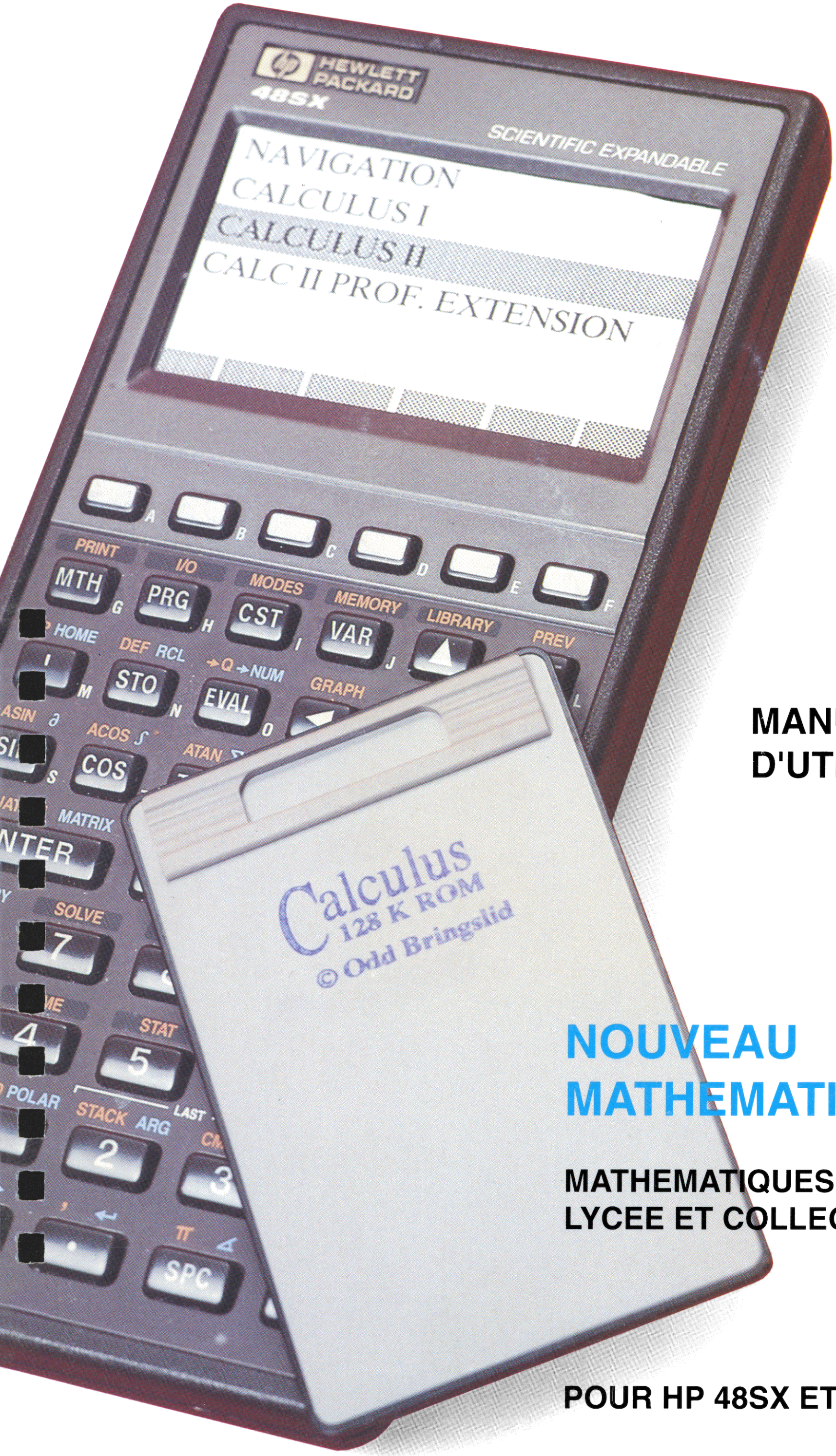
BRINGSLID©
APPLICATION SOFTWARE



MANUAL D'UTILISATION

NOUVEAU MATHEMATIQUE. 1.

MATHEMATIQUES POUR LYCEE ET COLLEGE

POUR HP 48SX ET HP 48GX

C ALCULUS

VER 3.0

Un progiciel mathématique pour calculatrice

Odd Bringslid
ISV
Postbox 1014 3601 Kongsberg
Norvège

Première édition août 1993

Table des matières

Séries 7-73

Nombres complexes 8-85

1

Préambule

Félicitations pour avoir trouvé CALCULUS!

CALCULUS a été développé avec deux buts principaux:

- Donner aux étudiants et autres personnes la possibilité de faire des calculs sans avoir de besoin de se rappeller des détails compliqués
- Aider les étudiants de façon que les résultats intermédiaires apparaissent en montrant la stratégie de solution.

Ce dernier point est important car il permet de choisir des stratégies différentes pour résoudre un problème dans un système de menus.

Exigences du matériel

CALCULUS fonctionne dans la calculatrice HP 48 SX/GX et exige une capacité libre RAM de 10 KB. On peut introduire la fiche du programme dans le port 1.

Mise en marche

Le menu LIBRARY montre CALC. En appuyant sur la touche CALC on accède au menu principal de CALCULUS, après quoi on appuie simplement sur la touche START. On peut aussi placer CALCULUS dans l' interface USR (voir le manuel de la calculatrice HP 48 SX/GX).

Routines de l'utilisateur

Indépendamment de CALCULUS un ensemble de routines est accessible dans le menu principal ou vous pouvez utiliser les routines dans vos propres programes.

Ces routines comprennent classification, simplification, visualisation du texte, pagination et substitution.

- QSRT classification, In {2,4,1,6,3,8} une liste de nombres. Out: liste classifiée {1,2,3,4,6,8}
- EXCO, simplification, In: un algébraique, Out: l'algébraique simplifié.
- VIEW, routine qui montre le texte et GROBs. In: texte (" ") ou GROBs dans une liste. Out: une belle exposition des données d'entrée
- PAGER, routine pour faire la pagination en connexion avec VIEW, In: Texte, Out: Liste de chaînes.
- WH, routine pour remplacer. Niveau sur la pile 3: 'x^2' Niveau sur la pile 2: x Niveau sur la pile 1:1.4 Out: 1.4^2.

Interface avec l'utilisateur

Le système de menus de CALCULUS est facile à utiliser. En appuyant sur les touches fléchées on peut déplacer la barre obscure et sélectionner en appuyant sur ENTER.

Dans l'exemple suivant vous entrerez dans le submenu pour FONCTIONS et vous sélectionnerez Graphiques.

ALGÈBRE
EQUATIONS DIFFÉRENT.
FONCTIONS
FONC. PL. VARIABLES
INTÉGRATION

Signe de fonction
Zéros
Graphique
Points extrêmes
Table de fonction

RAD PRG
{HOME}

Graphique {f1(x) f2....}
entre x=x1 x=x2
: Var libre: x
: x1 x2: 0 2

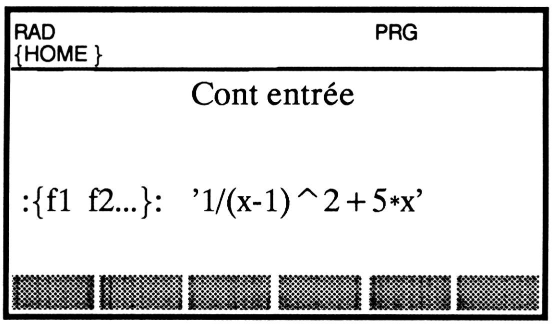
L'éditeur

Vous entrerez maintenant l'éditeur d'entrée des données (écran d'entrée). Ici on peut modifier et éliminer les données d'entrée et il est possible de se déplacer en utilisant les touches fléchées.

Le curseur est placé juste derrière :Var libre: de ici on saisit la variable libre, fx x. On utilise la touche fléchée vers le bas pour passer juste derrière :x1 x2: . Ici on saisit l'intervalle de x, deux valeurs x séparées par un caractère d'espace.

Si on désire utiliser un autre symbole pour la variable libre, on peut utiliser les touches fléchées pour passer juste derrière x, l'éliminer et entrer t.

Maintenant vous appuyez sur ENTER pour continuer. Si la syntaxe est fausse, par exemple si vous avez oublié ' ' dans un algébraique, il faudra la corriger avant de continuer.



La fonction à tirer est saisie. Rappellons le ' ' en algébraiques .

L'écran d'entrée vous donne le format des données d'entrée et si vous allez placer plusieurs expressions ou valeurs dans la même ligne il faut les séparer par des caractères d'espace.

Écho à partir de la pile
Si vous allez utiliser une expression ou une valeur placée sur la pile, les touches EDIT/↑STK/ECHO/ENTER chargeront les données sur l'écran d'entrée. S'assurer de placer le curseur correctement.

Calcul fini
Une fois le calcul de fini, CALCULUS montrera les résultats intermédiaires en utilisant la routine VIEW , ou retournera directement au menu. Dans ce dernier cas il faudra appuyer sur la touche →STK pour voir le résultat sur la pile.

Déplacement vers le haut et vers le bas dans le menu
Il est possible de se déplacer vers le bas dans le système du menu en roulant la barre obscure et en appuyant sur ENTER. S'il faut se déplacer vers le haut, on le fait à l'aide de la touche UPDIR. On peut arrêter CALCULUS n'importe quand (HALT CALCULUS) et utiliser la calculatrice indépendamment de CALCULUS en appuyant sur la touche →STK. CONT vous fait retourner au système de menu.

Pour se déplacer plus rapidement à la fin ou au début du menu on peut utiliser la touche de change à droite (bleu) simultanément avec la touche fléchée haut/bas.

Sortie de CALCULUS
En appuyant sur la touche EXIT on sort de CALCULUS.

Résultats intermédiaires
Sur l' écran d'entrée il est possible de choisir RépPart O/N. Au choix N le résultat est sur la pile et il faudra appuyer sur →STK pour voir la réponse. Au choix O plusieurs pages de résultats intermédiaires apparaîtront.

Le degré de détails dans les réponses partielles est légèrement différent, mais quelques résultats couvrent "la réponse complète". De toutes façons ceci sera une bonne aide pour l'utilisateur.

On peut trouver des parties différentes d'une réponse dans des pages différentes et on peut voir le numéro de la page .

Puisque les réponses partielles sont en texte, la séparation des lignes longues ne tient pas en considération les algébraiques. Ceci peut donner des résultats bizarres, comme SIN(x) étant séparé comme SI
N(x).

Cela signifie qu'il faudra écrire le réponse sur le papier pour voir la réponse correctement.

Le choix RépPart O(ui) montre les nombres irrationnnels avec deux chiffres derrière la virgule. Si on exige une réponse plus exacte on peut utiliser →STK pour regarder sur la pile.

> *Rappel: RépPart N introduit la réponse sur la pile et il faut utiliser →STK pour voir la réponse.*

Calculs mixtes

Dans certains cas il faut utiliser plus d'une routine de CALCULUS pour résoudre un problème. Un exemple typique est le calcul d'une intégrale définie. Il faut calculer d'abord l' intégrale indéfinie.

Exemple: Calculer $\int_2^3 (x + 1)/(x^3 - x^2 + x - 1)dx$

On calcule d'abord l'intégrale indéfinie par fractions partielles.

La réponse est transférée à la routine pour intégrales définies en appuyant sur EDIT/↑STK/ECHO/ENTER. Ne pas oublier de placer le curseur correctement.

Temps de computation

La HP 48 SX a un processeur spécial de 4 bit et la vitesse d'un PC 386 peut être 200-300 fois la vitesse de la calculatrice. Le temps qui se passe en traitant des expressions symboliques complexes peut être long.

Très dépendent de la capacité RAM libre
Si vous désirez optimaliser le temps de computation il vous faudra beaucoup de capacité RAM libre. L'utilisation de la fiche RAM comme MERGED MEMORY pleine de données peut retarder le calcul considérablement.

Point pédagogique
Les stratégies de solution choisies en cas différents sont les mêmes que les stratégies que l'on utilise dans le curriculum mathématique au niveau universitaire. Ce ne sont pas nécessairement les algorithmes les plus rapides ni les plus intelligents et cela peut retarder CALCULUS.

Contrôle des expressions et nombres rationnels

CALCULUS utilise une entrée générale, c'est-à-dire les expressions sont écrites sous forme mathématique standard. CALCULUS doit contrôler alors quel est le type d'objet qu'on a introduit (polynôme, expression rationnelle, etc.) et cela prend du temps.

On pourrait utiliser une entrée spécialisée, par exemple en écrivant un polynôme comme vecteur de coefficient. Ceci réduira le temps de computation, mais l'interface avec l'utilisateur est plus compliquée.

Quand on a simplifié une expression, CALCULUS doit contrôler les nombres rationnels de l'expression. Cela peut prendre assez de temps si l'objet à contrôler est une expression symbolique complexe.

Par exemple la transformation $(0.33x^2\text{-}2ax)(x + 5)$ en $(1/3^2\text{-}2ax)/(x + 5)$ prendra assez de temps. Pas la transformation elle-même, mais le contrôle de la validité de la transformation.

Routines pour calcul et formule

Beaucoup de choix du menu ont une option pour calculer et une autre pour voir une formule/info. Le choix "Calc" démarre le calcul et le choix "Formule" montrera la formule sur laquelle le calcul est basé. Le choix "Info" donnera plus d'information sur le calcul.

La solution complète d'un problème mathématique comprend la formule sur laquelle le calcul est basé.

Certaines informations ci-dessus peuvent apparaître quelques fois dans l'éditeur d'entrée.

Arithmétique inexacte

CALCULUS utilise en général l'arithmétique inexacte. C'est-à-dire que les nombres rationnels et irrationnels sont approchés par des nombres décimaux à la précision interne de la calculatrice.

Pour certaines limites les nombres rationnels et les multiples de π seront transformés en un nombre exact.

Ces limitations sont dans la routine intrinsèque $\rightarrow Q\pi$. Ceci fonctionne avec une précision n FIX (voir le manuel pour la HP48 SX/GX).

Rappel: Un nombre irrationnel ne sera jamais approché par un nombre rationnel, mais un nombre rationnel peut être approché par un nombre décimal.

Identificateur

L' indicateur qui apparaissait avant d'entrer dans CALCULUS apparaît à nouveau quand on quitte le programme (bip à l'intérieur)

Avertissement

Les objets de l'utilisateur comme A,B,C... seront effacés par CALCULUS pour éviter des conflits avec les objets globaux de CALCULUS .

2

Intégration

Le progiciel d'intégration permet de choisir entre plusieurs techniques d'intégration. Une intégrale est calculée exactement seulement pour les intégrants implementés dans la routine d'intégration de la HP 48.

L'intention est d'aspect pédagogique, et il est important d'être conscient de la méthode d'intégration dans chaque cas.

Intégration directe

La routine pour l'intégration directe utilise la routine intrinsèque à la HP 48, mais elle est adaptée aux intégrales indéfinies et on supprime la constante C.

Interface:

RAD PRG
{HOME }

Intégration directe

: Var libre: t

: Intégrant: 'ATAN(t/2)'

L'exemple calcule $\int$Atan(t/2)dt

Les fonctions suivantes et leurs combinaisons linéaires sont implémentées pour l'intégration exacte:

- $a*(b*x+c)^m$ sans restrictions sur a,b,c et m
- a*Sin(b*x + c), a*Asin(b*x + c)
- a*Cos(b*x + c), a*Acos(b*x + c)
- a*Tan(b*x + c), a*Atan(b*x + c)
- a*Exp(b*x + c), a*Ln(b*x + c)
- Derivés de ces fonctions et certaines autres

Rappel: Si la réponse exacte n'est pas trouvée il apparaîtra ce qui suit:∫(c,x,f(x) (Indef.int)

Intégrale définie

Le calcul d'une intégrale définie exige que l'intégrale indéfinie soit déjà calculée.

Interface:

```
RAD                              PRG
{HOME }
           Limites a et b
:            a  b:   1 2
:       Var libre:   x
:      Indef. int.:  '1/2*x^2'
```

L'exemple calcule: $[1/2*x^2]_0^1 = 1/2*2^2-1/2*1^2=3/2$

Intégration par fractions partielles

La routine pour les fractions partielles intègre tous les intégrants rationnels où le dénominateur est du quatrième degré ou plus bas. La façon dont la séparation se fait initialement apparaîtra au choix RépPart O.

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
            ∫ P(x)/Q(x)dx
:       Var libre:   x
:  RépPart O/N:  O
:Numérateur P:    'x^2'
```

```
RAD                                PRG
{HOME }
              Cont entrée


: Dénominateur  Q:  'x^2-1'
```

L'exemple calcule $\int x^2/(x^2\text{-}1)dx$

RépPart O sélectionnée et trois pages d'informations indiqueront les pas le long du calcul. La première page montre comment se fait la séparation, la deuxième page indique les valeurs des coefficients et la troisième montre la réponse finale.

La routine pour les fractions partielles intègre toutes les fonctions rationnelles avec un dénominateur de deuxième, troisième ou quatrième degré.

$$\frac{P(x)}{a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4}$$

Une des a_2, a_3 ou a_4 doit être différente de 0. Si le dénominateur est du premier degré, on peut utiliser l'intégration directe, éventuellement en connexion avec une division polynôme.

L'intégrant ne peut pas comprendre des paramètres (seulement des coefficients numériques).

Si la racine du dénominateur Q(x) est irrationnelle ou si l'intégrant comprend des coefficients irrationnels, la réponse sera donnée avec deux décimales. La réponse est aussi sur la pile et ici on peut modifier le nombre de décimales avec n FIX.

> *Rappel: Le calcul des coefficients peut produire de l'instabilité numérique (erreurs d'arrondissement). Un test contrôlera si la réponse n'est pas assez bonne.*

Si on ne peut pas voir la réponse complète dans le mode de texte (RépPart O), on peut utiliser →STK pour voir le résultat sur la pile.

Substitution

Cette intégration résoud des intégrales du type

$$\int k*f(g(x))*g'(x)dx$$

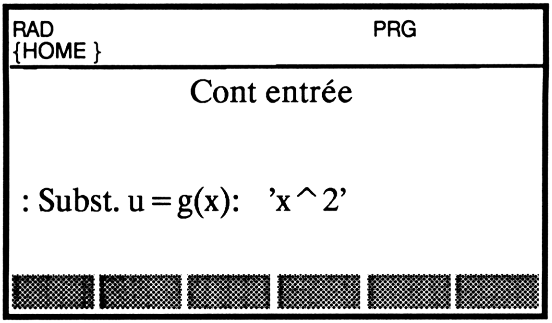
f((g(x) est une fonction avec noyau g(x) et k est une constante. La substitution u = g(x) transforme l'intégrale à la forme

$$\int k*f(u)du$$

D'autre types de substitutions ne sont pas compris

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
          ∫k*f(g(x))*g '(x)dx
:      Var libre:  x
: RépPart O/N:  O
:      Intégrant: '3*x*SIN(x^2)'
```



L'exemple résoud $\int 3*x*Sin(x^2)dx$

Dans la formule k = 3/2(3/2*2x = 3x), g '(x) = 2x, g(x) = x^2 et f(g(x)) = $Sin(x^2)$.

> *Rappel: L'emploi de u commme variable libre est interdit et elle sera convertie automatiquement en x.*

Le choix RépPart O offrira la nouvelle différentielle en termes de la variable libre initiale, l'intégrant en termes de la nouvelle variable et finalement la réponse de la variable libre initiale.

Intégration par parties

CALCULUS peut utiliser l'intégration par parties à plusieurs reprises plusieurs fois, et si l'intégrale ne peut pas être calculée directement, la réponse sera donnée en termes d'une nouvelle intégrale. La dernière situation exigera l'emploi du progiciel d'intégration si c'est possible ou l'intégrant est simplifié en connexion avec l'intégration numérique.

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
            u(x)*v(x)dx
:       Var libre:   x
: RépPart O/N:   O
:                u :   'x^2'
```

```
RAD                                PRG
{HOME }
            Cont entrée


: v :    'SIN(x)'
```

L'exemple calcule

$$\int x^2 * \mathrm{Sin}(x)dx$$

L'intégration par parties s'utilise ici deux fois et on peut la voir en selectionnant RépPart O.

> *Rappel: L'intégration à plusieurs reprises est limitée à 3 fois.*

La routine pour l'intégration par parties intègre les fonctions du type

u*v

L'intégrant est composé de deux facteurs u et v avec entrée separée.

Si le chiffre exact n'est pas trouvé, il faut résoudre toutes les intégrations directement (voir l'intégration directe). Autrement, deux types de messages d'erreur apparaîtront.

Si v(x)*dx est intégré exact à V(x), mais si l'intégrale de V(x)*du/dx n'est pas trouvée, on fait une intégration dans le vrai sens du mot. La réponse est donnée, mais elle comprend une nouvelle intégrale à résoudre éventuellement par d'autres méthodes. Si v(x)*dx ne peut pas être intégré par intégration directe, un seul message d'erreur se produira (sans réponse).

Remarquez qu'on peut résoudre les problèmes avec intégration par parties en changeant les facteurs u et v.

Les intégrales du type d'intégrants répétés (l'intégrant initial sort) ne sont pas implementées en CALCULUS.

> *Rappel: Si un intégrant consiste en un seul facteur (fx. u) on peut mettre l'autre facteur v en 1. Ln(x) =Ln(x)*1.*

Moment d'inertie (Applications)

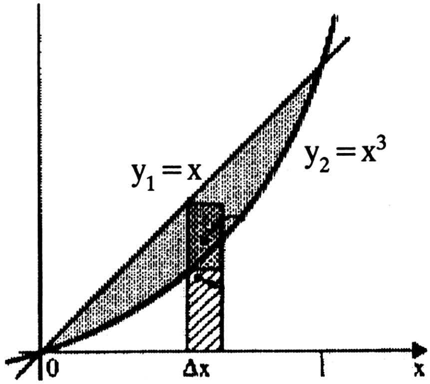
Cette routine calcule le moment d'inertie d'une région plane autour de l'axe 'Y=O'(x-axe) ou un axe parallèle à l'axe y ('X=A').

Interface:

```
RAD                                   PRG
{HOME }
              Aire entre
         f1,   f2,  x=x1, x=x2
: f1:      'x^3'
: f2:     x
```

```
RAD                                   PRG
{HOME }
              Cont entrée
:          x1   x2:  0 1
:            Axes: 'X=-2'
:       Var libre:  x
```

```
RAD                                   PRG
{HOME }
              Cont entrée



: RépPart O/N:  O
```



L'exemple calcule le moment d'inertie de la région hachurée dans la figure autour de l'axe X = -2 (parallèle l'axe y). La région est raccordée par deux courbes et deux valeurs x. Si l'intersection entre les courbes est inconnue, il faut la calculer à l'avance (ALGÈBRE résoud l'équation).

Le choix RépPart O, montrera l'intégrale qui détermine le moment d'inertie, l'intégrale indéfinie calculée l'expression de l'intégrale définie et la réponse finale.

Rappel: L'antidérivative avec limites:

(x1,x2,F(x),x) $= [F(x)]_{x_1}^{x_2} =$ *F(x2)-F(x1)*

Si CALCULUS ne peut pas intégrer l'expression directement, il vous donne une réponse numérique (**l'intégrant ne peut pas comprendre des paramètres symboliques**) et vous demande de procéder à une autre méthode d'intégration éventuellement. L'intégrale à calculer est donnée.

Centre de masse (Applications)

Le calcul du centre de masse exige que le moment statique et l'aire de la région plane ou la longueur de l'arc de la courbe soient calculés à l'avance.

Interface, région plane:

```
RAD                                   PRG
{HOME }
           Moments statiques
            Mx et My, aire A
         Xt = My/A  Yt = Mx/A
: Mx  My  A: '1/19'  '3/26'  '4/31'
```

Dans l'exemple on calcule le centre de masse de la région plane. Le moment statique autour de l'axe x est 1/19, autour de l'axe y 3/26 et l'aire de la région est 4/31. La réponse est donnée sous la forme {'Xt= ' 'Yt= '}

L'entrée du centre de masse d'une courbe est semblable, le moment statique et la longueur de l'arc doivent être calculés à l'avance.

Moment statique (Applications)

Le moment statique (le moment) peut être calculé autour d'un axe parallèle à n'importe lequel des deux axes x ou y. Les axes sont donnés sous forme 'X=A' ou bien 'Y=B'.

L'interface pour le moment d'une région plane est identique à l'interface pour le moment d'inertie. L'entrée est la même et la réponse sort de la même façon.

Une autre option est le moment d'une courbe. La formule est donnée sous l'option du menu Formula et la formule comprend la différentiale de l'arc des données sous la sélection du menu Longueur de l'arc.

Interface:

```
RAD                         PRG
{HOME }
      Mom. st.  f(x)  x1 , x2

:           f:    'EXP(x)'
:     x1  x2:      0   2
```

```
RAD                         PRG
{HOME }
           Cont entrée
:             Axes:  'X = 0'
:        Var libre:   x
: RépPart O/N:   O
```

Dans l'exemple on calcule le moment de l'arc e^x entre X = 0 et X = 2.

RépPart O est sélectionné et vous pouvez voir que l'intégration directe n'a pas fonctionné. La valeur numérique et le raccord d'erreur sont donnés. Dans ce cas on ne trouve pas d'antidérivative et la seule réponse possible est la valeur numérique.

Aire (Applications)

La routine Aire calcule l'aire d'une région plane raccordée par des courbes et des valeurs x données.

Interface:

```
RAD                        PRG
{HOME }
        Aire limitée  f1(x),
        f2(x), x=x1, x=x2
: f1:     'x^3'
: f2:     x
```

```
RAD                        PRG
{HOME }
           Cont entrée
:          x1   x2:  0 1
        Var libre:  x
: RépPart O/N:  N
```

L'exemple calcule l'aire hachurée de la figure sous le moment d'inertie. La réponse est posée directement sur la pile.

Solide de révolution (Applications)

En sélectionnant cette option du menu on peut calculer le volume ou la superficie d'un solide de révolution.

L'interface pour le volume du solide de révolution est la même que l'interface pour le moment d'inertie. L'exemple calcule alors le volume quand on tourne l'aire autour de l'axe $x = -2$.

Une superficie de révolution est générée par un arc qui tourne autour d'un axe. L'interface est semblable à celle du moment statique des courbes. L'exemple calcule la superficie lorsque l'arc de e^x à partir de $x=0$ à $x=2$ est tourné autour de l'axe y.

Longueur de l'arc (Applications)

L'interface est semblable à l'interface du moment statique d'une courbe excepté l'axe. Une entrée semblable donne la longueur de l'arc de ex à partir de $x=0$ à $x=2$. L'intégrant n'a pas de primitive et donne une réponse numérique.

Intégrale impropre

Une intégrale impropre est une intégrale définie où les limites sont infinies ou l'intégrant est discontinu dans l'intervalle d'intégration.

De telles intégrales doivent être calculées comme une limite. Seulement les intégrales où les limites sont infinies sont implementées en CALCULUS. Toutes les deux limites peuvent être infinies (± ∞).

L'interface est semblable à celle des intégrales définies, l'intégrale indéfinie doit être calculée d'avance.

Interface:

```
RAD                                  PRG
{HOME }
              Limites a et b
:             a  b:   1     ∞
:         Var libre:  x
:       Indef. int.:  '1/x'
```

RAD PRG
{HOME}

Cont entrée

: RépPart O/N : O

L'exemple calcule $\int_1^{\infty}(-1/x^2)dx = [1/x]_1^{\infty} =$

$\lim x \rightarrow \infty \ 1/x-1 = -1$

> *Rappel: Si la limite n' existe pas un message d'erreur se produit et on dit que l'intégrale diverge.*

3

Algèbre

Sous ALGÈBRE on peut simplifier des expressions, décomposer en facteurs, séparer en fractions partielles, résoudre des équations et faire la division polynôme.

L'utilisation de paramètres (symboles différents de la variable libre) est limité, ni les routines pour résoudre des équations de troisième et quatrième degré ni les fractions partielles le permettent.

Racines d'un polynôme

Cette routine trouve les racines d'un polynôme de deuxième, troisième ou quatrième degré (48 GX: PROOT degré > 4). Pour un polynôme de deuxième degré on peut y comprendre des paramètres (coefficients symboliques).

Interface

```
RAD                                PRG
{HOME }
              P(x)=0
:      Var libre:  x
:             P:  '2*x^3-3*x+2'
```

L'exemple résoud $P_3(x) = 2x^3-3x + 2 = 0$

Fractions partielles

Ici on sépare une fonction rationnelle en fractions partielles avec dénominateur de premier degré ou de deuxième degré pour racines complexes. Pour racines multiples le dénominateur peut être de degré plus haut.

Si le numérateur est de degré égal ou plus haut que le dénominateur, on fait la division polynôme d'abord.

Le choix RépPart O montre la séparation initiale, les valeurs des coefficients et la réponse finale (méthode de coefficients indéterminés).

Interface:

```
RAD                         PRG
{HOME }
      P(x)/Q(x) = A/(x-x1) + ....

:       Var libre:   x
: RépPart O/N:   O
:Numérateur P:  '2*x^3-3*x+2'
```

```
RAD                         PRG
{HOME }
            Cont entrée



: Dénominateur Q:     'x^3-x'
```

L'exemple séparera $(2x^3\text{-}3x + 2)/(x^3\text{-}x)$

Décomposition en facteurs

La routine pour la mise en facteurs factorise les polynômes de deuxième, troisième ou quatrième degré. Les facteurs avec des racines complexes seront donnés comme carrés complets, p.ex. $(x^2+2*x+2)=(x+1)^2 + 1$.

Interface

```
RAD                              PRG
{HOME }
        P(x) = (x-x1)*(x-x2)....

:Var libre:     x
:         P:    'x^3-3*x^2+x-3'
```

L'exemple factorise $P(x)=x^3-3x^2 + x-3$.

Division polynôme

Pour des fonctions rationnelles où le numérateur est égal ou d'un degré plus haut que le numérateur, on fera la division poly-
nôme. Si ce n'est pas le cas ou si la fonction n'est pas rationnelle un message d'erreur se produira.

Interface:

```
RAD                                   PRG
{HOME }
        P(x)/Q(x)=f+R(x)/Q(x)....
:          P: '2*x^3-3*x+2'
:          Q:    '(x^2-1)'
:Var libre:      x
```

L'exemple exécute $2x^3$-3x+ 2 : x2-1

Simplification

Interface:

```
RAD                                   PRG
{HOME }
            Expression simplif.

: Var libre:         x
:    Expr.:'(x^3-2)/(x-1/2)+2/x'
```

L'exemple simplifie $(x^3$-2)/(x-1/2) + 2/x

Cette routine simplifie des expressions en assemblant ou/et en factorisant. On aborde les mêmes types d'expressions comme sous FONCTIONS, mais l'expression n'a pas besoin d'être rationnelle, Sin(x)/x-2 = (Sin(x)-2x)/x.

Solution de l'équation

L'équation est écrite sous forme HS = VS, où HS est le côté droit de l'équation et VS est le côté gauche. L'équation est transformée en HS-VS = 0 et on utilise la routine des zéros sous FONCTIONS.

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
            Équation G=D

:      Inconnue:  x
:          G=D:  'x/(x-1)=a+2'
```

Dans l'exemple on résoud x/(x-1) = a + 2, constante a.

4

Fonctions

Sous FONCTIONS on peut examiner des fonctions dans une variable: signe de fonction, zéros, points maxi et mini, points d'inflection, graphiques, limites etc.

Les types de fonctions qu'on peut traiter sont les suivants:

- Fonctions rationnelles, f(x) = P(x)/Q(x), p.ex $(x^2-3)/(x^4+2x-6)$, degré de Q(x) et P(x) doit être moindre de 5.
- Binômes de fonctions rationnelles, f1(x) + f2(x), p.ex. $(x^3-2x+7)/x+(x-1)/(x^2+3x-1)$
- Tous les types de fonctions où l'inconnue arrive une seule fois, p.ex Sin(2x)-0.5, $\mathrm{Ln}(x)^2-3$ etc. Les produits et les raisons de telles fonctions sont compris. p.ex. $(\mathrm{Sin}(2x)-0.5)/(\mathrm{Ln}(x)^2-3)$

Signe de fonction

On examine ici le signe d'une fonction en intervalles différents. Les zéros du dénominateur et le numérateur dans les fonctions rationnelles et les zéros de la fonction dans d'autres cas seront listés et marqués avec de vrais zéros .

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
            Cherche le signe
                de  f(x)
:       Var libre:  x
:              f:  'SIN(2*x)-1/2*√2'
```

L'exemple trouve le signe de la fonction:

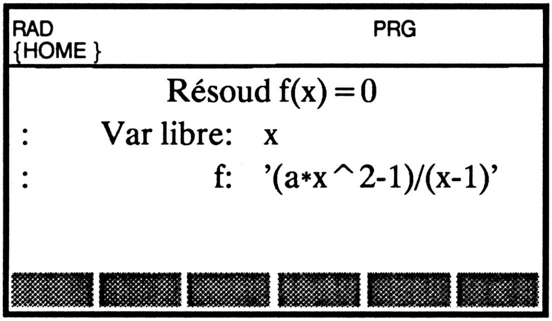
$$f(x) = \mathrm{Sin}(2x)-1/2\sqrt{2}$$

Rappel: Ajuster pour l'intervalle de définition.

Zéros

Cette routine trouve les zéros de f(x), c'est-à-dire résoud l'équation f(x) = 0.

Interface



L'exemple résoud l'équation $(ax^2-1)/(x-1) = 0$

Graphiques

On trace le graphique de la fonction. Les graphiques utilisent la routine de graphiques intrinsèque à la HP 48, et pour obtenir une bonne image il faudra utiliser quelques fois l'option

ZOOM pour graduer. Pour les calculs numériques le menu FCN est parfaitement accessible.

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
        Graphique {f1(x)  f2....}
           entre x=x1 x=x2
:        Var libre:   x
:           x1  x2:    0 2
```

```
RAD                                PRG
{HOME }
              Cont entrée

:{f1  f2....}: '1/(x-1)^2+5*x'
```

L'exemple trace le graphique de $f(x) = 1/(x-1)^2 + 5x$. Si vous tracez le graphique d'une seule fonction le { } ne sera pas nécessaire.

Le graphique a un asymptote de x = 1 et la première image donne peu d'information. On utilisera la fonction ZOOM pour graduer l'axe, 10 en direction y , et 4 en direction x.

Points extrêmes

Cette routine décide quand la fonction est en train de diminuer et quand elle augmente et trouve les points maxi et mini où le signe de la dérivée est en train de changer.

Interface:

```
RAD                                  PRG
{HOME }
          Croissant/diminuant
             fonction  f(x)
:     Var libre:  x
:             f:  '1/(x-1)^2+5*x'
```

L'exemple examine la fonction $1/(x-1)^2 + 5x$ pour points maxi et mimi et fonction croissant/ diminuant. Le calcul dans ce cas est en peu compliqué et prend assez de temps. La dérivée de f(x) est indiquée.

Table de fonction

Cette routine offre la possibilité de calculer une fonction à points donnés (valeurs x). La réponse sur la pile est une matrice à deux colonnes et on peut la voir dans le matrix writer en appuyant sur la touche fléchée (vers le bas).

Interface:

```
RAD                          PRG
{HOME }

:Var libre:     x
:          f:   '1/(x-1)^2+5*x'
:{x1 x2...}:    {1.5  2  2.5  3}
```

L'exemple calcule la fonction $1/(x-1)^2 + 5x$ aux points x = 1.5, y = 2, x = 2.5 et x = 3 et la réponse est une matrice avec valeurs x dans la colonne à gauche et avec valeurs y dans la colonne à droite

Limites

Les limites sont calculées à l'aide de la règle de L'Hospitals où le numérateur et le dénominateur d'une raison sont différenicés séparément. Cette routine de CALCULUS comprend quelques routines compliquées pour simplifier des expressions et ceci peut prendre assez de temps.

Le calcul est terminé après deux tours de différentiation et le message "Trouve pas la limite" apparaîtra. Si la limite n'existe pas le message sera "La limite n'existe pas".

Les types suivants de formes indéterminées sont compris:

- $0/0$
- ∞/∞
- $\infty - \infty$
- 0^0
- $0*\infty$
- 1^∞
- ∞^0

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }

            lim  x→a    f(x)
:  Var libre   a :    x 0
: RépPart O/N:  O
:                f:   'x^x'
```

L'exemple calcule lim x→0 x^x.

Le choix O dans RépPart O/N indique qu'il faut d'abord prendre LN à l'expression et construire après une raison pour la règle de L'Hopitals. La réponse pour la raison est zéro et la réponse finale est $e^0 = 1$.

> *Rappel: Dans cette version de CALCULUS il n'est pas possible de trouver la limite quand l'expression comprend des paramètres (symboles différents de var libre).*

Différentiation

La routine pour la différentiation trouve dy/dx pour y = f(x) et pour F(x,y) = 0 (différentiation implicite). On peut choisir si on veut trouver l'expression pour la dérivée ou la valeur à quelque point.

Pour ces raisons on utilise la règle de différentiation fondamentale explicite. L'emploi de la routine intrinsèque à la HP donnera une expression "laide", qui n'est pas bonne pour les calculs ultérieurs. Le temps de réponse est alors plus long.

Interface, différentiation explicite:

```
RAD                          PRG
{HOME }
-------------------------------
           y = f(x)
        calcule  f '(xo)
: Var libre  xo:  x x
: RépPart O/N:    O
```

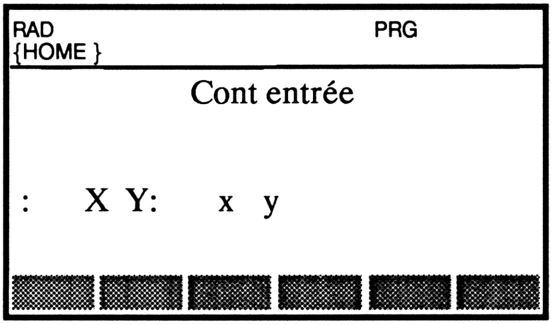
```
RAD                                PRG
{HOME }

            Cont entrée

: f:          '2*x/(x-1)^2'
```

L'exemple différentie $f(x)=2x/(x-1)^2$ et les résultats intermédiaires apparaissent au choix RépPart O.

Quand on va trouver l'expression de f(x), on met x0 en x, autrement le chiffre ou symbole de x0.

Interface, différentiation implicite:

```
RAD                                PRG
{HOME }

          F(x,y)=0, dy/dx=
          (-∂F/∂x)/∂F/∂y
: Point x0 y0:   x y
:       F(x,y):  'x-3*y^2+3*x*y'
```



L'exemple calcule dy/dx à partir de $F(x,y) = x-3y^2 + 3xy = 0$.

Si on veut calculer l'expression de dy/dx, l'entrée pour x0 y0 est x y, autrement les chiffres ou symboles de x0 et y0.

Point d'inflection

Sous cette option du menu on examine la courbure, pour courbure concave et convexe. Quand la courbure est en train de changer il y a un point d'inflection.

Interface:

```
RAD                          PRG
{HOME }
        Points d'inflection
               f(x)
:     Var libre:  x
:             f:     'x/(x-2)^2'
```

L'exemple calcule les points d'inflection de $f(x) = x/(x-2)^2$ et indique où la courbure est concave et convexe. Il indique aussi la dérivée double et ses zéros.

Courbure

La courbure indique le "degré de tours soudains" dans le graphique de f(x). Une petite valeur indique une courbe détendue et le signe détermine si la courbe est convexe ou concave.

La routine pour la courbure demande que f '(x0) et f "(x0) soient calculées à l'avance. D'abord, trouver la dérivée symbolique, DUP l'expression et trouver f'(x) au point donné en utilisant WH. Charger alors f '(x) (ECHO de la pile) et trouver f "(x) au point donné en utilisant la routine de différentiation encore une fois.

Interface:

```
RAD                          PRG
{HOME }
        Courbure de f(x)
             x=x0
:       f '(x0):  2
:       f ''(x0):  3
```

L'exemple calcule la courbure à un point de la courbe où f '=2 et f "=3. La formule pour la courbure se trouve dans l'option du menu Formula.

Comme curiosité les valeurs exactes sont implementées (l'arithmétique exacte en général n'étant pas implementée).

> *Rappel: Le rayon de la courbure est l'inverse de la courbure.*

Ligne tangente

On calcule l'équation pour la ligne tangente à un point donné. On peut voir la formule sur l'écran d'entrée.

Interface:

```
RAD                              PRG
{HOME }
              k=f '(x0)
          Y=k*(x-x0)+f(x0)
: Var libre   x0:  x    3
              f:    'x^3-x'
```

L'exemple calcule la ligne tangente à la fonction x^3-x au point x = 3.

5

Équations linéaires

Deux options sont disponibles: la solution d'un système général d'équations et la solution d'un système ordonné avec des coefficients numériques (matrice de coefficient numérique). Dans un système ordonné la matrice du coefficient est connue:

$$
\begin{aligned}
2x + 3y - z &= 5 \\
x - 3y + z &= 2 \\
3x - 3y - 2z &= 1
\end{aligned}
$$

La matrice du coefficient (A) est ici [[2 3 -1][1 - 3 1][3 -3 -2]] et le côté droit (B) est [5 2 1]. Le système sera singulier s'il n'y a pas de solution ou un nombre infini de solutions et cela dépend de la matrice du coefficient A.

Un système général ordonné apparaît de la façon suivante:

$$
\begin{aligned}
&2x + 3y - z = 5 - 2x + y \\
&x - 3y + z = 2 + x \\
&3x - 3y - 2z = 1 - y
\end{aligned}
$$

Les systèmes ordonnés seront résolus en utilisant la routine intrinsèque de la HP 48 si la matrice A est numérique pure. Pour les systèmes non ordonnés et les systèmes avec des paramètres on utilisera la routine pour un système général.

Système général

Ici les équations peuvent être données de façon arbitraire y compris les paramètres symboliques. On utilise une technique d'élimination générale et un message d'erreur se produit pour les systèmes singuliers.

Les systèmes singuliers comprennent le cas où il n'y a pas de solution possible (système autocontradictoire) ou il y a un nombre infini de solutions (système indéfini).

Interface:

```
RAD                              PRG
{HOME }
        Équations {L1  L2.....}
        Inconnues  {x  y. ...}.
:        {x y...}:    {x   y}
:    {L1 L2...}: {'x-y=3' 'x+y=4'}
```

On résoud le système suivant:

$$x - y = 3$$
$$x + y = 4$$

Ceci est en effet un système ordonné mais il montre le milieu d'entrée. Les variantes du type x + y = a, x-2y =3y-x +5 etc. sont possibles. Rappellons les caractères d'espace entre les équations dans {L1 L2....}

Système ordonné

La matrice du coefficient et le côté droit doivent être connus maintenant et seuls les élements numériques sont possibles. Cette routine est beaucoup plus rapide que la routine générale. Si le système ne comprends pas de paramètre symbolique il serait une bonne idée de ranger le système à la main.

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
              [[A]]*X=[B]
:       [B]:      [3  4]
:       {X}:      { x  y}
:     [[A]]:      [[1 -1][1 1]]
```

L'exemple résoud le système donné sous un système général. Si le système est singulier un message d'erreur sera donné.

Contrairement à l'utilisation de la routine de division de la matrice intrinsèque directement du clavier, CALCULUS transformera les solutions rationnelles en fractions et étiquetera aussi la solution.

6

Courbes 2D

Les courbes ne sont pas nécessairement le graphique d'une fonction. Cette routine aborde ce type de courbes et est donnée de comme une équation paramétrique ou en coordonnées polaires.

Équation paramétrique

Ici on donne deux variables (disons x et y) en termes d'une troisième variable, un paramètre (t). La connexion directe entre x et y (paramètre eliminé) n'est souvent pas facile à trouver.

Aire (Équation paramétrique)

L'aire raccordée par la courbe ou la courbe et l'axe x entre deux valeurs t sont calculés.

Interface:

```
RAD                              PRG
{HOME }
     Aire entourée par  (X,Y),
           entre t1 et t2
: X(t):    't^3'
: Y(t):  'SIN(t)'
```

```
RAD                              PRG
{HOME }
            Cont entrée
:          t1  t2: 0   1
:       Var libre:   t
: RépPart O/N:   O
```

L'exemple calcule l'aire entre la courbe $X(t) = t^3$, $Y(t) = \mathrm{Sin}(t)$ entre $t = 0$ et $t = 1$ et l'axe x.

Table t-x-y (Equation paramétrique)

Les valeurs mutuellement dépendantes pour x et y sont calculées pour les valeurs données du paramètre (t). La table est placée sur la pile comme une matrice à trois colonnes (t-x-y).

Interface:

```
RAD                      PRG
{HOME }
:      X(t):       't^2'
:      Y(t):      'COS(t)'
:Var libre:        t
:{t1 t2...}:      {1 2 3 4}
```

L'exemple calcule la table de X(t) = t2, Y(t) = Cos(t) avec valeurs du paramètre t = 1,2,3,4.

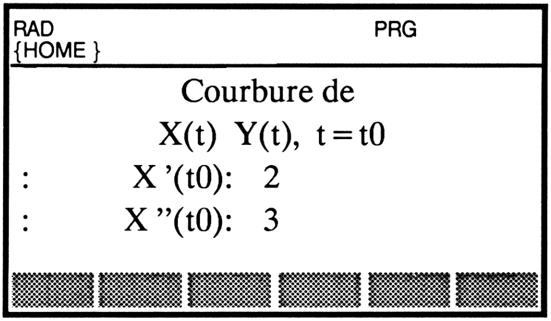
Géométrie (Équation paramétrique)

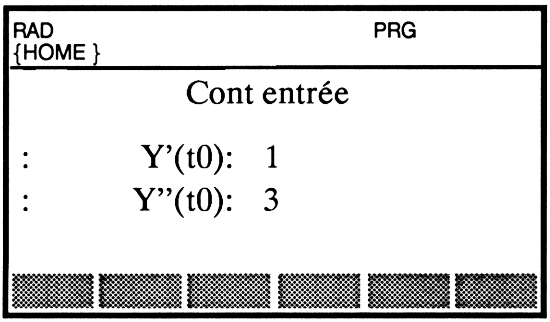
Sous cette option vous pouvez calculer la courbure d'une courbe et la ligne tangente à un point donné.

Courbure

Ici X'(t0), Y'(t0), X''(t0) et Y''(t0) doivent êtres calculés à l'avance sous FONCTIONS/Dérivation.

Interface:





L'exemple calcule la courbure de X(t), Y(t) au point t = t0 et où X'(t0) = 2, X''(t0) = 3, Y'(t0) = 1, Y''(t0) = 3.

Ligne tangente

On calcule ici à un point donné la ligne tangente relative à un système de coordonnées cartésiennes.

Interface:

```
RAD                              PRG
{HOME }
            Ligne tangente
            X(t)  Y(t) t=t0
:           X(t):   't^2'
:           Y(t):   'COS(t)'
```

```
RAD                              PRG
{HOME }
             Cont entrée

:                 t0:   1
:         Paramètre:    t
```

L'exemple calcule la ligne tangente à la courbe $X(t) = t^2$, $Y(t) = \text{Cos}(t)$ à $t = 1$.

Points extrêmes (Equation paramétrique)

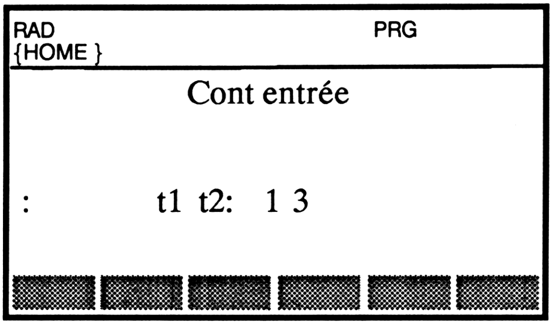
On informe que les points extrêmes doivent être calculés sous FONCTIONS/Points extrêmes. Attention à la possibilité de points singuliers (coupure dans la courbe).

Graphiques (Equation paramétrique)

On utilise ici l'option paramétrique intrinsèque à la HP 48 pour tracer une courbe paramétrique, '(X(t), Y(t))'. Attention à l'utilisation de ' '.

Interface:

```
RAD                              PRG
{HOME }
          Graphique  ' (X,Y)'
          entre t = t1 et t = t2
:         '(X,Y)':      '(t^3,SIN(t))'
:      Paramètre:       t
```



L'exemple trace la courbe $X(t) = t^3$, $Y(t) = \mathrm{Sin}(t)$ pour les valeurs t à partir de $t1 = 1$ à $t2 = 3$.

Coordonnées polaires

Dans les coordonnées polaires la courbe est donnée sous forme $R = f(\Theta)$. Θ est l'angle entre l'axe polaire et le vecteur rayon r. Les coordonnées polaires peuvent être transformé-es facilement en équation paramétrique où $X = r*\mathrm{Cos}\Theta$, $Y = r*\mathrm{Sin}\Theta$, Θ est le paramètre.

Aire (Coordonnées polaires)

Le rayon vecteur "emporte" une aire à mesure que Θ varie. L'aire peut être calculée entre deux valeurs Θ.

Interface:

RAD
{HOME }
PRG

Aire limitée par r(Θ),
entre Θ1 et Θ2

: r(Θ): 'Θ^2'

RAD
{HOME }
PRG

Cont entrée
: Θ1 Θ2: 0.5 0.7
: Var libre: Θ
: RépPart O/N: O

Calculant l'aire de $r(\Theta) = \Theta^2$ à partir de $\Theta = 0.5$ à 0.7

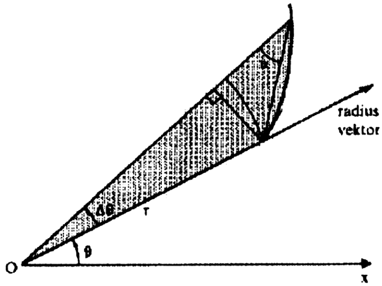


Table Θ r (Θ) (Coordonnées polaires)

On calcule les valeurs mutuellement dépendantes de r et de Q pour des valeurs Q spécifiques (en radians).

Interface

```
RAD                         PRG
{HOME }

:        r(Θ):  'COS(Θ)'
:   Var libre:  Θ
:   {Θ1 Θ2..}:  {1 2 3 4}
```

L'exemple calcule la table de r(Θ) = Cos (Θ) pour Θ = 1,2,3,4.

Points extrêmes (Coordonnées polaires)

On peut trouver les valeurs extrêmes de f sous FONCTIONS/Points extrêmes.

Graphiques (Coordonnées polaires)

On utilise la routine de graphiques polaires intrinsèque à la HP48 pour tracer le graphique d'une courbe.

Interface:

```
RAD                                  PRG
{HOME }
            Graphique  r(Θ)
         entre Θ = Θ1 et Θ = Θ2
:               r(Θ):   'Θ^2'
:  Var libre (Θ):      Θ
```

```
RAD                                  PRG
{HOME }
              Cont entrée


:   Θ1  Θ2:      1   2
```

L'exemple trace la courbe $r(\Theta) = \Theta^2$ entre $\Theta = 1$ et $\Theta = 2$ (RAD).

Rappel: Le symbole de la variable libre ne doit pas être nécessairement Θ.

Coordonnées cartésiennes (Coordonnées polaires)

Information sur la transformation de coordonnées polaires en coordonnées cartésiennes (c'est-à-dire équations paramétriques).

7

Séries

On calcule ici les intervalles de convergence, les termes des séries ainsi que les sommes et les raisons des séries géométriques. Les combinaisons linéaires des séries géométriques y sont comprises jusqu' un certain point.

Séries Maclaurin

On peut déterminer les séries Maclaurin d'une fonction d'après un nombre de termes et cela donnera une bonne approche à la fonction autour de x = 0.

La routine des séries Maclaurin détermine un nombre spécifique de termes. Sous l'option du menu test de Convergence/Raison on calculera l'intervalle de convergence.

Interface:

```
RAD                                  PRG
{HOME }
          Séries  Macl.  f(x)
             n'th puissance
:     Var libre  n:    x 3
:                f: '1/(1-x)'
```

Dans l'exemple quatre termes des séries pour f(x) = 1/(1-x) sont calculés (à la troisième puissance de x).

> *Rappel: $f^{(n)}(0)$ doit exister (dérivée n-th f(0) compris)*

Séries Taylor

Celles-ci correspondent aux séries Maclaurin mais elles donneront une bonne approche autour de quelque point x = a (a = 0 donnera les séries Maclaurin).

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
         Séries  Taylor  f(x)
        autor x = a n-th puis.
: Var libre  a n:   x 3  3
:                f: '1/(1-x)'
```

L'exemple calcule les séries Taylor pour f(x) = 1/(x-1) autour de x = 3 à la troisième puissance de x.

> *Rappel: $f^{(n)}$ (a) doit exister (dérivée n-th f(a) compris)*

Séries binômes

Cette routine calcule les séries Maclaurin d'un binôme. Un binôme est l'addition de deux termes. Dans ce cas on peut simplifier les formules des séries Maclaurin et le terme général ne comprend pas la dérivée de la fonction. Le binôme doit être donné sous la forme

$f(x) = (k1 + (k2*x)^n)^m = (a + b)^m$ où k1 et k2 sont indépendants de x, n est un entier positif.

Interface:

```
RAD                                  PRG
{HOME }
            Binôme (a+b)^m
            n  nom. de termes
:                n:  3
:     (a+b)^m: '(2-x^2/2)^(1/2)'
```

L'exemple calcule les séries Maclaurin pour un binôme $(f(x) = 2\text{-}x^2/2)^{1/2}$ ($a = 2$, $b = -x^2/2$ et $m = 1/2$).

La raison de ne pas utiliser la routine générale Maclaurin est due au fait qu'il y a une simple formule pour les termes des séries qui ne comprennent pas la dérivée du binôme.

> *Rappel: Écrire les racines carrées etc. comme une puissance avec exposant fractionnaire m.*

Séries géométriques

On calcule la somme et la raison des séries. Si la série est infinie la raison doit être moins de 1 en valeur absolue. La série peut être une somme de deux séries. Si la série n'est pas géométrique, un message d'erreur se produit ("Pas géométrique") et si le terme général est trop complexe (p.ex. la somme de trois séries géométriques séparées) le message d'erreur "Trouve pas" apparaîtra.

Somme de termes n

On calcule la somme d'une série géométrique finie. Le terme général de la série est donné et au choix RépPart O on trouvera dans la réponse la raison et la somme.

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
      Serie ∑An, k = An + 1/An
      Sm = Ao*(k^m-1)/(k-1)
Nom. termes m:   3
 :          An:    '3*(2^n-3^n)'
```

```
RAD                    PRG
{HOME }
        Cont entrée
:   Sumindex n:  n
:       n start:  0
: RépPart O/N:  O
```

L'exemple calcule la somme des séries:

$$\sum_{n=0}^{3} 3*(2^n-3^n)$$

> *Rappel: n indique le sumindex. On pourrait utiliser un autre symbole p.ex. k avec $3*(2^k-3^k)$ comme Ak, le terme général.*

Somme ∞

On calcule la somme d'une série infinie. La raison k doit être moins de 1 en valeur absolue: $k^2 < 1$, autrement la série diverge.

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
        Serie ∑An, k = An + 1/An
          S∞ = Ao/(1-k), k^2 < 1

: An:     '(2^n-3^n)/4^n'
```

```
RAD                                PRG
{HOME }
              Cont entrée
:   Sumindex n:   n
:      n start:   0
: RépPart O/N:    O
```

L'exemple calcule la somme de

$$\sum_{n=0}^{\infty}(2^n-3^n)/4^n$$

Si $k^2 \geq 1$, le message d'erreur "Divergent" apparaîtra.

Convergence

Test de raison

On utilise souvent le test de raison pour examiner la convergence. Il faut calculer une limite. Voir l'option du menu Info.

Interface:

```
RAD                              PRG
{HOME }
  Converg.    ∑An*X^(k*n)
:              An:    'n/2^n'
:       X^(k*n):    'x^n'
```

```
RAD                              PRG
{HOME }
             Cont entrée
:   Sumindex n:   n
:     Var libre:   x
: RépPart O/N:   O
```

L'exemple examine la convergence des séries

$$\sum_{n=0}^{\infty} n/2^n * x^n$$

> *Rappel: n est l'index de totalisation, si on utilise k, Ak est donné sous forme $k/2^k$*

Séries binômes

On peut généralement évaluer la convergence d'une série binôme en utilisant le test de raison et on peut utiliser le résultat pour les tests de convergence dans des cas spécifiques. Dans le binôme $(a+b)^m$, b/a doit nécessairement être moins de un en valeur absolue.

Interface:

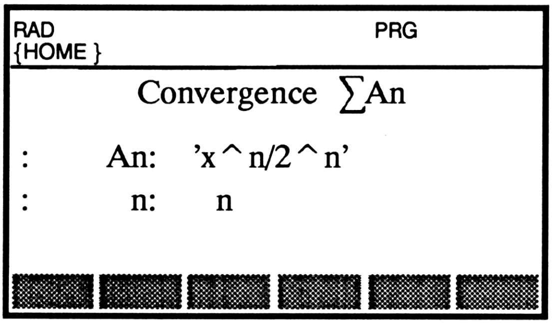
```
RAD                          PRG
{HOME }
        Binôme (a+b)^m
      Converge (b/a)^2<1
:       Var libre:   x
:    (a+b)^m:'(2-x^2)^(1/2)'
```

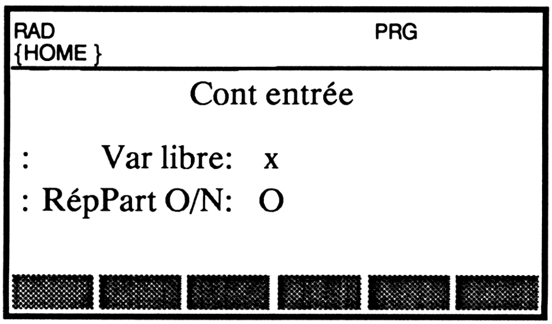
L'exemple évalue la convergence de la série Maclaurin de $f(x) = (2\text{-}x^2)^{1/2}$.

Séries géométriques

Une série géométrique converge quand la raison k est moins de 1 en valeur absolue, $k^2 < 1$.

Interface:





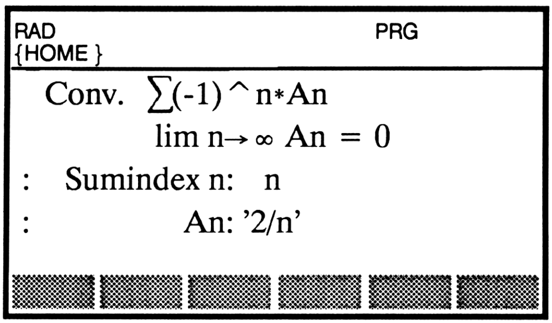
L'exemple évalue la convergence de la série

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n/2^n$$

Test de Leibnitz

On peut utiliser le test de Leibnitz pour des séries alternatives, et il est spécialement utile aux points finals de l'intervalle de convergence des séries de puissance. Le test de raison ne donnera pas de réponse pour le points final.

Interface:



L'exemple évalue la convergence de

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n * 2/n$$

Test intégral

Nous aborderons ici A_n comme fonction continue en n:

$$\int_{1}^{\infty} An * dn$$

An est le terme général de la série. Si cette intégrale converge, alors la série convergera et de même pour la divergence.

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
          Convergence  ∑An
:                 n:  n
: Indef. int ∫An:  '2/n'
```

L'exemple évalue la convergence de:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-2/n^2)$$

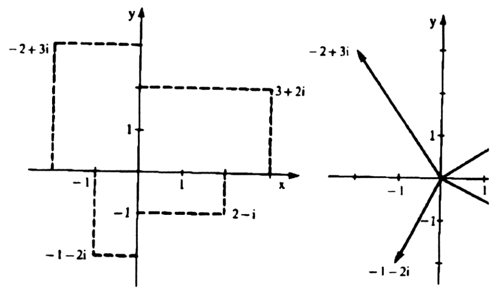
8

Nombres complexes

Les routines pour les nombres complexes sont les routines intrinsèques à la HP 48, mais on les a mises dans un système de menus et quelques formules importantes apparaissent sur l'écran d'entrée.

> *Rappel: Seulement les nombres complexes numériques sont implementés.*

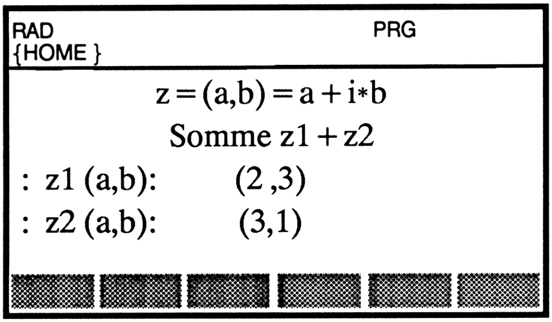
La forme a + i∗b (Coordonnées rectangulaires)



Somme

Trouver la somme de deux nombres complexes signifie trouver la somme des parties réelles et imaginaires séparément.

Interface:



L'exemple calcule $(2+3i)+(3+i)=5+4i$.

Produit

On trouve le produit de deux nombres complexes en multipliant (a1 + i*b1)*(a2 + i*b2) comme deux binômes ordinaires. Cela donne (a1*a2-b1*b2) + i*(b1*a2 + a1*b2). L'interface est semblable à l'interface ci-dessus.

Fraction

On trouve la raison entre deux nombres complexes en faisant d'abord le dénominateur de la fraction réelle. Le numérateur sera alors un produit de deux nombres complexes.

Interface:

```
RAD                          PRG
{HOME }
      z=(a,b)=a+i*b  z1/z2=
          (a1,b1)*(a2,b2)/
          (a2^2+b2^2)

: (a1,b1) (a2,b2) :    (3,1) (2,4)
```

L'exemple calcule (3 + i)/(2 + 4i)

Valeur absolue

La valeur absolue d'un nombre complexe correspond à la longueur du rayon vecteur.

Interface:

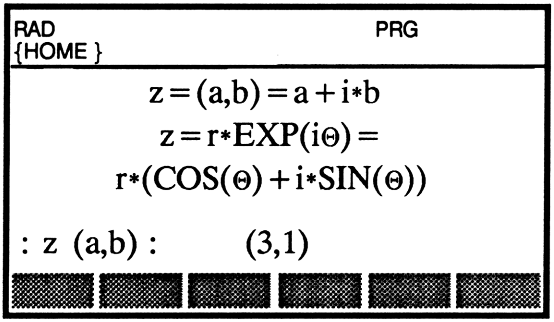
```
RAD                          PRG
{HOME }
          z=(a,b)=a+i*b
             ABS(z)=
        (a^2+b^2)^(1/2)

: z (a,b) :        (3,1)
```

L'exemple calcule la valeur absolue de 3 + i.

Forme de Euler

Cette routine écrit un nombre complexe en utilisant la fonction exponentielle. Ceci répresente un bon avantage pour trouver les produits, les raisons et les puissances des nombres complexes.

Interface:



L'exemple écrit 3 + i dans la forme $r*e^{i\Theta}$.

Forme polaire

Un nombre complexe sous forme rectangulaire est écrit en forme polaire. La forme polaire est très semblable à la forme de Euler puisque l'argument (Θ) et la valeur absolue (r) sont utilisés explicitement dans l'expression.

La forme polaire est largement utilisée dans les sciences électroniques: la valeur absolue indique la valeur de la réponse et l'argument le changement de phase (changement de temps).

Interface:

```
RAD                                  PRG
{HOME }
          z=(a,b)=a+i*b
             z=(r, ∠Θ)
     r=ABS(z) Θ=ATAN(b/a)

: z (a,b) :         (3,1)
```

L'exemple transforme 3 + i en forme polaire.

Puissances

Cette routine calcule $z1^{z2}$, l'exposant peut être complexe. Si z2 est un nombre rationnel (fraction) les racines carrées etc. seront calculées.

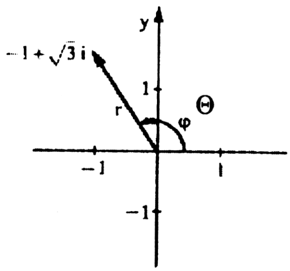
Interface:

```
RAD                                  PRG
{HOME }
          z=(a,b)=a+i*b
             z=z1^z2
: z1 (a,b):         (2 ,3)
: z2 (a,b):           3
```

L'exemple calcule $(3 + i)^3$.

Forme polaire

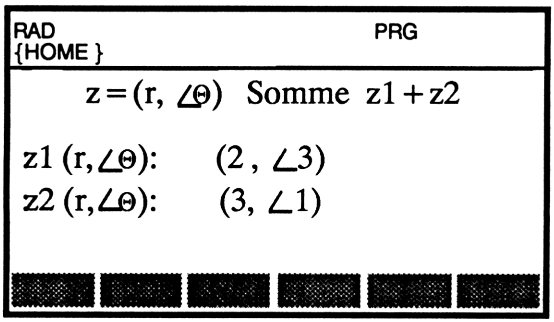
La forme polaire utilise l'angle Θ entre l'axe polaire et le rayon vecteur r pour déterminer un nombre complexe écrit (r, ∠Θ).



Somme

Le calcul de la somme à la main est assez compliqué mais avec la HP 48 la tâche est facile.

Interface:

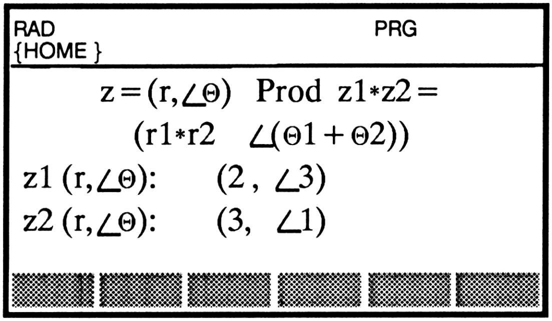


L'exemple calcule (2, ∠3) + 3,∠1).

Produit

Le produit est très facile à trouver en utilisant la forme polaire: les valeurs absolues sont multipliées et les arguments ajoutés.

Interface:



L'exemple calcule (2,∠3)*(3, ∠1).

Fraction

Pour trouver la fraction entre deux nombres complexes dans la forme polaire on divise simplement les valeurs absolues et on soustrait les arguments.

Interface:

RAD PRG
{HOME}

$z=(r,\angle\Theta)$ Raison $z1/z2=$
$r1/r2\ \angle(\Theta1-\Theta2))$
$z1\ (r,\angle\Theta)$: $(2,\angle3)$
$z2\ (r,\angle\Theta)$: $(3,\ \angle1)$

L'exemple calcule $(2,\angle3)/(3,\angle1)$.

Valeur absolue

La valeur absolue d'un nombre complexe dans la forme polaire est la longueur du rayon vecteur r, ABS(z) = r.

Forme de Euler

La forme de Euler écrit un nombre complexe en forme polaire en utilisant la fonction exponentielle $z = re^{i\Theta}$. z doit être un nombre complexe, autrement un message d'erreur se produit.

Forme a + ib

Un nombre complexe en forme polaire est écrit en forme rectangulaire.

Puissances

On trouve les puissances des nombres complexes en forme polaire simplement en élevant la valeur absolue et en multipliant l'argument, tous les deux par l'exposant de la puissance.

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
         z=(r,∠Θ)  z=z1^n=
              r1^n ∠(n*Θ1))
z1 (r,∠Θ):      (2, ∠3)
:        n:        3
```

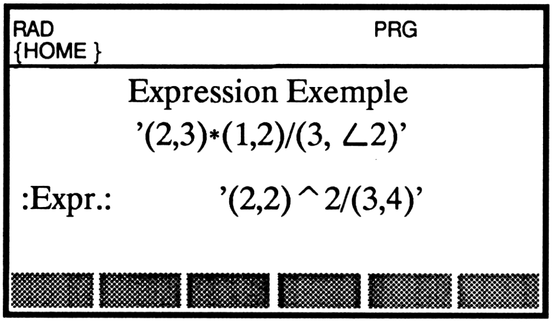
L'exemple calcule $(2, \angle 3)^3$.

> *Rappel: Si n n'est pas un entier seulement la valeur principale sera trouvée.*

Expression

On calcule ici les expressions et les composants de l'expression peuvent être donnés sous forme mixte polaire et rectangulaire. Rappellons l'utilisation de '( )'.

Interface:



L'exemple calcule $(2,3)^2/(3,4)$.

9

Fonctions de plusieurs variables

On calcule ici les dérivées partielles y compris certaines applications des dérivées partielles: différentielles totales et estimation d'accroissement (estimation d'erreur).

Lorsque la différentielle d'une variable est remplacée par l'accroissement nous obtiendrons une expression pour le changement total de la fonction si l'accroissement est petit. L'expression comprendra les accroissements de toutes les variables libres de la fonction.

On peut l'utiliser pour calculer les erreurs absolues et relatives pour un objet décrit par une fonction lorsque la fonction dépend de plusieurs variables.

Différentiation partielle

On peut calculer les dérivées partielles à quelque point (x0,y0...) ou généralement au point (x,y...). Dans ce dernier cas l'expression pour la dérivée partielle est calculée.

Interface:

```
RAD                          PRG
{HOME }
        f(x,y...) calcule
      ∂f/∂var  au {xo,yo...}
:     {xo,yo...}: {x,y}
:            f:'x^2+x*y'
```

```
RAD                          PRG
{HOME }
          Cont entrée
: RépPart O/N:  O
:         Var:  x
:     {x,y...}: {x,y}
```

L'exemple calcule $\partial f/\partial x$ pour $f(x,y) = x^2 + xy$. Ici la formule de la dérivée partielle est calculée parce que {x,y} est utilisé pour {xo,yo...}. Le remplacement des chiffres p.ex. {1,2} donnera la valeur de la dérivée au point $x = 1$, $y = 2$.

Différentielle totale

L'entrée est semblable à celle de la dérivée partielle et on peut sélectionner RépPart O. La formule de la différentielle et la valeur à quelque point apparaîtront dans la réponse.

Estimation de l'accroissement

Ici les différentielles sont remplacées par l'accroissement dans chaque variable et cela donnera une bonne approximation pour le changement total d'une expression dans plusieurs variables quand les accroissements sont petits.

Interface:

```
RAD                              PRG
{HOME }
      Δf = ∂f/∂x*Δx + ∂f/∂y*Δy
          +... point {xo yo...}
:    {xo,yo...}:   {1 2}
:                f:'x^2+x*y'
```

```
RAD                              PRG
{HOME }
            Cont entrée
: RépPart O/N:  O
:         {x,y...}: {x,y}
:     {Δx  Δy...}:  0.1  0.2
```

L'exemple calcule l'accroissement Δf en f(x,y) = x^2 + xy quand l'accroissement de x est Δx = 0.1 et de y, Δy = 0.2 au point x = 1 et y = 2. Si vous désirez l'expression générale de l'accroissement il vous faudra écrire {Δx,Δy} pour {Δx,Δy..}.

Erreur absolue

En prenant la valeur absolue de la formule pour l'estimation d'accroissement, on estimera l'erreur absolue. Ceci est l'erreur maximum que l'on peut avoir lorsque nous connaissons les erreurs de x,y... (toutes les erreurs sont dans la même direction).

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
        Δf = ABS(∂f/∂x*Δx) + ...
              point  {xo yo...}
:      {xo,yo...}:   {1  2}
:                f:'x^2 + x*y'
```

```
RAD                                PRG
{HOME }
              Cont entrée
: RépPart O/N:  O
:            {x,y...}: {x,y}
:      {Δx  Δy...}:  0.1  0.2
```

L'exemple calcule l'erreur absolue maximum de $f(x,y) = x^2 + xy$ pour erreur dans x, $\Delta x = 0.1$ et erreur dans y, $\Delta y = 0.2$.

Erreur relative

L'erreur relative maximum est donnée en divisant l'erreur absolue par la valeur au point donné.

Interface:

```
RAD                               PRG
{HOME }
       Δf/f=ABS(∂f/∂x*Δx)/f+...
            point {xo yo...}
:      {xo,yo...}:   {1 2}
:               f:'x^2+x*y'
```

```
RAD                               PRG
{HOME }
              Cont entrée
: RépPart O/N:   O
:          {x,y...}: {x,y}
:     {Δx  Δy...}:  {0.1  0.2}
```

L'exemple calcule Δf/f pour $f(x,y) = x^2 + xy$ au point $x = 1$, $y = 2$ et la valeur absolue de toutes les contributions est prise.

Degré de changement

Le degré de changement est le même que la dérivée totale à un point donné.

Interface:

```
RAD                          PRG
{HOME }
     df/dt = ∂f/∂x*(dx/dt) + ...
        au {xo...} et {Dxo...}
:     {xo,yo...}:   {1 2}
:               f:'x^2+x*y'
```

```
RAD                          PRG
{HOME }
            Cont entrée
:RépPart O/N :   O
:          {x,y...}: {x,y}
: {Dxo  Dyo...}:{2  4}
```

L'exemple calcule la dérivée totale (degré de changement) au point (1,2) pour $f(x,y) = x^2 + xy$ où dx/dt au point est 2 et dy/dt au point est 4.

Si on veut exprimer la dérivée totale par dx/dt, dy/dt..., on écrit {Dx,Dy...} pour {Dxo, Dyo...}.

10

Équations différentielles

Sous les équations différentielles on aborde les équations linéaires de premier ordre et linéaires de deuxième ordre avec des coefficients constants. Deux méthodes sont implementées pour les équations de deuxième ordre: la méthode des coefficients indéterminés et la méthode Lagrange.

Linéaire de premier ordre

Une équation linéaire de premier ordre est de la forme y' + P(x)*y = Q(x). Une solution de la forme fermée est toujours possible, mais la solution exacte exige que l'intégration se fasse bien.

Solution générale
On trouve ici la solution générale avec une intégration constante. La constante peut prendre n'importe quelle valeur.

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
          y' + P(x)*y = Q(x)

:    Var libre:  x
:           P:  2
:           Q:  x
```

```
RAD                                PRG
{HOME }
             Cont entrée


: RépPart O/N:  O
```

On trouve la solution de y' + 2y = x. CALCULUS ne pouvant pas trouver l'intégrale $e^{2x}*x$ directement, il faudra utiliser le progiciel d'intégration.

Problème de valeur initiale

La solution générale et la valeur initiale y(x0) doivent être connues.

Interface:

RAD
{HOME }
PRG

Solution générale Y(X)

Y(X0) = Y0

: X0: 0

: Y: 'C*Exp(2*X)'

RAD
{HOME }
PRG

Cont entrée

: Y0: 2

: Var libre: x

: RépPart O/N: O

L'exemple adapte $y(x) = C*e^{2x}$ à la condition $y(0) = 2$.

Rappel: La constante doit avoir le symbole C

Séparable

Cette routine résoud des équations séparables de premier ordre. L'équation ne doit pas être nécessairement linéaire mais il faut qu'il soit possible de la mettre sous la forme

$$f(y)*dy = g(x)*dx$$

Initialement l'équation peut être donnée sous formes différentes mais il vous faut apporter la forme F(x,y,y') = 0. L'équation $y'/(2y^2) = x$ est alors écrite $y'/(2y^2)-x = 0$.

> *Rappel: y' s'écrit Dy*

Interface

```
RAD                                PRG
{HOME }
            F(x,y,y') = 0
          y' doit s'écrire Dy

:           x y:   x y
:             F:     'Dy/(2*y^2)-x'
```

L'exemple résoud $y'/(2y^2)-x = 0$.

> *Rappel: On résoud les problèmes de valeur initiale en utilisant l'option du menu linéaire de premier ordre/valeur initiale.*

Linéaire de deuxième ordre

Deux méthodes sont disponibles. La méthode Lagrange est la plus générale, les coefficients variables y sont permis, mais l'intégrale qui apparaît peut être "laide".

L'autre méthode c'est celle des coefficients indéterminés. Ici les coefficients doivent être constants et il y a certaines conditions posées au côté droit de l'équation: seulement les polynômes, les exponentiels et les trigonométriques sont permis.

Coefficients indéterminés

Interface:

```
RAD                         PRG
{HOME}
        a*y'' + b*y' + c*y = r

:     Var libre:  x
:       a b c:1  2 3
:           r:  x
```

```
RAD                         PRG
{HOME}
            Cont entrée


: RépPart O/N:  O
```

L'exemple résoud y'' + 2y' + 3y =x. En sélectionnant RépPart O le choix pour la solution particulière et la solution homogène apparaîtront ainsi que la réponse complète.

Valeur Initiale

Les problèmes de valeur initiale demandent que la solution générale soit trouvée d'avance, et aussi que la valeur de la fonction et ses dérivées soient connues au point de départ.

Interface:

```
RAD                          PRG
{HOME }
        Solution gén  Y(X)
     Y(X0)=Y0, y'(X0)=DY0
Var libre:      x
:        Y: 'A*Sin(x)+B*Cos(x)'
```

```
RAD                          PRG
{HOME }
          Cont entrée

:             x0:  0
:       Y0 DY0:   1 0
: RépPart O/N:   O
```

L'exemple adapte A et B dans ASin(x) + BCos(x) à la condition initiale y(0) = 1 et y'(0) = 0.

Rappel: Les constantes doivent avoir les symboles A et B

Méthode Lagrange

Les coefficients de l'équation peuvent être des variables et le côté droit une fonction arbitraire.

Cependant une intégrale compliquée peut apparaître et la méthode des coefficients indéterminés est meilleure là où on peut l'utiliser.

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
         a*y'' + b*y' + c*y = r

:    Var libre:  x
:       a b c:1  2 -3
:            r:  x
```

RAD PRG
{HOME }

Cont entrée

: RépPart O/N: O

L'exemple résoud l'équation y" + 2y'-3y =x. CALCULUS n'a pas pu intégrer $x/4*e^{-x}$ où $x/4*e^{3x}$ directement, et il faut donc utiliser le progiciel d'intégration (intégration par parties).

Applications

On considère ici différents modèles mathématiques et nous nous limitons à des problèmes de premier ordre. La notion "Degré de changement" y est centrale. Les applications des équations de deuxième ordre n'ont pas été prises en considération car cela demande beaucoup plus de connaissances dans d'autres domaines en plus des mathématiques.

Degré de change

On calcule ici le degré de change ou la "vitesse de change" (la dérivée quant au temps dY/dt). La dépendance du temps t de Y peut être implicite.

Si p.ex. le volume d'une sphère change avec le temps t, le rayon R de la sphère peut ne pas être connu comme fonction du temps et la réponse comprendra alors dR/dt.

> *Rappel: S'il y a seulement une variable et la dépendance de t est explicite, il faudra utiliser la routine de dérivation sous FONCTIONS.*

Interface:

```
RAD                          PRG
{HOME }
            V=f(R(t))
        dV/dt=df/dR*dR/dt
        R=R0, dR/dt=Dt0

:V=f(R):'V=4*π/3*R^3'
```

```
RAD                          PRG
{HOME}
          Cont entrée

: RépPart O/N:  O
:      Var (R):  R
:     R0 Dt0:   R  Dt
```

L'exemple calcule dV/dt en termes de dR/dt où $V = 4\pi R^3/3$. Si Dt0 est un nombre p.ex. 4, on obtiendra le degré de change où dR/dt = 4. Si R0 est un nombre, p.ex. 2, vous mettez R0=2.

Modèles mathématiques.

On calcule ici quelques modèles communs utilisant les équations différentielles de premier ordre.

Modèle linéaire

Modèle mathématique avec degré de change constant qui donne dY/dt = k et Y = Y0 + kt, où Y0 est Y(0).

Interface:

```
RAD                                    PRG
{HOME }
        dY/dt=k, Y(0)=Y0

:  Var libre (t):  t
:             Y0:  3
:              k:  -5
```

Résoud l'équation y' = -5, y(0) = 3.

Modèle exponentiel

Ici le degré de change relatif est constant, $1/Y*dY/dt = k$. Ceci donne $Y = Y0*e^{kt}$ où $Y0 = Y(0)$.

Une variante du modèle exponentiel est un modèle où le degré de change est proportionnel à la "capacité libre", c'est-à-dire ce qui reste avant d'arriver à une valeur maxi ou mini. Ceci donne $dY/dt = k*(p-Y)$, où p est la valeur maxi ou mini, solution $Y = p+(Y0-p)e^{-kt.}$

Interface:

```
RAD                          PRG
{HOME }
      dY/dt=k(p-Y), Y(0)=Y0

:  Var libre (t):  t
:            Y0:   3
:            p k:  2   -2
```

L'exemple résoud l'équation y ' = 2y-4.

> *Rappel: p = 0 donne un modèle exponnentiel pur*

Modèle logistique

Dans ce modèle le degré de change relatif est proportionnel à la capacité libre $1/N*dN/dt = k(B-N)$, B est la valeur maxi (capacité complète) éventuellement (cela dépand de N0) la valeur mini. La solution sera $y = B/(1 + Ce^{-kBt})$, où $C = B/N0-1$, $N0 = N(0)$.

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
    1/N*dN/dt = k(B-N), N(0) = N0

:  Var libre (t):   t
:             N0:   3
:            B k:   2    -2
```

L'exemple résoud l'équation $N' = -4N + 2N^2$ (pas linéaire mais séparable).

Modèle allométrique

Ici le degré de change relatif pour deux variables X et Y est proportionnel, 1/Y*dY/dt = k*(1/X*dX/dt). Ceci donne:

$$dY/Y = k*dX/X, \; Y = Y0/X0^k*X^k$$

Interface:

```
RAD                                PRG
{HOME }
        1/Y*dY/dt = k*1/X*dX/dt
          Y(0) = Y0 X(0) = X0
:         X0 Y0:   3 2
:         X Y k:   X    Y    1.5
```

L'exemple résoud l'équation différentielle
Y '/Y = 1.5*X '/X, X(0) =3, Y(0) =2.

11

Méthodes numériques

On aborde ici quelques méthodes numériques simples, la méthode de Newton pour trouver les racines d'une équation et l'intégration numérique en utilisant la règle trapézoïdale, la règle rectangulaire ou la règle de Simpson.

Méthode de Newton

La méthode de Newton résoud des équations du type $f(x) = 0$. Un point de départ est nécessaire et la méthode a un point de convergence rapide. La convergence est cependant un peu sensible au choix du point de départ. On dit que la méthode diverge si la solution n'a pas été trouvée après 30 itérations avec la précision prescrite. On peut alors utiliser un autre point de départ.

Au choix RépPart O on met une table sur la pile donnant des valeurs différentes x_n et valeur $f(x_n)$ sous le format $[x_n\ f(x_n)]$.

Interface:

```
RAD                         PRG
{HOME }
      f(x)=0, Départ: x0
:Var libre:    x
:       x0:    1
:        f:    'x-COS(x)'
```

```
RAD                         PRG
{HOME }
          Cont entrée
      n  chiffres exactes
       aprés la virgule
: n RépPart O/N:   3  O
```

L'exemple résoud l'équation x-Cos(x) = 0 avec un point de départ 1 et 3 décimales précis (arrondissement correct). Nous voyons que $f(x_3) \approx 1E\text{-}10$.

Intégration numérique

Règle trapézoïdale

On divise l'intervalle d'intégration en un certain nombre d'intervalles plus petits et on construit un nombre de trapèzes. On calcule la somme des aires de ces trapèzes.

Formule (intervalle d'intégration [a b]):

$$I \approx (b-a)/(2n) * (f_0 + 2f_1 + 2f_2 + ...f_n)$$

Au choix RépPart O les nombres f_0, $2f_1$... apparaîtront sur la pile sous forme tabulaire.

Interface:

```
RAD                              PRG
{HOME }
        ∫(a,b,f(x)) = h/2*
      (fa + 2*f1 + 2*f2 + .....fb)

:   Limites a b:   1   1.5
:    Fonction f:     'x/SIN(x)'
```

```
RAD                          PRG
{HOME }
          Cont entrée
: Nom. interval. n:    5
:       Var libre:     x
: RépPart O/N:     O
```

L'exemple calcule l'intégrale de Sin(x)/x à partir de x = 1 à x = 1.5 avec 5 sous intervalles.

Règle rectangulaire

Dans la règle rectangulaire on utilise le mi-point de chaque intervalle comme argument, $f(x_m)$.

Formule (intervalle d'intégration [a b]):

$$I \approx (b-a)/n * (f_{m1} + f_{m2} + ...f_{mn})$$

Interface:

```
RAD                          PRG
{HOME}
      ∫(a,b,f(x)) = h*
  (fm1 + fm2 + fm2 + .....fmn)

:   Limites a b:   1   1.5
:    Fonction f:  'x/SIN(x)'
```

```
RAD                          PRG
{HOME}
           Cont entrée
: Nom. interval. n:     5
:       Var libre:     x
: RépPart O/N:       O
```

L'exemple calcule l'intégrale de x/Sin(x) à partir de x = 1 à x = 1.5 avec 5 sous intervalles.

Règle de Simpson

C'est normalement la règle la plus précise des trois règles ci-dessus, mais le nombre de sous intervalles doit être pair.

Formule (intervalle d'intégration [a b]):

$$I \approx (b-a)/(3n)*(f_a + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 ..... + f_b)$$

Interface:

RAD PRG
{HOME }

$\int$(a,b,f(x)) = h/3*
(fa + 4*f1 + 2*f2 + ...fb)

: Limites a b: 1 1.5
: Fonction f: 'x/SIN(x)'

RAD PRG
{HOME }

Cont entré
: Nom. interval. n: 4
: Var libre: x
: RépPart O/N: O

L'exemple calcule l'intégrale de x/Sin(x) à partir de x = 1 à x = 1.5 avec 4 sous intervalles. Un message d'erreur se produit si le nombre de sous intervalles est impair.

Extensions version 3.0

CALCULUS Mathématique I version 3.0 a une extension au chapitre 2, INTEGRATION: table d'intégration. Au chapitre 4, FONCTIONS, le signe de fonction, les points extrêmes et les points d'inflection ont été changés.

Les zéros, les points extrêmes et les points d'inflection sont placés sur la pile dans une matrice avec des valeurs x dans la colonne 1 et des valeurs y dans la colonne 2.

> *Les utilisateurs de la 48 GX doivent introduire la fiche du programme dans le port 1.*

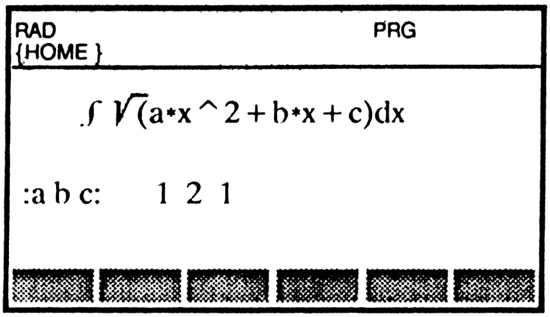
Table d'intégration

L'intégrale est déjà calculée et l'utilisateur doit entrer trois paramètres a, b et c pour spécifier l'intégrant. 4 sortes différentes de fonctions sont disponibles: algébraique, exponentiel, logarithmique et trigonométrique.

Algébraique

On peut spécifier 4 intgrants différents en donnant les paramtres a,b et c.

Interface:



Dans cet exemple on intégre la fonction $(x^2+2x+1)^{1/2}$. Remarquer que l'intégrant n'est pas le même que $(x+1)$, mais la valeur absolue de $(x+1)$.

Pour d'autres types de fonctions l'entrée de données est assez analogue. Si p.ex. sous intégrants logarithmiques on choisit $a=2$, $b=3$ et $c=-2$ dans la première ligne du menu, on intégrera $\ln(2x^2+3x-2)$.

MATHEMATIQUES.

"Les packs de Mathématiques "Bringslid" offrent aux étudiants des possibilités toutes nouvelles dans L` Education des Mathématiques. Ils représentent les logiciels de Mathématiques les plus complets sur le marché, ayant une base PEDAGOGIQUE, où l' on montre aussi bien les résultats intermédiaires que les solutions " LES PACKS MATHEMATIQUES "BRINGSLID" SONT UNIQUES"

* NOUVEAU PACK "CALCULUS" MATHEMATIQUE. 1.

Pour HP 48SX et HP 48GX

FRANÇAIS, ANGLAIS, ESPANGNOL ET ALLEMAND

Mathématiques au Collège et au Lycée

"Le pack Mathématiques.1. avec son intégration symbolique et ses solutions symboliques d' Algèbre. Parfait pour les étudiants en sciences ou en école D'Ingénieurs".

* ALGEBRE
* EQUATIONS DIFFE RENTIELLES
* METHODES NUMÉRIQUES
* SERIES
* INTEGRATION AVEC APPLICATIONS
* COURBES 2D
* EQUATIONS LINEAIRES
* NOMBRES COMPLEXES
* FONCTIONS AVEC UNE OU PLUSIEURS VARIABLES.

TABLE D` INTEGRATION: "FORMULES D' INTEGRATIONS. NE FAISANT PAS PARTIE DES MANUELS CLASSIQUES".

DISTRIBUTEUR:

BB MARKETING ANS
ENSJØVN. 12 B
0655 OSLO, NORWAY
TEL. +47 22 67 11 57 – FAX: +47 22 19 01 61

DISTRIBUTEUR LOCAL:

MAUBERT ELECTRONIC
49 Bd St Germain - 75005 PARIS
Tél: 43.29.40.04
Fax: 46.34.78.85 / 43.29.35.85