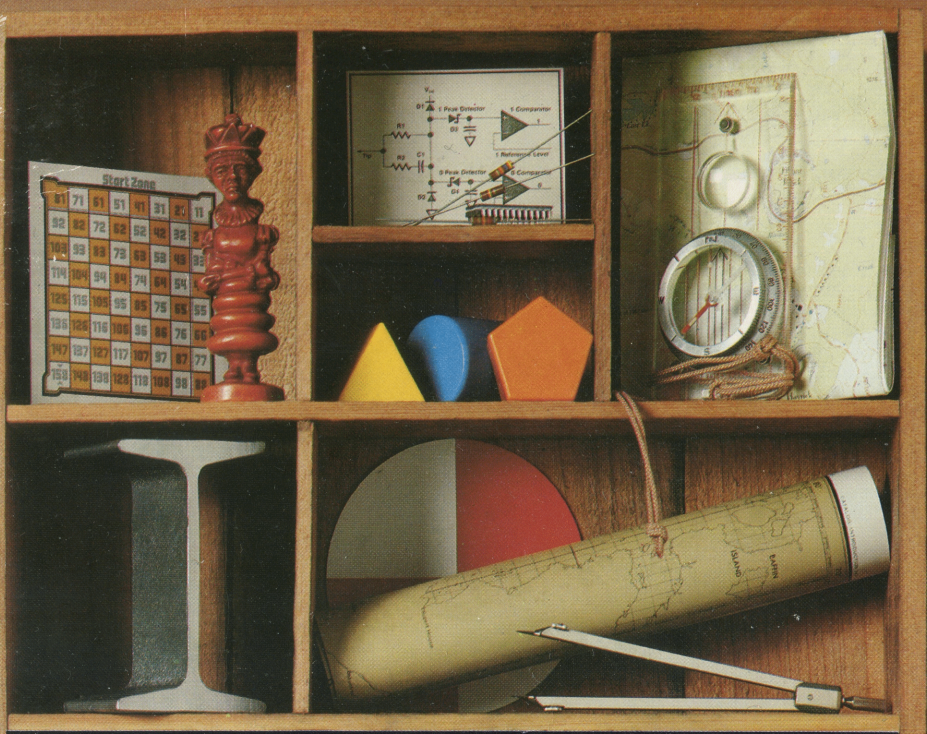
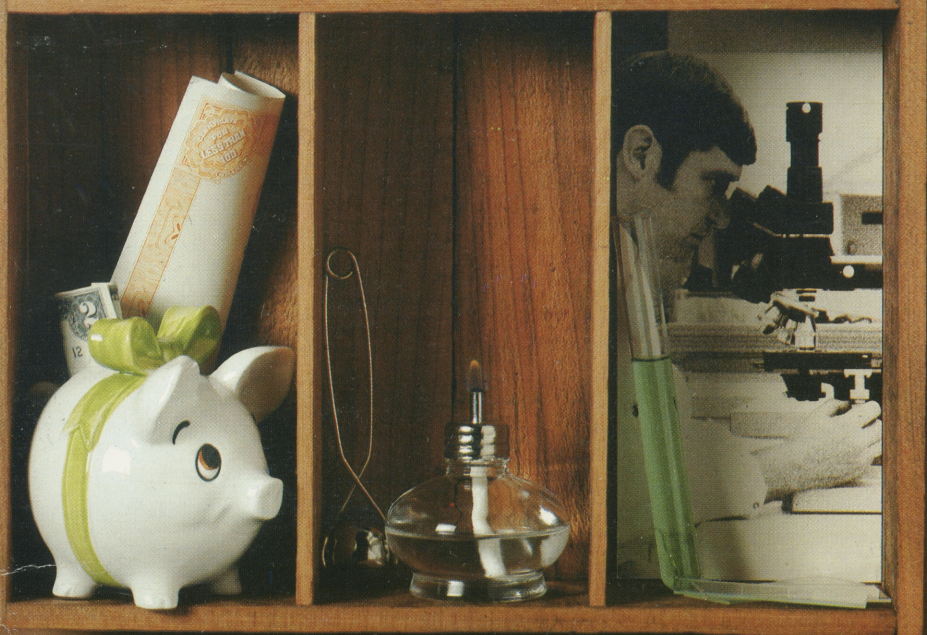


HEWLETT-PACKARD

HP-19C/HP-29C Programmsammlung



Vorwort

Willkommen in der Welt der HP-Rechner. Wir sind sicher, daß die Leistungsfähigkeit, die Vielseitigkeit und die einfache Bedienung Ihres neuen programmierbaren Rechners HP-19C/HP-29C Ihnen gefallen wird. Diese Programmsammlung soll Ihnen helfen, Ihren Rechner mit größtem Nutzen einzusetzen, ob Sie an Lösungen spezieller Probleme eines bestimmten Gebietes interessiert sind oder daran, die leistungsstarken Programmiertechniken des HP-19C/HP-29C kennenzulernen. Diese Programmsammlung enthält alltägliche Problemstellungen aus verschiedenen Wissensbereichen wie Mathematik, Finanzwesen, Medizin, Navigation, Naturwissenschaft, Statistik, Statik, Vermessung, Trigonometrie, Geometrie und Spiele. Die Programme dieser Sammlung demonstrieren die vielen Anwendungsmöglichkeiten des HP-19C/HP-29C und werden Ihnen unmittelbare Rechenhilfen für Probleme geben, denen Sie täglich begegnen. Sie werden sie auch als Modelle für Ihre eigenen Programme und als Einführung in Programmiertechniken sehr nützlich finden. Die Anmerkungen zu den Programmlisten zeigen den Weg auf, der zur Lösung des Problems führt. Außerdem sollen diese Anmerkungen Ihnen helfen, die Denkweise eines Programmierers kennenzulernen, damit Sie mit Ihrem eigenen HP-19C/HP-29C ein Experte werden.

Inhaltsverzeichnis

Vorwort 1
Benutzung der Programme 5

Algebra und Zahlentheorie

Quadratische Gleichung 9
Basistransformationen 13
Vektorrechnung 17
Komplexe Rechnung 21
Lineares Gleichungssystem mit 3 Unbekannten 26

Finanzwesen

Periodische Darlehenstilgung und Zinseszinsrechnung 29
Cash-Flow-Analyse (Kapitalwertmethode) 41
Kalender-Funktionen 46

Medizin

Körperoberfläche (Dubois und Boyd) 51
Lungenfunktionen und Leistungsfähigkeit (Vitalkapazität) 54

Navigation

Großkreisnavigation 61
Navigation nach Loxodrome (Kursgleiche) 64
Höhe und Azimut eines Himmelskörpers 68

Numerische Mathematik

Nullstellenberechnung $f(x) = 0$ nach Newton 73
Numerische Integration (Simpsonsche Regel) 77

Physik und Chemie

Zustandsgleichung des idealen Gases 81
Radioaktiver Zerfall von Isotopen 85
Säure-Basen-Gleichgewicht 90

Statistik

Kurvenanpassung 95
Normalverteilung und invertiertes Normalverteilungsintegral 100
Fakultät und Kombinationen 105

Statik

Statisches Gleichgewicht an einem Punkt 109
Schwerpunkte und Trägheitsmomente von Rechtecken 113

Vermessung

Polygonzug-Berechnungen 119
Horizontale Kreiskurven 125

Trigonometrie und analytische Geometrie

Koordinatentransformation 131
Dreieckberechnungen 135
Kreis durch drei Punkte 143
Schnittpunkte von Kreisen und Geraden 146

Spiele

Mondlandung 155
Queen Board 158
Biorhythmus 161
Zeitmesser 164

Benutzung der Programme

Diese Programmsammlung für den HP-19C/HP-29C bietet eine mannigfaltige Auswahl von Programmen, die aus einer Anzahl von Interessengebieten ausgewählt wurden. Jedes Programm enthält eine kurze Beschreibung mit den verwendeten Formeln, eine Liste des einzutastenden Programms, eine Bedienungsanweisung und ein oder mehrere Zahlenbeispiele mit den zu benutzenden Tasten, um zur Lösung zu gelangen. Erklärende Anmerkungen sind jeder Programmliste hinzugefügt, um Ihnen das Verständnis jedes Programms zu erleichtern. Ein gründliches Studium der kommentierten Programmliste kann Ihnen helfen, Ihre Programmierkenntnisse zu erweitern, da dabei oft interessante Programmier-Techniken benutzt werden.

Die Anzeige von Zwischen- oder Endergebnissen kann auf mehrere Arten erfolgen. Man kann entweder eine [PAUSE]-Funktion benutzen, um ein Ergebnis für etwa 1 Sekunde während der Programmausführung anzuzeigen, oder es kann ein [R/S]-Befehl verwendet werden, um die Ausführung anzuhalten und das Resultat anzuzeigen. Die Programmausführung wird dann fortgesetzt, nachdem die [R/S]-Taste erneut niedergedrückt wird. (In dieser Programmsammlung haben wir normalerweise von den [R/S]-Befehlen Gebrauch gemacht, um zu verhindern, daß wichtige Zwischenergebnisse während der kurzen [PAUSE]-Funktion verpaßt werden.) Beim Rechnermodell mit Drucker HP-19C können [PRINT X]*-Befehle verwendet werden, um Ergebnisse auszudrucken. Wenn Sie den HP-19C mit Drucker besitzen, sollten Sie darauf achten, daß die Programme in diesem Buch nur die Anzeige von Ergebnissen vorsehen und keine [PRINT X]-Befehle enthalten. Sie können jedoch den Vorzug des Druckers zur Ausgabe von Zwischen- und Endergebnissen ausnutzen. Das geschieht am besten dadurch, daß Sie die [R/S]-Befehle durch einen [PRINT X]-Befehl ersetzen, wenn Ergebnisse vorliegen, und einen zusätzlichen [PRINT X]-Befehl an dem Punkt des Programms einfügen, an dem das Endergebnis angezeigt wird (gewöhnlich vor einem [RTN]-Befehl). Wenn man den Drucker auf diese Weise benutzt, so hat das den Vorteil, Unterbrechungen im Programm, die durch [R/S]-Befehle verursacht werden, auszuschalten.

Viele Programmlisten zeigen mit dem Zeichen *** die Stellen an, an welchen der [PRINT X]-Befehl eingegeben werden kann, soweit das gewünscht wird.
Wenn die Länge des Programms keine zusätzlichen [PRINT X]-Befehle mehr ermöglicht, so kann trotzdem bei jedem Programmhalt durch Drücken der [PRINT X]-Taste das Ergebnis ausgedruckt werden. Im

* Das in diesem Buch benützte Tastensymbol [PRINT X] erscheint auf Ihrem HP-19C mit dem Symbol [PR X].

Programm der Quadratischen Gleichung könnte bei Schritt 15 der [R/S]-Befehl durch einen [PAUSE]-Befehl ersetzt werden, wenn nur eine kurze Anzeige der Diskriminante D gewünscht wird.
Auf dem HP-19C mit Drucker kann bei Schritt 15 der [R/S]-Befehl durch einen [PRINT X]-Befehl ersetzt und nach Schritt 34 ein zusätzlicher [PRINT X]-Befehl eingefügt werden.
Zu jedem Programm gehört ein ausgefüllter Vordruck «Bedienungsanweisung». Dieser Vordruck stellt eine Anleitung dar, um die Programme dieser Sammlung richtig anzuwenden. Die Bedienungsanweisung setzt sich aus fünf bezeichneten Spalten zusammen.
Wenn man von links nach rechts liest, gibt die erste Spalte «**Nr.**» die Nummer des Anweisungsschrittes an.
In der Spalte «**Anweisung**» stehen Anweisungen und Kommentare der auszuführenden Operationen.
Die Spalte «**Werte**» bezeichnet die einzutastenden Eingabedaten und gegebenenfalls deren Einheiten. Die Daten-Eingabetasten sind die Tasten [0] bis [9], der Dezimalpunkt (numerische Tasten), [EEX] (Exponent eingeben) und [CHS] (Vorzeichenwechsel).
Die Spalte «**Tasten**» bezeichnet die Tasten, die gedrückt werden müssen, nachdem die entsprechenden Eingabedaten eingetastet wurden. Dabei ist die [ENTER↑]-Taste als [↑] abgekürzt.
In der Spalte «**Anzeige**» sind angezeigte Zwischen- und Endergebnisse und gegebenenfalls deren Einheiten angegeben.
Im folgenden ist als Beispiel die Benutzungsanweisung für die Quadratische Gleichung, dem ersten Programm in dieser Sammlung, angeführt und erklärt.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Koeffizienten eingeben			
	von x^2	a	↑	a
	von x	b	↑	b
	Konstante	c	GSB 1	D (Diskriminante)
	Wenn D <0, gehe nach Schritt 4			
3	Wenn D ⩾0, Lösungen sind reell		R/S	x_2
			R/S	x_1
4	Wenn D <0, Lösungen sind komplex		R/S	U (Realteil)
	mit der Form U ± iV		R/S	V (Imaginärteil)

Schritt Nr. 1 (Programm eintasten) fordert Sie auf, das Programm laut Programmliste einzutasten. Bevor Sie das Programm eintasten, schalten Sie den HP-19C/HP-29C in den PRGM-Modus und drücken die Tasten [f] CLEAR [PRGM]. Beachten Sie, daß manchmal bei der Eingabe eines

Programmschrittes mehrere Tasten gedrückt werden müssen, die z.T. nicht in der Programmliste aufgeführt sind. Der Programmschritt LBL 1 beispielsweise wird durch Drücken der drei Tasten g LBL 1 eingegeben. (Falls Sie mehr über die Eingabe der Programme wissen wollen, lesen Sie die Einzelheiten im Bedienungs-Handbuch nach.)

Schritt Nr. 2 (Koeffizienten eingeben) fordert Sie auf, die Koeffizienten a, b und c der Quadratischen Gleichung einzugeben. Dafür muß der Rechner vorher in den RUN-Modus geschaltet werden. Zuerst tasten Sie den Koeffizienten a gefolgt von ENTER↑ ein, danach den Koeffizienten b gefolgt von ENTER↑ und dann den Koeffizienten c (Konstante) gefolgt von GSB 1. Das Programm startet und berechnet unmittelbar die Diskriminante D. Die Programmausführung hält an und zeigt D an. Wenn D positiv ist, sind die Lösungen reell und werden im **Schritt Nr. 3** durch zweimaliges Drücken von R/S berechnet und angezeigt. Ist die Diskriminante D negativ, so sind die Lösungen komplex. In diesem Fall wird im **Schritt Nr. 4** durch einmaliges Drücken von R/S der Realteil U und durch nochmaliges Drücken von R/S der Imaginärteil V berechnet und angezeigt.

Notizen

ALGEBRA UND ZAHLENTHEORIE

Quadratische Gleichung

Dieses Programm berechnet die beiden Lösungen einer quadratischen Gleichung. Sind die Lösungen reell, so werden sie aufeinanderfolgend berechnet und angezeigt. Sind die Lösungen komplex, so wird zuerst der Realteil U und danach der Imaginärteil V angezeigt.

Verwendete Formeln:

Die Lösungen x_1, x_2 der Gleichung

$$ax^2 + bx + c = 0$$

lauten

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Falls die Diskriminante $D = (b^2 - 4ac)/4a^2$ positiv oder gleich Null ist, sind die Lösungen reell. In diesen Fällen wird ein genaueres Ergebnis dadurch erreicht, daß das Programm zuerst die Lösung mit dem größeren Absolutbetrag berechnet.

Wenn

$$-\frac{b}{2a} \geqslant 0, \qquad x_1 = -\frac{b}{2a} + \sqrt{D}$$

wenn

$$-\frac{b}{2a} < 0, \qquad x_1 = -\frac{b}{2a} - \sqrt{D}$$

Die zweite (absolut kleinere) Lösung berechnet sich dann nach

$$x_2 = \frac{c}{x_1\, a} .$$

Falls $D < 0$, sind die Lösungen komplex und haben die Form

$$U \pm iV = \frac{-b}{2a} \pm i\, \frac{\sqrt{4ac - b^2}}{2a}$$

01 *LBL1			
02 STO0			
03 R↓			
04 X≷Y			
05 ST÷0	c/a		
06 ÷			
07 2			
08 ÷	b/2a		
09 CHS			
10 STO1			
11 ENT↑			
12 X²			
13 RCL0			
14 -			
15 R/S	*** D		
16 X<0?			
17 GTO0			
18 √X			
19 ST-1			
20 X≷Y	$-b/2a-\sqrt{D}$		
21 +			
22 RCL1	$-b/2a+\sqrt{D}$		
23 LSTX			
24 X>0?	Sucht Lösungen mit dem		
25 R↓	größeren Absolutbetrag aus		
26 R↓			
27 ST÷0	x_1		
28 RCL0	x_2		
29 GTO3			
30 *LBL0			
31 ABS	V		
32 √X	U		
33 X≷Y			
34 *LBL3	*** Anzeige der		
35 R/S	Ergebnisse		
36 X≷Y			
37 GTO3			

REGISTER

0 c/a, x_2	1 $-b/2a-\sqrt{D}$	2	3	4	5
6	7	8	9	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten (im PRGM-Modus)			
	Umschalten in RUN-Modus			
2	Koeffizienten der Quadratischen			
	Gleichung eingeben			
	Koeffizient von x^2	a	↑	a
	Koeffizient von x	b	↑	b
	Konstante	c	GSB 1	D (Diskriminante)
	Falls D <0, gehe nach 4			
3	Falls D ⩾0			
	Lösungen sind reell		R/S	x_2
			R/S	x_1
4	Falls D <0			
	Lösungen sind komplex		R/S	U (Realteil)
	in der Form U ± iV		R/S	V (Imaginärteil)

Beispiel 1:
Berechnen Sie die Lösungen der Gleichung $x^2 + x - 6 = 0$

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
1 ENTER↑ 1 ENTER↑ 6 CHS GSB 1	6.25	(D)
R/S →	2.00	(x_2)
R/S →	–3.00	(x_1)

Beispiel 2:
Berechnen Sie die Lösungen der Gleichung $2x^2 - 3x + 5 = 0$

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
2 ENTER↑ 3 CHS ENTER↑ 5 GSB 1	–1.94	(D)
R/S →	0.75	(U)
R/S →	1.39	(V)

Da D negativ ist, sind die Lösungen komplex und lauten $x_{1,2} = 0{,}75 \pm i\,1{,}39$.

Beispiel 3:
Ein Ball wird von einer Höhe von 2 m mit einer Geschwindigkeit von 20 m/s gerade hoch geworfen. Nach welcher Zeit erreicht er den Boden, wenn die Luftreibung vernachlässigt wird? Die Erdbeschleunigung beträgt 9,81 m/s². Aus der Physik wissen wir

$$f(t) = x = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + x_0 = 0 \text{ damit } \left(-\frac{9.81}{2}\right) t^2 + 20t + 2 = 0$$

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
9.81 CHS ENTER↑ 2 ÷ 20 ENTER↑ 2		
GSB 1 ⟶	4.56	(D)
R/S ⟶	–0.10	Sek
R/S ⟶	4.18	Sek

Die Antwort ist 4,81 Sekunden. Die andere Lösung –0,10 Sekunden ist zwar mathematisch richtig, ergibt aber bei dieser Aufgabe keinen Sinn und bleibt unberücksichtigt.

Basistransformationen

Dieses Programm wandelt positive Zahlen in Zahlen zur Basis 10 (Dezimalzahlen) um und umgekehrt. Die andere Basis muß ganzzahlig sein und kann jede Zahl von 2 bis einschließlich 99 sein.
x_b sei die Darstellung der Zahl mit der Ausgangsbasis b. Man nehme an, daß sie in die Darstellung x_B mit der Basis B zu verwandeln sei. Entweder muß b oder B dabei 10 sein. Im allgemeinen werden die Basen durch Handtastung (b in R_1, B in R_2) eingespeichert, bevor man x_b eingibt und GSB 1 drückt und die Berechnung von x_B durchgeführt wird.
Wenn man Zahlen zur Basis 10 (Dezimalzahlen) umwandelt, ist $b = 10$. Jedoch kann die Zahl, die für b eingespeichert wird, entweder 10 oder 100 sein. Wenn die andere Basis $B < 10$ ist, dann speichert man $b = 10$ in R_1. Wenn jedoch $B > 10$ ist, muß der Wert $b = 100$ in R_1 gespeichert werden.
Gleichermaßen ist $B = 10$, wenn Zahlen in Dezimalzahlen (Basis 10) umgewandelt werden. Wenn $b < 10$, muß der Wert von B, der in R_2 gespeichert wird, 10 sein; wenn $b > 10$ ist, muß ein Wert von 100 in R_2 gespeichert werden.
Die folgende Tabelle zeigt Beispiele für die vier möglichen Fälle der Umwandlung:

von Basis b	zur Basis B	Speichere in R_1	Speichere in R_2
10	2	10	2
10	16	100	16
2	10	2	10
16	10	16	100

Eine Zahl wie z.B. $4B6_{16}$ kann nicht direkt in dieser Form in der Anzeige dargestellt werden, weil die Anzeige rein numerisch ist. Deshalb muß man sich zu einer Übereinkunft entschließen, wie Zahlen R_a darzustellen sind, wenn die Basis $a > 10$. Wir vereinbaren in diesem Fall, jedem einzelnen Ziffernzeichen in R_a zwei Ziffernplätze zuzuweisen.
Zum Beispiel: Die Hexadezimalzahl $4B6_{16}$ wird durch unsere Übereinkunft als 041106_{16} dargestellt (im hexadezimalen System ist $A = 10$, $B = 11$, $C = 12$, $D = 13$, $E = 14$, $F = 15$).
Diese Zahl kann in der Anzeige als 41106 erscheinen oder mit einem Exponenten 4.1106 04, was als $4.B6 \times 16^2$ interpretiert wird.
Der angezeigte Exponent 4 gilt nur für die Basis 10 und dient dazu, den Dezimalpunkt festzulegen (in der gleichen Weise wie für dezimale Zahlen).
Wenn eine Basis $a > 10$ (wie in dem Beispiel oben) ist, teile man den angezeigten Exponenten durch 2, um den richtigen Exponenten der Zahl zu erhalten. Wenn der angezeigte Exponent eine ungerade ganze Zahl

ist, muß man den Dezimalpunkt der angezeigten Zahl um eine Stelle (nach links oder rechts) verschieben und ihren Exponenten entsprechend anpassen, um den richtigen Exponenten ganzzahlig zu machen. Zum Beispiel: Die angezeigte Zahl 1.112 –03 wird interpretiert als $B.C \times 16^{-2}$ oder $0.BC \times 16^{-1}$.

Anmerkungen:

1. Wenn die eingegebene Zahl sehr groß oder sehr klein ist, können für dieses Programm lange Rechenzeiten entstehen.
2. Das Programm gibt keine Fehleranzeige für ungültige Eingabewerte x_b. Zum Beispiel wird 981_8 genau so behandelt wie 1201_8.
3. Das vorliegende Programm zwingt den Benutzer, bei der Eingabe zu entscheiden, ob die Zahl, die für die Basis 10 eingespeichert wird, 10 oder 100 sein soll. Eine andere Möglichkeit wäre, ein Programm zu schreiben, bei dem man immer 10 und niemals 100 einspeichern muß und das Programm entscheiden läßt, ob die 10 in einigen Fällen mit 100 zu überschreiben wäre. Solch eine Änderung des Programms würde etwa 25 zusätzliche Programmschritte erfordern.

01 *LBL1	$x_b \rightarrow x_B$	50 GTO8	
02 STO3		51 *LBL6	
03 RCL1		52 RCL5	– – – – – – – – – – –
04 STO5		53 RCL0	
05 RCL2		54 Y^x	
06 STO6		55 RCL4	
07 0	Verschiebungszähler in R_0	56 x	
08 STO0	wird auf Null gesetzt	57 STO4	*** x_B
09 STO4		58 RTN	
10 EEX		59 *LBL7	– – – – – – – – – – –
11 1		60 EEX	
12 2		61 4	Beseitigt
13 STO8	– – – – – – – – – – –	62 +	Rundungsfehler
14 RCL3	Verschiebt nach rechts bis	63 EEX	
15 *LBL9	Wert < 1.	64 4	
16 1	In R_0 wird Anzahl der	65 -	
17 X>Y?	Verschiebungen	66 INT	
18 GTO8	gespeichert.	67 RTN	
19 ST+0	Zahl in R_0 ist der Exponent		– – – – – – – – – – –
20 CLX			
21 RCL6			
22 ÷			
23 STO3	– – – – – – – – – – –		
24 GTO9	In R_3 ist der normalisierte		
25 *LBL8	Wert von x_b gespeichert:		
26 RCL6	$0 < x_b < 1$		
27 RCL3			
28 x			
29 STO3			
30 GSB7			
31 RCL4			
32 RCL5	x_B wird zusammen-		
33 x	gesetzt		
34 +			
35 STO4			
36 RCL3			
37 GSB7			
38 RCL3			
39 -			
40 ABS	Mantisse wird auf Wert		
41 STO3	nicht größer als 10^{12}		
42 1	begrenzt		
43 ST-0			
44 RCL4			
45 RCL8			
46 X≤Y?	– – – – – – – – – – –		
47 GTO6			
48 RCL3			
49 X≠0?			

REGISTER

0 Belegt	1 b	2 B	3 x_b	4 Belegt	5 b
6 B	7	8 10^{12}	9	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Basen einspeichern			
	b; B <10 B; b = 10			
	b; B >10 B; b = 100			

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
	Basis der Zahl, die umgewandelt wird	b	STO 1	b
	Basis der Zahl, in die umgewandelt wird	B	STO 2	B
3	Umzuwandelnde Zahl mit Basis b			
	eingeben und Zahl mit Basis B berechnen	x_b	GSB 1	x_B
4	Für eine weitere Umwandlung zwischen			
	den gleichen Basen, gehe nach Schritt 3			
	Bei Änderung einer Basis gehe nach			
	Schritt 2			

Beispiel 1:
Umwandeln $0{,}2937_{10}$ in Zahl zur Basis 8
Da $B = 8 < 10$, $b = 10$.

Tasten Sie: **Anzeige/Ausdruck:**
10 STO 1 8 STO 2 f FIX 8
.2937 GSB 1 ⟶ 0.22627754 (Basis 8)

Beispiel 2:
Umwandeln $1{,}23_{10} \times 10^{-12}$ in Zahl zur Basis 16
Da $B = 16 > 10$, $b = 100$.

Tasten Sie: **Anzeige/Ausdruck:**
100 STO 1 16 STO 2
1.23 EEX CHS 12 GSB 1 ⟶ 1.0510030 –20 (Basis 16)

Das ist zu interpretieren als $1{,}5A3_{16} \times 16^{-10}$

Beispiel 3:
Umwandeln $7{,}200067_8 \times 8^{-10}$ in Zahl zur Basis 10
Da $b = 8 < 10$, $B = 10$.

Tasten Sie: **Anzeige/Ausdruck:**
8 STO 1 10 STO 2 f SCI 8
7.200067 EEX CHS 10 GSB 1 ⟶ 6.7522840 –09 (Basis 10)

Beispiel 4:
Umwandeln $D.2EE4_{16} \times 16^{12}$ in Zahl zur Basis 10
Da $b = 16 > 10$, $B = 100$.

Tasten Sie: **Anzeige/Ausdruck:**
16 STO 1 100 STO 2
13.02141404 EEX 24 GSB 1 ⟶ 3.7107314 15 (Basis 10)

Vektorrechnung

Dieses Programm berechnet die Grundoperationen mit Vektoren wie Addition, skalares oder inneres Produkt und Vektorprodukt oder äußeres bzw. Kreuzprodukt für dreidimensionale Vektoren. Es berechnet außerdem den Winkel zwischen zwei Vektoren. Das Programm ist auch imstande, Kettenrechnungen auszuführen, wenn das Produkt ein Vektor ist (siehe Beispiele).

Verwendete Formeln:

Ein Vektor $\vec{V}$ in einem dreidimensionalen rechtwinkligen Koordinatensystem ist folgendermaßen definiert: $\vec{V} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

Damit ergeben sich folgende Grundoperationen mit Vektoren:
Vektoraddition: $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = (x_1 + x_2)\,\vec{i} + (y_1 + y_2)\vec{j} + (z_1 + z_2)\vec{k}$

Skalarprodukt: $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$

Vektorprodukt oder äußeres Produkt: $\vec{V}_1 \times \vec{V}_2 = (y_1z_2 - z_1y_2)\vec{i} + (z_1x_2 - x_1z_2)\vec{j} + (x_1y_2 - y_1x_2)\vec{k}$

Winkel zwischen zwei Vektoren $\vec{V}_1$ und $\vec{V}_2$: $\gamma = \cos^{-1} \dfrac{\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2}{|\vec{V}_1|\,|\vec{V}_2|}$

wobei $|\vec{V}_1| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$ und $|\vec{V}_2| = \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}$

Anmerkung:
Für zweidimensionale Vektoren darf bei der Benutzung des Programms die $\vec{k}$-Komponente nicht berücksichtigt werden, d.h. alle $z = 0$.

01 *LBL0		50 x	
02 RCL6		51 RCL3	
03 STO3		52 RCL5	
04 R↓		53 GSB8	
05 STO6		54 STO8	
06 R↓		55 R/S	
07 RCL5		56 RCL3	
08 STO2	Eingabe $\vec{V}_1$	57 RCL4	
09 R↓		58 x	
10 STO5		59 RCL1	
11 R↓		60 RCL6	
12 RCL4		61 GSB8	
13 STO1		62 STO9	
14 R↓		63 R/S	$\vec{V}_1 \times \vec{V}_2$
15 STO4		64 RCL1	
16 RTN		65 RCL5	
17 *LBL1	– – – – – – – – – – – –	66 x	
18 GSB0		67 RCL2	
19 RCL1		68 RCL4	
20 ST+4		69 *LBL8	
21 RCL4		70 x	
22 R/S		71 –	
23 RCL2	$\vec{V}_1 + \vec{V}_2$	72 STO0	
24 ST+5		73 RCL8	
25 RCL5		74 RCL9	
26 R/S		75 RCL0	– – – – – – – – – – – –
27 RCL3		76 RTN	
28 ST+6		77 *LBL4	
29 RCL6		78 GSB2	
30 RTN	– – – – – – – – – – – –	79 0	
31 *LBL2		80 ST.2	
32 GSB0		81 ST.4	
33 RCL1		82 RCL1	
34 RCL4		83 RCL4	
35 x	$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2$	84 Σ+	
36 RCL2		85 RCL2	
37 RCL5		86 RCL5	
38 x		87 Σ+	
39 +		88 RCL3	
40 RCL3		89 RCL6	
41 RCL6		90 Σ+	γ
42 x		91 RC.2	
43 +		92 RC.4	
44 STO7		93 x	
45 RTN	– – – – – – – – – – – –	94 √X	
46 *LBL3		95 ST÷7	
47 GSB0		96 RCL7	
48 RCL2		97 COS⁻¹	
49 RCL6		98 RTN	

REGISTER

0 $\vec{V}_1 \times \vec{V}_2, \vec{k}$	1 x_1	2 y_1	3 z_1	4 x_2	5 y_2
6 z_2	7 $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2$	8 $\vec{V}_1 \times \vec{V}_2, \vec{i}$	9 $\vec{V}_1 \times \vec{V}_2, \vec{j}$	.0 Besetzt	.1 Besetzt
.2 Besetzt	.3 Besetzt	.4 Besetzt	.5 Besetzt	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Eingabe 1. Vektor $\vec{V}_1$	x_1	↑	x_1
		y_1	↑	y_1
		z_1	GSB 0	x_1

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
3	Für Vektor Addition gehe nach Schritt 4			
	Für Skalarprodukt gehe nach Schritt 6			
	Für Vektorprodukt gehe nach Schritt 8			
	Für Winkel zwischen Vekt. nach Schritt 10			
4	**Vektor Addition**			
	Eingabe 2. Vektor $\vec{V}_2$	x_2	↑	x_2
		y_2	↑	y_2
	Berechne $\vec{V}_1 + \vec{V}_2$	z_2	GSB 1	$\vec{i}$
			R/S	$\vec{j}$
			R/S	$\vec{k}$
5	Für neue Rechnung gehe nach Schritt 2			
6	**Skalarprodukt**			
	Eingabe 2. Vektor $\vec{V}_2$	x_2	↑	x_2
		y_2	↑	y_2
	Berechne $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2$	z_2	GSB 2	$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2$
7	Für neue Rechnung gehe nach Schritt 2			
8	**Vektorprodukt**			
	Eingabe 2. Vektor $\vec{V}_2$	x_2	↑	x_2
		y_2	↑	y_2
	Berechne $\vec{V}_1 \times \vec{V}_2$	z_2	GSB 3	$\vec{i}$
			R/S	$\vec{j}$
			R/S	$\vec{k}$
9	Für neue Rechnung gehe nach Schritt 2			
10	**Winkel zwischen zwei Vektoren**			
	Eingabe 2. Vektor $\vec{V}_2$	x_2	↑	x_2
		y_2	↑	y_2
	Berechne Winkel γ	z_2	GSB 4	γ
11	Für neue Rechnung gehe nach Schritt 2			

Beispiel 1:
$\vec{V}_1 = (2, 5, 2)$, $\vec{V}_2 = (3, 3, -4)$
Addition: $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 = (5, 8, -2)$

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
2 ENTER↑ 5 ENTER↑ 2 GSB 0 ⟶	2.00	
3 ENTER↑ 3 ENTER↑ 4 CHS GSB 1	5.00	$\vec{i}$

R/S ⟶	8.00	$(\vec{j})$
R/S ⟶	–2.00	$(\vec{k})$

Skalarprodukt: $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 13.00$

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
2 ENTER↑ 5 ENTER↑ 2 GSB 0 ⟶	2.00	
3 ENTER↑ 3 ENTER↑ 4 CHS GSB 2	13.00	$(\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2)$

Vektorprodukt: $\vec{V}_1 \times \vec{V}_2 = (-26, 14, -9)$

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
2 ENTER↑ 5 ENTER↑ 2 GSB 0 ⟶	2.00	
3 ENTER↑ 3 ENTER↑ 4 CHS GSB 3	–26.00	$(\vec{i})$
R/S ⟶	14.00	$(\vec{j})$
R/S ⟶	–9.00	$(\vec{k})$

Winkel γ:

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
2 ENTER↑ 5 ENTER↑ 2 GSB 0 ⟶	2.00	
3 ENTER↑ 3 ENTER↑ 4 CHS GSB 4	67.16°	(γ)

Beispiel 2:
Berechne: $(\vec{V}_1 + \vec{V}_2) \cdot \vec{V}_3$ für $\vec{V}_1 = (1.10, 3.00, 4.40)$
$\vec{V}_2 = (1.24, 2.17, 3.03)$ und $\vec{V}_3 = (0.072, 0.231, 0.409)$

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
1.10 ENTER↑ 3 ENTER↑ 4.40 GSB 0	1.10	
1.24 ENTER↑ 2.17 ENTER↑ 3.03 GSB 1 ⟶	2.34	$(\vec{V}_1 + \vec{V}_2)$
R/S ⟶	5.17	
R/S ⟶	7.43	
0.072 ENTER↑ 0.231 ENTER↑ 0.409 GSB 2 ⟶	4.40	$[(\vec{V}_1 + \vec{V}_2) \cdot \vec{V}_3]$

Komplexe Rechnung

Dieses Programm ermöglicht Kettenrechnungen mit komplexen Zahlen. Die vier arithmetischen Operationen der komplexen Rechnung (+, –, ×, ÷) sind ebenso möglich wie verschiedene der meistgebrauchten Funktionen einer komplexen Zahl z (|z|, z^n und $z^{1/n}$). Die Funktionen und Operationen können im Laufe einer Berechnung gemischt werden, um die Berechnung eines Ausdrucks wie $z_3/(z_1 + z_2)$, $z_1 + z_2$, ... usw. zu ermöglichen, wobei z_1, z_2 und z_3 komplexe Zahlen der Form $x + iy$ sind.

Arithmetische Operationen:
Für eine arithmetische Operation braucht man zwei Zahlen, um diese zu verknüpfen. Beide Zahlen müssen eingegeben werden, ehe die Rechnung ausgeführt werden kann. Nehmen Sie an, daß $z_1 = 2 + i3$, $z_2 = 5 - i$ und wir wollen $z_1 - z_2$ berechnen. Das kann durch Drücken folgender Tasten durchgeführt werden:

2 ENTER↑ 3 GSB 0 5 ENTER↑ 1 CHS GSB 2

Das Resultat ist $z_3 = u + iv = -3 + i4$. Dieses Resultat wird nun durch das Programm an den Platz der ersten komplexen Zahl z_1 gespeichert. Eine weitere Berechnung $z_1 \times z_2$ kann ausgeführt werden, indem man eine neue Zahl z_2 eingibt und GSB 3 für die Multiplikation drückt. Diese Art der Kettenrechnung kann unendlich fortgesetzt werden, wobei Funktionen und arithmetische Operationen gemischt werden können.

Verwendete Formeln:

Angenommen

$$z_j = x_j + iy_j = r_j e^{i\theta_j}, j = 1, 2$$

$$z = x + iy = re^{i\theta}$$

mit

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Das Ergebnis hat jeweils die Form $u + iv$

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2) = u + iv$$

$$z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + i(y_1 - y_2) = u + iv$$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot e^{i(\theta_1 + \theta_2)} = u + iv$$

$$z_1/z_2 = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1-\theta_2)} = u + iv$$

$$|z| = r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$z^n = r^n e^{in\theta} \qquad n = \pm(1, 2, 3, \ldots)$$

$$z^{1/n} = r^{1/n} e^{i\left(\frac{\theta}{n} + \frac{360k}{n}\right)}, \; k = 0, 1, \ldots, n-1$$

01 *LBL0 02 RCL4 03 STO2 04 R↓ 05 STO4 06 R↓ 07 RCL3 08 STO1 09 R↓ 10 STO3 11 0 12 STO0 13 RTN	Eingabe z_1	50 GTO8 51 *LBL9 52 RCL2 53 RCL1 54 →P 55 STO5 56 X≷Y 57 STO6 58 *LBL5 59 RCL4 60 RCL3 61 →P 62 RTN	$\lvert z_1 \rvert$
14 *LBL2 15 CHS 16 X≷Y 17 CHS 18 X≷Y	$z_1 - z_2$	63 *LBL6 64 STO7 65 GSB5 66 RCL7 67 Y^x	z^n
19 *LBL1 20 GSB0 21 RCL1 22 ST+3 23 RCL2 24 ST+4 25 RCL3 26 R/S	$z_1 + z_2$	68 STO5 69 X≷Y 70 RCL7 71 x 72 STO6 73 GTO8	
27 RCL4 28 R/S 29 *LBL3 30 GSB0 31 GSB9 32 STx5 33 X≷Y 34 ST+6	$z_1 \times z_2$	74 *LBL7 75 STO7 76 GSB5 77 RCL7 78 1/X 79 Y^x 80 X≷Y 81 RCL7 82 ÷	
35 *LBL8 36 RCL6 37 RCL5 38 →R 39 STO3 40 R/S 41 X≷Y 42 STO4 43 RTN		83 3 84 6 85 0 86 RCL0 87 x 88 RCL7 89 ÷ 90 + 91 X≷Y 92 →R 93 R/S 94 X≷Y 95 R/S	$z^{1/n}$
44 *LBL4 45 GSB0 46 GSB9 47 ST÷5 48 X≷Y 49 ST-6	$\frac{z_1}{z_2}$	96 ISZ 97 RCL7 98 GTO7	

REGISTER

0 K	1 x_1	2 y_1	3 x_2, letztes x	4 y_2, letztes y	5 $r_1 \div r_2$, r^n
6 $\theta_1 \pm \theta_2$, $n\theta$	7 r	8	9	0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Erste komplexe Zahl Z_1 eintasten			
	$Z_1 = x_1 + iy_1$	x_1	↑	
		y_1	GSB 0	0
3	Zur Berechnung von Funktionen gehe nach			
	Schritt 7. Für arithmetische Operationen			
	gehe nach Schritt 4			
	Komplexe Ergebnisse haben die Form u + iv			
4	Arithmetische Operationen			
	Zweite komplexe Zahl Z_2 eintasten			
	$Z_2 = x_2 + iy_2$	x_2	↑	
5	Führen Sie eine der vier Operationen aus:	y_2		
	• Addition (+)		GSB 1	u
			R/S	v
	• Subtraktion (–)		GSB 2	u
			R/S	v
	• Multiplikation (×)		GSB 3	u
			R/S	v
	• Division (÷)		GSB 4	u
			R/S	v
6	Das Ergebnis der Operation ist gespeichert			
	worden. Gehe nach Schritt 7 für			
	Funktionen oder nach Schritt 4 für weitere			
	arithmetische Operationen			
7	Funktionen			
	Berechnen Sie eine der 3 Funktionen:			
	• Betrag von z_1 ($\|z_1\|$)		GSB 5	$\|z\|$
	• Berechne z_1^n. Ganzzahligen			
	Exponenten eintasten	n	GSB 6	u
			R/S	v
	• Berechne alle Lösungen von $z_1^{1/n}$			
	Ganzzahligen Exponenten eintasten	n	GSB 7	u_1
			R/S	v_1

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
8	Führe 8–9 aus für k = 0, 1 . . . n–1		R/S	u_2
9			R/S	v_2
			R/S	u_n
			R/S	v_n
10	Gehen Sie nach Schritt 4 für			
	arithmetische Operationen			
	oder nach Schritt 7 für weitere Funktionen			

Beispiele:

Tasten Sie: **Anzeige/Ausdruck:**

1. $(3 + i4) + (7.4 - i5.6) =$
   $10.40 - i1.60$
   3 ENTER↑ 4 GSB 0, 7.4 ENTER↑
   5.6 CHS GSB 1 ⟶ 10.40
   R/S ⟶ –1.60

2. $(3 + i4) - (7.4 - i5.6) =$
   $-4.40 + i9.60$
   3 ENTER↑ 4 GSB 0, 7.4 ENTER↑
   5.6 CHS GSB 2 ⟶ –4.40
   R/S ⟶ 9.60

3. $(3.1 + i4.6)\,(5 - i12) =$
   $70.70 - i14.20$
   3.1 ENTER↑ 4.6 GSB 0,
   5 ENTER↑ 12 CHS GSB 3 ⟶ 70.70
   R/S ⟶ –14.20

4. $\dfrac{3 + i4}{7 - i2} = 0.25 + i0.64$
   3 ENTER↑ 4 GSB 0, 7 ENTER↑
   2 CHS GSB 4 ⟶ 0.25
   R/S ⟶ 0.64

5. $\dfrac{1}{2 + i3} = 0.15 - i0.23$
   1 ENTER↑ 0 GSB 0, 2 ENTER↑
   3 GSB 4 ⟶ 0.15
   R/S ⟶ –0.23

   oder:
   2 ENTER↑ 3 GSB 0, 1 CHS GSB 6 0.15
   R/S ⟶ –0.23

6. $(7-i2)^2 = 45.00 - i28.00$

7 ENTER↑ 2 CHS GSB 0,

2 GSB 6 ⟶ 45.00

R/S ⟶ −28.00

7. $\sqrt{7+i6} = \pm(2.85 + i1.05)$

7 ENTER↑ 6 GSB 0, 2 GSB 7 ⟶ 2.85

R/S ⟶ 1.05

R/S ⟶ −2.85

R/S ⟶ −1.05

8. $\dfrac{23+i13}{(-2+i)+(4-i3)} = 2.50 + i9.00$

2 CHS ENTER↑ 1 GSB 0,

4 ENTER↑ 3 CHS GSB 1 ⟶ 2.00

R/S ⟶ −2.00

1 CHS GSB 6 ⟶ 0.25

R/S ⟶ 0.25

23 ENTER↑ 13 GSB 3 ⟶ 2.50

R/S ⟶ 9.00

Lineares Gleichungssystem mit 3 Unbekannten

Dieses Programm benutzt die Cramer-Regel, um ein lineares Gleichungssystem mit drei Unbekannten zu lösen.

Benutzte Formeln:
Ein lineares Gleichungssystem für 3 Unbekannte kann in Matrixform ausgedrückt werden, wobei die Koeffizienten mit a bzw. b und die Lösungen mit x bezeichnet werden:

Spalte: ① ② ③

$$\underbrace{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}_{A} \cdot \underbrace{\begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix}}_{\bar{x}} = \underbrace{\begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{vmatrix}}_{\bar{b}}$$

oder $A \cdot \bar{x} = \bar{b}$

Die drei Lösungen werden dann wie folgt berechnet:

$$x_1 = \frac{\det(1)}{\text{Det } A};\ x_2 = \frac{\det(2)}{\text{Det } A};\ x_3 = \frac{\det(3)}{\text{Det } A}$$

Die Determinante A (Det A) wird so berechnet:
$\text{Det } A = |a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32})| - |a_{12}(a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31})| + |a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31})|$

Die Determinanten det (1), det (2) und det (3) ist jeweils die Determinante der A-Matrix, aber mit dem Unterschied, daß die entsprechende Spalte 1, 2 oder 3 der Matrix durch $\bar{b}$ ersetzt wird,

z.B. Matrix 2 = $\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}$

Bemerkungen:
Wenn in der Anzeige ERROR angezeigt wird, kann es möglich sein, daß bei der Berechnung von Det A der Wert Null ermittelt wurde, d.h. das System ist linear voneinander abhängig, und das Programm ist in diesem Fall nicht anwendbar.

01 *LBL1 02 0 03 STO0 04 RCL6 05 RCL8 06 GSB9 07 RCL4 08 RCL9 09 GSB9 10 RCL5 11 RCL7 12 GSB9 13 CHS 14 RCL3 15 RCL8 16 GSB9 17 RCL1 18 RCL9 19 GSB9 20 RCL2 21 RCL7 22 *LBL9 23 DSZ 24 RCL i 25 x 26 x 27 + 28 ST.0 29 RTN 30 *LBL2 31 ST.3 32 R↓ 33 ST.2 34 R↓ 35 ST.1 36 GSB1 37 RC.0 38 ST.5 39 1 40 GSB7 41 R/S 42 2 43 GSB7 44 R/S 45 3 46 GSB7 47 R/S 48 *LBL7 49 ST.4	Alle a_{ij} eingeben und Determinante Det A berechnen --- b_1, b_2 und b_3 eingeben und x_1, x_2, x_3 berechnen *** --- *** *** Unterprogramm zur Berechnung von det (i) (i = 1, 2, 3)	50 STO0 51 GSB8 52 GSB1 53 RC.5 54 ÷ 55 ST.0 56 RC.4 57 STO0 58 GSB8 59 RC.0 60 RTN 61 *LBL8 62 RCL i 63 RC.1 64 STO i 65 X≷Y 66 ST.1 67 RCL0 68 3 69 + 70 STO0 71 RCL i 72 RC.2 73 STO i 74 X≷Y 75 ST.2 76 RCL0 77 3 78 + 79 STO0 80 RCL i 81 RC.3 82 STO i 83 X≷Y 84 ST.3 85 RTN	--- Registerinhalte austauschen

REGISTER

0 Index	1 a_{11}	2 a_{12}	3 a_{13}	4 a_{21}	5 a_{22}
6 a_{23}	7 a_{31}	8 a_{32}	9 a_{33}	.0 Det	.1 b_1
.2 b_2	.3 b_3	.4 Index	.5 Determ.	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Speichern Sie alle Koeffizienten			
	der A-Matrix ab	a_{11}	STO 1	a_{11}
		a_{12}	STO 2	a_{12}
		a_{13}	STO 3	a_{13}
		a_{21}	STO 4	a_{21}
		a_{22}	STO 5	a_{22}
		a_{23}	STO 6	a_{23}
		a_{31}	STO 7	a_{31}
		a_{32}	STO 8	a_{32}
		a_{33}	STO 9	a_{33}
3	Falls gewünscht: Berechnen und			
	Anzeige der Determinante A		GSB 1	Det A
4	Eingabe von B	b_1	↑	b_1
		b_2	↑	b_2
	$x_{1,2,3}$ berechnen	b_3	GSB 2	x_1
			R/S	x_2
			R/S	x_3
5	Zur Eingabe einer anderen B-Matrix im			
	gleichen System gehen Sie nach Schritt 4			
6	Zur Berechnung eines ganz anderen			
	Systems gehen Sie nach Schritt 2			

Beispiel:
Berechnen Sie die 3 Unbekannten $x_{1,2,3}$ des folgenden Systems

$$\begin{vmatrix} 19 & -4 & -15 \\ -4 & 22 & -10 \\ -15 & -10 & 26 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 40 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
19 STO 1, 4 CHS STO 2,		
15 CHS STO 3, 4 CHS STO 4,		
22 STO 5, 10 CHS STO 6,		
15 CHS STO 7, 10 CHS STO 8,		
26 STO 9 GSB 1 →	2402.00	(Det A)
40 ENTER↑ 0 ENTER↑ 0 GSB 2 →	7.86	(x_1)
R/S →	4.23	(x_2)
R/S →	6.16	(x_3)

FINANZWESEN

Periodische Darlehenstilgung und Zinseszinsrechnung

Diese Programme (1. und 2. Teil) können dazu benutzt werden, um eine Vielzahl von Problemen zu lösen, die Geld, Zeit und Zinsen einschließen. Die folgenden Variablen können Ein- und Ausgabedaten sein:

n, die Zahl der Zahlungsperioden. (Für ein 30-Jahre-Darlehen mit monatlichen Zahlungen ist $n = 12 \times 30 = 360$.)

i, der Periodenzinssatz, der in Prozent ausgedrückt wird. (Ist die Verzinsung anders als jährlich, teilt man den Jahreszinssatz durch die Anzahl der Zahlungsperioden in einem Jahr, d.h. bei einem Jahreszinssatz von 8% und monatlicher Verzinsung ist der Periodenzinssatz $8/12 = 2/3 = 06667\%$.)

PMT bezeichnet die konstanten, periodischen Zahlungen (Sparraten, Annuitäten).

PV ist der Gegenwarts-, Bar- oder Anfangswert des verzinsten Kapitals oder der Cash Flows.

FV ist der zukünftige (End-)Betrag nach n Zinsperioden oder einer Reihe von Cash Flows.

BAL ist die Restschuld (oder Resttilgungssumme) am Ende einer Reihe von konstanten, periodischen Zahlungen.

Aufgekommene Zinsen und verbleibende Restschuld können mit diesem Programm ebenfalls berechnet werden.
Das Programm ermöglicht Zahlungen, die am Ende der Zinsperioden oder an deren Anfang gemacht werden. Zahlungen, die am Ende von Zinsperioden gemacht werden (nachschüssig), sind bei Darlehenstilgungen und Hypotheken üblich, während Zahlungen bei Beginn der Zinsperioden (vorschüssig) bei Verpachtungen und Mietverträgen üblich sind.
Dieses Programm geht davon aus, daß Kassenausgaben negativ und Kasseneingänge positiv eingegeben werden.

1. Teil: Wenn Zinssatz i bekannt ist

Der Anfangsschritt GSB 0 hat zwei Funktionen:

1. Er setzt PMT, PV und BAL auf Null (n und i werden nicht betroffen).
2. Er schaltet das Programm auf nachschüssige (Anzeige = 1) oder auf vorschüssige (Anzeige = 0) Berechnung um.

Das Drücken von GSB 0 liefert eine sichere, bequeme und leicht zu merkende Methode der Vorbereitung des Rechners für ein neues Problem. Es ist nicht notwendig, GSB 0 zwischen Problemen zu benutzen, die die gleiche Kombination von Variablen enthalten. Zum Beispiel könnte jede Art von n-, i-, PMT-, FV-Problemen, die verschiedene Werte und/oder verschiedene Kombinationen dieser Größen enthalten, fortlaufend ausgeführt werden, ohne wieder zum Anfangsschritt zu gehen. Nur die Werte, die von Problem zu Problem wechseln, müssen neu eingetastet werden. Um die Kombination von Größen zu wechseln, ohne GSB 0 zu benutzen, gebe man einfach Null für irgendeine Größe ein, die nicht mehr gebraucht wird.
Um von n-, i-, PMT-, PV-Problemen zu n-, i-, PV-, FV-Problemen überzugehen, sollte eine Null (0 STO 3) anstelle von PMT eingespeichert werden. Tabelle I faßt diese Verfahren zusammen.

2. Teil: Berechnen des Zinssatzes i

Um Probleme mit unbekanntem i zu lösen, wird das Iterationsverfahren nach Newton angewendet.
Verwendete Formeln:

$$PV = \frac{PMT}{i} \cdot A\ [1-(1+i)^{-n}] + (BAL \text{ oder } FV)\ (1+i)^{-n} \qquad (1)$$

$$\text{wobei } A = \begin{cases} 1 \text{ für nachschüssig} \\ (1+i) \text{ für vorschüssig} \end{cases}$$

Anmerkungen:
Aus der Formel (1) wird i berechnet, indem man die Newton-Methode anwendet, wobei:

$$i_n = i_{n-1} - \frac{f(i_{n-1})}{f'(i_{n-1})} \qquad (2)$$

Deshalb braucht man für Berechnungen, die PMT und i enthalten, länger als für andere Lösungen. Es ist durchaus möglich, daß Probleme vorliegen können, die mit dieser Methode nicht gelöst werden können. Solche Probleme ergeben üblicherweise eine Fehleranzeige oder das Programm kann einfach unendlich weiterlaufen.
Zinsprobleme mit Restschuldzahlungen und entgegengesetztem Vorzeichen bei periodischen Zahlungen können mehr als eine mathematisch richtige Lösung (oder überhaupt keine Lösung) haben. Man kann zwar mit diesem Programm eine der Antworten finden, aber es zeigt keinen Weg, andere Möglichkeiten zu finden oder aufzuzeigen.

Tabelle

Zulässige Kombination der Variablen	Anwendungen		Anfangsschritte
	Nachschüssig	Vorschüssig	
n, i, PMT, PV (drei eingeben und die vierte berechnen)	Darlehens-tilgung, Diskontierte Wechsel, Hypotheken	Pachten Vermietungen	Benutze GSB 0 oder setze BAL auf Null
n, i, PMT, PV, BAL (vier eingeben und die fünfte berechnen	Darlehens-tilgung mit Restsumme, Diskontierte Wechsel mit Restschuld	Pachten mit Restsummen	Keine
n, i, PMT, FV (drei eingeben und die vierte berechnen)	Tilgungsfonds	Periodische Sparraten, Versicherung	Benutze GSB 0 oder setze PV auf Null
n, i, PV, FV (drei eingeben und die vierte berechnen)	Zinseszins, Sparraten (nachschüssige oder vorschüssige Berechnung hat keinen Einfluß)		Benutze GSB 0 oder setze PMT auf Null

1. Teil: i ist bekannt

01 *LBL0		50 +	
02 CLX		51 CHS	
03 STO3		52 STO4	***
04 STO4	Kennung für Programmschalter 1 für nachschüssig 0 für vorschüssig	53 RTN	– – – – – – – – – – –
05 STO5		54 *LBL5	
06 RC.2		55 GSB9	
07 X=0?		56 RCL4	Berechnet FV(BAL)
08 GTO8		57 +	
09 0		58 RCL8	
10 ST.2		59 ÷	
11 RTN		60 CHS	
12 *LBL8		61 STO5	***
13 1		62 RTN	– – – – – – – – – – –
14 ST.2	– – – – – – – – – – –	63 *LBL9	
15 RTN		64 1	
16 *LBL1		65 ST.1	
17 0		66 RCL2	
18 STO1		67 %	
19 GSB9		68 STO9	Berechnet
20 RCL5		69 +	$\frac{PMT}{i}[1-(1+i)^{-n}]R_1$
21 LSTX	Berechnet n	70 STO7	
22 -		71 RC.2	
23 RCL4		72 X=0?	
24 Pi		73 X≠Y	
25 +		74 ST.1	
26 ÷		75 RCL7	
27 CHS		76 RCL1	
28 LN		77 CHS	
29 RCL7		78 Y^x	
30 LN		79 STO8	
31 ÷		80 RCL5	
32 STO1	– – – – – – – – – – –	81 x	
33 RTN	***	82 ST.3	
34 *LBL3		83 1	
35 1		84 RCL8	
36 STO3		85 -	
37 GSB9	Berechnet PMT	86 ST.0	
38 1/X		87 RCL3	
39 RCL4		88 RCL9	
40 RC.3		89 ÷	
41 +		90 STO0	
42 x		91 RC.1	
43 CHS	– – – – – – – – – – –	92 x	
44 STO3		93 x	
45 RTN	***	94 RTN	
46 *LBL4	Berechnet PV		
47 1			
48 STO4			
49 GSB9			

REGISTER

0 PMT/i	1 n	2 i	3 PMT	4 PV	5 FV(BAL)
6 $n(1+i)^{n-1}$	7 1 + i	8 $(1+i)^{-n}$	9 i/100	.0 $1-(1+i)^{-n}$	.1 1 oder 1 + i
.2 Schalter: 0 oder 1	.3 Besetzt	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

2. Teil: i unbekannt

01 *LBL1	1 für nachschüssig		50 -		
02 1			51 ÷		Berechnet nächsten Näherungswert für i
03 GTO3	– – – – – – – – – – – –		52 CHS		– – – – – – – – – – – –
04 *LBL2			53 GSB9		
05 0	0 für vorschüssig		54 RCL2		
06 *LBL3			55 ÷		
07 ST.2	– – – – – – – – – – – –		56 ABS		
08 0	R_2 wird gelöscht.		57 RC.5		
09 STO2	In R_2 wird i summiert		58 X≤Y?		Prüft Genauigkeits-
10 RCL5			59 GTO8		grenze von i
11 RCL4			60 RCL2		
12 +	$\frac{nPMT + BAL + PV}{n}$		61 RTN		
13 RCL1			62 *LBL9		
14 ÷			63 EEX		– – – – – – – – – – – –
15 RCL3	– – – – – – – – – – – –		64 2		
16 +			65 x		Rechnet i um in % und
17 RCL4	– – – – – – – – – – – –		66 ST+2		addiert Wert zur
18 ÷	Schätzwert für i		67 RTN		Summe in R_2
19 CHS	– – – – – – – – – – – –		68 *LBL0		– – – – – – – – – – – –
20 .			69 1		
21 9			70 ST.1		
22 CHS	Ist Schätzwert kleiner als		71 RCL2		
23 X≤Y?	–0,9, wird –0,9 als Wert		72 %		
24 X≠Y	eingesetzt		73 STO9		
25 GSB9			74 +		Für nachschüssig
26 X=0?	– – – – – – – – – – – –		75 STO7		speichert 1 in $R_{.1}$
27 RTN			76 RC.2		
28 *LBL8			77 X=0?		
29 GSB0	Berechnet f(i)		78 X≠Y		Berechnet
30 +			79 ST.1		$\frac{PMT}{i}[1-(1+i)^{-n}] \times R_1$
31 RCL4	– – – – – – – – – – – –		80 RCL7		
32 +			81 RCL1		
33 RCL8			82 CHS		
34 RCL1			83 Y^x		
35 RCL7	Berechnet f'(i)		84 STO8		
36 ÷			85 RCL5		
37 x			86 x		
38 STO6			87 1		
39 RC.0			88 RCL8		
40 RCL9			89 -		
41 ÷			90 ST.0		
42 -			91 RCL3		
43 RC.1			92 RCL9		
44 x			93 ÷		
45 RCL0			94 STO0		
46 x			95 RC.1		
47 RCL6			96 x		
48 RCL5			97 x		
49 x	f(i)/f'(i)		98 RTN		

REGISTER

0 PMT/i	1 n	2 i	3 PMT	4 PV	5 FV(BAL)
6 $n(1+i)^{-n}-1$	7 $1+i$	8 $(1+i)^{-n}$	9 i/100	.0 $1-(1+i)^{-n}$	.1 -1 oder $1+i$
.2 Schalter: 0 oder 1	.3 Besetzt	.4	.5 10^{-6}	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

1. Teil: i bekannt

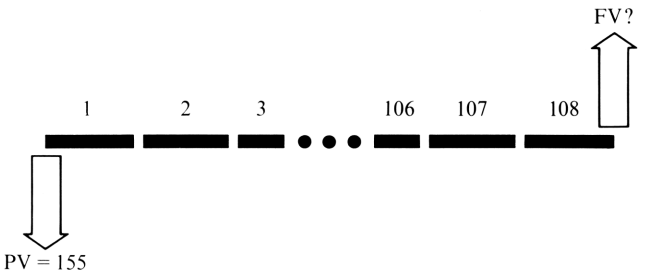
Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Programmschalter: nachschüssig →1.00			
	vorschüssig→0.00		GSB 0	1.00/0.00
3	Eingabe der vorhandenen Werte			
	(i muß bekannt sein)			
	Anzahl der Zahlungsperioden	n	STO 1	n
	Periodenzinssatz	i (%)	STO 2	i (%)
	Periodischer Betrag (Annuität)	PMT	STO 3	PMT
	Gegenwärtiger (Bar-) oder Anfangswert	PV	STO 4	PV
	Zukünftiger (End-)Betrag, Restschuld oder			
	Resttilgungssumme	FV (BAL)	STO 5	FV (BAL)
4	Berechnen der gesuchten Werte			
	Anzahl der Zahlungsperioden		GSB 1	n
	Periodischer Betrag, Annuität		GSB 3	PMT
	Gegenwärtiger (Bar-) oder Anfangswert		GSB 4	PV
	Zukünftiger (End-)Betrag, Restschuld oder			
	Resttilgungssumme		GSB 5	FV (BAL)
6	Für eine neue Berechnung gehe nach 3			
	und ändere passende Werte. Für nicht			
	benötigte Werte in der neuen Rechnung			
	geben Sie Nullen ein			

2. Teil: i unbekannt

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Eingabe der bekannten Werte			
	(0 für nicht benutzte Werte)			
	Anzahl der Zahlungsperioden	n	STO 1	n
	Periodischer Betrag, Annuität	PMT	STO 3	PMT
	Gegenwärtiger (Bar-) oder Anfangswert	PV	STO 4	PV
	Zukünftiger (End-)Betrag, Restschuld			
	oder Resttilgungssumme	FV (BAL)	STO 5	FV (BAL)
	Genauigkeit für i (z.B. $\varepsilon = 10^{-6}$)	ε	STO .5	ε

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
3	Berechne Perioden-Zinssatz			
	falls nachschüssig		GSB 1	i (%)
	falls vorschüssig		GSB 2	i (%)
4	Für neue Rechnung gehe nach Schritt 2			

Beispiel 1:
Sie zahlen DM 155,– auf ein Sparkonto ein. Die Einlage wird zu 5¾% verzinst, wobei die Zinsen dem Konto monatlich gutgeschrieben werden. Auf welchen Betrag ist Ihre Einlage nach Ablauf von neun Jahren angewachsen (nachschüssig)?

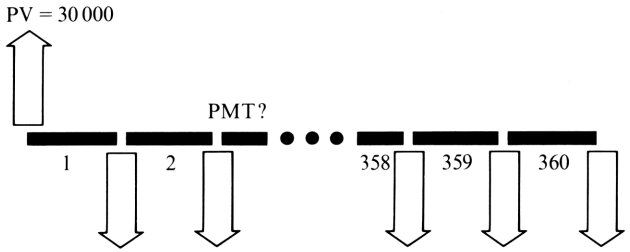


Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
Programm Teil 1		
GSB 0	→ 1.00	(nachschüssig)
9 ENTER↑ 12 × STO 1	→ 108.00	(Zahl der monatl. Zinsperioden)
5.75 ENTER↑ 12 ÷ STO 2	→ 0.48	(monatl. Zinssatz in %)
155 CHS STO 4	→ –155.00	(Einlage)
GSB 5	→ 259.74	(FV = Endbetrag nach 9 Jahren)

Wenn sich der Zinssatz auf 6% erhöht, welche Endsumme wird dann erreicht?

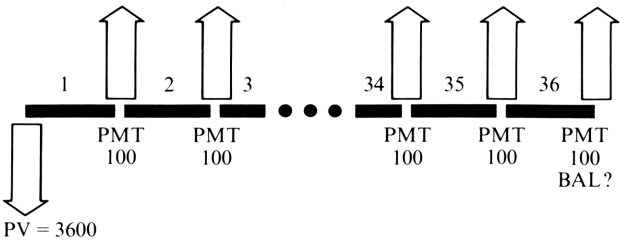
6 ENTER↑ 12 ÷ STO 2	→ 0.50	(monatl. Zinssatz in %)
GSB 5	→ 265.62	(FV = Endbetrag nach 9 Jahren)

Beispiel 2:
Sie erhalten von Ihrer Bank eine Hypothek von 30 000 DM mit einem Jahreszinssatz von 9% und einer Laufzeit von 30 Jahren. Wie hoch sind die monatlichen Raten zur Tilgung dieser Hypothek?



Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
GSB 0	1.00	(nachschüssig)
30 ENTER↑ 12 × STO 1	360.00	(Anzahl der monatl. Raten)
9 ENTER↑ 12 ÷ STO 2	0.75	(monatl. Zinssatz in %)
30000 STO 4	30000.00	(PV = Hypothek)
GSB 3	–241.39	(PMT = monatl. Tilgungsrate)

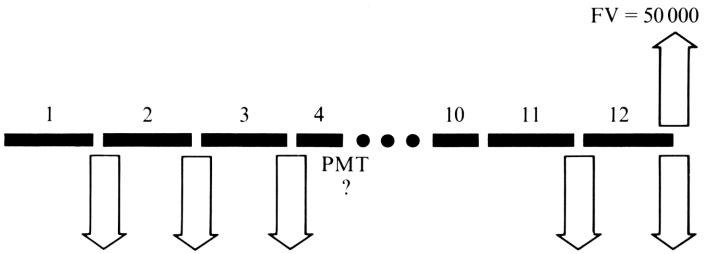
Beispiel 3:
Zwei Personen treffen eine Darlehensvereinbarung mit einer Resttilgungssumme. Die Höhe des Darlehens beträgt 3600,– DM und es wird vereinbart, daß dieses Darlehen mit 36 monatlichen Zahlungen in Höhe von 100,– DM bei einem Jahreszinssatz von 10% getilgt werden soll. Wie groß ist die mit der 36. Zahlung fällige Resttilgungssumme, um die Darlehensvereinbarung zu erfüllen?
(Beachten Sie, daß sich das untenstehende Diagramm auf den Darlehensgeber bezieht. Für den Darlehensnehmer muß das entsprechende Diagramm mit genau umgekehrten Richtungspfeilen gezeichnet werden.)



Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
Programm Teil 1		
GSB 0 ⟶	1.00	(nachschüssig)
36 STO 1, 10 ENTER↑		
12 ÷ STO 2, 100 STO 3		
3600 CHS STO 4 GSB 5 ⟶	675.27	(BAL = Resttilgungssumme)

(Beachten Sie, daß die letzte Zahlung DM 675,27 + DM 100,– = DM 775,27 beträgt, da die letzte Zahlung mit dem Ende der letzten Zahlungsperiode zusammenfällt.)

Beispiel 4:
Ein Unternehmen hat festgestellt, daß ein bestimmter Ausrüstungsgegenstand DM 50 000,– kostet und in 3 Jahren benötigt wird. Voraussetzung dafür ist, daß ein Tilgungsfonds mit einem Zinssatz von 7% und vierteljährlicher Verzinsung verfügbar ist. Wie hoch sind die vierteljährlichen nachschüssigen Einzahlungen, um die Anschaffungskosten aus dem Tilgungsfonds zu entnehmen.



Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
Programm Teil 1		
GSB 0 ⟶	1.00	(nachschüssig)
3 ENTER↑ 4 × STO 1, 7 ENTER↑		
4 ÷ STO 2, 50000 STO 5, GSB 3	–3780.69	(PMT = monatl. Einzahlungen)

Wie hoch müßte eine einmalige Einzahlung sein, die sofort gemacht würde und die gleiche Wirkung hätte?

0 STO 3 GSB 4 ⟶	–40602.89	(PV = einmalige Einzahlung)

Mit Hilfe dieses Programms können Sie die anfallenden Zinsanteile sowie die jeweilig verbleibende Restschuld berechnen. Die anfallenden Zinsanteile zwischen zwei Zeitpunkten, n_1 und n_2, sind genau gleich den in

diesem Zeitraum gemachten Zahlungen abzüglich der Kapitalminderung im gleichen Zeitraum. Die Kapitalminderung ist die Differenz der verbleibenden Restschuld für die beiden Zeitpunkte. Das folgende Beispiel veranschaulicht die obigen Begriffe.

Beispiel 5:
Berechnen Sie für ein Darlehen von DM 50 000,– bei einem Jahreszinssatz von 9,5% und einer Laufzeit von 360 Monaten die verbleibende Restschuld nach der 24. Zahlung und die angefallenen Zinsen für die 13. bis 24. Zahlung, d.h. zwischen der 12. und 24. Zahlung!
Zuerst müssen wir den periodisch zu zahlenden Ratenbetrag auf dieses Darlehen berechnen:

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
Programm Teil 1		
GSB 0 ⟶	1.00	(nachschüssig)
360 STO 1 9.5 ENTER↑ 12 ÷ STO 2		
50000 CHS STO 4 GSB 3 ⟶	420.43	(Rate)

Die verbleibende Restschuld wird berechnet:

24 STO 1 GSB 5 ⟶	49352.76	(Verbleibende Restschuld nach 24 Monaten)

Speichern dieser verbleibenden Restschuld und berechnen der Restschuld nach 12 Perioden:

STO • 4 12 STO 1 GSB 5 ⟶ 49691.68

Die Kapitalminderung zwischen den Zahlungen 12 und 24 beträgt:

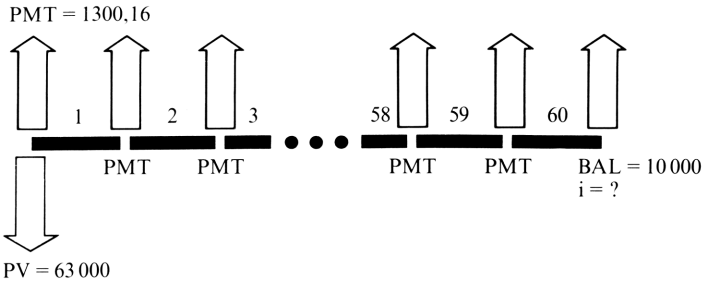
RCL • 4 − ⟶ 338.92

Die angefallenen Zinsen ergeben aus 12 Raten abzüglich der Kapitalminderung:

RCL 3 12 × ⟶	5045.13	(12 Raten)
x≷y − ⟶	4706.20	(Zinssumme 13. bis 24. Zahlung)

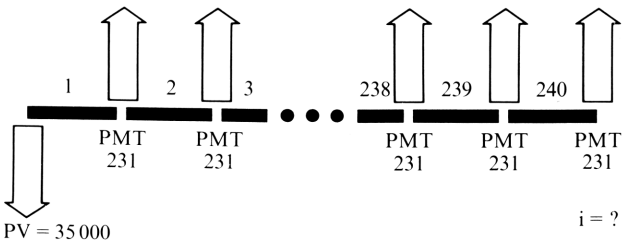
Beispiel 6:
Ein Leasing-Unternehmen erwägt den Kauf eines Minicomputers zum Preis von DM 63 000,– und beabsichtigt, eine bestimmte Jahresrendite dadurch zu erreichen, daß sie den Rechner einem Kunden für einen Zeitraum von 5 Jahren vermietet. Der Rechner bleibt Eigentum des Leasing-Unternehmens, welches erwartet, daß sie den Rechner nach Ablauf der Mietdauer für mindestens DM 10 000,– verkaufen kann.

Wenn die monatlichen Mietraten DM 1300,16 betragen, so ist die jährliche Rendite zu ermitteln. Da Mieten am Anfang der Zahlungsperioden zu zahlen sind, ist diese Rechnung vorschüssig durchzuführen.



Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
Programm Teil 2		
5 ENTER↑ 12 ⊠ STO 1,		
1300.16 STO 3, 63000 CHS STO 4,		
10000 STO 5, EEX CHS 6 STO • 5	1.00 –06 (ε)	
GSB 2 ⟶	1.08	(monatl. Zinsrate %)
12 ⊠ ⟶	13.00	(jährl. Zinsrate %)

Beispiel 7:
Die jährliche Auszahlung einer Rente von DM 231,– für 20 Jahre erfordert eine einmalige Einzahlung von DM 35 000,–. Welcher Jahreszinssatz wird hierfür benötigt?



Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
Programm Teil 2		
20 ENTER↑ 12 ⊠ STO 1 ⟶	240.00	(Anzahl der Monatsraten)

231 STO 3	231.00		(monatl. Rente)
35000 CHS STO 4	−35000.00		(einmalige Einzahlung)
0 STO 5	0.00		(FV = 0)
EEX CHS 6 STO • 5	1.00	−06	(ε)
GSB 1	0.42		(0,42% monatl.)
12 ×	5.00		(5% Jahres-zinssatz)

Beispiel 8:
Wir nehmen an, daß Sie heute auf einer Bank DM 100,– einzahlen und der Betrag nach 3 Jahren auf DM 116,08 angewachsen ist. Wie groß ist der jährliche Zinssatz, wenn Ihr Geld vierteljährlich verzinst wird?

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**		
Programm Teil 2			
3 ENTER↑ 4 × STO 1, 0 STO 3,	0.00		
100 CHS STO 4, 116.08 STO 5	116.08		
EEX CHS 6 STO • 5	1.00	−06	(ε)
GSB 1	1.25		(vierteljährlicher Zinssatz %)
4 ×	5.00		(jährl. Zinssatz %)

Cash-Flow-Analyse (Kapitalwertmethode)

Nimmt man einen geforderten Mindestertrag (Kapitalkosten, Diskontsatz) an, so findet dieses Programm den Kapitalwert der zukünftigen Cash Flows, die durch die Geldanlage entstehen, und subtrahiert die Anfangsinvestition von diesem Betrag. Wenn der sich ergebende «Gegenwärtige Nettowert» (Kapitalwert) ein positiver Wert ist, übersteigt die Investition die angenommenen Gewinnforderungen. Wenn der sich ergebende Kapitalwert negativ ist, ist die Investition bezüglich des geforderten Ertrages nicht profitabel. Ist der Kapitalwert Null, entspricht die Investition den Gewinnforderungen.
Die den Tasten GSB 3 zugeordnete Funktion wurde entwickelt, um Berechnungen zu erleichtern, in denen aufeinander folgende Cash Flows gleich sind. Man gibt die Anzahl der gleichen, periodischen Cash Flows mit GSB 3 ein und dann den Betrag nur einmal mit GSB 4. Das Programm setzt automatisch 1 für Anzahl der Cash Flows ein. Für einzelne Cash Flows braucht man gar keine Anzahl einzugeben.
Für alle Zeiträume ohne Cash Flow muß Null eingegeben werden. Übersteigen in einer Periode die Investitionsauszahlungen die -einzahlungen (zusätzliche Anlage, Verlust usw.), muß der entsprechende Cash Flow negativ mit CHS eingegeben werden. Benutzte Formel:

Benutzte Formel:

$$NPV_k = -INV + \sum_{k=1}^{n} \frac{CF_k}{(1 + i)^k}$$

wobei:
n = Anzahl der Cash Flows
CF_k = k^{ter} Cash Flow
NPV_k = Gegenwärtiger Nettowert (Kapitalwert) nach k^{tem} Cash Flow

01	*LBL1		50	R↓	
02	CHS		51	RTN	***
03	STO1		52	*LBL5	
04	0	$-NPV \rightarrow R_1$	53	RCL9	Anzeige Σn
05	STO9	$0 \rightarrow R_9$	54	RTN	
06	1	$1 \rightarrow R_3$			
07	STO3				
08	RCL1				
09	CHS				
10	RTN				
11	*LBL2				
12	EEX				
13	2				
14	÷	$\frac{i}{100} \rightarrow R_2$			
15	STO2				
16	LSTX				
17	x				
18	RTN				
19	*LBL3				
20	STO3	$\# \rightarrow R_3$			
21	RTN				
22	*LBL4				
23	STO4				
24	1				
25	RCL2				
26	+				
27	RCL3				
28	ST+9	Berechnet Kapitalwert der			
29	Y^x	Reihe von Cash Flows			
30	STO5				
31	RCL1				
32	x				
33	RCL5				
34	1				
35	-				
36	RCL2				
37	÷				
38	RCL4				
39	x				
40	+				
41	STO1				
42	1				
43	RCL2				
44	+				
45	RCL9				
46	Y^x				
47	÷	n rücksetzen auf 1			
48	1				
49	STO3				

REGISTER

0	1 NPV	2 i/100	3 #	4 CF	5 $(1+i)^n$
6	7	8	9 Σn	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Eingeben:			
	Anschaffungswert der Investition	INV	GSB 1	INV
	Periodischer Kalkulationszinsfuß	i (%)	GSB 2	i (%)

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
3	Eingabe der Anzahl gleicher Cash Flows			
	falls größer als 1	#	GSB 3	#
4	Eingabe der Cash-Flow-Beträge und			
	berechnen des Kapitalwertes	CF	GSB 4	NPV
5	(Auf Wunsch): Anzeige der Gesamtzahl			
	der bisher eingetasteten Cash Flows		GSB 5	n
6	Zur Eingabe des/der nächsten Cash Flow(s)			
	gehe nach Schritt 3			
7	Für eine neue Rechnung gehe nach Schritt 2			

Beispiel 1:
Ein Anleger hat die Gelegenheit, DM 70 000,– in ein Projekt zu investieren. Ist die Investition für den Anleger lohnend, wenn bei nachfolgend erwarteten Cash Flows der Kalkulationszinsfuß (geforderte Ertragsrate) 13,75% beträgt?

Ende des Jahres	Cash Flow (DM)
1	14 000
2	11 000
3	10 000
4	10 000
5	10 000
6	9 100
7	9 000
8	9 000
9	4 500
10	71 000

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
70000 GSB 1 13.75 GSB 2 →	13.75	
14000 GSB 4 →	–57692.31	(NVP nach 1 Cash Flow)
11000 GSB 4 →	–49190.92	(NPV nach 2 Cash Flows)
3 GSB 3 10000 GSB 4 →	–31172.57	(NPV nach 5 Cash Flows)
9100 GSB 4 →	–26971.76	(NPV nach 6 Cash Flows)
2 GSB 3 9000 GSB 4 →	–20108.39	(NPV nach 8 Cash Flows)

GSB 5	→ 8.00	(Abfrage der Anzahl eingegebener Cash Flows, bis jetzt 8 Cash Flows)
4500 GSB 4	→ −18696.99	(NPV nach 9 Cash Flows)
71000 GSB 4	→ 879.93	(NPV nach 10 Cash Flows)

Da der Kapitalwert nach dem 10. Cash Flow (NPV_{10}) positiv ist, ist die Investition in bezug auf den Kalkulationszinsfuß von 13,75% rentabel.

Beispiel 2:
Ein Unternehmen braucht ein neues Fotokopiergerät und erwägt statt Kauf des Gerätes dieses zu mieten. Jede der beiden Möglichkeiten ergeben folgende Jahresnettokosten:

Kauf

Ende des Jahres	Nettokosten DM
1	533
2	948
3	1375
4	1815
5	2270
Gesamtnettokosten	6941

Miete

Ende des Jahres	Nettokosten DM
1	1310
2	1310
3	1310
4	1310
5	1310
Gesamtnettokosten	6550

Betrachtet man die Gesamtkosten, so erscheint die Miete günstiger. Aber beim Kauf fallen in den ersten beiden Jahren geringere Kosten an. Der Besitzer des Unternehmens weiß, daß jede DM, die er in das Geschäft steckt, 15% Ertrag bringt. Je eher er das Geld reinvestieren kann, desto eher verdient er 15%. Deshalb entschließt er sich den zeitlichen Verlauf der Kosten zu berücksichtigen und die Cash Flows zu 15% zu diskontieren, um den Kapitalwert der beiden Alternativen zu ermitteln. Welche Möglichkeit sollte gewählt werden?

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**
Kaufen	
0 GSB 1 15 GSB 2 533 GSB 4	→ 463.48

948 GSB 4 1375 GSB 4 1815 GSB 4 3122.12
2270 GSB 4 ——————————→ 4250.71

Mieten
0 GSB 1 5 GSB 3 1310 GSB 4 → 4391.32

Miete (Leasing) verursacht Kapitalwertkosten von DM 4391,32, Kauf dagegen nur von DM 4250,71. Da beides Ausgabeposten sind, ist der niedrigste Kapitalwert der günstigere. In diesem Fall ist also der Kauf des Gerätes die kostengünstigere Alternative.

Kalender-Funktionen

Für den Zeitraum vom 1. März 1900 durchgehend bis zum 28. Februar 2100 berechnet dieses Programm Daten und Tage.
Wenn ein Datum gegeben ist, berechnet der erste Teil des Programms eine zugehörige Tageszahl vom oben angegebenen Datum aus. Benutzt man dieses Programm für zwei Daten, kann die Anzahl der Tage zwischen diesen Daten gefunden werden.
Der zweite Teil errechnet aus einer Tageszahl das entsprechende Datum.
Der dritte Teil berechnet den Wochentag aus einer gegebenen Tageszahl.
Benutzt man die ersten beiden Teile zusammen, kann ein zweites Datum ausgehend von einem Datum und einer vorgegebenen Anzahl von Tagen berechnet werden (siehe Beispiel).
Ein Datum muß in der Form mm.ddyyyy (MM.TTJJJJ) eingegeben werden. Zum Beispiel wird der 3. Juni 1975 als 6.031975 eingetastet. Es ist wichtig, daß die Null zwischen dem Dezimalpunkt und dem Tag des Monats eingefügt wird, wenn der Tag des Monats unter 10 liegt. Der Wochentag wird durch die Ziffern 0 bis 6 dargestellt, wobei der Sonntag die Null ist.

Benutzte Formeln:
Die dem Datum (Monat m, Tag d und Jahr y) zugeordnete Tageszahl wird nach der folgenden Formel berechnet:

Tageszahl = Julianische Tageszahl – 1720982

Julianische Tageszahl: INT(365.25 y') + INT(30.6001 m') + d + 1720982
wobei:

$$y' = \begin{cases} y-1, \text{ falls } m = 1 \text{ oder } 2 \\ y, \text{ falls } m > 2 \end{cases}$$

$$m' = \begin{cases} m + 13, \text{ falls } m = 1 \text{ oder } 2 \\ m + 1, \text{ falls } m > 2 \end{cases}$$

Die Julianische Tageszahl ist eine astronomische Übereinkunft, die die Anzahl der Tage seit dem 1. Januar 4713 v.Chr. darstellt.

Die Anzahl der Tage zwischen einzelnen Daten wird dann wie folgt berechnet:

Anzahl der Tage = $\text{Tageszahl}_2 - \text{Tageszahl}_1$

Das Datum wird aus einer Tageszahl folgendermaßen berechnet:

$$y' = \text{INT}\left[\frac{\text{Tageszahl} - 122{,}1}{365{,}25}\right]$$

$$m' = \text{INT}\left[\frac{\text{Tageszahl} - \text{INT}(365{,}25\, y')}{30{,}6001}\right]$$

Tag d = Tageszahl – INT [365,25 y'] – INT [30.6001 m']

$$\text{Monat } m = \begin{cases} m' - 13, \text{ falls } m' = 14 \text{ oder } 15 \\ m' - 1, \text{ falls } m' < 14 \end{cases}$$

$$\text{Jahr } y = \begin{cases} y', \text{ falls } m > 2 \\ y' + 1, \text{ falls } m = 1 \text{ oder } 2 \end{cases}$$

Um den Wochentag zu berechnen: Wochentag = 7 × FRAC [(Tageszahl + 5)/7]

Anmerkung:
Das Programm überprüft nicht, ob ein gültiges Datum eingegeben worden ist.

01	*LBL1		50	STO9	
02	ENT↑		51	RCL1	
03	INT	Zerlegt das Datum in die	52	x	
04	STO7	einzelnen Teile	53	INT	
05	-	mm, dd, yyyy	54	ST-6	
06	EEX		55	RCL6	Berechnet m'
07	2		56	RCL2	
08	x		57	÷	
09	ENT↑		58	INT	
10	INT		59	STO7	- - - - - - - - - - - -
11	STO8		60	RCL6	
12	-		61	X≠Y	
13	EEX		62	RCL2	Berechnet d
14	4		63	x	
15	x	- - - - - - - - - - - -	64	INT	
16	STO9		65	-	
17	RCL7	m + 1	66	STO8	- - - - - - - - - - - -
18	1	- - - - - - - - - - - -	67	RCL7	
19	+		68	1	
20	ENT↑		69	RCL8	Der Teil (m' – 1).dd
21	1/X	m + 1→m'	70	%	wird zusammengesetzt
22	.	y→y'	71	-	
23	7		72	-	- - - - - - - - - - - -
24	+		73	RCL7	
25	CHS	- - - - - - - - - - - -	74	1	
26	INT		75	4	
27	ST+9		76	÷	Korrigiert m' – 1 und y'
28	RCL4	Falls der Absolutwert	77	INT	zu m und y
29	x	1 oder größer ist, dann	78	ST+9	
30	-	y = y ± 1	79	RCL4	
31	RCL2	m = m ± 2	80	x	
32	x		81	-	
33	INT		82	RCL9	- - - - - - - - - - - -
34	RCL9	- - - - - - - - - - - -	83	EEX	
35	RCL1		84	6	
36	x		85	÷	Setzt das gesamte Datum
37	INT		86	+	mm.ddyyyy zusammen
38	+	Berechnet Tageszahl	87	FIX6	und zeigt es an
39	RCL8		88	RTN	
40	+		89	*LBL3	- - - - - - - - - - - -
41	FIX0		90	5	
42	RTN	- - - - - - - - - - - -	91	+	
43	*LBL2		92	7	
44	STO6		93	÷	Berechnet aus der
45	RCL3	Berechnet y'	94	FRC	Tageszahl den Wochentag
46	-		95	7	
47	RCL1		96	x	
48	÷		97	RTN	
49	INT				
		- - - - - - - - - - - -			

REGISTER

0	1 365.25	2 30.6001	3 122.1	4 12	5
6 Tageszahl	7 m	8 d	9 y	.0	.1 Besetzt
.2 Besetzt	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Eingabe der Konstanten	365.25	STO 1	365.25
		30.6001	STO 2	30.6001
		122.1	STO 3	122.1
		12	STO 4	12
3	Zur Berechnung der Tageszahl gehe nach 4			
	Zur Berechnung des Datums aus Tageszahl			
	gehe nach 4 und 7			
	Zur Berechnung des Wochentages			
	gehe nach 4 und 9			
4	Datum eingeben und Tageszahl berechnen	Datum mm.ddyyyy	GSB 1	Tageszahl
5	Wiederhole Schritt 4 für anderes Datum			
6	Zur Berechnung der Anzahl der Tage			
	zwischen Datum 1 und Datum 2 ist die			
	Tageszahl für jedes einzelne Datum zu			
	berechnen und dann die Differenz zu bilden	Datum 1	GSB 1	Tageszahl 1
			STO .1	Tageszahl 1
		Datum 2	GSB 1	Tageszahl 2
			RCL .1	Tageszahl 1
			–	Differenz
7	Tageszahl eingeben und Datum berechnen	Tageszahl	GSB 2	Datum mm.ddyyyy
8	Wiederhole Schritt 7 für eine andere			
	Tageszahl			
9	Tageszahl eingeben und Wochentag			
	berechnen, (0 = Sonntag)	Tageszahl	GSB 3	Wochentag 0...6
10	Wiederhole Schritt 9 für eine andere			
	Tageszahl			
11	Für eine neue Rechnung gehe nach 3			

Beispiel 1:
Oberleutnant Juri Gagarin flog mit der Wostok I am 12. April 1961 in den Weltraum. Am 21. Juli 1969 betrat Neil Armstrong den Mond. Wieviele Tage sind zwischen dem ersten bemannten Raumflug und der Mondlandung vergangen? An welchem Wochentage fand jedes der beiden Ereignisse statt?

Tasten Sie:		**Anzeige/Ausdruck:**	
365.25 STO 1 30.6001 STO 2 122.1 STO 3 12 STO 4			
4.121961 GSB 1 STO • 1	→	716420.	(Tageszahl 1)
7.211969 GSB 1 STO • 2	→	719442.	(Tageszahl 2)
RCL • 1 −	→	3022.	(Anzahl der Tage)
RCL • 1 GSB 3	→	3.	(Mittwoch)
RCL • 2 GSB 3	→	1.	(Montag)

Beispiel 2:
Ein Wechsel ist in 200 Tagen fällig. Welches ist das Fälligkeitsdatum*, wenn das Ausstellungsdatum der 11. Juni 1976 ist?

Tasten Sie:		**Anzeige/Ausdruck:**	
6.111976 GSB 1	→	721959.	
200 +	→	722159.	
GSB 2	→	12.281976	(28. Dez. 1976)

* Zuerst wird für das bekannte Datum eine Tageszahl berechnet, dann die Anzahl der Tage (200) dazugezählt und diese neue Tageszahl wird in ein Datum umgewandelt.

Einige Versicherungsgesellschaften benutzen einen Kalender mit 30/360 Tagen, während dieses Programm alle Berechnungen durchführt, indem es die tatsächliche Anzahl von Kalendertagen benutzt. Benutzen Sie das Programm nicht für Finanzprobleme, es sei denn, Sie sind sicher, daß für die Berechnung die tatsächlichen Kalendertage einzusetzen sind.

MEDIZIN

Körperoberfläche

Mit Hilfe dieses Programms kann man die Körperoberfläche (body surface area = BSA) entweder nach der Dubois- oder nach der Boyd-Formel berechnen, wobei es dem Benutzer überlassen bleibt, welche Methode er bevorzugt. Wenn die Herzleistung bekannt ist, kann auch der Herzindex (cardioc index = CI) berechnet werden.
Die Dubois-Formel ist ungenau und sollte nicht bei Kindern benutzt werden, deren Körperoberfläche weniger als 0,6 m^2 groß ist. Wenn das Ergebnis weniger als 0,6 m^2 beträgt, wende man stattdessen die Boyd-Formel an.
Eingegeben werden die Größe und das Gewicht des Patienten – entweder in metrischen oder in englischen Einheiten – und, falls erwünscht, die Herzleistung (cardiac output = CO). Wenn die Maßangaben in englischen Einheiten (Zoll und Pfund) gemacht werden, müssen die Daten als negative Werte eingegeben werden und das Programm wandelt sie automatisch in metrische Einheiten (cm und kg) um.

Verwendete Formeln:

Dubois-Formel: $BSA\ (m^2) = Ht\ (cm)^{0,725} \cdot Wt\ (kg)^{0,425} \cdot 71,84 \cdot 10^{-4}$

Boyd-Formel: $BSA\ (m^2) = 3,207 \cdot Wt(gm)^{(0,7285-0,0188\ \log\ Wt)} \cdot Ht(cm)^{0,3} \cdot 10^{-4}$

Herz-Index (CI): $CI = CO(l/min)/BSA(m^2)$

Anmerkungen:
Die Größe (Ht) und das Gewicht (Wt) können entweder in metrischen oder in englischen Einheiten eingegeben werden. Wenn englische Einheiten verwendet werden, müssen sie negativ eingegeben werden, indem man **CHS** drückt, nachdem die Zahl eingetastet wurde. Drücken Sie **GSB** 1, wenn das BSA nach der Methode Dubois berechnet wird, oder **GSB** 2 für die Boyd-Formel. Wenn man die Methoden abwechselnd verwenden will, müssen die Daten jeweils wieder neu eingetastet werden. Die Werte für das BSA werden bei der Dubois-Methode in Register 1 gespeichert und bei der Boyd-Methode in Register 2. Sie können wieder abgerufen werden, wenn sie gebraucht werden.
Um den Herz-Index (CI) zu berechnen, suche man das BSA aus, das nach der gewünschten Methode berechnet wurde, und rufe es vom Speicher ab. Dann gebe man die Herzleistung (CO) ein und drücke **GSB** 3.

01	*LBL1		50	3	
02	GSB0		51	1	
03	RCL8	Berechnet BSA	52	1	
04	.	mit der Dubois-Methode	53	8	
05	7		54	÷	
06	2		55	STO2	
07	5		56	RTN	***
08	Y^x		57	*LBL3	CO eingeben und
09	RCL9		58	X≷Y	CI berechnen
10	.		59	÷	
11	4		60	RTN	***
12	2		61	*LBL0	
13	5		62	X<0?	
14	Y^x		63	GSB9	Ist Größe- und
15	x		64	STO9	Gewichtseingabe
16	1		65	R↓	metrisch oder englisch?
17	3		66	X<0?	
18	9		67	GSB8	
19	.		68	STO8	
20	2		69	RTN	
21	÷		70	*LBL9	
22	STO1	***	71	CHS	Gewicht in metrische
23	RTN		72	2	Einheiten umwandeln
24	*LBL2		73	.	
25	GSB0	Berechnet BSA	74	2	
26	RCL8	mit der Boyd-Methode	75	÷	
27	.		76	RTN	
28	3		77	*LBL8	Größe in metrische
29	Y^x		78	CHS	Einheiten umwandeln
30	RCL9		79	2	
31	EEX		80	.	
32	3		81	5	
33	x		82	4	
34	ENT↑		83	x	
35	LOG		84	RTN	
36	.				
37	0				
38	1				
39	8				
40	8				
41	x				
42	.				
43	7				
44	2				
45	8				
46	5				
47	-				
48	Y^x				
49	÷				

REGISTER

0	1 BSA (Dubois)	2 BSA (Boyd)	3	4	5
6	7	8 Ht	9 Wt	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Größe des Patienten eingeben (Ht)	Größe (cm od. Zoll)	↑	
3	Gewicht des Patienten eingeben (Wt)	Gewicht (kg oder lbs)		
4	Berechnen Sie die BSA			
	nach Dubois-Formel		GSB 1	BSA (m^2)
	nach Boyd-Formel		GSB 2	BSA (m^2)
	Anmerkung: Geben Sie die Daten erneut			
	ein, ehe Sie die Berechnung wieder nach			
	der anderen Methode durchführen			
5	Berechnen Sie den Herz-Index (CI)			
	Hole gewünschte BSA aus dem Speicher	BSA, Dubois	RCL 1	BSA (m^2)
	oder	BSA, Boyd	RCL 2	BSA (m^2)
	Geben Sie Herzleistung (CO) ein	CO, l/min	GSB 3	CI (l/min/m^2)

Beispiel:
Ein Patient hat folgende Größe und folgendes Gewicht:

Größe Ht = 60 Zoll oder 152,40 cm
Gewicht Wt = 100 lbs oder 45,45 kg

Berechnen Sie die BSA sowohl nach der Dubois- als auch nach der Boyd-Methode, wenn die Herzleistung CO = 5 l/min ist. Berechnen Sie den Herzindex unter Verwendung der BSA nach Dubois.

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
60 CHS ENTER↑		
100 CHS GSB 1 →	1.39	m^2 (BSA Dubois)
152.4 ENTER↑		
45.45 GSB 2 →	1.40	m^2 (BSA Boyd)
RCL 1 →	1.39	m^2 (BSA Dubois)
5 GSB 3 →	3.59	(CI Dubois)

Lungenfunktionen und Leistungsfähigkeit (Vitalkapazität)

Dieses Programm zum Testen der Lungenfunktionen sieht Berechnungen vor, die die vorhergesagten und prozentualen Werte für die Leistungsfähigkeit (VC), Ausatmungsvolumen nach 1 Sekunde (FEV_1), maximale Ausatmungsrate (MEFR), maximales Atmungsvolumen nach 12 Sekunden (MVV_{12}), Restvolumen (RV), Gesamt-Lungenkapazität (TLC), funktionale Restkapazität (FRC) und erzwungener Ausatmungsfluß (FEF) von 25% bis 75%.
Die Berechnungen werden für männliche und weibliche Patienten getrennt ausgeführt, wobei die Größe und das Alter des Patienten angegeben werden.

Gleichungen:
Alle Funktionen (mit zwei Ausnahmen) werden von einer Generalgleichung berechnet, die folgende Form hat:

(A: Größe [cm]) – (B: Alter [Jahre]) – C
wobei A, B und C in Tabelle I aufgeführte Konstanten sind.

Die Ausnahmen sind:
Weibliche TLC: Wenn die Patientin größer ist als 174 cm (68,5 Zoll), addiere man 1 cm zur Größe vor der Berechnung.

Vorhergesagter FEF bei weiblichen Patienten:
(A: Größe [cm]) – (B: Alter [Jahre]) – (0,00005: Alter^2 [Jahre]) – C

25% VC = 0,25 VC
75% VC = 0,75 VC
$\Delta t = t_{75\%} - t_{25\%}$
Gemessener FEF = $(0{,}5 \cdot VC)/\Delta t$

Literatur:
Morris, J.F., Koski, A., Johnson, L.C., American Rev. Resp. Dis., 1971, *103,* 57.
Bates, et. al., Respiratory Function in Disease, W.G. Saunders Co., 1971.

Tabelle I:
Konstanten für die Berechnung der vorausgesagten Werte

	Weiblich			Männlich		
	A	B	C	A	B	C
Vorausgesagte VC	0,045	0,024	2,852	0,058	0,025	4,24
Vorausgesagtes FEV_1	0,035	0,025	1,932	0,036	0,032	1,26
Vorausgesagte MEFR	0,057	0,036	2,532	0,043	0,047	–2,07
Vorausgesagtes MVV_{12}	0,762	0,81	6,29	0,9	1.51	–27,0
Vorausgesagtes RV	0,024	–0,012	2,63	0,03	–0,015	3,75
Vorausgesagte TLC*	0,078	0,01	7,36	0,094	0,015	9,17
Vorausgesagte FRC	0,047	0,00	4,86	0,051	0,00	5,05
Vorausgesagter FEF	0,02	0,03	–1,3	0,02	0,04	–2,0

Instruktionen für den Benutzer im Einzelnen:
Tasten Sie das Programm ein. Dann tasten Sie die Größe des Patienten in Zentimetern oder Zoll ein (wenn in Zoll, als negative Zahl eingeben) und drücken Sie GSB 1. Dann tasten Sie das Alter des Patienten ein und drücken GSB 2. Nun kann jeder der vorausgesagten Werte berechnet werden, indem man die dazugehörenden Konstanten A, B und C aus Tabelle I eingibt und GSB 3* drückt. Der vorausgesagte Wert der Funktion wird angezeigt. Tasten Sie den gemessenen Wert der Funktion ein und drücken Sie R/S, um den Prozentsatz des vorausgesagten Wertes zu erhalten.

* **Anmerkung:** Denken Sie daran, bei weiblichen Patienten, die größer als 174 cm sind, einen Zentimeter zur Größe hinzu zuzählen, ehe Sie die TLC berechnen, dann geben Sie den richtigen Wert für die Größe ein, ehe Sie die Berechnungen der anderen Funktionen fortsetzen.

Die gemessene FEF-Rate bei den 25%- und 75%-Punkten eines Spirogramms und der vorausgesagte Wert sowie der Prozentsatz desselben werden folgendermaßen berechnet: Geben Sie A, B und C aus der Tabelle I ein, dann drücken Sie GSB 4. Der vorausgesagte FEF wird angezeigt. Tasten Sie die Leistungsfähigkeit (VC) ein, wie sie im Spirogramm gemessen wurde, und drücken Sie R/S. In der Anzeige steht dann 25% VC. Lesen Sie die gemessene Zeit für dieses Volumen vom Spirogramm ab, tasten diese Zeit in Sekunden ein und drücken R/S.

In der Anzeige erscheint nun 75% VC. Bestimmen Sie die Zeit bei diesem Volumen vom Spirogramm, tasten sie ein und drücken [R/S]. Nun wird der gemessene FEF angezeigt. Drückt man [R/S] noch einmal, so wird der Prozentsatz des vorausgesagten FEF angezeigt. Auf Wunsch kann der vorausgesagte FEF durch Drücken von [R/S] oder [RCL] [0] zurückgerufen werden.

01	*LBL1		50	7	Eingabe Δt C .75 VC
02	X<0?		51	5	
03	GSB0	Speichert Größe	52	x	
04	STO4		53	RTN	Berechnet
05	RTN		54	X≷Y	gemessene FEF
06	*LBL2		55	R↓	
07	STO5	Speichert Alter	56	X≷Y	
08	RTN		57	-	
09	*LBL3		58	.	
10	STO3		59	5	
11	R↓	Berechnet die Funktionen	60	RCL6	
12	STO2		61	x	
13	R↓		62	X≷Y	
14	STO1		63	÷	*** Anzeige der
15	RCL1		64	R/S	Meßwerte
16	RCL4		65	RCL0	
17	x		66	÷	
18	RCL2		67	EEX	
19	RCL5		68	2	
20	x		69	x	
21	-		70	R/S	*** Anzeige %-Wert
22	RCL3		71	RCL0	der vorausgesagten FEF
23	1		72	RTN	
24	.		73	*LBL0	
25	3		74	CHS	Rechnet Zoll in cm um
26	CHS		75	2	
27	X=Y?		76	.	
28	GSB9		77	5	
29	R↓		78	4	
30	-		79	x	
31	STO0		80	RTN	
32	RTN	*** Anzeige der Funktion	81	*LBL9	
33	X≷Y		82	R↓	
34	÷	Eingabe Meßwert	83	5	Berechnet weibl. FEF
35	EEX		84	EEX	
36	2	Berechnung und Anzeige	85	5	
37	x	des vorausgesagten	86	CHS	
38	RTN	%-Wertes	87	RCL5	
39	*LBL4		88	X²	
40	GSB3	Berechnet vorausgesagten	89	x	
41	R/S	FEF	90	+	
42	STO6		91	ENT↑	
43	.		92	RTN	
44	2				
45	5	Eingabe Δt C .25 VC			
46	x				
47	RTN				
48	RCL6				
49	.				

REGISTER

0 Vorausges. Wert	1 A	2 B	3 C	4 Größe (cm)	5 Alter (Jahre)
6 Gemessene VC	7	8	9	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo [PRINT X] eingefügt oder der Schritt [R/S] durch [PRINT X] ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Größe des Patienten eingeben, in cm oder	Größe (cm)	GSB 1	Größe (cm)
	in Zoll	Größe (Zoll)	CHS GSB 1	Größe (cm)
3	Alter des Patienten in Jahren	Alter (Jahre)	GSB 2	Alter (Jahre)
4	Berechnen Sie vorausgesagte Werte			
	der gewünschten Funktionen			
	Eingeben A von Tabelle I	A	↑	A
	Eingeben B von Tabelle I	B	↑	B
	Eingeben C von Tabelle I	C	GSB 3	Vorausg. Wert
5	Berechnen Sie %-Wert des			
	vorausgesagten Wertes			
	Eingeben gemessener Wert	Meßwert	R/S	%-Wert der Voraussage
6	Berechnen Sie erzwungenen			
	Ausatmungsfluß (FEF)			
	Berechnen Sie vorausgesagten FEF			
	Eingeben A von Tabelle I	A	↑	A
	Eingeben B von Tabelle I	B	↑	B
	Eingeben C von Tabelle I	C	GSB 4	Vorausgesagter FEF
	Eingeben gemessene VC	VC	R/S	25% VC
	Nehmen Sie t @ 25% VC vom Spirogramm			
	und eingeben	$t_{25\%}$ (Sek.)	R/S	75% VC
	Nehmen Sie t @ 75% VC vom Spirogramm			
	und eingeben	$t_{75\%}$ (Sek.)	R/S	Gemessener FEF
	Berechnen Sie % des vorausgesagten FEF		R/S	%-Wert FEF der Voraussage
	Rückruf FEF wenn erwünscht		R/S	Vorausgesagter FEF

Beispiel 1:
Berechnen Sie die vorausgesagte Leistungsfähigkeit (VC) und deren Prozentsatz, das Restvolumen (RV) und den erzwungenen Ausatmungsfluß (FEF) für einen Mann von 6 Fuß = 72 Zoll Größe und einem Alter von 28 Jahren.

Die gemessenen Werte sind: VC = 5,2 l, RV = 2,0 l.

Tasten Sie: **Anzeige/Ausdruck:**

Berechnen Sie VC: Von Tabelle I, A = 0,058, B = 0,025, C = 4,24

72 CHS GSB 1 ⟶ 182.88 (cm)

28 GSB 2 ⟶ 28 (Jahre)
.058 ENTER↑ .025 ENTER↑
4.24 GSB 3 ⟶ 5.67 (1 VC Vorauss.)
Eingeben Meßwert VC = 5,2 l
5.2 R/S ⟶ 91.76 (% der Vorauss.)

Berechnen Sie RV: von Tabelle I, A = 0,03, B = –0,015, C = 3,75

.03 ENTER↑ .015 CHS ENTER↑
3.75 GSB 3 ⟶ 2.16 (l RV Vorauss.)
Eingeben Meßwert RV = 2 l
2 R/S ⟶ 92.75 (% der Vorauss.)

Berechnen Sie % des FEF: von Tabelle I , A = 0,02, B = 0,04, C = –2,0

.02 ENTER↑ .04 ENTER↑ 2.0 CHS GSB
4 ⟶ 4.54 (l FEF Vorauss.)

Eingeben Meßwert VC = 5,2 l

5.2 R/S ⟶ 1.30 (25% VC)
Vom Spirogramm bei 25% VC = 1,3 nehmen Sie $t_{25\%}$ = 0,4 Sek.
.4 R/S ⟶ 3.90 (75% VC)
Vom Spirogramm bei 75% VC = 3,9 nehmen Sie $t_{75\%}$ = 1,0 Sek.
1 R/S ⟶ 4.33 (l Meßwert FEF)
R/S ⟶ 95.50 (% der Vorauss.)
R/S ⟶ 4.54 (l $FEF_{Voraussage}$)

Beispiel 2:
Berechnen Sie die vorausgesagte Leistungsfähigkeit (VC) und deren Prozentsatz, das Restvolumen (RV) und den erzwungenen Ausatmungsfluß (FEF) für einen weiblichen Patienten von 5 Fuß = 60 Zoll Größe und einem Alter von 28 Jahren.

Gemessene VC = 3,0 l
Gemessenes RV = 1,2 l

Tasten Sie: **Anzeige/Ausdruck:**
Berechnen Sie VC: von Tabelle I, A = 0,045, B = 0,024, C = 2,852

60 CHS GSB 1 ⟶ 152.40 (cm)
28 GSB 2 ⟶ 28.00 (Jahre)
.045 ENTER↑ .024 ENTER↑
2.852 GSB 3 ⟶ 3.33 (l $VC_{vorausgesagt}$)
Eingeben Meßwert VC = 3,0 l
3.0 R/S ⟶ 89.98 (% der Vorauss.)

Berechnen Sie RV: von Tabelle I, A = 0,024, B = –0,012, C = 2,63

.024 ENTER↑ .012 CHS ENTER↑
2.63 GSB 3 ⟶ 1.36 (l $RV_{vorausgesagt}$)

Eingeben Meßwert RV = 1,2 l

1.2 [R/S] ⟶ 88.00 (% der Vorauss.)

Berechnen Sie % FEF: von Tabelle I, A = 0,02, B = 0,03, C = –1,3

.02 [ENTER↑] .03 [ENTER↑] 1.3 [CHS] [GSB]

[4] ⟶ 3.47 (l $FEF_{vorausgesagt}$)

3.0 [R/S] ⟶ 0.75 (25% VC)

Im Spirogramm finden Sie bei 0,75 t = 0,4 Sek. @ 25% VC

.4 [R/S] ⟶ 2.25 (75% VC)

Im Spirogramm finden Sie bei 2,25 t = 1,0 Sek. @ 75% VC

1.0 [R/S] ⟶ 2.50 (l Meßwert FEF)

[R/S] ⟶ 72.07 (% der Vorauss.)

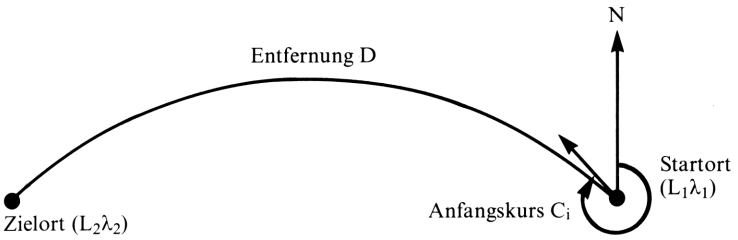
[R/S] ⟶ 3.47 (l $FEF_{vorausgesagt}$)

Notizen

NAVIGATION

Großkreisnavigation (Orthodrome)

Dieses Programm berechnet die Entfernung zwischen zwei Punkten (L_1, λ_1; L_2, λ_2) auf einem Großkreis bzw. auf einem Großkreisabschnitt und den Anfangskurs für den ersten Punkt (Startort).



Benutzte Formeln:

Entfernung: $D = 60 \cos^{-1} [\sin L_1 \sin L_2 + \cos L_1 \cos L_2 \cos (\lambda_2 - \lambda_1)]$

Anfangskurs: $C_i = \cos^{-1} \left[\dfrac{\sin L_2 - \sin L_1 \cos (D/60)}{\sin (D/60) \cos L_1} \right]$

$$C_i = \begin{bmatrix} C_i & \text{wenn } \sin (\lambda_2 - \lambda_1) < 0 \\ 360 - C_i & \text{wenn } \sin (\lambda_2 - \lambda_1) \geqslant 0 \end{bmatrix}$$

mit

L_1, λ_1 = Koordinaten des Startortes
L_2, λ_2 = Koordinaten des Zielortes
D = Entfernung
C_i = Anfangskurs für den Startort

Anmerkungen:

- Südliche Breiten und östliche Längen müssen mit negativem Vorzeichen eingegeben werden.
- Wenn Abfahrts- und Bestimmungsort sehr nahe beieinander liegen, treten Rundungsfehler auf, d.h. die Genauigkeit nimmt ab (bei Entfernungen von 1 Seemeile und weniger).
- Es dürfen keine Koordinaten eingegeben werden, die auf genau gegenüberliegenden Punkten der Erde liegen.
- Das Programm verarbeitet keine Breiten $+90°$ und $-90°$.
- Der Anfangskurs kann nicht berechnet werden, wenn der Kurs entlang einem Längengrad verläuft, d.h., wenn $L_1 = L_2$.
- Der Rechner muß für dieses Programm in den Winkelmodus DEG geschaltet werden.

01 *LBL0		50 SIN	
02 →H		51 ÷	
03 STO0	L_1	52 COS⁻¹	C
04 RTN	– – – – – – – – – – – –	53 RCL4	
05 →H		54 SIN	
06 STO1	λ_1	55 X<0?	
07 R/S	– – – – – – – – – – – –	56 GTO9	
08 →H		57 R↓	
09 STO2	L_2	58 3	
10 R/S	– – – – – – – – – – – –	59 6	
11 →H		60 0	
12 STO3	λ_2	61 X≠Y	
13 R/S	– – – – – – – – – – – –	62 –	*** C_i
14 *LBL1		63 RTN	
15 RCL0		64 *LBL9	
16 SIN		65 R↓	
17 RCL2		66 RTN	*** C_i
18 SIN			
19 x			
20 RCL0			
21 COS			
22 RCL2			
23 COS			
24 x			
25 RCL3			
26 RCL1			
27 –			
28 STO4			
29 COS			
30 x			
31 +			
32 STO5			
33 COS⁻¹			
34 STO6			
35 6			
36 0			
37 x			
38 R/S	*** D		
39 RCL2			
40 SIN			
41 RCL0			
42 SIN			
43 RCL5			
44 x			
45 –			
46 RCL0			
47 COS			
48 ÷			
49 RCL6			

REGISTER

0 L_1	1 λ_1	2 L_2	3 λ_2	4 $\lambda_2-\lambda_1$	5 COS D/60
6 D/60	7 C_i	8	9	0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Geben Sie Breite und Länge des Startortes ein	L_1 (D.MS)	GSB 0	L_1
		λ_1 (D.MS)	R/S	λ_1
3	Geben Sie Breite und Länge des Zielortes ein	L_2 (D.MS)	R/S	L_2
		λ_2 (D.MS)	R/S	λ_2
4	Berechnen Sie Entfernung D		GSB 1	D (sm)
	und Anfangskurs C_i		R/S	C_i (Dezimal)
	Anmerkungen:			
	a) Programm wandelt bei der Eingabe die			
	Form D.MS in die Dezimalform um			
	b) Entfernung wird in Seemeilen angezeigt			
	c) Anfangskurs wird in Dezimalform			
	angezeigt			

Beispiel 1:
Berechnen Sie die Großkreis-Entfernung und den Anfangskurs von Tokio (35°40′ N, 139°45′ O) nach San Francisco (37°49′ N, 122°25′ W).

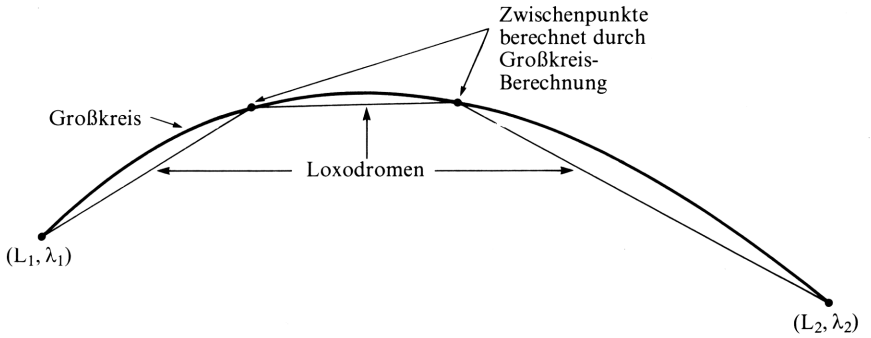
Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
35.40 GSB 0 139.45 CHS R/S →	−139.75	
37.49 R/S 122.25 R/S →	122.42	
GSB 1 →	4460.04	(sm, D)
R/S →	54.37	(C_i)

Beispiel 2:
Wie groß ist die Entfernung und der Anfangskurs für einen Großkreis von L_1 33°53′30″ S, λ_1 18°23′10″ O nach L_2 40°27′10″ N, λ_2 73°49′40″ W?

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
33.533 CHS GSB 0 18.231 CHS R/S	−18.39	
40.271 R/S 73.494 R/S →	73.83	
GSB 1 →	6763.09	(sm, D)
R/S →	304.48	(C_i)

Loxodrome Navigation (Kursgleiche)

Dieses Programm soll bei der Kursplanung helfen. Sie geben die Breite und die Länge des Abfahrts- und des Bestimmungsortes ein. Das Programm berechnet den Loxodrome-Kurs und die Distanz zwischen beiden Punkten.
Da die Loxodrome die konstante Kursgerade zwischen einzelnen Punkten auf dem Globus ist, bildet sie die Grundlage für die Navigation auf kurzen Strecken. In niedrigen und mittleren Breiten ist die Loxodrome für praktisch alle Kurs- und Distanzberechnungen ausreichend. Wenn jedoch die Entfernungen zunehmen oder in höheren Breiten navigiert wird, ist die Loxodrome nicht mehr empfehlenswert, da sie nicht die kürzeste Entfernung zwischen den einzelnen Punkten ergibt. Die kürzeste Entfernung zwischen zwei Punkten auf einer Kugel ist der Großkreisabschnitt. Um aber auf Großkreisen zu fahren, ist eine unendlich große Anzahl von Kursänderungen notwendig. Da es unmöglich ist, eine unendliche Anzahl von Kursen bei einer unendlichen Anzahl von Punkten zu berechnen, werden nur einzelne Loxodromen verwendet, um dem Großkreis nahe zu kommen. Je mehr Loxodromen gebraucht werden, desto dichter wird sich die Summe der Loxodromen-Distanzen der Großkreisdistanz nähern. Das Großkreis-Navigationsprogramm kann benutzt werden, um Zwischenpunkte für die Einzelkurse zu berechnen, die dann durch Loxodromen verbunden werden.



Breiten und Längen werden in der Form Grad.MinutenSekunden (D.MMSS) eingegeben. Der Kurs wird in Dezimalform angezeigt. Südliche Breiten und östliche Längen müssen als negative Werte eingetastet werden.

Benutzte Formeln:

$$C = \tan^{-1} \frac{\pi (\lambda_1 - \lambda_2)}{180 [\ln \tan (45 + \tfrac{1}{2} L_2) - \ln \tan (45 + \tfrac{1}{2} L_1)]}$$

$$D = \begin{cases} 60\,(\lambda_2 - \lambda_1)\cos L & \text{wenn } \cos C = 0 \\ 60\,\dfrac{(L_2 - L_1)}{\cos C}; & \text{im anderen Fall} \end{cases}$$

mit:
(L_1, λ_1) = Ausgangsposition
(L_2, λ_2) = Endposition
D = Loxodrome-Entfernung
C = Loxodrome-Kurs

Anmerkungen:
- Der Kurs darf nicht durch den Nord- oder Südpol verlaufen.
- Wenn cos C sehr nahe bei Null liegt, können bei der Berechnung der Entfernung Fehler auftreten.
- Bei sehr kurzen Teilstrecken nimmt die Genauigkeit der Ergebnisse ab.
- Dieses Programm erfordert den Winkelmodus DEG (Altgrad).

01	*LBL1		50	RTN	
02	→H		51	*LBL8	
03	STO3	λ_2	52	3	
04	R↓		53	6	Wenn E nach W,
05	→H		54	0	dann Kurs = 360 – C
06	STO2	L_2	55	RCL5	
07	R↓		56	ABS	
08	→H	λ_1	57	-	
09	STO1		58	*LBL7	
10	R↓		59	ABS	
11	→H	L_1	60	STO6	
12	STO0		61	1	
13	FIX2	$\lambda_1 - \lambda_2$	62	8	
14	RCL1		63	0	
15	RCL3	– – – – – – – – – – – –	64	RCL4	
16	-		65	ABS	
17	STO4		66	X≤Y?	Ist $[\lambda_1 - \lambda_2] > 180°$?
18	2	Führt durch, daß	67	GSB6	Wenn ja, subtrahiere
19	÷	$-180 \leqslant (\lambda_1 - \lambda_2) \leqslant 180$	68	RCL2	von 360°
20	SIN		69	COS	
21	SIN⁻¹		70	x	
22	9		71	STO7	
23	0		72	RCL2	
24	÷		73	RCL0	
25	PI		74	-	
26	x		75	RCL5	
27	RCL2		76	COS	
28	GSB9		77	X≠0?	Ist C = 90°?
29	RCL0		78	÷	
30	GSB9		79	ENT↑	
31	-		80	X=0?	
32	→P		81	RCL7	
33	R↓	C	82	6	
34	STO5		83	0	
35	RCL4		84	x	
36	SIN		85	ABS	
37	SIN⁻¹		86	R/S	*** Entfernung
38	X<0?		87	RCL6	
39	GTO8	x < 0 heißt Ost (E) nach	88	RTN	*** Kurs
40	RCL5	West	89	*LBL6	– – – – – – – – – – – –
41	GTO7		90	3	
42	*LBL9	Wenn W nach Ost,	91	6	Wenn $[\lambda_1 - \lambda_2] > 180°$
43	2	dann ist C der Kurs	92	0	
44	÷		93	X≷Y	dann $360 - [\lambda_1 - \lambda_2]$
45	4		94	-	
46	5		95	RTN	
47	+				
48	TAN				
49	LN				

REGISTER

0 L_1	1 λ_1	2 L_2	3 λ_2	4 $\lambda_1 - \lambda_2$	5 Benutzt
6 C	7 Benutzt	8	9	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Geben Sie Breite und Länge des Startortes ein	L_1 (D.MS)	↑	L_1
		λ_1 (D.MS)	↑	λ_1
3	Geben Sie Breite und Länge des			
	Bestimmungsortes ein	L_2 (D.MS)	↑	L_2
		λ_2 (D.MS)		λ_2
4	Berechnen Sie Entfernung D		GSB 1	D (Seemeilen)
	und Kurs C		R/S	C (Dezimal)
	Beachten Sie:			
	Südliche Breitengrade und östliche			
	Längengrade müssen als negative Zahlen			
	eingegeben werden			

Beispiel 1:
Welcher Kurs muß gesteuert werden für die Loxodrome von $L_1 = 2°13'42''$ S, $\lambda_1 = 179°07'54''$ O nach $L_2 = 5°27'24''$ N, $\lambda_2 = 179°24'36''$ W? Wie groß ist die Entfernung?

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
2.1342 CHS ENTER↑ 179.0754 CHS ENTER↑		
5.2724 ENTER↑ 179.2436 GSB 1 →	469.31	(D in Seemeilen)
R/S →	10.73	(C in Dezimalgrad)

Beispiel 2:
Wie groß ist die Entfernung und der Kurs der Loxodrome von $L_1 = 35°24'12''$ N $\lambda_1 = 125°02'36''$ W nach $L_2 = 41°09'12''$ N $\lambda_2 = 147°22'36''$ E?

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
35.2412 ENTER↑ 125.0236 ENTER↑ 41.0912 ENTER↑ 147.2236 CHS		
GSB 1 →	4135.60	(D in Seemeilen)
R/S →	274.79	(C in Dezimalgrad)

Höhe und Azimut eines Himmelskörpers

Dieses Programm berechnet die Höhe Hc und das Azimut Zn eines Himmelskörpers, wenn folgende Werte vorliegen:

Geographische Breite des Beobachtungsstandortes (L),
Ortsstundenwinkel (LHA) und
Deklination (d) des Himmelskörpers.
Dadurch ersetzt dieses Programm 9 Bände der Navigationstafeln HO 214.

Benutzte Formeln:

$$Hc = \sin^{-1}\left[\sin d \sin L + \cos d \cos L \cos LHA\right]$$

$$Zn = \begin{cases} Z; \text{ wenn } \sin LHA < 0 \\ 360 - Z; \text{ wenn } \sin LHA \geqslant 0 \end{cases}$$

$$Z = \cos^{-1}\left[\frac{\sin d - \sin L \sin Hc}{\cos L \cos Hc}\right]$$

Anmerkungen:

- Südliche Breiten und südliche Deklinationen sind negativ einzugeben.
- Anstatt des Ortsstundenwinkels LHA kann auch der Greenwich-Stundenwinkel (GHA) eingegeben werden. In diesem Fall müssen östliche GHA mit negativem Vorzeichen eingegeben werden.
- Für dieses Programm muß der Rechner in den Winkelmodus **DEG** (Altgrad) geschaltet sein.
- Sie können dieses Programm auch zur Bestimmung von Sternen benutzen, indem Sie anstatt des Ortsstundenwinkels LHA das beobachtete Azimut und anstatt der Deklination die beobachtete Höhe eingeben. Als Ergebnis erhalten Sie dann die Deklination und den Ortsstundenwinkel an Stelle von Höhe und Azimut. Durch Vergleich dieser Werte mit den Angaben im Nautischen Jahrbuch können Sie dann den Stern identifizieren.

01 *LBL1		50 3	
02 →H		51 6	
03 STO0	L	52 0	
04 RTN	- - - - - - - - - - - - -	53 X≷Y	
05 →H		54 -	
06 STO1		55 RTN	Zn***
07 R/S		56 *LBL0	
08 →H	d	57 R↓	
09 STO2	- - - - - - - - - - - - -	58 RTN	Zn***
10 RCL0			
11 SIN			
12 RCL1	LHA		
13 SIN			
14 ×			
15 RCL0			
16 COS			
17 RCL1			
18 COS			
19 ×			
20 RCL2			
21 COS			
22 ×			
23 +			
24 STO3			
25 SIN⁻¹			
26 STO4	Hc (dezimal)		
27 →HMS			
28 FIX4	Hc in D.MS		
29 R/S			
30 FIX1	***		
31 RCL1			
32 SIN			
33 RCL3			
34 RCL0			
35 SIN			
36 ×			
37 -			
38 RCL0			
39 COS			
40 ÷			
41 RCL4			
42 COS			
43 ÷			
44 COS⁻¹			
45 RCL2			
46 SIN	Z		
47 X<0?			
48 GTO0			
49 R↓			

REGISTER

0 L	1 d	2 LHA	3 Sin Hc	4 Hc	5
6	7	8	9	0	1
2	3	4	5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Geben Sie ein:			
	Breite des Beobachters	L (D.MS)	GSB 1	
	Deklination	d (D.MS)	R/S	
	Ortsstundenwinkel	LHA (D.MS)		
3	Berechnen Sie:			
	Höhe		R/S	Hc (D.MS)
	Azimut		R/S	Zn (dezimal)
	Oder (z.B. zur Identifizierung eines Sterns)			
	Eingeben:			
	Breite des Beobachters	L (D.MS)	GSB 1	
	Höhe	Hc (D.MS)	R/S	
	Azimut	Zn (D.MS)		
5	Berechnen:			
	Deklination		R/S	d (D.MS)
	Ortsstundenwinkel		R/S	LHA (dezimal)

Beispiel 1:
Berechnen Sie Höhe und Azimut des Mondes. LHA: 2°39′54″ W Deklination: 13°51′06″ S. Angenommene Breite: 33°20′ N.

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
33.20 GSB 1 →	33.33	
13.5106 CHS R/S →	−13.85	
2.3954 R/S →	42.4447	(Hc in D.MS)
R/S →	183.5	(Zn, dezimal)

Beispiel 2:
Berechnen Sie Höhe und Azimut des Sterns Regulus. LHA: 36°39′18″ W Deklination: 12°12′42″ N. Angenommene Breite: 33°30′ N.

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
33.30 GSB 1 →	33.5	
12.1242 R/S →	12.2	
36.3918 R/S →	50.2425	(Hc in D.MS)
R/S →	246.3	(Zn, dezimal)

Beispiel 3:
Um 06.10 GMT am 12. Januar 1977 sieht man bei 44°34′ N und 123°17′ W (Corvallis) einen Stern durch eine Wolkenlücke. Ein

Beobachter nimmt schnell einen Sextanten und bestimmt den Stern in einer Höhe von 26°. Das Azimut beträgt 158°. Bestimmen Sie mit Hilfe des Nautischen Jahrbuchs diesen Stern.

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
44.34 GSB 1 26 R/S ⟶	26.0	
158 R/S ⟶	−16.3725	(d, in D.MS)
R/S ⟶	339.4	(LHA, dezimal)

Zu LHA wird der Längengrad λ addiert.
Damit erhält man GHA

123.17 g →H + ⟶	462.7	(GHA, dezimal)

Danach wird GHA in den Stern-Stundenwinkel SHA umgerechnet durch Subtraktion des GHA des Frühlingspunktes. (Für den 12. Januar 1977 06,10 GMT ist der GHA des Frühlingspunktes 203,4° Dezimalgrad.)

203.4 − ⟶	259.3	
f →H.MS ⟶	259.2	(SHA in D.MS)

Aus dem Nautischen Jahrbuch finden wir mit diesen Werten den Stern Sirius. (SHA = 258°58,1′, d = S16°41,2′)

Notizen

NUMERISCHE MATHEMATIK

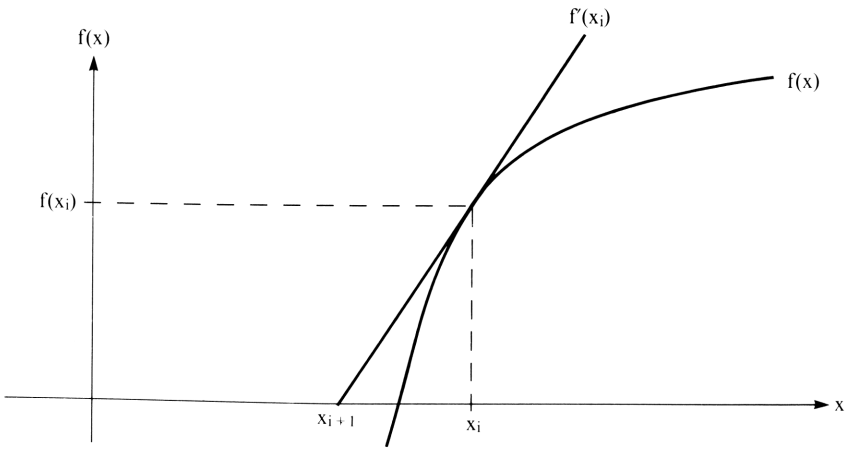
Nullstellenbestimmung f(x) = 0 (Newton)

Dieses Programm wendet zur Nullstellenbestimmung $f(x) = 0$ das Newton-Verfahren an. Zur Eingabe der Funktion f(x) und für die Berechnung der Funktionswerte stehen dem Benutzer 55 Programmspeicherplätze, alle Stackregister und alle Register, außer den Registern R_0 bis R_4, zur Verfügung. Bevor das Programm gestartet wird, muß der Benutzer einen Schätzwert und eine gewünschte Genauigkeitsgrenze eingeben. Der erste Schätzwert x_1 sollte möglichst nahe an der exakten Nullstelle liegen, um die Rechenzeit zu verkürzen. Wird eine zu große Genauigkeit gefordert, so führt das ebenfalls zu langen Rechenzeiten. Ein vernünftiger Wert für die Genauigkeit ε ist z.B. 10^{-6}. Das Programm hält an, wenn sich zwei aufeinanderfolgende Näherungswerte für x (x_i und x_{i+1}) um weniger als ε unterscheiden, d.h., wenn $(x_{i+1} - x_i) < \varepsilon$ ist.

Benutzte Formeln:
Die Grundformel beim Newton-Verfahren ist:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Graphische Darstellung des Newton-Verfahrens:



Das Programm benutzt ein numerisches Näherungsverfahren zur Bestimmung der 1. Abteilung $f'(x_i)$ womit sich folgende Formel ergibt:

$$x_{i+1} = x_i - \delta_i \left[\frac{f(x_i + \delta_i)}{f(x_i)} - 1 \right]^{-1}$$

mit $\delta_i = 10^{-5}\, x_i$

Anmerkungen:

1. Wenn das Programm nach Beendigung der Berechnung anhält, kann der letzte Wert von f(x) durch RCL 4 zur Anzeige gebracht werden. Falls dieser Wert nicht nahe genug bei Null liegt, kann das Programm erneut mit einem noch kleineren Wert für ε gestartet werden. Wird aber ein zu kleiner Wert für ε eingegeben, z.B. 10^{-8} oder 10^{-9}, so kann es passieren, daß das Programm nicht anhält, weil durch Rundungsfehler diese geforderte Genauigkeit nicht erreicht werden kann.

2. Dies ist eins der schwierigsten Programme dieser Sammlung. Die Hauptschwierigkeit ist die, daß während der Iterations-Schleife sowohl f(x) als auch f(x + δ) berechnet werden müssen, das Programmstück zur Berechnung des Funktionswertes aber nur einmal vorhanden ist. Große Computer lösen dieses Problem mit Hilfe von sog. «Flags». Das sind elektrische Schalter innerhalb des Rechners, deren Information nur 1 (gesetzt) oder 0 (nicht gesetzt) sein kann. Da dieser Rechner keine Flags hat, muß dies durch ein Programmstück realisiert werden. Hierfür wird der Speicher R_0 benutzt, in welchem eine Null gespeichert wird, wenn f(x) berechnet wird. Wird dagegen f(x + δ) berechnet, wird R_0 auf 1 gesetzt.
   Nach Berechnung von f(x) wird der Inhalt von R_0 geprüft. Ist der Inhalt 0, verzweigt das Programm zu einer Anweisung zur Speicherung von f(x), setzt R_0 auf 1 und das Programm setzt die Berechnung für f(x + δ) fort.

01 *LBL1			
02 STO2	Speichert x, ε		
03 X≠Y			
04 STO1	– – – – – – – – – – – –		
05 *LBL8			
06 CLX			
07 STO0	Setzt Flag (R_0) auf 0		
08 RCL1	für f(x)		
09 GTO0	– – – – – – – – – – – –		
10 *LBL6			
11 R↓			
12 STO4			
13 1			
14 STO0			
15 RCL1	Speichert f(x) und		
16 RCL1	berechnet δ		
17 EEX			
18 5			
19 ÷			
20 STO3	– – – – – – – – – – – –		
21 +	Ab LBL 0 f(x) speichern		
22 *LBL0	– – – – – – – – – – – –		
23 *LBL7			
24 X=0?			
25 GTO9			
26 RCL0			
27 X=0?			
28 GTO6			
29 R↓			
30 RCL4	Berechnet $x_i + 1$, x_i		
31 ÷			
32 1			
33 -	und prüft.		
34 1/X	$[x_i + 1 - x_i] > \varepsilon$?		
35 RCL3			
36 x			
37 ST-1			
38 ABS			
39 RCL2			
40 X≠Y			
41 X>Y?			
42 GTO8	– – – – – – – – – – – –		
43 *LBL9			
44 RCL1	Ergebnis x_0		
45 RTN	***		

REGISTER

0 Flag	1 x	2 ε	3 δ	4 f(x)	5
6	7	8	9	0	.1
.2	3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Sprung zur Marke LBL 0		GTO 0	
3	In PRGM-Modus schalten			
4	f(x) eintasten			
5	In RUN-Modus schalten			
6	Schätzwert x_1 und Genauigkeit ε eingeben	x_1	↑	x_1
		ε	GSB 1	x_0
7	Anzeige des Wertes $f(x_0)$		RCL 4	$f(x_0)$

Beispiel:
Suchen Sie eine Nullstelle der Gleichung $\ln x + 3x - 10{,}8074 = 0$ in dem Bereich $x = 1$ bis $x = 5$.

Eine Genauigkeit von 10^{-4} ist ausreichend.

Tasten Sie: **Anzeige/Ausdruck:**

GTO 0
Umschalten auf PRGM-Modus
f ln f LAST x 3 × + 10.8074 −
Umschalten auf RUN-Modus
1 ENTER↑ EEX CHS 4 GSB 1 ⟶ 3.21 (Lösung x_0)
RCL 4 ⟶ −1.50 −07 [f(3.21)]

Numerische Integration (Simpsonsche Regel)

Dieses Programm ermöglicht die numerische Integration einer Funktion sowohl in expliziter Form als auch für den Fall, daß nur Werte einer endlichen Anzahl von Punkten gleichen Abstands gegeben sind (diskreter Fall).

Diskreter Fall:
$x_0, x_1, \ldots x_n$ seien n Punkte gleichen Abstands ($x_j = x_0 + jh$, $j = 1, 2, \ldots n$) für die die Funktionswerte $f(x_0), f(x_1), \ldots f(x_n)$ einer Funktion $f(x)$ bekannt sind. Die Funktion selber braucht nicht in expliziter Form vorliegen. Nachdem die Schrittweite h und die Werte von $f(x_j)$, $j = 0, 1, \ldots n$ eingegeben wurden, kann das Integral

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x)\,dx \qquad (1)$$

näherungsweise mit der Simpsonschen Regel berechnet werden.

Die Simpsonsche Regel lautet:

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x)\,dx \approx \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \ldots + 4f(x_{n-3}) + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)\right] \qquad (2)$$

Hierfür muß n eine positive *gerade* Zahl sein.

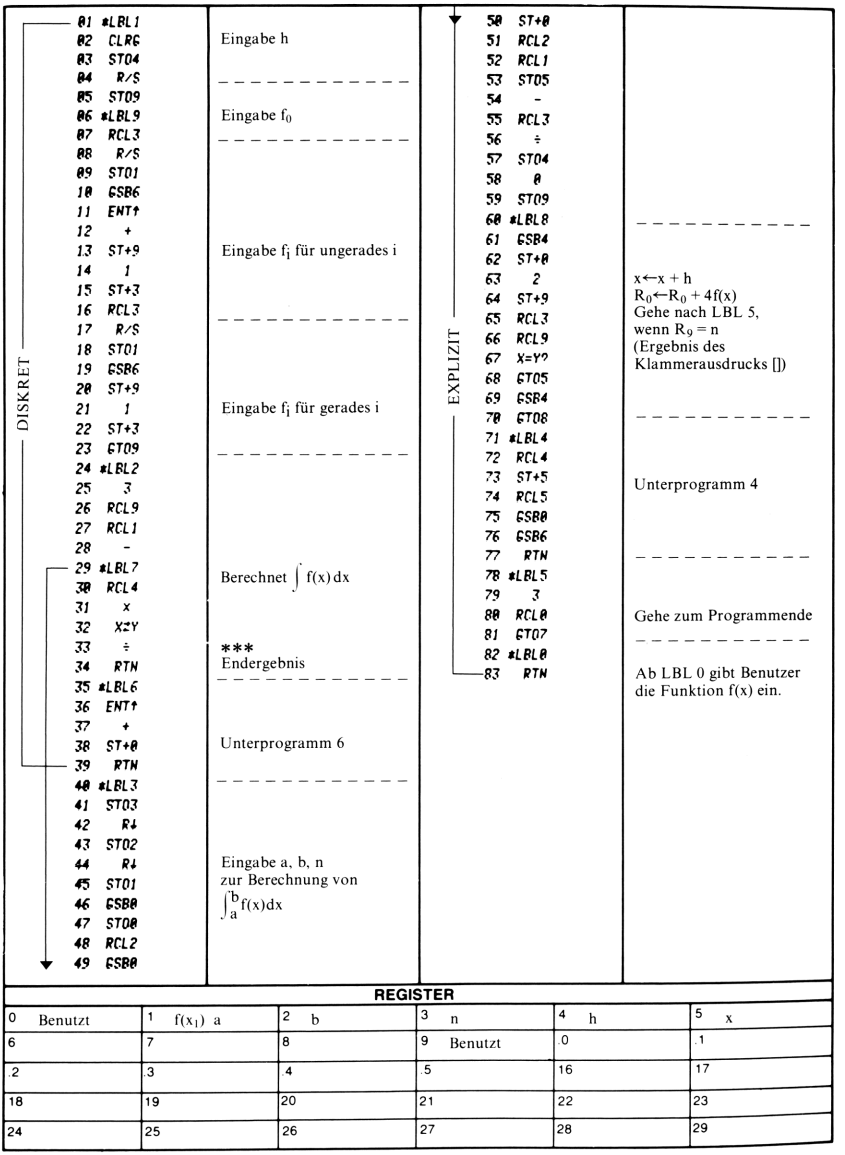
Explizite Funktionen:
Falls eine Funktion in expliziter Form bekannt ist, kann sie in den Programmspeicher eingegeben werden und mit Hilfe der Simpsonschen Regel numerisch integriert werden. Der Benutzer muß den Anfangs- und Endpunkt (a und b) des Integrationsintervalls und die Zahl n der Teilintervalle, in die das Intervall (a, b) unterteilt werden soll, bestimmen. n muß eine positive gerade Zahl sein, sonst gibt der Rechner eine Fehlermeldung (ERROR) ab. Das Programm führt die Rechnung dann wie folgt durch:

mit $x_o = a$
$x_j = x_0 + jh,\ j = 1, 2, \ldots, n-1$
$x_n = b$
wobei $h = \dfrac{b-a}{n}$

Das Integral $\int_a^b f(x)\,dx$ wird dann näherungsweise mit der oben angeführten Simpsonschen Regel (2) gelöst.

Anmerkungen:

1. Da nach der Programm-Marke LBL 1 (Diskreter Fall) drei Programmteile die Eingabe der $f(x_j)$ in der Reihenfolge mit j = 0, j = ungerade und j = gerade erfordern, ist es wichtig, daß zwischendurch keine anderen Tasten als die, welche in der Benutzer-Anweisung angegeben sind, gedrückt werden, damit das folgende $f(x_j)$ nicht in das falsche Register eingegeben wird.
2. Falls n ungerade ist, treten fehlerhafte Ergebnisse auf.



REGISTER

0 Benutzt	1 $f(x_1)$ a	2 b	3 n	4 h	5 x
6	7	8	9 Benutzt	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
	a) Wenn nur Diskreter Fall:			
	Programm Schritte 1 bis 39 eintasten			
	b) Wenn nur Explizite Funktionen:			
	Programm Schritte 29 bis 83 eintasten			
2	Für Explizite Funktionen gehe nach 7			
	Für Diskreten Fall gehe nach 3			
3	**Diskreter Fall**: Schrittweite h eingeben	h	GSB 1	h
4	Eintasten der Funktionswerte bei xj			
	Wiederhole diesen Schritt für alle j = 0, 1. ... n	$f(x_j)$	R/S	j
5	Integral berechnen		GSB 2	$\int_{xo}^{xn} f(x)\,dx$
6	Für neue Rechnung gehe nach 3			
7	**Explizite Funktion:**			
	Gehe zur Programm-Marke LBL 0 mit			
	GTO 0		GTO 0	
	Rechner auf PRGM-Modus schalten			
	Funktion f(x) eintasten*			
	Rechner auf RUN-Modus zurückschalten			
8	a, b und n eingeben	a	↑	a
		b	↑	b
	$\int_a^b f(x)\,dx$ berechnen	n	GSB 3	$\int_a^b f(x)\,dx$
9	Für neue Werte a, b und n gehe nach 7			
	* Freie Programmspeicherplätze zur			
	Eingabe von f(x):			
	1) **45** Schritte, wenn nur der explizite			
	Teil (Schritt 29–83) eingegeben wurde			
	2) **17** Schritte, wenn beide Teile			
	(Schritte 1–83) eingegeben wurden			

Beispiel 1:
Gegeben sind die untenstehenden Werte für $f(x_j)$, $j = 0, 1, \ldots 8$. Berechnen Sie den Näherungswert des Integrals mit der Simpsonschen Regel:

$$\int_0^2 f(x)\,dx$$

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
x_i	0	.25	.5	.75	1	1.25	1.5	1.75	2	→ h = 0,25
$f(x_i)$	2	2.8	3.8	5.2	7	9.2	12.1	15.6	20	

Tasten Sie: **Anzeige/Ausdruck:**

Programm Schritte 1 bis 39

0.25 GSB 1 → 0.25

2 R/S 2.8 R/S 3.8 R/S 5.2 R/S

7 R/S 9.2 R/S 12.1 R/S

15.6 R/S 20 R/S → 8.00

GSB 2 → 16.58 $[\int_0^2 f(x)dx]$

Beispiel 2:

Berechnen Sie für n = 16 den Näherungswert des Integrals

$$\int_0^{2\pi} f(x)dx \text{ mit } f(x) = \frac{1}{1-\cos x + 0{,}25}$$

Für diese Aufgabe muß der Rechner in den RAD-Modus (Bogenmaß) geschaltet sein.

Tasten Sie: **Anzeige/Ausdruck:**

Programm Schritte 29 bis 83

g RAD GTO 0, in den PRGM-Modus schalten

f cos 1 x:y − .25 + g 1/x

In den RUN-Modus zurückschalten

0 ENTER↑ g π 2 × 16 GSB 3 → 8.36 $[\int_0^{2\pi} f(x)dx]$

PHYSIK UND CHEMIE

Zustandsgleichung des idealen Gases

Viele Gase folgen bei normalen Temperaturen und Drücken sehr gut den Gesetzen des idealen Gases. Dieses Programm berechnet jede der vier Variablen, wenn die Daten für die übrigen drei und die universale Gaskonstante eingegeben werden. Gleichermaßen kann der Wert der universalen Gaskonstante berechnet werden, indem man die Daten für die vier Variablen eingibt.

Gleichung:
$PV = n\,RT$
wobei
P = absoluter Druck
V = Volumen
n = gegenwärtige Molzahl
R = Universal-Gaskonstante
T = absolute Temperatur

Tabelle I
Werte der Universal-Gaskonstante

R-Wert	R-Einheiten	P-Einheiten	V-Einheiten	T-Einheiten
8.314	N – m/g mol-K	N/m^2	m^3/g mol	K
83.14	cm^3 – bar/g mol-K	bar	cm^3/g mol	K
82.05	cm^3 – atm/g mol-K	atm	cm^3/g mol	K
0.08205	l – atm/g mol-K	atm	l/g mol	K
0.7302	atm-ft^3/lb mol- °R	atm	ft^3/lb mol	°R
10.73	psi-ft^3/lb mol- °R	psi	ft^3/lb mol	°R
1545	psf-ft^3/lb mol- °R	psf	ft^3/lb mol	°R

Anmerkungen:
Bei niederen Temperaturen oder hohen Drücken geben die Gesetzmäßigkeiten des idealen Gases nicht das Verhalten des realen Gases wieder.
Der benutzte R-Wert muß mit den Einheiten von P, V und T in Einklang stehen.
Um eine einwandfreie Ausführung des Programms sicherzustellen, beginne man mit dem Drücken von GTO 6 vor der Eingabe der Daten.

01 *LBL6 02 0 03 RTN 04 *LBL1 05 1 06 GTO0 07 *LBL2 08 2 09 GTO0 10 *LBL3 11 3 12 GTO0 13 *LBL4 14 4 15 GTO0 16 *LBL5 17 5 18 *LBL0 19 STO0 20 R↓ 21 STOi 22 X≠0 23 GTO6 24 1 25 STOi 26 RCL1 27 RCL2 28 × 29 RCL3 30 RCL4 31 × 32 RCL5 33 × 34 GTOi 35 *LBL1 36 *LBL2 37 X≷Y 38 *LBL3 39 *LBL4 40 *LBL5 41 ÷ 42 STOi 43 RTN	Anfangsschritte mit Datenspeichern PV nRT Berechnet P oder V Berechnet n, R oder T ***		

REGISTER					
0	1 P	2 V	3 n	4 R	5 T
6	7	8	9	0	1
2	3	4	5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Eingabe von 4 der folgenden Größen			
	Absoluter Druck	P	GSB 1	0.00*
	Volumen	V	GSB 2	0.00
	Molzahl	n	GSB 3	0.00
	Universalgaskonstante	R	GSB 4	0.00
	Absolute Temperatur	T	GSB 5	0.00
3	Berechnen Sie eine der folgenden Größen**			
	Absoluter Druck	0.00	GSB 1	P
	Volumen	0.00	GSB 2	V
	Molzahl	0.00	GSB 3	n
	Universalgaskonstante	0.00	GSB 4	R
	Absolute Temperatur	0.00	GSB 5	T
4	Für eine neue Rechnung gehen Sie nach 2			
5	Falls Programm mit Störungen oder Fehlern			
	läuft, drücken Sie GTO 6 und beginnen neu			
	* Beachten Sie, daß nach jeder Dateneingabe			
	0.00 angezeigt werden muß. Falls dies nicht			
	der Fall ist, drücken Sie GTO 6 und geben			
	alle Daten neu ein.			
	** Achten Sie außerdem darauf, daß immer			
	erst 0.00 in der Anzeige steht, bevor Sie zur			
	Berechnung des unbekannten Wertes GSB 1			
	usw. drücken.			

Beispiel 1:
0,63 Mol Luft ist in einem Raum von 25000 cm^3 bei 1200 K eingeschlossen. Wie hoch ist der Druck in Bar und in Atmosphären? Gehen Sie von einem idealen Gas aus.

Tasten Sie: **Anzeige/Ausdruck:**

25000 GSB 2 0.63 GSB 3
83.14 GSB 4
1200 GSB 5 GSB 1 → 2.51 (bar)
82.05 GSB 4 GSB 1 → 2.48 (atm)

Beispiel 2:
Wie groß ist das spezifische Volumen (ft^3/lb) eines Gases bei atmosphärischem Druck und einer Temperatur von 513° R?
Das Molekulargewicht ist 1/29 lb/lb-mol

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
513 GSB 5 29 g 1/x GSB 3		
0.7302 GSB 4		
1 GSB 1 GSB 2 →	12.92	(ft^3/lb)
Wie hoch ist die Dichte?		
g 1/x FIX 3 →	0.077	(lb/ft^3)
Wie hoch ist die Dichte bei		
1,32 Atmosphären und 555° R?		
1.32 GSB 1 555 GSB 5 GSB		
2 g 1/x →	0.094	(lb/ft^3)

Radioaktiver Zerfall von Isotopen

Dieses Programm ermöglicht die Berechnung des Zerfalls der Radioaktivität eines Isotops in einem bestimmten Zeitraum. Um das Programm zu benutzen, suchen Sie ein Isotop aus und tasten seine Halbwertzeit ein. (Halbwertzeit-Daten können für bis zu 10 verschiedene Isotopen in die verfügbaren Speicher-Register eingespeichert werden.) Dann tasten Sie zwei der folgenden drei Werte ein:

A_0 = Anfangs-Aktivität des Isotops
A = augenblickliche Aktivität
t = vergangene Zeit

Das Programm berechnet dann den fehlenden Wert, d.h. bei zwei gegebenen Werten der drei Größen A_0, t und A kann die dritte berechnet werden.
Der Permanent-Speicher Ihres Rechners ermöglicht ein bequemes Abspeichern und Rückrufen von bis zu 10 Halbwertzeiten von Isotopen, die Sie am häufigsten brauchen. Das vorherige Speichern der Halbwertzeiten entbindet Sie davon, sie vor jeder Rechnung einzugeben, sie sind somit immer verfügbar.
Sie können jede Art von Einheiten für die Anfangs- und die augenblickliche Aktivität verwenden, solange sie miteinander übereinstimmen. Die vergangene Zeit *muß* in den Einheiten «Tage.Stunden» (Days.Hours = DD.HH) eingegeben werden, wobei für die Stunden zwei volle Dezimalstellen eingeräumt werden müssen. Zum Beispiel würde eine abgelaufene Zeit von 5 Tagen und 18 Stunden als 5.18 eingetastet und angezeigt werden, eine Zeit von 1 Tag und 6 Stunden als 1.06 und eine Zeit von 12 Stunden als 0.12.

Gleichungen:

$$A = A_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{t/\tau_{1/2}}$$

$$t = \frac{\tau_{1/2} \ln (A/A_0)}{\ln (1/2)}$$

wobei:
A_0 = Anfangs-Radioaktivität
A = augenblickliche Radioaktivität
t = vergangene Zeit in Stunden
$\tau_{1/2}$ = Halbwertzeit des Isotops in Stunden

Isotop	Halbwertzeit in Stunden ($\tau_{1/2}$)
Cr^{51}	667.2
Co^{57}	6480
Co^{60}	46460
I^{125}	1440
I^{131}	193.2
Cs^{137}	262980
H^{3}	107470
C^{14}	5.058×10^2
F^{18}	1.87
P^{32}	343.2
Se^{75}	2880
Sr^{85}	1536
In^{113}	1.73
Xe^{133}	126.5
Hg^{197}	65
Ra^{226}	1.3938×10^2

Anmerkungen:
Beim Rückrufen der vorher eingespeicherten Halbwertzeiten aus den Speicher-Registern verwendet das Programm die indirekte Adressierung. Denken Sie daran, daß die Speicher-Register R.0 bis R.5 die indirekten Adressen 10 bis 15 haben.
Wenn die Halbwertzeit des gewünschten Isotops nicht kurz vorher gespeichert worden ist, möge der Benutzer sie eintasten und in Register R2 speichern, um sie im Programm zu verwenden.
Die Zeit wird in der Form DD.HH eingetastet und angezeigt. Um «unsinnige» Anzeigen zu vermeiden, z. B. 6.24 anstatt 7.00 Tage, werden Stundenangaben von 23.5 oder mehr als 1.00 Tag dargeboten.
Die zu berechnende Variable wird immer mit dem Wert 0.00 eingegeben.

01	*LBL0	Rückruf der gespeicherten Halbwertzeiten	50	÷	
02	STO0		51	STO1	
03	RCL i		52	LN	
04	STO2		53	RCL2	
05	RTN		54	×	
06	*LBL1		55	.	
07	FIX2	Daten-Eingabe Rechner bestimmt die zu berechnende Größe	56	5	
08	STO3		57	LN	
09	R↓		58	÷	
10	X=0?		59	2	
11	STO4		60	4	
12	GSB9		61	÷	
13	R↓		62	ENT↑	Wandelt Stunden in die Form DD.HH um
14	STO5		63	INT	
15	X=0?		64	X≷Y	
16	GTO8		65	FRC	
17	RCL4		66	2	
18	X=0?		67	4	
19	GTO7		68	×	
20	GTO6		69	2	
21	*LBL9		70	3	
22	ENT↑		71	.	
23	INT	Wandelt die Zeit in der Form DD.HH in Stunden um.	72	5	
24	2		73	X≷Y?	
25	4		74	GTO5	
26	×		75	R↓	Rundet auf 1 Tag, wenn t ⩾ 23,5 Stunden
27	X≷Y		76	EEX	
28	FRC		77	2	
29	EEX		78	÷	
30	2		79	+	
31	×		80	RTN	
32	+		81	*LBL6	Berechnet A (augenblickliche Aktivität)
33	STO4		82	.	
34	RTN		83	5	
35	*LBL8	Berechnet A_0 (Anfangs-Aktivität)	84	RCL4	
36	RCL3		85	RCL2	
37	RCL4		86	÷	
38	RCL2		87	Y^x	
39	÷		88	RCL5	
40	.		89	×	
41	5		90	STO3	
42	X≷Y		91	RTN	
43	Y^x		92	*LBL5	
44	÷		93	R↓	
45	STO5		94	R↓	Zeigt t ⩾ 23,5 Stunden als 1 Tag an
46	RTN		95	1	
47	*LBL7		96	+	
48	RCL3		97	RTN	
49	RCL5	Berechnet t (Zeit)			

REGISTER

0 i	1 A/A_0	2 $\tau_{1/2}$	3 A	4 t	5 A_0
6*	7*	8*	9*	.0*	1*
2*	3*	4*	.5*	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

* Register 6 bis 9 und .0 bis .5 stehen zur Speicherung der Halbwertzeiten zur Verfügung.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
	* Speichern Sie Halbwertzeiten der			
	gewünschten Isotopen in die Register 6 bis 9			
	und .0 bis .5	τ ½ (Std.)	STO 6 bis .5	
2	Halbwertzeit τ ½ des gewünschten Isotops			
	aus entsprechendem Register mit Hilfe der			
	indirekten Adressierung holen	Ind. Adr. 6...15	GSB 0	
2'	**oder**, falls τ ½ des Isotops nicht gespeichert			
	ist, geben Sie τ ½ per Hand ein	τ ½	STO 2	
3	Variable berechnen.			
	Tasten Sie die Variablen in folgender			
	Reihenfolge ein:			
	• Aktivität zum Zeitpunkt Null	A_0	↑	
	• Abgelaufene Zeit			
	(im Format: Tage.Std.)	t (DD.HH)	↑	
	• Augenblickliche Aktivität	A	GSB 1	Wert der gesuchten Größe
	Wichtig: Als Wert für die gesuchte Größe			
	muß Null eingetastet werden.			
	Achten Sie darauf, daß die Variablen in			
	obiger Reihenfolge eingetastet werden.			
4	Die übrigen Daten können nach Wunsch			
	zurückgeholt werden:			
	• Zerfall-Faktor A/A_0		RCL 1	
	• Halbwertzeit τ ½		RCL 2	
	• Augenblickliche Aktivität A		RCL 3	
	• Abgelaufene Zeit		RCL 4	
	• Anfangs-Aktivität		RCL 5	
	* Bis zu 10 ausgesuchte Isotopen können			
	dauernd in den Speichern 6 bis 9 und			
	.0 bis .5 (indirekte Adressen 6 bis 15)			
	gespeichert werden.			

Beispiel:
Bei einem Standard-Isotop C_r^{51} (Halbwertzeit 667.20 Std.) wird eine Aktivität von 200 μ C_i gemessen. Wie groß ist die Aktivität nach einer Woche?

Tasten Sie:		**Anzeige/Ausdruck:**	
667.20 STO 2	→	667.20	($\tau_{1/2}$ für C_r^{51})
200 ENTER↑	→	200.00	(A_0)
7 ENTER↑	→	7.00	(t = 7 Tage)
0 GSB 1	→	167.97	(A, μ C_i)

(oder)
Berechnen Sie A_0, wenn A = 167,97 (μ C_i) und t = 7.00.

Tasten Sie:		**Anzeige/Ausdruck:**	
0 ENTER↑	→	0.00	(Gesuchte Größe)
7 ENTER↑	→	7.00	(t = 7 Tage)
167.97 GSB 1	→	200.00	(A_0, in μ C_i)

Säure-Basen-Gleichgewicht

Dieses Programm berechnet die Konzentration des Hydrogen-Ions [H_3O^+] und den pH-Wert einer Lösung einer monoprotischen, schwachen Säure, wenn die Ionisationskonstante bekannt ist. Ebenso berechnet das Programm die [OH^-]-Konzentration und den pOH-Wert für Lösungen schwacher Basen, wenn die Ionisationskonstante der Base konstant ist. Weiter sind darin die Umwandlungen von Konzentrationen zum pH-Wert oder pOH-Wert und umgekehrt und außerdem vom pH-Wert zum pOH-Wert und [H_3O^+]- zur [OH^-]-Konzentration eingeschlossen.

Es wird die folgende Gleichung angewandt:
$x^3 + K_a x^2 - (K_w + K_a C_a)x - K_w K_a = 0$ (Bei Basen: K_b)

wobei:
$x = [H_3O^+]$ für Säure, $[OH^-]$ für Basen

K_a = Ionisationskonstante für Säuren = $\dfrac{[H_3O^+]\,[A^-]}{[HA]}$

K_b = Ionisationskonstante für Basen = $\dfrac{[B^+]\,[OH^-]}{[BOH]}$

K_w = Ionisationskonstante für Wasser = 10^{-14} @,25° C

C_a oder C_b = Konzentration (Mol/Liter) der Säure oder Base

Das Programm verwendet das Näherungsverfahren nach Newton zur Lösung eines Polynoms, wobei man nacheinander f(x) mit angenäherten Werten von x bestimmt. Der erste Näherungswert von x ist $x = (K_a C_a + K_w)^{1/2}$. Die nachfolgenden Näherungen sind:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Die Berechnung wird so lange wiederholt, bis x_{i+1} gegenüber x_i nur um einen geringen Betrag (1% oder weniger) abweicht.

Literatur:

Butler, J.N. «Ionic Equilibrium, A Mathematical Approach», Addison-Wesley, 1964.
Dick, J.G., «Analytical Chemistry», McGraw-Hill, 1973.
Dieses Programm basiert auf einem Programm, das der HP-Benutzer-Bibliothek von Alan J. Rubin vorgelegt wurde.

01 *LBL1		50 X≷Y?	
02 STO0		51 GTO9	Berechnet nächsten Näherungswert
03 R↓		52 RCL2	
04 STO1		53 RCL5	
05 SCI2		54 -	
06 RCL0		55 STO2	
07 ×		56 GTO0	Neue Rechnung
08 EEX		57 *LBL9	– – – – – – – – – – –
09 CHS	Berechnen und Speichern der Konstanten	58 RCL2	***
10 1		59 R/S	Ergebnis $[H_3O^+]$ oder $[OH^-]$
11 4		60 *LBL2	
12 +		61 LOG	– – – – – – – – – – –
13 STO3		62 CHS	Umwandelt Konz. in pH oder pOH bzw. K_a, K_b in pK_a, pK_b
14 LSTX		63 FIX2	
15 RCL1		64 RTN	*** – – – – – – – – –
16 X		65 *LBL3	
17 STO4		66 CHS	Wandelt um pH oder pOH in Konz. oder pK_a, pK_b in K_a, K_b
18 RCL3		67 10^x	
19 1/X		68 SCI2	***
20 STO2	– – – – – – – – – – –	69 RTN	
21 *LBL0		70 *LBL4	– – – – – – – – – – –
22 RCL1		71 1	
23 +	Näherung nach Newton	72 4	Umwandeln pH in pOH oder umgekehrt
24 RCL2	$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$	73 X≷Y	
25 ×		74 -	
26 RCL3		75 FIX2	***
27 -		76 RTN	
28 RCL2		77 *LBL5	– – – – – – – – – – –
29 ×		78 EEX	Umwandeln $[H_3O^+] \rightarrow [OH^-]$ oder $[OH^-] \rightarrow [H_3O^+]$
30 RCL4		79 CHS	
31 -		80 1	
32 RCL2		81 4	
33 3		82 X≷Y	
34 ×		83 ÷	***
35 RCL1		84 RTN	
36 2			
37 ×			
38 +			
39 RCL2			
40 ×			
41 RCL3			
42 -			
43 ÷			
44 STO5			
45 ABS			
46 RCL2			
47 9			
48 9			
49 ÷	Genauigkeitsprüfung des Näherungswertes		

REGISTER

0 C_a oder C_b	1 K	2 x	3 $CK + K_w$	4 $K K_w$	5 f(x)/f'(x)
6	7	8	9	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Ionisationskonstante eingeben			
	K_a oder K_b	K	↑	K
	oder pK_a oder pK_b	pK	GSB 3	K
3	Eingeben Konzentration (Mol/Liter)			
	der Säure oder Base und berechne			
	Konz. von H_3O^+ falls Säure bzw.			
	Konz. von OH^- falls Base	Konz.	GSB 1	$[H_3O^+]$, $[OH^-]$
4	Umwandeln Konz. in pH oder pOH:			
	$[H_3O^+] \rightarrow pH$	$[H_3O^+]$		
	oder $[OH^-] \rightarrow pOH$	oder $[OH^-]$	R/S	pH oder pOH
5	Falls erwünscht, können folgende			
	Umwandlungen durchgeführt werden:			
	Konzentration von $[H_3O^+]$ oder $[OH^-]$ in			
	pH oder pOH	$[H_3O^+]$		
		oder $[OH^-]$	GSB 2	pH oder pOH
	Ionisationskonst. K_a oder K_b in pK_a oder pK_b	K_a, K_b	GSB 2	pK_a, pK_b
	pH oder pOH in Konzentration $[H_3O^+]$			
	oder $[OH^-]$	pH, pOH	GSB 3	$[H_3O^+]$, $[OH^-]$
	pK in Ionisationskonstante K	pK_a, pK_b	GSB 3	K_a, K_b
	pH in pOH oder umgekehrt	pH, pOH	GSB 4	pOH, pH
	$[H_3O^+]$ in $[OH^-]$ oder umgekehrt	$[H_3O^+]$		
		oder $[OH^-]$	GSB 5	$[OH^-]$, $[H_3O^+]$
6	Falls erwünscht, Fehler der Rechnung			
	anzeigen		RCL 5	$f(x)/f'(x)$

Beispiel 1:
Berechnen Sie den pH-Wert einer 1.0×10^{-4} molaren Lösung von Essigsäure, wenn die Ionisation 1.75×10^{-5} ist.

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
1.75 EEX CHS 5 ENTER↑ EEX CHS		
4 GSB 1 →	3.41×10^{-5}	($[H_3O^+]$)
R/S →	4.47	(pH)

Beispiel 2:
Berechnen Sie den pH-Wert einer Wasserprobe, die 0.85 mg Ammoniak

als einzige Verunreinigung enthält. K_b des Ammonium-Hydroxyd ist 1.8×10^{-5} und das Molekulargewicht von Ammoniak ist 17.

Tasten Sie:		**Anzeige/Ausdruck:**	
1.8 EEX CHS 5 ENTER↑			
0.85 EEX CHS 3 ENTER↑			
17 ÷ GSB 1	→	2.25×10^{-5}	($[OH^-]$)
R/S	→	4.65	(pOH)
GSB 4	→	9.35	(pH)

(Beachten Sie: Nach dem Eingeben der Ionisationskonstante berechnen Sie die molare Konzentration des $NH_3 = 0.85 \times 10^{-3}/17 = 5 \times 10^{-5}$ M.)

Beispiel 3:
Wasser im Gleichgewicht mit Luft enthält Kohlendioxyd, welches eine verdünnte Lösung von Kohlensäure bildet. Wenn destilliertes Wasser 1.35×10^{-5} Mol/Liter Kohlendioxyd enthält, wie hoch ist der pH-Wert? (Die primäre Ionisationskonstante von Kohlensäure ist 3.5×10^{-7}, die sekundäre Ionisationskonstante von 4.4×10^{-11} kann vernachlässigt werden.)

Tasten Sie:		**Anzeige/Ausdruck:**	
3.5 EEX CHS 7 ENTER↑			
1.35 EEX CHS 5 GSB 1	→	2.03×10^{-6}	($[H_3O^+]$)
R/S	→	5.69	(pH)

(Die Beispiele 2 und 3 sind «Kolthoff und Sandell, Textbook of Quantitative Inorganic Analysis, MacMillan, 1948» entnommen.)

Notizen

STATISTIK

Kurvenanpassung

Dieses Programm ist dazu geeignet, eingegebene Daten folgenden Funktionen anzupassen:

1. Gerade (Lineare Regression): $y = a + bx$
2. Exponentialfunktion: $y = ae^{bx}$ $(a > 0)$
3. Logarithmische Funktion: $y = a + b \ln x$
4. Potenzfunktion: $y = ax^b$ $(a > 0)$

Die Regressionskoeffizienten a und b werden durch Lösen des folgenden linearen Gleichungssystems berechnet:

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma X_i \\ \Sigma X_i & \Sigma X_i^2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} A \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma Y_i \\ \Sigma Y_i X_i \end{bmatrix}$$

Die einzelnen Größen sind je nach Funktion folgendermaßen definiert:

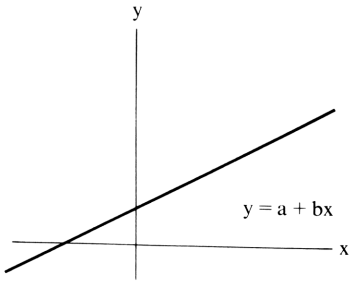
Funktion	A	X_i	Y_i	Code
Gerade (linear)	a	x_i	y_i	5
Exponential	ln a	x_i	$\ln y_i$	6
Logarithmisch	a	$\ln x_i$	y_i	7
Potenz	ln a	$\ln x_i$	$\ln y_i$	8

Das Bestimmtheitsmaß ist dann:

$$r^2 = \frac{A\Sigma Y_i + b\Sigma X_i Y_i - \frac{1}{n}(\Sigma Y_i)^2}{\Sigma (Y_i^2) - \frac{1}{n}(\Sigma Y_i)^2}$$

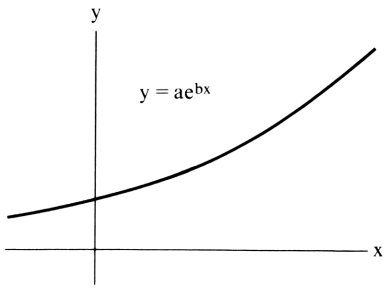
Die gewünschte Kurvenfunktion muß durch Speichern einer Codezahl (5 bis 8) in das Register R_0 vor der Dateneingabe bestimmt werden.

Lineare Regression
(Gerade)



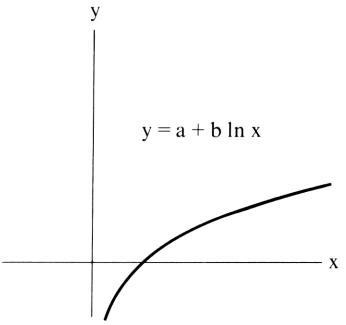
Code = 5

Exponentialkurve



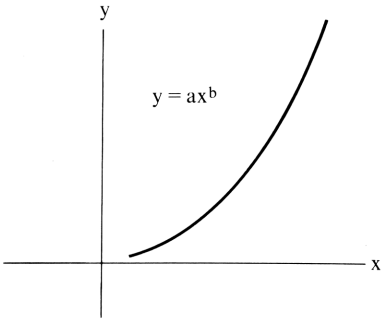
Code = 6

Logarithmische Kurve



Code = 7

Potenzkurve



Code = 8

Anmerkungen:

Für die logarithmische Funktion dürfen für x_i keine negativen Werte oder Null eingegeben werden.

Für die Exponentialkurve dürfen für y_i keine negativen Werte oder Null eingesetzt werden.

Für die Potenzkurve dürfen sowohl für x_i als auch für y_i keine negativen Werte oder Null vorkommen.

Nach der Eingabe jedes Datenpaares erscheint in der Anzeige die Anzahl der eingegebenen Wertepaare. Wenn der nächste einzugebende x_i-Wert mit dem Zählerstand übereinstimmt, braucht kein x_i-Wert eingegeben zu werden.

Sind die Unterschiede zwischen den x- und/oder y-Werten zu klein, so werden die berechneten Koeffizienten ungenau.

01 *LBL1		50 x	
02 X≠Y		51 STO7	Determinante
03 GSB1	Werte eingeben	52 R↓	
04 Σ+		53 x	
05 RTN	– – – – – – – – – – – –	54 RCL7	
06 *LBL7		55 -	
07 LN	Logarithmische Kurve	56 RTN	
08 RTN	– – – – – – – – – – – –	57 *LBL3	– – – – – – – – – –
09 *LBL8		58 RCL4	
10 LN		59 RC.3	
11 *LBL6	Potenz- und	60 x	
12 X≠Y	Exponentialkurve	61 RCL5	
13 LN		62 RC.5	
14 X≠Y		63 x	
15 RTN		64 +	
16 *LBL2	– – – – – – – – – – – –	65 RC.3	
17 RC.0		66 X²	Berechnet r^2
18 RC.2		67 RC.0	
19 RC.1		68 ÷	
20 RC.1		69 STO9	
21 GSB3		70 -	
22 STO2		71 RC.4	
23 RC.3		72 RCL9	
24 RC.2		73 -	
25 RC.1		74 ÷	
26 RC.5		75 R/S	
27 GSB9		76 *LBL4	– – – – – – – – – –
28 RCL2	Berechnet A, b und a, b	77 GTO1	
29 ÷		78 *LBL8	
30 STO4		79 RCL5	
31 GSB1		80 Y^X	
32 STO6		81 GTO9	
33 R/S		82 *LBL6	
34 RC.0		83 RCL5	
35 RC.5		84 x	
36 RC.1		85 e^x	
37 RC.3		86 *LBL9	Eingabe x und
38 GSB9		87 RCL6	Berechnung von y
39 RCL3		88 x	
40 ÷		89 RTN	
41 STO5		90 *LBL7	
42 RTN		91 LN	
43 *LBL6	Inverse	92 *LBL5	
44 *LBL8	Transformation	93 RCL5	
45 e^x		94 x	
46 *LBL5		95 RCL6	
47 *LBL7		96 +	
48 RTN	– – – – – – – – – – – –	97 RTN	
49 *LBL9			

REGISTER

0 Code	1 x	2 y	3 Determinante	4 A	5 b
6 a	7 Benutzt	8	9 $\frac{1}{n}(\Sigma Y)^2$	.0 n	.1 ΣX
2 ΣX^2	3 ΣY	4 ΣY^2	5 ΣXY	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Startschritt		f REG	
3	Code für jeweilige Funktion in R_0 speichern	5 od. 6 od.	STO 0	5 oder 6 oder
		7 oder 8		7 oder 8

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
4	Eingeben x_i und y_i für alle i = 1, 2, ... n	x_i	↑	x_i
		y_i	GSB 1	i
5	Berechnen der Regressionskoeffizienten		GSB 2	a
			R/S	b
6	Berechnen Bestimmtheitsmaß r^2		GSB 3	r^2
7	Eingeben x und Funktionswert			
	(Schätzwert) $\hat{y}$ berechnen	x	GSB 4	$\hat{y}$
8	Für eine neue Rechnung gehe nach 2			

Beispiel 1:
(Lineare Regression, Code = 5)

x_i	40,5	38,6	37,9	36,2	35,1	34,6
y_i	104,5	102	100	97,5	95,5	94

Lösung:
a = 33,53, b = 1,76, y = 33,53 + 1,76x, r^2 = 0,99
Für x = 37, $\hat{y}$ = 98,65

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
f REG 5 STO 0	→ 5.00	
40.5 ENTER↑ 104.5 GSB 1		
38.6 ENTER↑ 102 GSB 1		
37.9 ENTER↑ 100 GSB 1		
36.2 ENTER↑ 97.5 GSB 1		
35.1 ENTER↑ 95.5 GSB 1		
34.6 ENTER↑ 94 GSB 1	→ 6.00	
GSB 2	→ 33.53	(a)
R/S	→ 1.76	(b)
GSB 3	→ 0.99	(r^2)
37 GSB 4	→ 98.65	($\hat{y}$)

Beispiel 2:
(Exponentialfunktion, Code = 6)

x_i	,72	1,31	1,95	2,58	3,14
y_i	2,16	1,61	1,16	,85	0,5

Lösung:
a = 3,45, b = –0,58, $y = 3{,}45\, e^{-0{,}58\, x}$, r^2 = 0,98
Für x = 1,5, $\hat{y}$ = 1,44

Beispiel 3:
(Logarithmische Funktion, Code = 7)

x_i	3	4	6	10	12
y_i	1,5	9,3	23,4	45,8	60,1

Lösung:
$a = -47{,}02$, $b = 41{,}39$, $y = -47{,}02 + 41{,}39 \ln x$, $r^2 = 0{,}98$
Für $x = 8$, $\hat{y} = 39{,}06$
Für $x = 14{,}5$, $\hat{y} = 63{,}67$

Beispiel 4:
(Potenzfunktion, Code = 8)

x_i	10	12	15	17	20	22	25	27	30	32	35
y_i	0,95	1,05	1,25	1,41	1,73	2,00	2,53	2,98	3,85	4,59	6,02

Lösung:
$a = ,03$, $b = 1{,}46$, $y = ,03x^{1,46}$, $r^2 = 0{,}94$
Für $x = 18$, $\hat{y} = 1{,}76$
Für $x = 23$, $\hat{y} = 2{,}52$

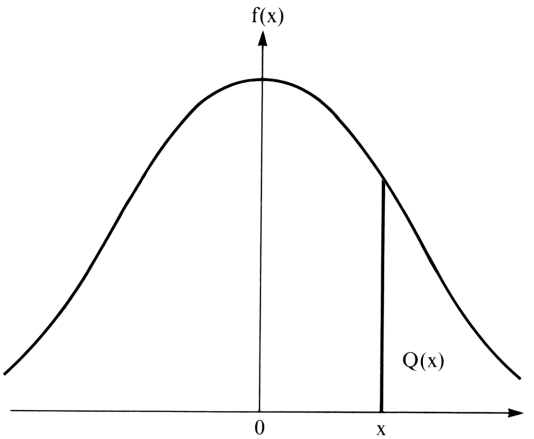
Normalverteilung und invertiertes Normalverteilungsintegral

Das Programm berechnet die Dichtefunktion f(x) einer standardisierten normalverteilten Zufallsvariablen x und die Verteilungsfunktion Q(x) für gegebenes x. Außerdem kann x berechnet werden, wenn Q(x) gegeben ist (Inverse).
Die standardisierte Normalverteilung hat den Mittelwert 0 und die Standardabweichung 1.

Benutzte Formeln:

1. Für eine standardisierte normalverteilte Zufallsvariable x ist die Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$



2. Verteilungsfunktion

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Q(x) wird mit Hilfe einer Näherung durch das Polynom berechnet.

Es wird definiert $R = f(x)\,(b_1t + b_2t^2 + b_3t^3 + b_4t^4 + b_5t^5) + \varepsilon(x)$
wobei $|\varepsilon(x)| < 7{,}5 \times 10^{-8}$

$$t = \frac{1}{1 + r\,|x|}, \qquad r = 0.2316419$$

$b_1 = 0{,}319381530$, $b_2 = -0{,}356563782$
$b_3 = 1{,}781477937$, $b_4 = -1{,}821255978$
$b_5 = 1{,}330274429$

Damit $Q(x) = \begin{cases} R & \text{falls } x \geqslant 0 \\ 1-R & \text{falls } x < 0 \end{cases}$

3. Invertiertes Normalverteilungsintegral
Zu gegebenem Q berechnet das Programm den Wert x wie folgt:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Zur Lösung wird folgende rationale Näherungsgleichung verwendet:

Es wird definiert $y = t - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} + \epsilon(Q)$

wobei $|\epsilon(Q)| < 4.5 \times 10^{-4}$

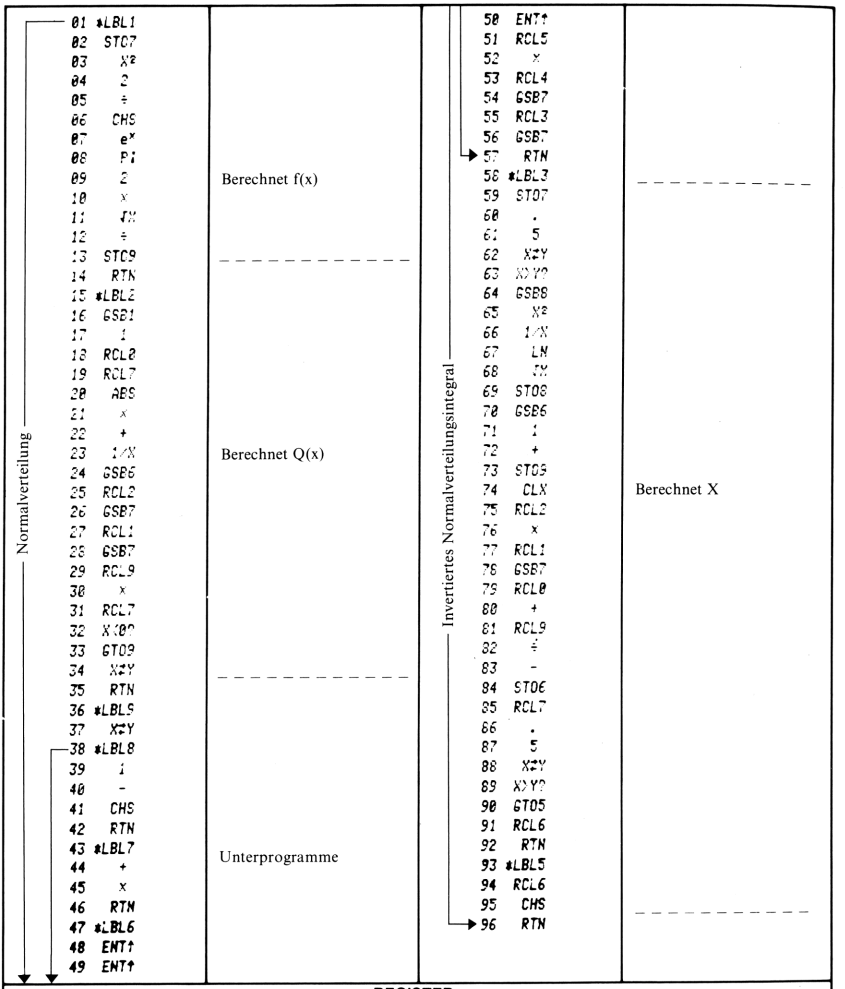
$$t = \begin{cases} \sqrt{\ln \frac{1}{Q^2}} & \text{falls } 0 < Q \leqslant 0.5 \\ \sqrt{\ln \frac{1}{(1-Q)^2}} & \text{falls } 0.5 < Q < 1 \end{cases}$$

$c_0 = 2{,}515517$ $\quad$ $d_1 = 1{,}432788$
$c_1 = 0{,}802853$ $\quad$ $d_2 = 0{,}189269$
$c_2 = 0{,}010328$ $\quad$ $d_3 = 0{,}001308$

Damit $x = \begin{cases} y & \text{falls } 0 < Q \leqslant 0{,}5 \\ -y & \text{falls } 0{,}5 < Q < 1 \end{cases}$

Literatur:

Abramowitz and Stegun, *Handbook of Mathematical Functions,* National Bureau of Standards, 1970.



REGISTER

0 r, C_0	1 b_1, C_1	2 b_2, C_2	3 b_3, d_1	4 b_4, d_2	5 b_5, d_3
6 y	7 x, Q	8 t	9 f(x)	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
	a) Normalverteilung:			
	Programmschritte 1 bis 57			
	b) Invertiertes Normalverteilungsintegral:			
	Programmschritte 38 bis 96			
	c) Für a) und b):			
	Gesamtes Programm eintasten			
2	Für Normalverteilung gehe nach 3			
	Für inv. Normalverteilungsintegral gehe nach 7			
3	Normalverteilung: Konstanten speichern	r	STO 0	r
		b_1	STO 1	b_1
		b_2	STO 2	b_2
		b_3	STO 3	b_3
		b_4	STO 4	b_4
		b_5	STO 5	b_5
4	Falls erwünscht:			
	x eingeben und f(x) berechnen	x	GSB 1	f(x)
5	x eingeben und Q(x) berechnen	x	GSB 2	Q(x)
6	Für einen neuen Wert x gehe nach 4 oder 5			
7	Invertiertes Normalverteilungsintegral:			
	Konstanten speichern	C_0	STO 0	C_0
		C_1	STO 1	C_1
		C_2	STO 2	C_2
		d_1	STO 3	d_1
		d_2	STO 4	d_2
		d_3	STO 5	d_3
8	Q(x) eingeben und x berechnen	Q(x)	GSB 3	x
9	Für neues Q(x) gehe nach 8			

Beispiel 1:
(Normalverteilung)
Berechnen Sie f(x) und Q(x) für x = 1,18 und x = –2,28

Tasten Sie: **Anzeige/Ausdruck:**
Programm Schritte 1 bis 57
oder gesamtes Programm eintasten
0.2316419 STO 0

0.31938153 STO 1
0.356563782 CHS STO 2
1.781477937 STO 3
1.821255978 CHS STO 4
1.330274429 STO 5

1.18 GSB 1 ⟶	0.20	[f(1.18)]
1.18 GSB 2 ⟶	0.12	[Q(1.18)]
2.28 CHS GSB 2 ⟶	0.99	[Q(–2.28)]
2.28 CHS GSB 1 ⟶	0.03	[f(–2.28)]

Beispiel 2:
(Invertiertes Normalverteilungsintegral)
Gegeben: Q = 0,12 und Q = 0,95
Gesucht: X-Werte

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
Programm Schritte 38 bis 96 oder gesamtes Programm eintasten		
2.515517 STO 0 0.802853 STO 1		
0.010328 STO 2 1.432788 STO 3		
0.189269 STO 4 0.001308 STO 5		
0.12 GSB 3 ⟶	1.18	(x)
0.95 GSB 3 ⟶	–1.65	(x)

Fakultät und Kombinationen

a) Fakultät $n! = n\,(n-1)\,(n-2)\cdots 2\cdot 1$

b) Kombination ohne Wiederholung mit Berücksichtigung der Anordnung

$$_mP_n = \frac{m!}{(m-n)!} = m(m-1)\ldots(m-n+1)$$

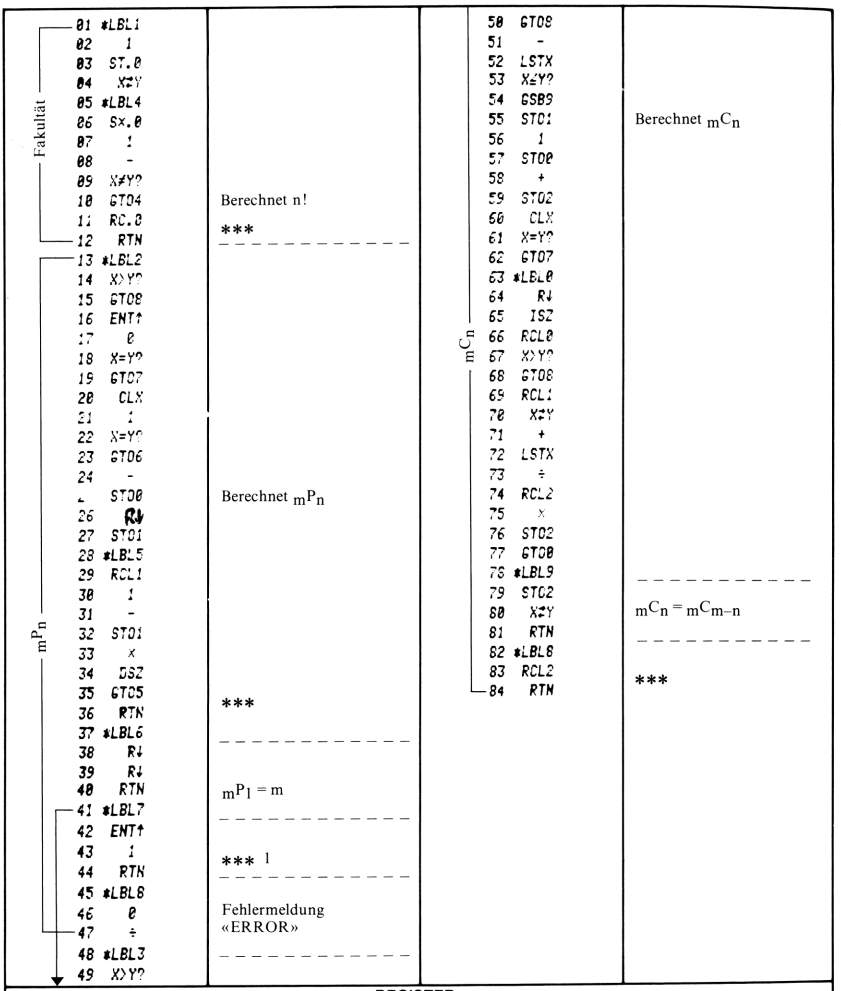
c) Kombination ohne Wiederholung, ohne Berücksichtigung der Anordnung

$$_mC_n = \frac{m!}{(m-n)!\,n!} = \frac{m(m-1)\ldots(m-n+1)}{1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n}$$

wobei m, n ganzzahlig und $0 \leqslant n \leqslant m$

Anmerkungen:

1. Dieses Programm berechnet die Fakultäten von positiven ganzen Zahlen zwischen 2 und 69.
2. Wenn n groß ist, braucht das Programm recht lange zur Berechnung von n! (maximal ca. 20 Sekunden für $n = 69$).
3. Das Programm prüft nicht, ob die eingegebenen Werte für n zulässig sind. Falls $n < 2$ oder $n > 69$ oder nicht ganzzahlig, kommt es zu falschen Ergebnissen oder zum Überlauf des Rechners.
4. $_mP_0 = 1$, $_mP_1 = m$, $_mP_m = m!$ (Für großes m sollte man deswegen besser n! benutzen.)
5. $_mC_0 = {}_mC_m = 1$
6. $_mC_1 = {}_mC_{m-1} = m$
7. $_mC_n = {}_mC_{m-n}$



REGISTER

0 n!	1 m,	2 Benutzt	3	4	5
6	7	8	9	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
	a) Fakultät: Programmschritte 1 bis 12			
	b) $_mP_n$: Programmschritte 13 bis 47			
	c) $_mC_n$: Programmschritte 41 bis 84			
2	Für Fakultät gehe nach 3			
	Für $_mP_n$ gehe nach 4			
	Für $_mC_n$ gehe nach 5			
3	n eingeben und Fakultät n! berechnen	n	GSB 1	n!
4	m und n eingeben und $_mP_n$ berechnen	m	↑	m
		n	GSB 2	$_mP_n$
5	m und n eingeben und $_mC_n$ berechnen	m	↑	m
		n	GSB 3	$_mC_n$

Beispiel 1: (Fakultät)
Berechnen Sie n! für n = 5 und n = 10

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
Programmschritte:		
siehe Anweisungen		
5 GSB 1 ⟶	120.00	(5!)
10 GSB 1 ⟶	3628800.00	(10!)

Beispiel 2: ($_mP_n$)
Berechnen Sie $_{43}P_3$ und $_{73}P_4$.

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
Programmschritte:		
siehe Anweisungen		
43 ENTER↑ 3 GSB 2 ⟶	74046.00	($_{43}P_3$)
73 ENTER↑ 4 GSB 2 ⟶	26122320.00	($_{73}C_4$)

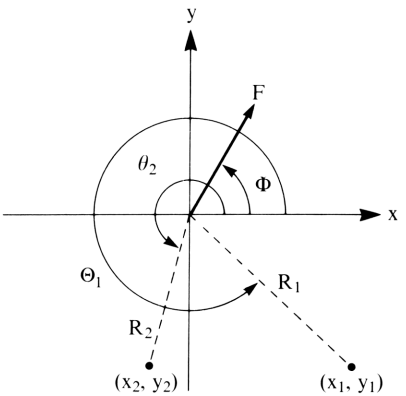
Beispiel 3: ($_mC_n$)
Berechnen Sie $_{73}C_4$ und $_{43}C_3$.

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
Programmschritte:		
siehe Anweisungen		
73 ENTER↑ 4 GSB 3 ⟶	1088430.00	($_{73}C_4$)
43 ENTER↑ 3 GSB 3 ⟶	12341.00	($_{43}C_3$)

Notizen

STATIK
Statisches Gleichgewicht an einem Punkt

Dieses Programm berechnet die beiden Gegenkräfte, die erforderlich sind, zu einem gegebenen zweidimensionalen Kraft-Vektor das Kräftegleichgewicht zu erzeugen.
Die Richtung der Gegenkräfte kann als Vektor beliebiger Länge oder durch rechtwinklige Koordinaten mit Nullpunkt im Angriffspunkt der gegebenen Kraft festgelegt werden.



Benutzte Formeln:

$R_1 \cos \theta_1 + R_2 \cos \theta_2 = F \cos \Phi$
$R_1 \sin \theta_1 + R_2 \sin \theta_2 = F \sin \Phi$
wobei:
F = gegebene Kraft
Φ = Richtung der gegebenen Kraft
R_1 = Gegenkraft 1
θ_1 = Richtung von R_1
R_2 = Gegenkraft 2
θ_2 = Richtung von R_2

Der Bezugspunkt der x- und y-Koordinaten der beiden Gegenkräfte R_1 und R_2 ist der Punkt, an dem die gegebene Kraft F angreift.

Anmerkung:
Für dieses Programm muß der Rechner in den Winkelmodus DEG (Altgrad) geschaltet sein.

01 *LBL1	Eingabe y_1, x_1	50 -	
02 +P		51 RCL6	
03 X≷Y		52 ÷	***
04 *LBL2		53 RTN	
05 1			
06 →R	Eingabe θ_1 und speichern		
07 STO0	sin θ_1, cos θ_1		
08 X≷Y			
09 STO1			
10 RTN			
11 *LBL3	Eingabe y_2, x_2		
12 +P			
13 X≷Y			
14 *LBL4			
15 1			
16 →R	Eingabe θ_2 und speichern		
17 STO2	sin θ_2, cos θ_2		
18 X≷Y			
19 STO3			
20 RTN			
21 *LBL5			
22 →R			
23 STO4			
24 X≷Y			
25 STO5			
26 RCL4			
27 RCL3			
28 ×			
29 RCL5			
30 RCL2			
31 ×			
32 -			
33 RCL1			
34 RCL2	Eingabe Φ und F und		
35 ×	Gegenkräfte berechnen		
36 RCL0			
37 RCL3			
38 ×			
39 -			
40 ÷			
41 R/S	***		
42 LSTX			
43 STO6			
44 RCL5			
45 RCL0			
46 ×			
47 RCL4			
48 RCL1			
49 ×			

REGISTER

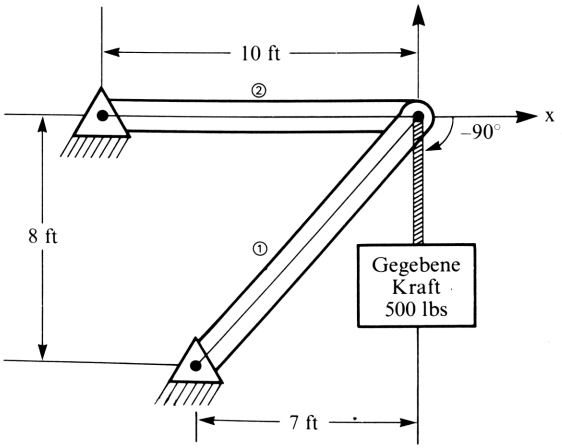
0 cos θ_1	1 sin θ_1	2 cos θ_2	3 sin θ_2	4 F cos Φ	5 F sin Φ
6 Benutzt	7	8	9	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Legen Sie die Richtungen der Gegenkräfte			
	als rechtwinklige Koordinaten fest oder als			
	Vektoren mit beliebigem Betrag. (Als			

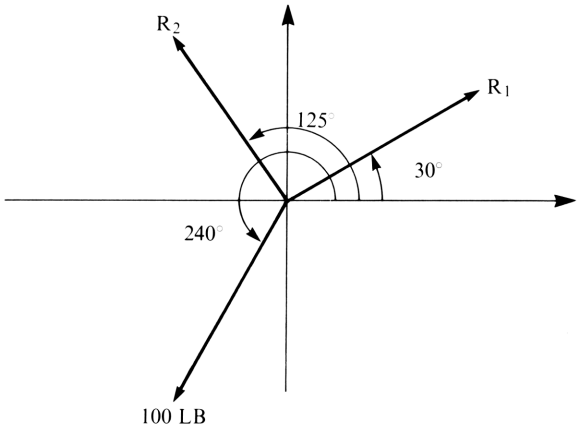
Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
	Nullpunkt benutzen Sie den Angriffspunkt			
	der Kraft):			
	Legen Sie Richtung von Kraft 1 fest			
	in rechtwinkliger Form	y_1	↑	y_1
		x_1	GSB 1	sin θ_1
	oder als Polarkoordinaten	θ_1	GSB 2	sin θ_1
	und			
	legen Sie Richtung von Kraft 2 fest			
	in rechtwinkliger Form	y_2	↑	y_2
		x_2	GSB 3	sin θ_2
	oder als Polarkoordinaten	θ_2	GSB 4	sin θ_2
3	Gegebene Kraft eingeben:			
	Richtung	Φ	↑	Φ
	und Betrag	F		F
	Gegenkräfte berechnen		GSB 5	R_1
			R/S	R_2
4	Falls gewünscht:			
	Gegebene Kraft ändern und nach 3 gehen.			
	Wenn Richtungen oder Gegenkräfte geändert			
	werden, gehen Sie nach 2			

Beispiel 1:
Berechnen Sie die Kräfte in den beiden verbundenen Streben (siehe Skizze) bei einer senkrecht nach unten angreifenden Kraft F = 500 lbs.



Tasten Sie:		Anzeige/Ausdruck:	
8 CHS ENTER↑ 7 CHS GSB 1	→	−0.75	($\sin \theta_1$)
0 ENTER↑ 10 CHS GSB 3	→	0.00	($\sin \theta_2$)
90 CHS ENTER↑ 500 GSB 5	→	−664.38	(R_1)
R/S	→	437.50	(R_2)

Beispiel 2:
Berechnen Sie die Gegenkräfte für untenstehende Zeichnung:



Tasten Sie:		Anzeige/Ausdruck:	
30 GSB 2	→	0.50	
125 GSB 4	→	0.82	
240 ENTER↑ 100 GSB 5	→	90.98	(R_1)
R/S	→	50.19	(R_2)

Schwerpunkte und Trägheitsmomente von Rechtecken

Folgende Größen von Rechtecken und von aus Rechtecken zusammengesetzten Flächen können mit diesem Programm berechnet werden: die Fläche, den Flächenschwerpunkt, die axialen Trägheitsmomente der x- und der y-Achse, das polare Trägheitsmoment dieser Achsen, das Trägheitsmoment einer parallel verschobenen Achse durch den Schwerpunkt, das Trägheitsmoment der Hauptachse und der Drehwinkel zwischen der verschobenen Achse und der Hauptachse.

Benutzte Gleichungen:

$$A_{si} = \Delta x_i \, \Delta y_i$$

$$A = S_{s1} + A_{s2} + A_{s3} + \ldots + A_{sn}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{oi} \, A_{si}}{A}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{oi} \, A_{si}}{A}$$

$$I_x = \sum_{i=1}^{n} \left(y_{oi}^2 + \frac{\Delta y_i^2}{12} \right) A_{si}$$

$$I_y = \sum_{i=1}^{n} \left(x_{oi}^2 + \frac{\Delta x_i^2}{12} \right) A_{si}$$

$$J = I_x + I_y$$

$$I_{xy} = \sum_{i=1}^{n} x_{oi} \, y_{oi} \, A_{si}$$

$$I_{\bar{x}} = I_x - A\bar{y}^2$$

$$I_{\bar{x}\bar{y}} = I_{xy} - A\bar{x}\bar{y}$$

$$I_{\bar{y}} = I_y - A\bar{x}^2$$

$$\phi = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{-2 \, I_{\bar{x}\bar{y}}}{I_{\bar{x}} - I_{\bar{y}}}$$

wobei:
Δx_i = Breite einer rechteckigen Teilfläche
Δy_i = Höhe einer rechteckigen Teilfläche
A_{si} = Flächeninhalt der Teilfläche
A = Flächeninhalt der Gesamtfläche
$\bar{x}$ = x-Koordinate des Flächenschwerpunktes
$\bar{y}$ = y-Koordinate des Flächenschwerpunktes
x_{0i} = x-Koordinate des Schwerpunktes der Teilfläche
y_{0i} = y-Koordinate des Schwerpunktes der Teilfläche
I_x = Trägheitsmoment der x-Achse
I_y = Trägheitsmoment der y-Achse
J = polares Trägheitsmoment der x- und y-Achse
I_{xy} = Trägheitsprodukt
$I_{\bar{x}}$ = Trägheitsmoment der parallel verschobenen x-Achse durch den Schwerpunkt
$I_{\bar{y}}$ = Trägheitsmoment der parallel verschobenen y-Achse durch den Schwerpunkt
$I_{\bar{x}\bar{y}}$ = Trägheitsprodukt der parallel verschobenen x- und y-Achse
Φ = Winkel zwischen verschobener Achse und Hauptachse

Literatur:
Wojciechowski, Felix: «Properties of Plane Cross Sections».

Machine Design:
P. 105, Jan. 22, 1976.

01 *LBL0			50 RCL5		
02 STO4			51 RCL0		
03 R↓			52 ÷	Berechnet $\bar{x}$, $\bar{y}$ und A	
04 STO3			53 RTN		
05 R↓			54 *LBL9		
06 STO2			55 RCL6		
07 X≷Y	Eingabe Δx, Δy, x_{oi},		56 RCL0		
08 STO1	y_{oi} und berechnet		57 ÷		
09 x			58 RTN		
10 ST.5			59 RCL0		
11 ENT↑			60 RTN		
12 ST+0			61 *LBL2	– – – – – – – – – – –	
13 RCL3			62 RCL7		
14 x			63 GSB9		
15 ST+5			64 X²		
16 R↓			65 RCL0		
17 RCL4			66 x		
18 x			67 -		
19 ST+6			68 ST.2	Berechnet $I_{\bar{x}}$,	
20 RCL2			69 R↓S	$I_{\bar{y}}$ und $I_{\bar{x}\bar{y}}$	
21 X²			70 RCL8		
22 1			71 GSB1		
23 2			72 X²		
24 ÷			73 RCL0		
25 RCL4			74 x		
26 X²			75 -		
27 +			76 ST.3		
28 RC.5			77 R↓S		
29 x			78 RCL9		
30 ST+7			79 GSB1		
31 RCL1			80 GSB9		
32 X²			81 x		
33 1			82 RCL0		
34 2			83 x		
35 ÷			84 -		
36 RCL3			85 ST.4		
37 X²			86 RTN	– – – – – – – – – – –	
38 +			87 *LBL3		
39 RC.5			88 RC.4		
40 x			89 2		
41 ST+8			90 x		
42 RCL3			91 RC.3	Berechnet Φ	
43 RCL4			92 RC.2		
44 x			93 -		
45 RC.5			94 ÷		
46 x			95 TAN⁻¹		
47 ST+3			96 2		
48 RTN			97 ÷		
49 *LBL1	– – – – – – – – – – –		98 RTN		

REGISTER

0 ΣA	1 Δx_i	2 Δy_i	3 x_{oi}	4 y_{oi}	5 $\Sigma x_{oi} A_{si}$
6 $\Sigma y_{oi} A_{si}$	7 ΣI_x	8 ΣI_y	9 ΣI_{xy}	.0	.1
.2 $I_{\bar{x}}$	.3 $I_{\bar{y}}$	.4 $I_{\bar{x}\bar{y}}$	.5 A_{si}	.6	.7
.8	.9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Anfangsschritt		f REG	
3	Eingeben Δx, Δy, x_{oi}, y_{oi}	Δx	↑	Δx
		Δy	↑	Δy
		x_{oi}	↑	x_{oi}
		y_{oi}	GSB 0	
4	Wiederholen Sie 3 für mehrere Teilflächen			
5	Berechnen Sie $\bar{x}$, $\bar{y}$, A		GSB 1	$\bar{x}$
			R/S	$\bar{y}$
			R/S	A
6	(Auf Wunsch) Anzeigen I_x		RCL 7	I_x
	I_y		RCL 8	I_y
	I_{xy}		RCL 9	I_{xy}
7	Berechnen Sie $I_{\bar{x}}$		GSB 2	$I_{\bar{x}}$
	$I_{\bar{y}}$		R/S	$I_{\bar{y}}$
	$I_{\bar{x}\bar{y}}$		R/S	$I_{\bar{x}\bar{y}}$
8	Berechnen Sie Φ		GSB 3	Φ
9	Für eine neue Rechnung gehen Sie nach 2			

Beispiel 1:
Gegeben ist untenstehendes Rechteck, berechnen Sie $\bar{x}$, $\bar{y}$, A, I_x, I_y, I_{xy}, $I_{\bar{x}}$, $I_{\bar{y}}$, $I_{\bar{x}\bar{y}}$ und Φ.

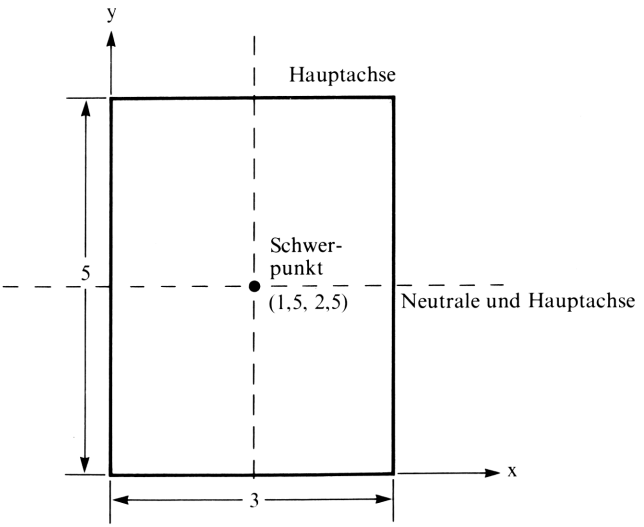


Tabelle der Eingabewerte

Δx	Δy	x_0	y_0
3	5	1,5	2,5

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
f REG 3 ENTER↑ 5 ENTER↑		
1.5 ENTER↑ 2.5 GSB 0 →	56.25	
GSB 1 →	1.50	$(\bar{x})$
R/S →	2.50	$(\bar{y})$
R/S →	15.00	(A)
RCL 7 →	125.00	(I_x)
RCL 8 →	45.00	(I_y)
RCL 9 →	56.25	(I_{xy})
GSB 2 →	31.25	$(I_{\bar{x}})$
R/S →	11.25	$(I_{\bar{y}})$
R/S →	0.00	$(I_{\bar{x}\bar{y}})$
GSB 3 →	0.00	(Φ)

Beispiel 2:
Berechnen Sie alle Größen der folgenden Fläche.

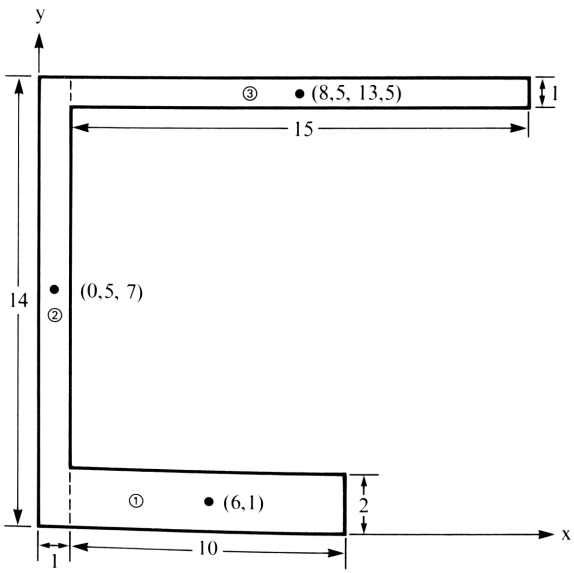


Tabelle der Eingabewerte

Teilfläche	Δx	Δy	x_{0i}	y_{0i}
1	10	2	6	1
2	1	14	0,5	7
3	15	1	8,5	13,5

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
f REG 10 ENTER↑ 2 ENTER↑		
6 ENTER↑ 1 GSB 0 →	120.00	
1 ENTER↑ 14 ENTER↑ 0.5 ENTER↑		
7 GSB 0 →	49.00	
15 ENTER↑ 1 ENTER↑ 8.5 ENTER↑		
13.5 GSB 0 →	1721.25	
GSB 1 →	5.19	$(\bar{x})$
R/S →	6.54	$(\bar{y})$
R/S →	49.00	(A)
RCL 7 →	3676.33	(I_x)
RCL 8 →	2256.33	(I_y)
RCL 9 →	1890.25	(I_{xy})
GSB 2 →	1580.00	$(I_{\bar{x}})$
R/S →	934.49	$(I_{\bar{y}})$
R/S →	225.61	$(I_{\bar{x}\bar{y}})$
GSB 3 →	–17.48	(Φ)

VERMESSUNG

Polygonzug-Berechnungen

Zur Berechnung der Hoch- (H) und Rechts-(R)-Werte von Gauß-Krüger-Koordinaten benutzt dieses Programm entweder Entfernungen und Winkel und/oder Brechungswinkel (mit dem Zusatz «rechts» oder «links») ausgehend von einer Bezugsrichtung oder Entfernungen mit Angabe des Azimuts (Peilungen in den vier Quadranten). Für einen geschlossenen Polygonzug können außerdem die eingeschlossene Fläche und die schließende (Fehler-) Entfernung mit dem schließenden (Fehler-) Azimut berechnet werden.

Benutzte Formeln:

$H_{i+1} = H_i + HD \cos Az$

$R_{i+1} = R_i + HD \sin Az$

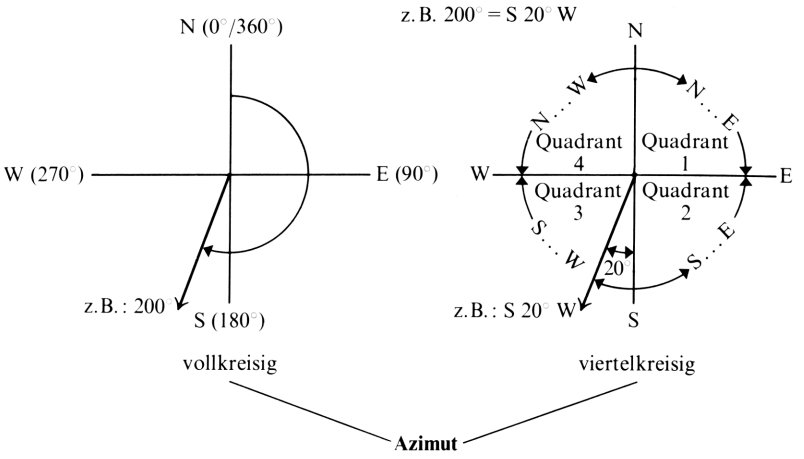
$$\text{Fläche} = \sum_{k=1}^{n} LAT_k \left(\tfrac{1}{2}DEP_k + \sum_{j=1}^{k-1} DEP_j\right)$$

wobei $DEP_k = R_{k+1} - R_k$ und $LAT_k = H_{k+1} - H_k$

HD = Horizontal-Entfernung
WR = Winkel rechts
WL = Winkel links
BR = Brechungswinkel rechts
BL = Brechungswinkel links
Hi = Hochwerte
Ri = Rechtswerte

Anmerkungen:

- Wenn der Benutzer nur Entfernungen und Azimute eingibt, können die Programmschritte 12 bis 26 ausgelassen werden. Will er aber nur Entfernungen und Winkel/Brechungswinkel zur Rechnung einsetzen, brauchen die Programmschritte 64 bis 80 nicht eingegeben werden.
- Winkel-links (WL) und Brechungswinkel-links (BL) müssen mit negativem Vorzeichen eingegeben werden.
- Für dieses Programm muß der Rechner im Winkel-Modus DEG (Altgrad) stehen.
- Bei der Eingabe von Winkeln und Richtungen wird das sich ergebende Azimut immer vollkreisig (0 bis 360°) angezeigt.
- Die Eingabe der Richtungen geschieht viertelkreisig. Für jeden Quadranten muß dazu eine Codezahl eingegeben werden, und zwar wie folgt:


N (0°/360°)
W (270°)
E (90°)
S (180°)
z.B.: 200
vollkreisig
z.B. 200° = S 20° W
N
W
E
S
NW
NE
SW
SE
Quadrant 4
Quadrant 1
Quadrant 3
Quadrant 2
20°
z.B.: S 20° W
viertelkreisig
Azimut

```
01 *LBL1
02  FIX4
03  CLRG
04  STO1
05   X≠Y
06  STO2
07     1
08     8
09     0
10  STO3
11   R/S
12    +H
13  RCL3
14    +H
15     +
16  GTO8
17 *LBL2
18    +H
19  RCL3
20    +H
21     +
22  +HMS
23 *LBL3
24    +H
25  RCL4
26     +
27 *LBL0
28     1
29    +R
30    +P
31 *LBL9
32   X≠Y
33  X>0?
34  GTO8
35     7
36     6
37     0
38     +
39 *LBL8
40  STO4
41  +HMS
42   R/S
43  ST+5
44  RCL4
45   X≠Y
46    +R
47  ST+6
48   X≠Y
49  ST+7
50     2
51     ÷
52  RCL7
53     -
54     x
55  ST+8
56  RCL6
57  RCL2
58     +
59   R/S
60  RCL7
61  RCL1
62     +
63   R/S
64 *LBL4
65   X≠Y
66  STO9
67   X≠Y
68  ENT↑
69  ENT↑
70     2
71     ÷
72   INT
73  RCL3
74     x
75   X≠Y
76  RCL3
77     x
78   COS
79  RCL9
80    +H
81     x
82     -
83  GTO8
84 *LBL5
85  RCL8
86   ABS
87   R/S
88  RCL7
89  RCL6
90    +P
91   R/S
92  GTO9
```

Koordinaten des Anfangspunktes speichern

180° speichern

Bezugs-Azimut

Winkel-Eingabe

Brechungs-winkel-Eingabe

Azimut berechnen

***

Horizontal-Entfernung eingeben

Nächste Koordinaten berechnen und Fläche addieren

***

Umwandeln viertelkreisiges Azimut und Codezahl im Vollkreis-Azimut

Fläche

***

Schließender Fehler

***

REGISTER

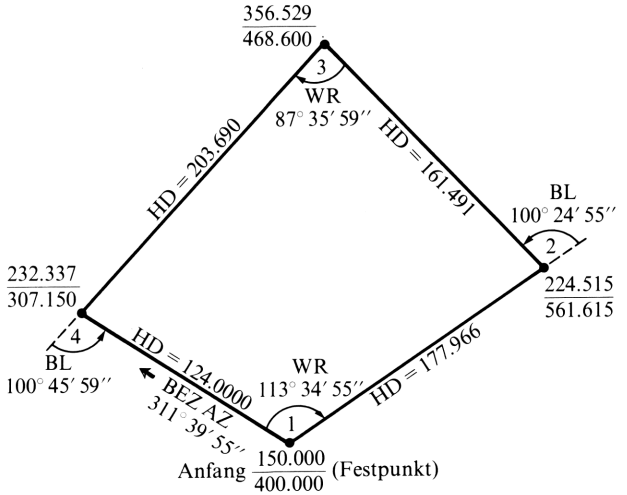
0	1 Anfangs-R	2 Anfangs-H	3 180	4 Az	5 Σ Horizontalentf.
6 LAT	7 Brechungswinkel	8 Fläche	9 Richtung	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Anfangs-Koordinaten eintasten	Anfangs-H	↑	Anfangs-H
		Anfangs-R	GSB 1	180.00
	Für Berechnung mit Winkeln			

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
3	Bezugsrichtung (Azimut) des			
	Anfangspunktes eintasten	Bezugs-Az. (D.MS)	R/S	Az (D.MS)
4	Winkel eintasten:			
	Winkel rechts	WR	GSB 2	Az (D.MS)
	oder Winkel links (–)	– WL	GSB 2	Az (D.MS)
	oder Brechungswinkel rechts	BR	GSB 3	Az (D.MS)
	oder Brechungswinkel links (–)	– BL	GSB 3	Az (D.MS)
5	Horizontalentfernung eingeben und			
	H- und R-Koordinaten berechnen	HD	R/S	H
			R/S	R
	oder			
	für Berechnung mit Richtungen			
	(Azimut)			
6	Richtung (Azimut) und	Az (D.MS)	↑	Az (D.MS)
	Quadranten-Codezahl eintasten	1, 2, 3 oder 4	GSB 4	Az (D.MS)
7	Horizontal-Entfernung eintasten			
	und H- und R-Koordinaten berechnen	HD	R/S	H
			R/S	R
	Wiederholen Sie Schritte 3, 4 und 5			
	bzw. 6 und 7 für alle aufeinanderfolgenden			
	Polygonzüge			
8	Wenn Polygon geschlossen: Fläche			
	berechnen		GSB 5	Fläche
	Fehler-Entfernung und		R/S	Fehler-Entf.
	Fehler-Azimut berechnen		R/S	Fehler-Az (D.MS)

Beispiel 1:

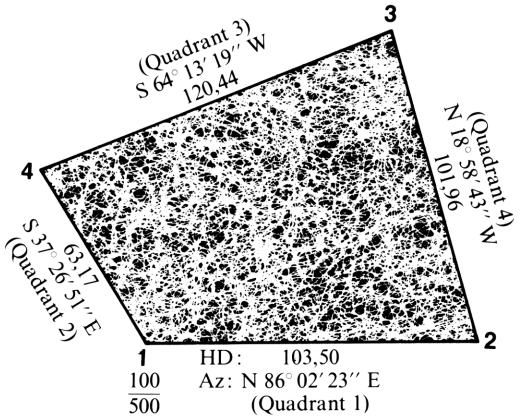


Gegeben: Anfangspunkt $\frac{150}{400}$, Entfernungen, Winkel und Brechungswinkel.

Gesucht: Alle H- und R-Werte, Fläche und schließender Fehler.

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
150 ENTER↑ 400 GSB 1 →	180.0000	
311.3955 R/S →	131.3955	(Bez. Az)
113.3455 GSB 2 →	65.1450	(Az)
177.966 R/S →	224.5150	(H_2)
R/S →	561.6150	(R_2)
100.2455 CHS GSB 3 →	324.4955	(Az)
161.491 R/S →	356.5285	(H_3)
R/S →	468.6000	(R_3)
87.3559 GSB 2 →	232.2554	(Az)
203.690 R/S →	232.3372	(H_4)
R/S →	307.1498	(R_4)
100.4559 CHS GSB 3 →	131.3955	(Az)
124 R/S →	149.9048	(H_1)
R/S →	399.7829	(R_1)
GSB 5 →	26558.8204	(Fläche)
R/S →	0.2371	(Fehler-Entfernung)
R/S →	246.1844	(Fehler-Azimut)

Beispiel 2:



Gegeben: Anfangspunkt $\frac{100}{500}$, Entfernungen (HD) und Richtungen (Az, viertelkreisig).

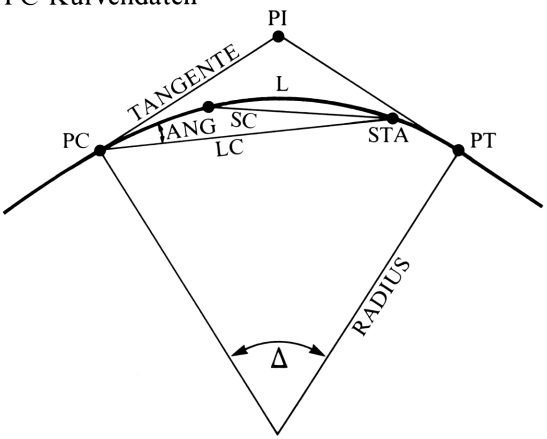
Gesucht: Alle H- und R-Werte, Fläche und schließender Fehler.

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
100 ENTER↑ 500 GSB 1 →	180.0000	
86.0223 ENTER↑ 1 GSB 4 →	86.0223	(Richtung 1–2)
103.50 R/S →	107.1482	(H_2)
R/S →	603.2529	(R_2)
18.5843 ENTER↑ 4 GSB 4 →	341.0117	(Richtung 2–3)
101.96 R/S →	203.5657	(H_3)
R/S →	570.0939	(R_3)
64.1319 ENTER↑ 3 GSB 4 →	244.1319	(Richtung 3–4)
120.44 R/S →	151.1880	(H_4)
R/S →	461.6395	(R_4)
37.2651 ENTER↑ 2 GSB 4 →	142.3309	(Richtung 4–1)
63.17 R/S →	101.0366	(H_1)
R/S →	500.0490	(H_1)
GSB 5 →	8855.4922	(Fläche)
R/S →	1.0378	(Fehler-Entfernung)
R/S →	2.4219	(Fehler-Azimut)

Horizontale Kreiskurven

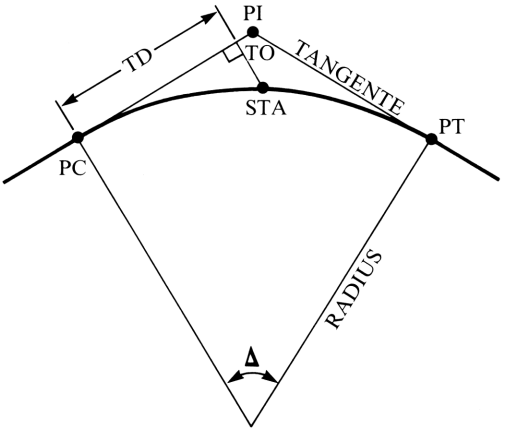
Dieses Programm verarbeitet und berechnet die verschiedenen Vermessungsdaten zum Bau einer horizontalen Kreiskurve. Die benötigten Werte hierfür sind die PC-Station und der Radius oder der Kurvengrad. Mit diesen Angaben werden nacheinander die Bogenlänge, Winkel zwischen Tangente und langer Sehne, die lange Sehne von der PC-Station bis zur laufenden Meß-Station und die kurze Sehne von der vorhergehenden zur laufenden Station berechnet.
Wenn der Zentralwinkel bekannt ist, berechnet das Programm auch die gesamte Bogenlänge zwischen den beiden Endpunkten (PC, PT) der Kurve, die Station PT und die Länge der Tangente von PC nach PI.
Die Station XX + XX.XX muß bei diesem Programm in der Form XXXX.XX eingegeben werden. Als Beispiel muß die Station 20 + 10.00 in der Form 2010.00 eingetastet werden. Der Kurvengrad D (oder Zentralwinkel, dessen Bogenlänge 100 Fuß beträgt) wird *immer* in Gradzahlen mit negativem Vorzeichen eingegeben.

PC-Kurvendaten



PC Kurvendaten:
PC-Kurvenvermessungsdaten sind:
STA = laufende Station
ANG = Winkel zwischen Tangente und langer Sehne
LC = lange Sehne von PC zur laufenden Station
SC = kurze Sehne von der vorhergehenden zur laufenden Station
Δ = Zentralwinkel
PI = Schnittpunkt der Tangenten
PC, PT = Endpunkte der Kurve
L = Bogenlänge
R = Radius

Tangenten-Abweichung und Tangentenlänge



Tangentenabweichungen:
Vermessungsdaten für Tangentenabweichungen sind:
STA = laufende Station
TD = Tangentenlänge
TO = Tangentenabweichung
T = Entfernung von PC nach PI

```
01 *LBL1
02  CLRG
03  FIX4
04  X<0?
05  GSB0
06  STO1
07   Pi
08   x
09   9
10   0
11   ÷
12  STO2
13   R↓
14  STO3
15  STO4
16   RTN
17 *LBL0
18   CHS
19   →H
20   Pi
21   x
22  1/X
23   1
24   5
25   EEX
26   3
27   x
28   RTN
29 *LBL2
30  RCL4
31  ST.2
32   R↓
33  STO4
34  RCL3
35   -
36   R/S
37  GSB3
38   x
39  STO7
40  →HMS
41   R/S
42  RCL7
43   SIN
44  RCL1
45   x
46   2
47   x
48  STO5
49  RCL7
50   SIN
51   x
52  STO8
53  RCL5
54  RCL7
55   COS
56   x
57  STO9
58  RCL5
59   R/S
60  RCL4
61  RC.2
62   -
63  GSB9
64   x
65   SIN
66  RCL1
67   2
68   x
69   x
70   RTN
71 *LBL9
72   9
73   0
74   Pi
75   ÷
76  RCL1
77   ÷
78   RTN
79 *LBL3
80   →H
81   2
82   ÷
83  STO6
84  GSB9
85   ÷
86   R/S
87  RCL3
88   +
89   R/S
90  RCL6
91   TAN
92  RCL1
93   x
```

Speichern R & D

Eingabe PC

Berechnet R aus D

Eingabestation

*** Berechnet L

*** Berechnet Abweichungswinkel

Berechnet LC

Berechnet TO

Berechnet TD

Anzeige LC

***

Berechnet SC

$\frac{90}{\pi R}$

Eingabe Zentralwinkel Δ

Berechnet L

***

Berechnet PT

***

***
Berechnet T

REGISTER

0	1 R	2 Kurvengrad	3 PC	4 Laufende Station	5 LC
6 Δ/2	7 Ablenkungswinkel	8 TO	9 TD	.0	.1
.2 Vorhergeh. Stat.	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Eingeben Anfangspunkt der Kurve	PC	↑	PC
3	Eingeben Radius	R	GSB 1	PC
	oder Kurvengrad (immer negativ)	−D (D.MS)	GSB 1	PC
4	Falls erwünscht, können Radius R		RCL 1	R
	und Kurvengrad D angezeigt werden		RCL 2	D
5	Laufende Station eingeben	STA	GSB 2	L (Bogenlänge)
			R/S	Abweichungs-Winkel (D.MS)
			R/S	Lange Sehne LC
			R/S	Kurze Sehne SC
6	Falls erwünscht, können Tangenten-			
	abweichung TO und Tangentendistanz TD		RCL 8	TO
	angezeigt werden		RCL 9	TD
7	Zentralwinkel eingeben	Δ (D.MS)	GSB 3	Bogenlänge von PC nach PT
			R/S	Station PT
			R/S	T, Gesamtlänge der Tangente

Beispiel:
Berechnen Sie die Kurvendaten mit einem Zentralwinkel von 35°30′ und einem Kurvengrad von 12°30′. Die PC-Station ist 7 + 85.40.

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
785.40 ENTER↑		
12.30 CHS GSB 1 →	785.4000	(PC)
RCL 1 (falls erwünscht) →	458.3662	(R)
Für Station 8 + 00.00:		
800 GSB 2 →	14.6000	(L)
R/S →	.5445	(ANG)
R/S →	14.5994	(LC)
R/S →	14.5994	(SC)
RCL 8 (falls erwünscht) →	.2325	(TO)
RCL 9 (falls erwünscht) →	14.5975	(TD)
Für Station 9 + 00.00:		
900 GSB 2 →	114.6000	(L)
R/S →	7.0945	(ANG)
R/S →	114.3018	(LC)
R/S →	99.8018	(SC)

RCL 8	→ 14.2516	(TO)
RCL 9	→ 113.4098	(TD)

Für Station 10 + 00.00:

1000 GSB 2	→ 214.6000	(L)
R/S	→ 13.2445	(ANG)
R/S	→ 212.6454	(LC)
R/S	→ 99.8018	(SC)
RCL 8	→ 49.3252	(TO)
RCL 9	→ 206.8455	(TD)
35.30 GSB 3	→ 284.0000	(L)
R/S	→ 1069.4000	(PT)
R/S	→ 146.7242	(T)

Berechnen Sie nun die Werte für PT:

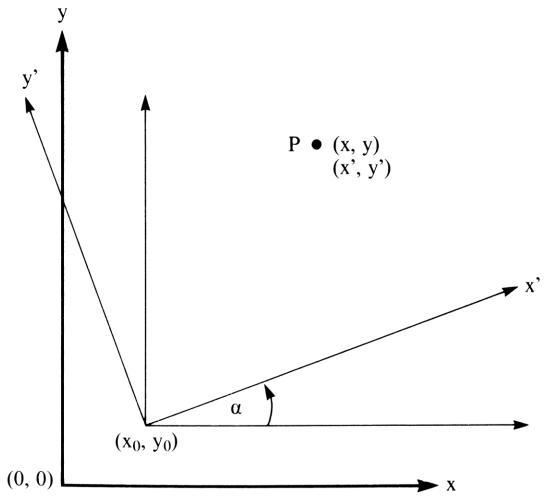
1069.40 GSB 2	→ 284.000	(L)
R/S	→ 17.4500	(ANG)
R/S	→ 279.4790	(LC)
R/S	→ 69.3337	(SC)

Notizen

TRIGONOMETRIE UND ANALYTISCHE GEOMETRIE

Koordinatentransformation (Translation und Rotation)

Dieses Programm ermöglicht die Parallelverschiebung (Translation) und Drehung (Rotation) eines zweidimensionalen Koordinatensystems. Der Ursprung wird vom Punkt (0, 0) in einen neuen Punkt (x_0, y_0) verschoben und die x- und y-Achsen um einen Winkel α gedreht, so daß aus den ursprünglichen Achsen x und y die neuen Achsen x' und y' werden. Ein Punkt hat bezüglich des alten x-y-Koordinatensystems die Koordinaten (x, y). Nach der Transformation hat dieser Punkt P bezüglich des neuen Systems die Koordinaten (x', y'). Nach Eingabe der Koordinaten des Punktes P im alten System berechnet das Programm die Koordinaten dieses Punktes im neuen System:



Anmerkungen:
Wird das System nur verschoben und nicht gedreht, so ist für α der Wert Null einzugeben. Soll das System nur gedreht (Rotation) werden, muß $x_0 = y_0 = 0$ eingegeben werden.
Der Winkel α ist mit positivem Vorzeichen einzugeben, wenn die Drehung entgegen dem Uhrzeigersinn erfolgt und mit negativem Vorzeichen, wenn die Drehung im Uhrzeigersinn durchgeführt werden soll.
Für dieses Programm muß der Rechner auf Altgrad (DEG) geschaltet sein.

Benutzte Formeln:
Rect (r, θ) bezeichnet die Rechneroperation →R, wobei r im X-Register und θ im Y-Register steht.
Pol (x, y) bezeichnet die Rechner-Operation →P, wobei x im X-Register und y im Y-Register steht.

Damit (x', y') = Rect (r, θ–α), wobei (r, θ) = Pol ($x-x_0$, $y-y_0$)
und (x, y) = (x_0, y_0) + Rect (r', θ' + α), wobei (r', θ') = Pol (x', y')

01 *LBL0 02 STO7 03 R↓ 04 STO9 05 R↓ 06 STO8 07 RTN 08 *LBL1 09 RCL9 10 - 11 X≷Y 12 RCL8 13 - 14 →P 15 X≷Y 16 RCL7 17 - 18 X≷Y 19 →R 20 R/S 21 X≷Y 22 RTN 23 *LBL2 24 X≷Y 25 →P 26 X≷Y 27 RCL7 28 + 29 X≷Y 30 →R 31 RCL8 32 + 33 R/S 34 X≷Y 35 RCL9 36 + 37 RTN	Speichern von x_0, y_0 und α Umrechnung x, y in x', y' *** *** Umrechnung x', y' in x, y *** ***		

REGISTER

0	1	2	3	4	5
6	7 θ	8 x_0	9 y_0	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

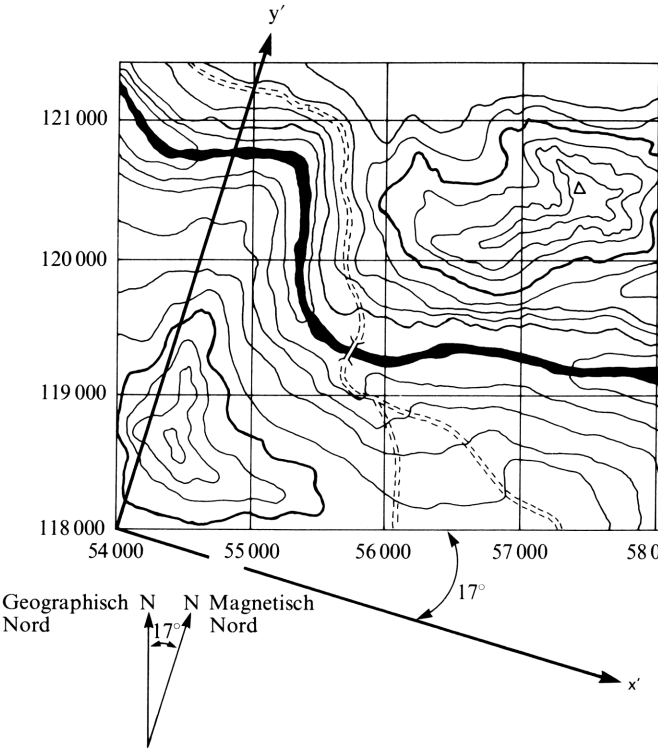
Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Rechner auf DEG-Modus schalten			
	Koordinaten des neuen Nullpunktes			
	eingeben	x_0	↑	x_0
		y_0	↑	y_0
	Drehwinkel α eingeben	α	GSB 0	x_0
	(Achten Sie auf das richtige Vorzeichen)			
3	Geben Sie die alten Koordinaten eines			
	Punktes P ein und berechnen Sie die			
	Koordinaten im neuen System	x	↑	x
		y	GSB 1	x'
			R/S	y'
4	Geben Sie die neuen Koordinaten von P ein			
	und berechnen Sie die Koordinaten im			
	alten System	x'	↑	x'
		y'	GSB 2	x
			R/S	y

Beispiel 1:
Der Ursprung eines Koordinatensystems soll vom Punkt (0, 0) zum Punkt (–1, 4) verschoben und um 30° entgegen dem Uhrzeigersinn (d.h. im positiven Sinn) gedreht werden.
Berechnen Sie die neuen Koordinaten eines Punktes, dessen Koordinaten im alten System die Werte (1, 3) haben.
Berechnen Sie die alten Koordinaten eines Punktes, dessen Koordinaten im transformierten System die Werte (5, 7) haben.

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
1 CHS ENTER↑ 4 ENTER↑ 30 GSB 0	–1.00	(x_0)
1 ENTER↑ 3 GSB 1 →	1.23	(x')
R/S →	–1.87	(y')
5 ENTER↑ 7 GSB 2 →	–0.17	(x)
R/S →	12.56	(y)

Beispiel 2:
Ein Wanderer beabsichtigt einen Marsch quer durch das Gelände. Da es kaum markierte Wege hat, weiß er, daß er seine Richtung laufend mit Hilfe des Kompasses und der Karte überprüfen muß. Leider ist seine Karte im Maßstab und in der Ausführung recht ungeeignet. Das Gitternetz der Karte gibt die Abstände von einem

25 Meilen entfernten Nullpunkt in Fuß an, so daß sich große Zahlen ergeben, mit denen es sich schlecht rechnet. Zweitens ist das Gitternetz nach geographisch Nord ausgerichtet, während sein Kompaß magnetisch Nord anzeigt. Die örtliche Mißweisung beträgt +17°.
Deshalb entschließt er sich vor seinem Aufbruch, eine grobe Kopie der Karte zu zeichnen, die seinen Bedürfnissen entspricht. Er legt den Nullpunkt auf den Gitterpunkt (54 000, 118 000) und dreht die Achsen des Gitternetzes um 17° im Uhrzeigersinn. Nun möchte er die neuen Koordinaten der Brücke und des Berggipfels finden, deren Koordinaten im alten System bei (55 750, 119 300) bzw. bei (57 450, 120 500) liegen.

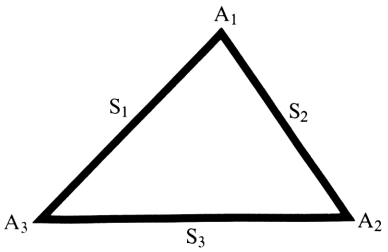


Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**
54000 ENTER↑ 118000 ENTER↑	
17 CHS GSB 0 ⟶	54000.00
55750 ENTER↑ 119300 GSB 1 ⟶	1293.45
R/S ⟶	1754.85
Die neuen Koordinaten der Brücke sind (1293, 1755).	
57450 ENTER↑ 120500 GSB 1 ⟶	2568.32
R/S ⟶	3399.44

Die neuen Koordinaten des Berggipfels sind (2568, 3399).

Dreieckberechnungen

Dieses Programm berechnet die Winkel, die Seiten und die Fläche beliebiger ebener Dreiecke.
Die Bezeichnung der Seiten und Winkel wird für dieses Programm wie folgt festgelegt:



Von den 6 Größen eines Dreiecks (3 Seiten und 3 Winkel) genügen im allgemeinen 3 Größen, um es genau zu bestimmen. Die einzige Ausnahme, welche ein Dreieck nicht genau festlegt, ist die Angabe von nur drei Winkeln. Es bleiben demnach fünf Möglichkeiten, die von diesem Programm berechnet werden können:

1. Zwei Seiten und der von ihnen eingeschlossene Winkel = SAS.
2. Eine Seite und die beiden anliegenden Winkel = ASA.
3. Zwei Seiten und der der einen Seite gegenüberliegende Winkel (zweideutiger Fall) = SSA.
4. Eine Seite, ein anliegender Winkel und der gegenüberliegende Winkel = SAA.
5. Drei Seiten = SSS.

Die Ergebnisse werden in den Registern 0 bis 6 wie folgt gespeichert:

Fläche → R 0
Seite 1 (S1) → R 1
Winkel 1 (A1) → R 2
Seite 2 (S2) → R 3
Winkel 2 (A2) → R 4
Seite 3 (S3) → R 5
Winkel 3 (A3) → R 6

Anmerkungen:

1. Es kann jeder Winkel-Modus benutzt werden.
2. Beachten Sie, daß die Bezeichnung der 6 Winkelgrößen in diesem Programm nicht mit der üblichen Bezeichnungsweise übereinstimmt, z.B. liegt der Winkel A1 *nicht* der Seite S1 gegenüber.

3. Alle Winkel müssen in dezimaler Schreibweise eingegeben werden. Für die Umwandlung von Grad, Minuten und Sekunden in Dezimalform kann die Umwandlungsfunktion [→H] benutzt werden.

Bei extrem kleinen Winkeln wird die Berechnung ungenau.

Benutzte Formeln:

Fall SAS (S_1, A_1, S_2):

$$S_3 = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 - 2\,S_1\,S_2 \cos A_1}$$

$$A_2 = \tan^{-1} \frac{S_1 \sin A_1}{S_2 - S_1 \cos A_1}$$

$$A_3 = \cos^{-1} \left[- \cos (A_1 + A_2) \right]$$

Fall ASA (A_3, S_1, A_1):

$$S_2 = S_1 \frac{\sin A_3}{\sin A_2} = S_1 \frac{\sin A_3}{\sin (A_1 + A_3)}$$

Fortsetzung bei Fall SAS

Fall SSA (S_1, S_2, A_2):

$$A_3 = \sin^{-1} \left(\frac{S_2 \sin A_2}{S_1} \right)$$

$$A_1 = \cos^{-1} \left[- \cos (A_2 + A_3) \right]$$

Fortsetzung bei Fall SAS

Fall SAA (S_1, A_1, A_2)

$$S_2 = S_1 \frac{\sin A_3}{\sin A_2} = S_1 \frac{\sin (A_1 + A_2)}{\sin A_2}$$

Fortsetzung bei Fall SAS

Fall SSS (S_1, S_2, S_3):

$$A_1 = \cos^{-1} \left(\frac{S_1^2 + S_2^2 - S_3^2}{2\,S_1\,S_2} \right)$$

Fortsetzung bei Fall SAS

Fläche: $\frac{1}{2} \cdot S_1 \cdot S_3 \cdot \sin A_3$

01 *LBL1			50 ×		
02 RCL2	Fall **SAS**		51 STO3		
03 RCL1	Berechnet A_2, S_3		52 GTO1	– – – – – – – – – – –	
04 →R	mit Kosinussatz		53 *LBL4		
05 RCL3			54 RCL3	Fall **SSA**	
06 X≷Y			55 RCL4	Berechnet A_1,	
07 −			56 SIN	danach Fortsetzung	
08 →P			57 RCL1	Fall SAS (LBL 1)	
09 STO5			58 ÷	(Lösung 1)	
10 X≷Y			59 ×		
11 STO4			60 SIN⁻¹		
12 RCL2			61 RCL4		
13 +			62 +		
14 GSB0			63 GSB0		
15 STO6	– – – – – – – – – – –		64 STO2		
16 SIN			65 GSB1		
17 ×	Fläche		66 RCL1		
18 RCL1			67 RCL3	Zwei Lösungen	
19 ×			68 X≤Y?	existieren falls	
20 2			69 RTN	$S_2 > S_1$ und $A_2 < 90°$	
21 ÷			70 R/S	(Lösung 2)	
22 STO0	***		71 RCL6		
23 RTN	– – – – – – – – – – –		72 GSB0		
24 *LBL2			73 STO6		
25 RCL1			74 RCL4		
26 RCL3	Fall **SSS**		75 +		
27 →P	Berechnet A_1 mit		76 GSB0		
28 X≷Y	Kosinussatz, danach		77 STO2		
29 RCL5	Fortsetzung Fall SAS		78 GTO1		
30 X≷Y	(LBL 1)		79 *LBL5	– – – – – – – – – – –	
31 −			80 RCL4	Fall **SAA**	
32 RCL1			81 RCL2	Berechnet S_2, danach	
33 RCL3			82 +	Fortsetzung Fall SAS	
34 ×			83 SIN	(LBL 1)	
35 2			84 RCL4		
36 ×			85 SIN		
37 ÷			86 ÷		
38 COS⁻¹			87 RCL1		
39 STO2			88 ×		
40 GTO1			89 STO3		
41 *LBL3	– – – – – – – – – – –		90 GTO1		
42 RCL6			91 *LBL0	– – – – – – – – – – –	
43 SIN			92 COS		
44 RCL2	Fall **ASA**		93 CMS		
45 RCL6	Berechnet S_2		94 COS⁻¹		
46 +	Fortsetzung Fall SAS		95 RTN		
47 SIN	(LBL 1)				
48 ÷					
49 RCL1					

REGISTER

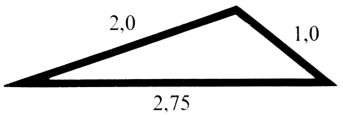
0 Fläche	1 Seite 1	2 Winkel 1	3 Seite 2	4 Winkel 2	5 Seite 3
6 Winkel 3	7	8	9	0	1
2	3	4	5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Fall bestimmen und Daten eintasten			
2a	Fall: **SAS**			
	Seite 1	S_1	STO 1	S_1
	Winkel 1	A_1	STO 2	A_1
	Seite 2	S_2	STO 3	S_2
			GSB 1	Lösung s. Schritt 3
2b	Fall: **SSS**			
	Seite 1	S_1	STO 1	S_1
	Seite 2	S_2	STO 3	S_2
	Seite 3	S_3	STO 5	S_3
			GSB 2	Lösung s. Schritt 3
2c	Fall: **ASA**			
	Winkel 3	A_3	STO 6	A_3
	Seite 1	S_1	STO 1	S_1
	Winkel 1	A_1	STO 2	A_1
			GSB 3	Lösung s. Schritt 3
2d	Fall: **SSA** (2 Lösungen möglich, wenn			
	$S_2 > S_1$ und $A_2 < 90°$			
	Seite 1	S_1	STO 1	S_1
	Seite 2	S_2	STO 3	S_2
	Winkel 2	A_2	STO 4	A_2
			GSB 4	Lösung 1 s. Schritt 3
	* Bitte nur einmal [R/S] drücken. Zweites		R/S	Lösung 2* s. Schritt 3
	Drücken von [R/S] führt zu falschen			(falls vorhanden)
	Ergebnissen			
2e	Fall: **SAA**			
	Seite 1	S_1	STO 1	S_1
	Winkel 1	A_1	STO 2	A_1
	Winkel 2	A_2	STO 4	A_2
			GSB 5	Lösung s. Schritt 3
3	Alle Resultate erhalten Sie durch Rückruf			
	der Registerinhalte R_0 bis R_6			

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
	(Für HP-19C: Benutzen Sie den			
	Register-Druckbefehl)			
	Rückruf R0 (Fläche)		RCL 0	Fläche
	Rückruf R1 (S_1)		RCL 1	S_1
	Rückruf R2 (A_1)		RCL 2	A_1
	Rückruf R3 (S_2)		RCL 3	S_2
	Rückruf R4 (A_2)		RCL 4	A_2
	Rückruf R5 (S_3)		RCL 5	S_3
	Rückruf R6 (A_3)		RCL 6	A_3

Beispiel 1:
Berechnen Sie die Winkel und die Fläche des Dreiecks.

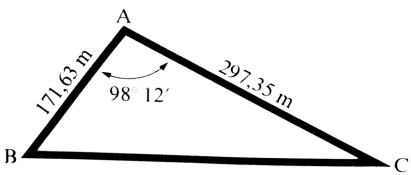


Fall SSS

Tasten Sie:		**Anzeige/Ausdruck:**	
2 STO 1 1 STO 3 2.75 STO 5			
GSB 2 RCL 0	→	0.77	(Fläche)
RCL 1	→	2.00	(S_1)
RCL 2	→	129.84	(A_1)
RCL 3	→	1.00	(S_2)
RCL 4	→	33.95	(A_2)
RCL 5	→	2.75	(S_3)
RCL 6	→	16.21	(A_3)

Beispiel 2:
Ein Landvermesser hat die Aufgabe, eine dreieckförmige Parzelle auszumessen und zu berechnen. Vom Punkt A werden die beiden Entfernungen zum Punkt B und zum Punkt C mit einem elektrischen Entfernungsmesser gemessen. Außerdem mißt er den Winkel zwischen AC und AB.

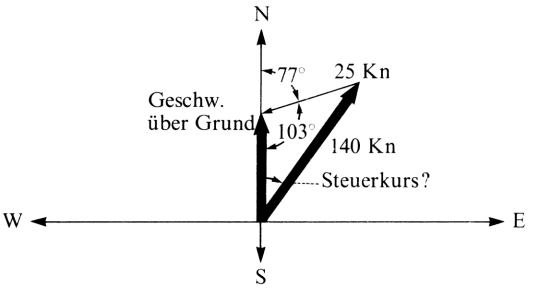
Meßwerte:



Fall **SAS** mit $S_1 = 171.63$, $A_1 = 98° 12'$ und $S_2 = 297{,}35$.

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
171.63 STO 1 98.12 g →H STO 2		
297.35 STO 3 GSB 1 RCL 0 →	25256.21	(Fläche)
RCL 1 →	171.63	(AB)
RCL 2 →	98.20	(Winkel A)
RCL 3 →	297.35	(AC)
RCL 4 →	27.83	(Winkel C)
RCL 5 →	363.91	(CB)
RCL 6 →	53.97	(Winkel B)

Beispiel 3:
Ein Pilot möchte direkt nach Norden fliegen (0°). Der Wind weht mit 25 Knoten aus einer Richtung von 77°. Die Geschwindigkeit des Flugzeuges gegenüber Luft beträgt 140 Knoten. Welchen Kurs muß der Pilot steuern und welche Geschwindigkeit über Grund fliegt er?



Wenn Sie die Windrichtung (77°) von 180° abziehen, so ergibt das einen Winkel von 103° in einem Dreieck.
Damit wird das Problem auf den Fall SSA zurückgeführt.

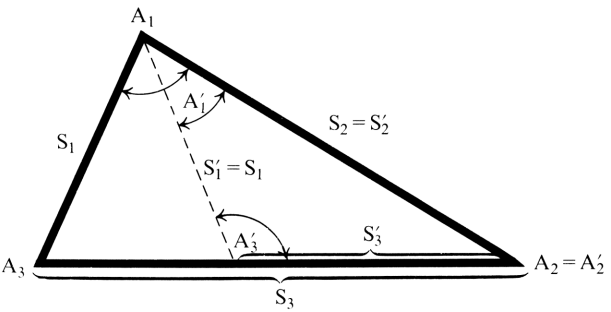
Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
140 STO 1 25 STO 3 103 STO 4		
GSB 4 RCL 0 →	1610.64	
RCL 1 →	140.00	(Geschw. d. Luft)
RCL 2 →	66.98	
RCL 3 →	25.00	(Windgeschw.)
RCL 4 →	103.00	
RCL 5 →	132.24	(Geschw. ü. Gr.)
RCL 6 →	10.02	(Steuerkurs)
R/S →	10.02	Keine Rechenoperation, da keine zweite Lösung.

Der Pilot muß also einen Kurs von 10.02° steuern. Seine Geschwindigkeit über Grund beträgt 132,24 Knoten.

Beispiel 4:
Gegeben $S_1 = 19{,}6$ m, $A_1 = 61{,}06°$, $A_2 = 40{,}25°$
Gesucht S_2, S_3, A_3, Fläche

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
19.6 STO 1 61.06 STO 2		
40.25 STO 4 GSB 5		
RCL 0 →	255.11	(Fläche m²)
RCL 1 →	19.60	(S_1, m)
RCL 2 →	61.06	(A_1, °)
RCL 3 →	29.75	(S_2, m)
RCL 4 →	40.25	(A_2, °)
RCL 5 →	26.55	(S_3, m)
RCL 6 →	78.69	(A_3, °)

Beispiel 5:
Gegeben $S_1 = 25{,}6$, $S_2 = 32{,}8$, $A_2 = 42{,}3°$
Gesucht S_3, A_1, A_3
Da $S_1 < S_2$ und Winkel $A_2 < 90°$, existieren zwei Lösungssysteme.



Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**		
25.6 STO 1 32.8 STO 3			
42.3 STO 4 GSB 4 RCL 0 →	410.85	(Fläche)	
RCL 1 →	25.60	(S_1)	
RCL 2 →	78.12	(A_1)	
RCL 3 →	32.80	(S_2)	Lösung 1
RCL 4 →	42.30	(A_2)	
RCL 5 →	37.22	(S_3)	
RCL 6 →	59.58	(A_3)	
R/S RCL 0 →	124.68	(Fläche)	
RCL 1 →	25.60	(S'_1)	
RCL 2 →	17.28	(A'_1)	
RCL 3 →	32.80	(S'_2)	Lösung 2
RCL 4 →	42.30	(A'_2)	
RCL 5 →	11.30	(S'_3)	
RCL 6 →	120.42	(A'_3)	

Beispiel 6:
Gegeben: Dreieck mit einer Seite 20,96 m lang. Die beiden anliegenden Winkel sind 64°32′ und 35°06′ groß. Gesucht werden alle übrigen Größen.

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
64.32 g →H STO 6 20.96 STO 1		
35.06 g →H STO 2 GSB 3 RCL 0	115.66	(Fläche)
RCL 1 →	20.96	(S_1)
RCL 2 →	35.10	(A_1)
RCL 3 →	19.19	(S_2)
RCL 4 →	80.37	(A_2)
RCL 5 →	12.22	(S_3)
RCL 6 →	64.53	(A_3)

Kreis durch drei Punkte bestimmt

Bei gegebenen drei Punkten (x_1, y_1), (x_2, y_2) und (x_3, y_3) berechnet dieses Programm den Kreismittelpunkt (x_0, y_0) und den Radius r eines Kreises, der durch diese drei Punkte geht.

Benutzte Formeln:

$$y_0 = \frac{K_2 - K_1}{N_2 - N_1} \quad . \quad x_0 = K_2 - N_2 y_0 \qquad (N_2 \neq N_1)$$

$$r = \sqrt{(x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2}$$

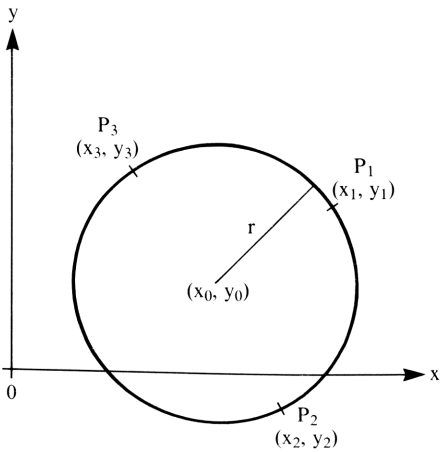
mit

$$K_1 = \frac{(x_2 - x_1)(x_2 + x_1) + (y_2 - y_1)(y_2 + y_1)}{2\,(x_2 - x_1)} \qquad (x_1 \neq x_2)$$

$$K_2 = \frac{(x_3 - x_1)(x_3 + x_1) + (y_3 - y_1)(y_3 + y_1)}{2\,(x_3 - x_1)} \qquad (x_1 \neq x_3)$$

$$N_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$N_2 = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1}$$



Anmerkung:
Falls $x_1 = x_2$ und/oder $x_1 = x_3$ werden die Punkte durch das Programm ausgetauscht; P_1 ersetzt P_3, P_3 ersetzt P_2 und P_2 ersetzt P_1.

01	*LBL1		50	RTN	***
02	RCL3		51	*LBL6	
03	RCL1		52	RCL1	
04	X=Y?		53	RCL2	
05	GTO9		54	+P	
06	RCL5	Prüfung, ob $x_1 = x_2$ oder	55	X²	
07	X=Y?	$x_1 = x_3$	56	STO0	
08	GTO8		57	RCL3	
09	*LBL5		58	RCL4	
10	GSB6		59	+P	
11	ST.3		60	X²	
12	X≠Y		61	RCL0	
13	STO7		62	-	Unterprogramm zur
14	RCL3		63	RCL3	Berechnung von
15	RCL5		64	RCL1	K_1, K_2, N_1 und N_2
16	STO3		65	-	
17	X≠Y		66	±	
18	STO5		67	x	
19	RCL4	Berechnet	68	÷	
20	RCL6	y_0, x_0, oder r	69	RCL4	
21	STO4		70	RCL2	
22	X≠Y		71	-	
23	STO6		72	RCL3	
24	GSB6		73	RCL1	
25	ST.4		74	-	
26	X≠Y		75	÷	
27	STO8		76	RTN	
28	RCL7		77	*LBL9	- - - - - - - - - - -
29	-		78	RCL5	
30	RC.4		79	X≠Y	
31	RC.3		80	GTO0	Prüfung, ob $x_1 = x_2 = x_3$
32	-		81	*LBL8	- - - - - - - - - - -
33	÷		82	RCL1	
34	ST.2		83	RCL3	
35	RC.4		84	RCL5	
36	x		85	STO3	
37	RCL8		86	R↓	
38	-		87	STO1	
39	CHS		88	R↓	
40	ST.1		89	STO5	Austauschroutine,
41	R/S	***	90	RCL2	falls $x_1 = x_2$ oder $x_1 = x_3$
42	RC.2		91	RCL4	
43	R/S	***	92	RCL6	
44	RCL4		93	STO4	
45	-		94	R↓	
46	RCL3		95	STO2	
47	RC.1		96	R↓	
48	-		97	STO6	
49	+P		98	GTO5	

REGISTER

0 Benutzt	1 x_1	2 y_1	3 x_2	4 y_2	5 x_3
6 y_3	7 k_1	8 k_2	9 r	.0	.1 x_0
.2 y_0	.3 N_1	.4 N_2	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Eingabe von x_1, y_1; x_2, y_2; x_3, y_3	x_1	STO 1	x_1
		y_1	STO 2	y_1
		x_2	STO 3	x_2
		y_2	STO 4	y_2
		x_3	STO 5	x_3
		y_3	STO 6	y_3
3	Berechne x_0, y_0 und r		GSB 1	x_0
			R/S	y_0
			R/S	r
4	Für eine neue Rechnung gehe nach Schritt 2			

Beispiel:
Welcher Kreis geht durch die Punkte (1, 1), (3,5, –7,6) und (12, 0,8)?

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**		
1 STO 1 1 STO 2 3.5 STO 3			
7.6 CHS STO 4 12 STO 5			
0.8 STO 6 GSB 1 →	6.45	(x_0)	Kreis-
R/S →	–2.08	(y_0)	mittelpunkt
R/S →	6.26	(r)	Radius

Schnittpunkte von Kreisen und Geraden

Dieses Programm berechnet den in einer Ebene liegenden Schnittpunkt von zwei Geraden, die Schnittpunkte eines Kreises mit einer Geraden und die Schnittpunkte von zwei Kreisen. Hierzu werden drei einzelne Programme benutzt:

1. Berechnung der Schnittpunkte von zwei Geraden.
   Eine Gerade wird bestimmt durch zwei Punkte (x_1, y_1 und x_2, y_2) oder durch einen Punkt und einen Winkel (θ). Hierbei ist θ der Winkel zwischen der positiven x-Achse und der Geraden.
2. Berechnung der Schnittpunkte von Kreis und Gerade.
   Eine Gerade wird durch zwei Punkte (x_1, y_1) und (x_2, y_2) bestimmt. Ein Kreis wird durch seine Mittelpunktskoordinaten (x_0, y_0) und seinen Radius r bestimmt.
3. Berechnung der Schnittpunkte von zwei Kreisen.
   Ein Kreis wird durch die Koordinaten des Mittelpunktes (x_0, y_0) und durch den Radius r bestimmt.

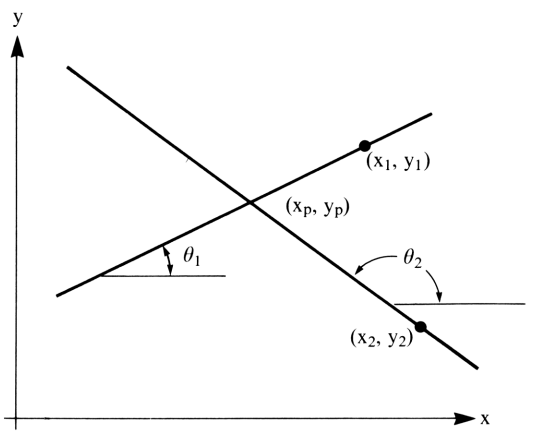
Benutzte Formeln:
Schnittpunkt Gerade – Gerade:

$$x_p = \frac{x_1 \tan \theta_1 - x_2 \tan \theta_2 + y_2 - y_1}{\tan \theta_1 - \tan \theta_2}$$

$$y_p = y_1 + (x - x_1) \tan \theta_1$$

$$y_1 = x_1 \tan \theta_1 + C_1$$

$$y_2 = x_2 \tan \theta_2 + C_2$$



Schnittpunkte Kreis – Gerade

$$x_{p1} = x_1 + P_1 \cos\theta$$

$$y_{p1} = y_1 + P_1 \sin\theta$$

$$x_{p2} = x_1 + P_2 \cos\theta$$

$$y_{p2} = y_1 + P_2 \sin\theta$$

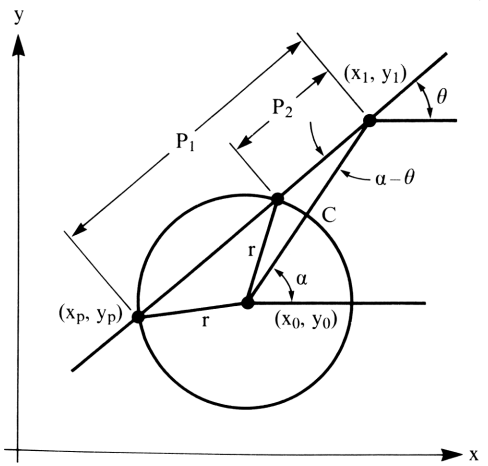
wobei: P_1 und P_2 Lösungen einer quadratischen Gleichung sind.

$$P^2 - 2\,D\cos(\theta - \alpha)\,P + D^2 - r^2 = 0$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\right]$$

$$\alpha = \tan^{-1}\left[\frac{y_0 - y_1}{x_0 - x_1}\right]$$

$$D = \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2}$$



Schnittpunkte Kreis – Kreis:

$$x_{p1} = x_{01} + r_1 \cos(\theta + \alpha)$$

$$y_{p1} = y_{01} + r_1 \sin(\theta + \alpha)$$

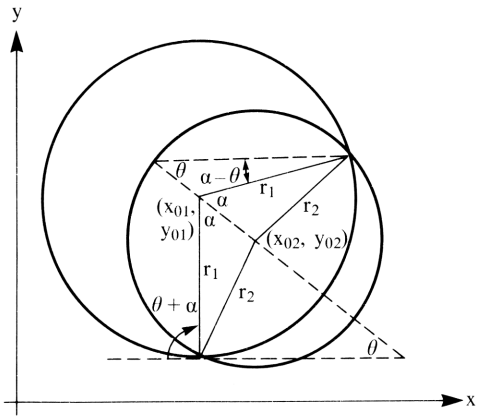
$$x_{p2} = x_{01} + r_1 \cos(\theta - \alpha)$$

$$y_{p2} = y_{01} + r_1 \sin(\theta - \alpha)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y_{02} - y_{01}}{x_{02} - x_{01}}\right)$$

$$\alpha = \cos^{-1}\left[\frac{D^2 + r_1^2 - r_2^2}{2Dr_1}\right]$$

$$D = \sqrt{(x_{02} - x_{01})^2 + (y_{02} - y_{01})^2}$$



Programm 1: Gerade – Gerade

01	*LBL3		50	-	
02	STO3		51	→P	
03	R↓	Eingabe eines Punktes und	52	R↓	
04	STO2	eines Winkels für erste	53	RTN	
05	R↓	Gerade	54	*LBL5	– – – – – – – – – – –
06	STO1		55	RCL7	
07	GTO5	– – – – – – – – – – – –	56	RCL2	
08	*LBL4		57	X=Y?	
09	STO7		58	GTO8	Berechnet x_p, y_p
10	R↓	Eingabe eines Punktes	59	ABS	
11	STO6	und eines Winkels für	60	RCL8	
12	R↓	zweite Gerade	61	X≠Y?	
13	STO5		62	GTO6	
14	GTO8	– – – – – – – – – – – –	63	RCL1	
15	*LBL1		64	R/S	
16	STO2		65	RCL7	
17	X≠Y		66	TAN	
18	STO1		67	x	
19	GSB6		68	RCL8	
20	STO3	Eingabe der Koordinaten	69	+	
21	*LBL9	des 1. Punktes	70	RTN	
22	RCL2		71	*LBL6	
23	RCL1		72	RCL7	– – – – – – – – – – –
24	RCL3		73	ABS	
25	TAN		74	RCL6	
26	x		75	X≠Y?	
27	-		76	GTO7	Die erste Gerade
28	STO4		77	RCL5	verläuft vertikal
29	RTN		78	R/S	
30	*LBL2	– – – – – – – – – – – –	79	GTO5	
31	STO6		80	*LBL7	
32	X≠Y		81	RCL8	
33	STO5		82	RCL4	– – – – – – – – – – –
34	GSB6		83	-	
35	STO7	Eingabe der Koordinaten	84	RCL3	
36	*LBL8	des 2. Punktes	85	TAN	
37	RCL6		86	RCL7	
38	RCL5		87	TAN	Die zweite Gerade
39	RCL7		88	-	verläuft vertikal
40	TAN		89	÷	
41	x		90	R/S	
42	-		91	*LBL9	
43	STO8	– – – – – – – – – – – –	92	RCL3	
44	RTN		93	TAN	
45	*LBL6		94	x	
46	R↓	Unterprogramm zur	95	RCL4	
47	-	Berechnung der	96	+	
48	X≠Y	Steigung der Geraden	97	RTN	
49	RCL0	und der Konstanten			

REGISTER

0 Benutzt	1 x'_1	2 y'_1	3 θ_1	4 c_1	5 x'_2
6 y'_2	7 θ_2	8 c_2	9	0	1
2	3	4	5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Programm 2: Kreis – Gerade

01 *LBL2		50 +	
02 STO2		51 ΣX	
03 X≷Y		52 STO9	***
04 STO1		53 RTN	
05 R↓		54 *LBL5	– – – – – – – – – – –
06 -		55 *LBL3	
07 X≷Y	Eingabe x_0, y_0, r	56 RCL9	
08 RCL0		57 RCL6	
09 -		58 -	Berechnet x_p
10 →P	Eingabe von x_1, y_1, x_2, y_2	59 RC.1	
11 R↓	und Berechnung	60 ÷	
12 9		61 R/S	*** x_p1, x_p2
13 0		62 RCL3	– – – – – – – – – – –
14 X≷Y		63 ×	
15 X=Y?		64 RCL4	
16 GTO9		65 +	
17 TAN		66 *LBL9	*** y_p1, y_p2
18 STO3		67 RTN	
19 RCL2		68 *LBL4	
20 RCL1		69 1	
21 RCL3		70 CHS	Berechnet y_p
22 ×		71 STO9	
23 -		72 GTO5	– – – – – – – – – – –
24 STO4		73 *LBL3	
25 RCL6		74 RCL7	
26 -		75 X²	
27 ST.2		76 RCL1	
28 RCL3		77 R/S	*** x_p1
29 ×		78 RCL5	
30 RCL5		79 -	
31 -		80 X²	Berechnet x_p, y_p
32 STO8		81 -	für senkrechte Gerade
33 RC.2		82 ΣX	
34 X²		83 ST.3	
35 RCL5		84 *LBL8	
36 X²		85 RCL6	
37 +		86 +	
38 RCL7		87 RTN	***
39 X²		88 *LBL4	
40 -		89 RCL1	
41 RCL3		90 R/S	***
42 X²		91 RC.3	
43 1		92 CHS	
44 +		93 GTO8	
45 ST.1			
46 ×			
47 CHS			
48 RCL8			
49 X²			

REGISTER

0 Benutzt	1 x'_1	2 y_2	3 $\tan\theta$	4 c	5 x_0
6 y_0	7 r	8 α	9 β	.0	.1 $(1+m)$
.2 $c-y_0$	.3 Benutzt	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Programm 3: Kreis – Kreis

01 *LBL1		50 GSB9	
02 STO3		51 *LBL8	
03 R↓		52 RCL0	
04 STO2	Eingabe x_{01}, y_{01}, r_1	53 SIN	Berechnet x_{p2}, y_{p2}
05 R↓		54 RCL3	
06 STO1	– – – – – – – – – – – –	55 ×	
07 RTN		56 RCL2	
08 *LBL2		57 +	***
09 STO6		58 RTN	
10 R↓		59 *LBL9	
11 STO5	Eingabe x_{02}, y_{02}, r_2	60 STO0	
12 R↓		61 COS	
13 STO4		62 RCL3	
14 RTN	– – – – – – – – – – – –	63 ×	
15 *LBL3		64 RCL1	
16 RCL5		65 +	
17 RCL2		66 R/S	***
18 -		67 RTN	– – – – – – – – – – – –
19 RCL4			
20 RCL1			
21 -			
22 →P			
23 STO8	Berechnet x_{p1}, y_{p1}		
24 X⇄Y			
25 STO7			
26 RCL8			
27 X²			
28 RCL3			
29 X²			
30 +			
31 RCL6			
32 X²			
33 -			
34 RCL6			
35 2			
36 ×			
37 RCL3			
38 ×			
39 ÷			
40 COS⁻¹			
41 STO9			
42 RCL7			
43 +			
44 GSB9			
45 GTO8	– – – – – – – – – – – –		
46 *LBL4			
47 RCL7			
48 RCL9			
49 -			

REGISTER

0 $\theta \pm \alpha$	1 x_{01}	2 y_{01}	3 r_1	4	5 y_{02}
6 r_2	7 θ	8 D	9 α	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Tasten Sie Programm 1, 2 oder 3 ein			
2	Gerade–Gerade gehe nach 3			
	Kreis–Gerade gehe nach 9			
	Kreis–Kreis gehe nach 14			
3	**Programm 1: Gerade–Gerade**			
4	Eingeben Konstante	90	STO .0	90
5	Daten eingeben für erste Gerade:			
	mit 2 Punkten: x_1	x_1	↑	x_1
	y_1	y_1	↑	y_1
	x_2	x_2	STO 0	x_2
	y_2	y_2	GSB 1	c_1
	oder mit einem Punkt und einem Winkel	x_1	↑	x_1
		y_1	↑	y_1
		θ	GSB 3	c_1
6	Daten eingeben für zweite Gerade:			
	mit 2 Punkten: x'_1	x'_1	↑	x'_1
	y'_1	y'_1	↑	y'_1
	x'_2	x'_2	STO 0	x'_2
	y'_2	y'_2	GSB 2	c_2
	oder mit einem Punkt und einem Winkel	x'_1	↑	x'_1
		y'_1	↑	y'_1
		θ'	GSB 4	c_2
7	Schnittpunkt berechnen (Gerade–Gerade)		GSB 5	x_p
			R/S	y_p
8	Für neue Rechnung gehe nach 5			
9	**Programm 2: Kreis–Gerade**			
10	Eingabe Koordinaten Kreismittelpunkt x_0	x_0	STO 5	x_0
	y_0	y_0	STO 6	y_0
	und Radius r	r	STO 7	r
11	Zwei Punkte der Geraden eingeben x_1	x_1	↑	x_1
	y_1	y_1	↑	y_1
	x_2	x_2	STO 0	x_2
	y_2	y_2	GSB 2	C
12	Berechnen der Schnittpunkte Kreis–Gerade		GSB 3	x_{p1}
			R/S	y_{p1}

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
			GSB 4	x_{p2}
			R/S	y_{p2}
13	Für neue Rechnung gehe nach 10			
14	**Programm 3: Kreis–Kreis**			
15	Eingabe der Daten für Kreis 1	x_{01}	↑	x_{01}
		y_{01}	↑	y_{01}
		r_1	GSB 1	x_{01}
16	Eingabe der Daten für Kreis 2	x_{02}	↑	x_{02}
		y_{02}	↑	y_{02}
		r_2	GSB 2	x_{02}
17	Berechnen der Schnittpunkte Kreis–Kreis		GSB 3	x_{p1}
			R/S	y_{p1}
			GSB 4	x_{p2}
			R/S	y_{p2}
18	Für neue Rechnung gehe nach 15			

Beispiel 1:
Gesucht wird der Schnittpunkt einer senkrechten Geraden ($P_1 = 0, 0$) und ($P_2 = 0, 50$) mit einer im Winkel verlaufenden Geraden ($P_1' = 10, 20$) und ($\theta = 45°$). Winkelmodus: «DEG»!

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
Programm 1 (Gerade – Gerade)		
90 STO • 0 →	90.00	
0 ENTER↑ ENTER↑ STO 0 50 GSB 1	9.999999999 + 99	(Ohne Bedeutung)
10 ENTER↑ 20 ENTER↑ 45 GSB 4 →	10.00	
GSB 5 →	0.00	(x_p)
R/S →	10.00	(y_p)

Beispiel 2:
Gesucht werden die Schnittpunkte eines Kreises mit $x_0, y_0 = 0, 0$ und Radius $r = 50$ mit einer Geraden ($P_1 = 20, 30$ und $P_2 = 0, -10$).

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
Programm 2 (Kreis – Gerade)		
0 STO 5 STO 6 50 STO 7 →	50.00	
20 ENTER↑ 30 ENTER↑ 0 STO 0		
10 CHS GSB 2 →	111.36	
GSB 3 →	26.27	(x_{p1})

R/S →	42.54	(y_{p1})
GSB 4 →	–18.27	(x_{p2})
R/S →	–46.54	(y_{p2})

Beispiel 3:
Berechnen Sie die Schnittpunkte zweier Kreise.
1. Kreis: $x_0, y_0 = 0, 0$ 2. Kreis: $x_0, y_0 = 90, 30$
$r = 50$ $r = 70$

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
Programm 3 (Kreis – Kreis)		
0 ENTER↑ ENTER↑ 50 GSB 1 →	0.00	
90 ENTER↑ 30 ENTER↑ 70 GSB 2 →	90.00	
GSB 3 →	21.64	(x_{p1})
R/S →	45.07	(y_{p1})
GSB 4 →	44.36	(x_{p2})
R/S →	–23.07	(y_{p2})

SPIELE

Mondlandung

Stellen Sie sich einmal die Schwierigkeiten vor, die sich ergeben, wenn eine Rakete mit eng begrenztem Treibstoffvorrat auf dem Mond landen soll. Sie kommen rückwärts im freien Fall gegen eine harte Felsenoberfläche herunter. Sie müssen nun zum Abbremsen der Fallgeschwindigkeit die auf die Mondoberfläche gerichteten Triebwerke zünden, aber Sie dürfen das nicht zu lange und nicht zu früh tun. Sonst geht Ihr Treibstoff vielleicht bei 100 Fuß Höhe zu Ende und nun können Sie nur hilflos der kalten, felsigen Mondoberfläche entgegensehen, die mit jeder Sekunde näher kommt. Also müssen Sie die Bremsstöße genau richtig verteilen, so daß Sie auf der Mondoberfläche ohne jede Abwärtsgeschwindigkeit aufsetzen.
Das Spiel beginnt damit, daß sich die Rakete in einer Höhe von 500 Fuß befindet und eine Fallgeschwindigkeit von 50 Fuß/Sekunde hat. Geschwindigkeit und Höhe über Grund werden in einer kombinierten Anzeige als –50.0500 dargestellt; rechts vom Dezimalpunkt steht die Höhe und links die Geschwindigkeit. Das vorangestellte Minuszeichen zeigt die Abwärtsbewegung an. Dann erscheint der verbleibende Treibstoff in der Anzeige und es beginnt ein Raketen-Count Down: «3», «2», «1», «0». Genau bei Null dürfen Sie einen Bremsstoß eintasten. Ein «Null-Stoß», der durchaus üblich ist, wird ausgeführt, indem nichts geschieht. Nach einem Bremsstoß wird die Reihenfolge (Count Down... Null... Bremsstoß) wiederholt, es sei denn:

1. Sie sind erfolgreich gelandet = blinkende Nullen.
2. Sie sind auf der Mondoberfläche aufgeprallt = blinkende Aufprallgeschwindigkeit.

Sie müssen jedoch darauf achten, nicht mehr Treibstoff zu verbrennen als Sie haben, denn wenn Sie das tun, werden Sie im freien Fall in Ihr Verderben stürzen! Die zuletzt angezeigte Geschwindigkeit ist Ihre Aufprallgeschwindigkeit. Am Anfang haben Sie 60 Treibstoff-Einheiten.

Gleichungen:
Wir möchten nicht zu sehr ins Einzelne gehen, denn das würde den Spaß am Spiel verderben; aber seien Sie versichert, daß das Programm solide auf den Grundlagen der Newton-Mechanik aufgebaut ist:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2,\ v = v_0 + at,\ v^2 = v_0^2 + 2ax$$

wobei x, v, a und t die Entfernung, Geschwindigkeit, Beschleunigung und Zeit sind.

Anmerkungen:
Für die Bremsstöße werden nur ganzzahlige Werte zugelassen. R/S kann benutzt werden, um die Mondlandung jederzeit zu stoppen.

01	*LBL1		50	STO9		
02	5		51	2		
03	0	Anfangsbedingungen	52	÷		
04	0	speichern	53	RCL6		
05	STO6		54	+		
06	5		55	RCL7		
07	0		56	+		
08	CHS		57	RCL9		
09	STO7		58	ST+7		
10	6		59	R↓		
11	0		60	STO6	Falls kein Aufprall, neuer Bremsstoß
12	STO8		61	INT		
13	*LBL0		62	X>0?		
14	RCL6		63	GTO0		
15	FIX4	Höhe/1000 für	64	RCL7	Blinkende Aufprallgeschwindigkeit
16	EEX	geeignetes Anzeigeformat	65	*LBL7		
17	4		66	PSE		
18	÷		67	GTO7		
19	RCL7	Setzt Anzeigeformat	68	*LBL6	Brennstoff verbraucht
20	ABS	VV.0hhh zusammen und	69	RCL8		
21	+	gibt ihm ein negatives	70	2		
22	RCL7	Vorzeichen.	71	.	Berechnet Aufprallgeschwindigkeit des freien Falls
23	X>0?		72	5		
24	GSB4		73	-		
25	X≷Y		74	ST+6		
26	CHS		75	2		
27	PSE	Anzeige –VV.0hhh	76	x		
28	PSE		77	ST+7		
29	FIX0		78	RCL6		
30	RCL8		79	1		
31	PSE		80	0		
32	3		81	x		
33	PSE	«Count Down»	82	RCL7		
34	2	zur Eingabe des	83	X²		
35	PSE	Bremsstoßes	84	+		
36	1		85	1X		
37	PSE		86	CHS		
38	0		87	GTO7		
39	PSE		88	*LBL4		
40	*LBL9	Bremsstoß eingeben	89	X≷Y		
41	RCL8	Falls Treibstoff verbraucht	90	CHS		
42	X≷Y	Berechnung der	91	X≷Y		
43	X>Y?	Aufprallgeschwindigkeit	92	RTN		
44	GTO6					
45	ST-8					
46	2					
47	x					
48	5	Berechnet Geschwindigkeit				
49	-	und Höhe				

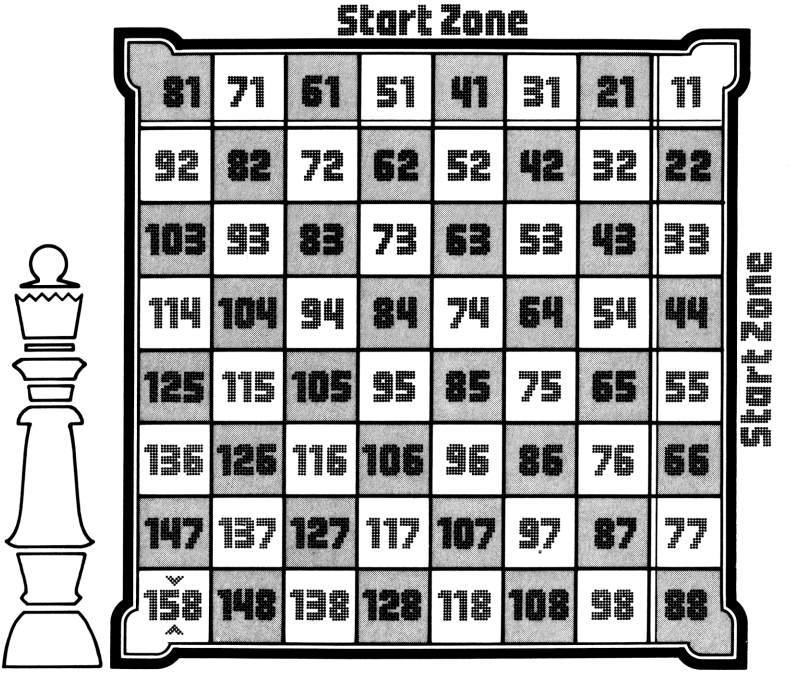
REGISTER

0	1	2	3	4	5
6 X	7 V	8 Treibstoff	9 Beschleunigung	0	1
2	3	4	5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Handsteuerung übernehmen		GSB 1	«Geschw. Höhe»
				«Treibstoff»
				«3»
				«2»
				«1»
				«0»
3	Brennstoff eintasten: Sobald Anzeige «0»			
	R/S-Taste drücken und festhalten,			
	bis Blinken aufhört, dann Bremsstoß		R/S	«0»
	eingeben	Bremsstoß	R/S	«Gesch. Höhe»
				«Treibstoff»
				«3»
				«2»
				«1»
				«0»
4	Gehe nach 3 bis zur Landung			
	(blinkende Nullen)			
	oder bis zum Aufprall			
	(blinkende Aufprallgeschwindigkeit)			
5	Wenn Sie beim letzten Landeversuch überlebt			
	haben, gehen Sie nach Schritt 2 für einen			
	erneuten Versuch			

Queen Board

Dieses Spiel basiert auf den Bewegungen der Dame eines Schachspiels. Hier ist es aber der Dame nur gestattet, sich nach links, nach unten oder diagonal nach links zu bewegen. Das Ziel des Spieles ist es, der Erste zu sein, der die Dame in das Feld 158 (in der Ecke links unten) bringt. Die Züge wechseln zwischen Ihnen und dem Rechner ab. Sie beginnen, indem Sie die Dame auf irgendein Feld der obersten Reihe oder der rechten Spalte setzen. Das ist Ihr erster Zug. Das Spielen wechselt dann ab. Das Spielbrett ist wie folgt numeriert:



Sagen Sie dem Rechner Ihre Züge an, indem Sie die Zahl des Feldes eintasten, auf welchem Sie starten oder zu welchem Sie sich bewegen. Drücken Sie GSB [1] und der Rechner antwortet mit dem Feld, auf das er sich hinbewegt. Feld 158 ist das Gewinnfeld.
Verbotene Züge werden von dem Programm nicht überprüft. Wenn Sie gewinnen (durch Erreichen des Feldes 158), wird das Programm mit 168 antworten (mit einer auf dem Brett nicht vorhandenen Feldnummer erkennt der Rechner seine Niederlage an).
Das Programm schaltet den Rechner in den FIX 0-Modus für ganzzahlige Anzeigen.

Literaturhinweis:
Das Programm ist der HP-65-Benutzer-Bibliothek nach einer Idee von Jacob R. Jacobs entnommen.

Interessante Erklärungen zum «Queen Board» finden Sie in: Gardner, M. «Mathematical Games», Scientific American, vol. 236, no. 3, p. 134, March 1977.

01	*LBL1		50	RTN	
02	FIX0	Laufende Position R_1	51	*LBL0	
03	STO1		52	1	
04	GSB0		53	5	
05	1		54	8	158 = R_2?
06	X=Y?		55	X=Y?	
07	GTO8		56	GTO6	
08	7		57	3	127 = R_2?
09	STO0	$7 \rightarrow R_0$	58	1	
10	*LBL9		59	-	
11	RCL1		60	X=Y?	
12	RCL0		61	GTO6	
13	EEX		62	1	
14	1		63	-	126 = R_2?
15	x		64	X=Y?	
16	+	$10K + R_1 \rightarrow R_2$	65	GTO6	
17	STO2	Position gut?	66	5	
18	GSB0		67	1	
19	1	Ja, hole Inhalt von R_2	68	-	75 = R_2?
20	X=Y?	$K + R_2 \rightarrow R_2$	69	X=Y?	
21	GTO7	Position gut?	70	GTO6	
22	RCL0		71	2	73 = R_2?
23	ST+2		72	-	
24	RCL2		73	X=Y?	
25	GSB0		74	GTO6	
26	1	Ja, hole Inhalt von R_2	75	2	
27	X=Y?		76	9	
28	GTO7		77	-	44 = R_2?
29	RCL0		78	X=Y?	
30	EEX		79	GTO6	
31	1		80	3	
32	x	$10K + R_2 \rightarrow R_2$	81	-	41 = R_2?
33	ST+2	Position gut?	82	X=Y?	
34	RCL2		83	GTO6	
35	GSB0		84	RTN	
36	1		85	*LBL6	
37	X=Y?	Ja, hole Inhalt R_2	86	1	
38	GTO7		87	RTN	
39	DSZ				
40	GTO9				
41	RCL1				
42	*LBL8				
43	EEX	Falscher Zug			
44	1	$10 + R_1 \rightarrow R_1$			
45	ST+1				
46	RCL1				
47	RTN				
48	*LBL7				
49	RCL2	Unterprogramm zur Prüfung ob Position gut			

REGISTER

0 Zähler	1 Besetzt	2 Besetzt	3	4	5
6	7	8	9	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Startposition eintasten (erster Zug)	Zug	GSB 1	Gegenzug des Rechners
3	Wiederhole Schritt 2 bis einer gewinnt			
	Bei Anzeige «158»:			
	Rechner hat gewonnen			
	Bei Anzeige «168»:			
	Sie haben gewonnen			

Beispiel:

Tasten Sie: **Anzeige/Ausdruck:**

55 GSB 1 ⟶ 75.

(Sie starten auf 55 und der Rechner zieht nach intensiver und sorgfältiger Überlegung nach 75.)

97 GSB 1 ⟶ 127.

(Ihre Antwort ist 97 und der Rechner zieht erbarmungslos nach 127.)

148 GSB 1 ⟶ 158.

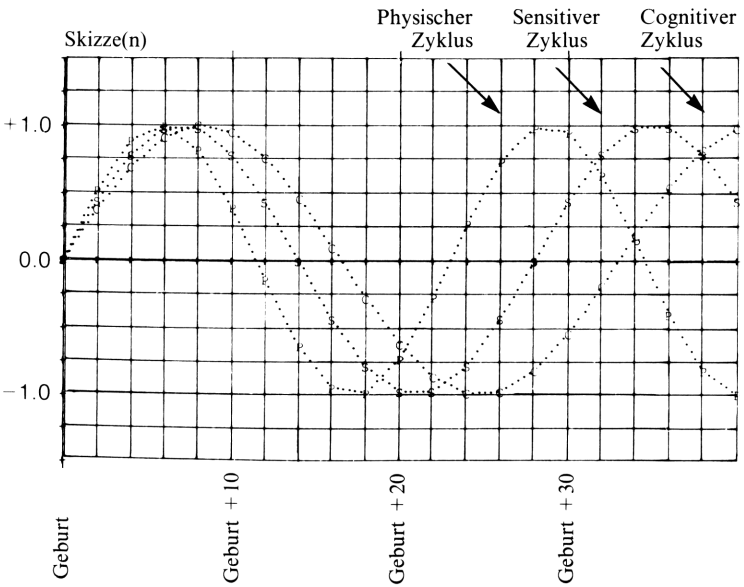
(Sie versuchen es mit 148, in der Hoffnung, daß die Batterien des Rechners verbraucht sind, bevor er antworten kann. Aber Sie haben kein Glück – er gewinnt, indem er nach 158 zieht.)

BIORHYTHMUS

Schon in alten Tagen lehrten Philosophen und Weise, daß das menschliche Glück in der harmonischen Übereinstimmung von Körper, Geist und Herz liegt. Eine Theorie des 20. Jahrhunderts behauptet nun, das Funktionieren der drei Aspekte in uns, des Physischen, des Sensitiven und des Cognitiven, quantitativ messen zu können.

Die Theorie des Biorhythmus stützt sich auf die Voraussetzung, daß der menschliche Körper innere Uhren oder metabolische Rhythmen mit konstanten Zykluszeiten hat. Es wird allgemein angenommen, daß drei Zyklen von Geburt an in einer positiven Richtung beginnen. Der 23-Tage- oder physische Zyklus bezieht sich auf körperliche Lebenskraft, Ausdauer und Energie. Der 28-Tage- oder sensitive Zyklus steht in bezug zur Empfindsamkeit, Intuition und Heiterkeit. Der 33-Tage- oder cognitive Zyklus spiegelt die geistige Aufgeschlossenheit und Urteilsfähigkeit wider.

Für die einzelnen Zyklen wird jeder Tag entweder als hoch, tief oder kritisch angesehen. x ist der Ausgangswert für einen gegebenen Zyklus. Die positiven ($0 < x \leqslant 1$) Zeiten werden als energievolle Zeiten betrachtet, d.h. der Mensch ist während des Zyklus hier am dynamischsten. Die negativen ($-1 \leqslant x < 0$) Zeiten werden als Erholungsperioden angesehen. Die kritischen Tage ($x = 0$) werden als Ihre unfallträchtigen Tage betrachtet, besonders im physischen und sensitiven Zyklus.



Anmerkungen:

- Das Geburtsdatum und das Datum für die Biowerte müssen zwischen dem 1. Januar 1901 und dem 31. Dezember 2099 liegen.

- Das Eingabeformat des Datums ist MM.DDYYYY (MM.TTJJJJ), z.B. der 3. Juni 1976 wird eingegeben 6.031976. Das Programm überprüft nicht die Eingabedaten, d.h., wenn Sie ein falsches Eingabeformat oder ein ungültiges Datum (z.B. 30. Februar) eintasten, so errechnet das Programm falsche Biowerte.
- Das Programm stellt den Rechner auf den Winkelmodus RAD (Bogenmaß).

01 *LBL1		50 STO6	M
02 RAD	Speichert Geburtsdatum	51 -	
03 GSB0	N_1	52 EEX	
04 STO9		53 2	
05 RTN		54 x	
06 GSB0	Biodatum	55 ENT↑	D
07 RCL9	Speichert $N_2 - N_1$	56 INT	
08 -		57 STO5	
09 STO8		58 -	
10 *LBL9		59 EEX	
11 1		60 4	
12 8		61 x	Y
13 STO7		62 STO4	
14 GSB8		63 2	
15 GSB8	23-Tage-Zyklus	64 RCL6	
16 *LBL8	28-Tage-Zyklus	65 X>Y?	
17 5		66 GTO6	
18 ST+7	Anzahl der Tage	67 1	
19 RCL8		68 ST-4	
20 RCL7		69 1	
21 ÷		70 2	
22 FRC		71 ST+6	
23 2		72 *LBL6	
24 x		73 1	
25 PI		74 ST+6	
26 x		75 RCL6	
27 SIN		76 3	
28 ENT↑		77 0	
29 ABS		78 .	
30 X≠0?		79 6	
31 ÷		80 x	
32 LSTX		81 INT	
33 EEX		82 RCL4	
34 7		83 3	
35 +		84 6	
36 EEX		85 5	
37 7		86 .	
38 -		87 2	
39 x		88 5	
40 R/S	***	89 x	
41 RTN	Anzeige der Biowerte	90 INT	
42 *LBL7		91 +	
43 1	Nächster Tag	92 RCL5	
44 ST+8		93 +	N
45 GSB9		94 RTN	
46 GTO7			
47 *LBL0	Berechnet N (M, D, Y,)		
48 ENT↑			
49 INT			

REGISTER

0	1	2	3	4 Y	5 D
6 M	7 23,28,33	8 $N_2 - N_1$	9 N_1	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Geburtsdatum eintasten	MM.DDYYYY	GSB 1	Anzahl d. Tage*
3	Eingabe eines Datums und Berechnung			
	der Biowerte für diesen Tag	MM.DDYYYY	R/S	P
			R/S	S
			R/S	C
4	Berechnet die Biowerte des			
	folgenden Tages		R/S R/S	P
			R/S	S
			R/S	C
5	Berechnung der folgenden			
	Biowerte		R/S	P
			R/S	S
			R/S	C
			usw.	
6	Für anderes Geburtsdatum, gehe nach 2			

* Im Kalenderprogramm wird diese Zahl erläutert.

Beispiel:
Berechnen Sie die Biowerte für den 29. Juni 1976 für jemanden, der am 27. März 1948 geboren ist. Berechnen Sie die Werte auch für die zwei darauffolgenden Tage.

Tasten Sie:	**Anzeige/Ausdruck:**	
3.271948 GSB 1 →	711656.00	(Anzahl der Tage)
6.291976 R/S →	−1.00	(P) (29. Juni 1977)
R/S →	−0.62	(S)
R/S →	−1.00	(C)
R/S R/S →	−0.98	(P) (30. Juni 1976)
R/S →	−0.78	(S)
R/S →	−0.97	(C)
R/S →	−0.89	(P) (1. Juli 1976)
R/S →	−0.90	(S)
R/S →	−0.91	(C)

Zeitmesser

Dieses Programm stellt einen rückwärtszählenden Zeitmesser dar, ähnlich dem einer «Eieruhr», d.h. es kann eine Zeit eingestellt werden und der Rechner zeigt an, wann diese Zeit abgelaufen ist. Da der in diesem Rechner eingebaute Taktgenerator nicht zum Zweck der Zeitmessung entwickelt wurde, kann an das Programm trotz Eichung keine sehr hohe Genauigkeitsforderung gestellt werden. Da der eingebaute Taktgenerator von den Umgebungstemperaturen beeinflußt wird, ist die Eichung durch Ermittlung einer Eichkonstanten von Zeit zu Zeit zu wiederholen.

Benutzte Formel für die Berechnung der Eichkonstanten:

$$\text{Konstante}_{\text{neu}} = \text{Konstante}_{\text{alt}} \times \frac{\text{HP-Zeit}}{\text{Tatsächliche Zeit}}$$

01 *LBL1 02 FIX4 03 STO2 04 *LBL9 05 0 06 R/S 07 STO1 08 →H 09 RCL2 10 × 11 STO0 12 RCL1 13 R/S 14 *LBL8 15 DSZ 16 GTO8 17 GTO9 18 *LBL2 19 →H 20 X≠Y 21 →H 22 X≠Y 23 − 24 RCL1 25 →H 26 ÷ 27 1/X 28 RCL2 29 × 30 R/S 31 GTO1	Eichkonstante speichern – – – – – – – – – – – – STOP – – – – – – – – – – – – Zeit speichern – – – – – – – – – – – – *** Nach Ablauf des Schleifenzählers auf 0, springe nach Marke 9 «STOP» – – – – – – – – – – – – Berechnet neue Eichkonstante		

REGISTER

0 Zähler	1 Zeit	2 Eichkonstante	3	4	5
6	7	8	9	.0	.1
.2	.3	.4	.5	16	17
18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29

*** Hinweis auf Programmstelle, wo PRINT X eingefügt oder der Schritt R/S durch PRINT X ersetzt werden kann.

Nr.	Anweisungen	Werte	Tasten	Anzeige
1	Programm eintasten			
2	Eingeben Eichkonstante (z.B. 10000)	Konstante	GSB 1	0.0000
3	Gewünschte Zeit eingeben	t (H.MMSS)	R/S	t
4	Zeitmesser starten		R/S	0.0000
5	Zeitmesser läuft solange, bis eingegebene			
	Zeit abgelaufen ist und 0.0000 angezeigt			
	wird. Für eine neue Zeitmessung führen Sie			
	wieder Schritt 3 und 4 aus.			
6	**Eichung:**			
	Eingeben tatsächliche End- und			
	Anfangszeit und berechne neue			
	Eichkonstante	t_{End}	↑	
		t_{Anfang}	GSB 2	neue Konstante
	Einspeichern neue Eichkonstante		R/S	
	Danach gehe nach Schritt 3			

Beispiel:
Messen Sie den Ablauf der Zeiten 35 Sekunden und außerdem 1 Minute 8 Sekunden.

Tasten Sie: **Anzeige/Ausdruck:**

15000 GSB 1 → 0.0000
0.0035 R/S → 0.0035
R/S → 0.0000 (Nach ca. 32 Sek.)

Für die Messung 1 Minute 8 Sekunden tasten Sie ein:

0.0108 R/S → 0.0108
R/S → 0.0000

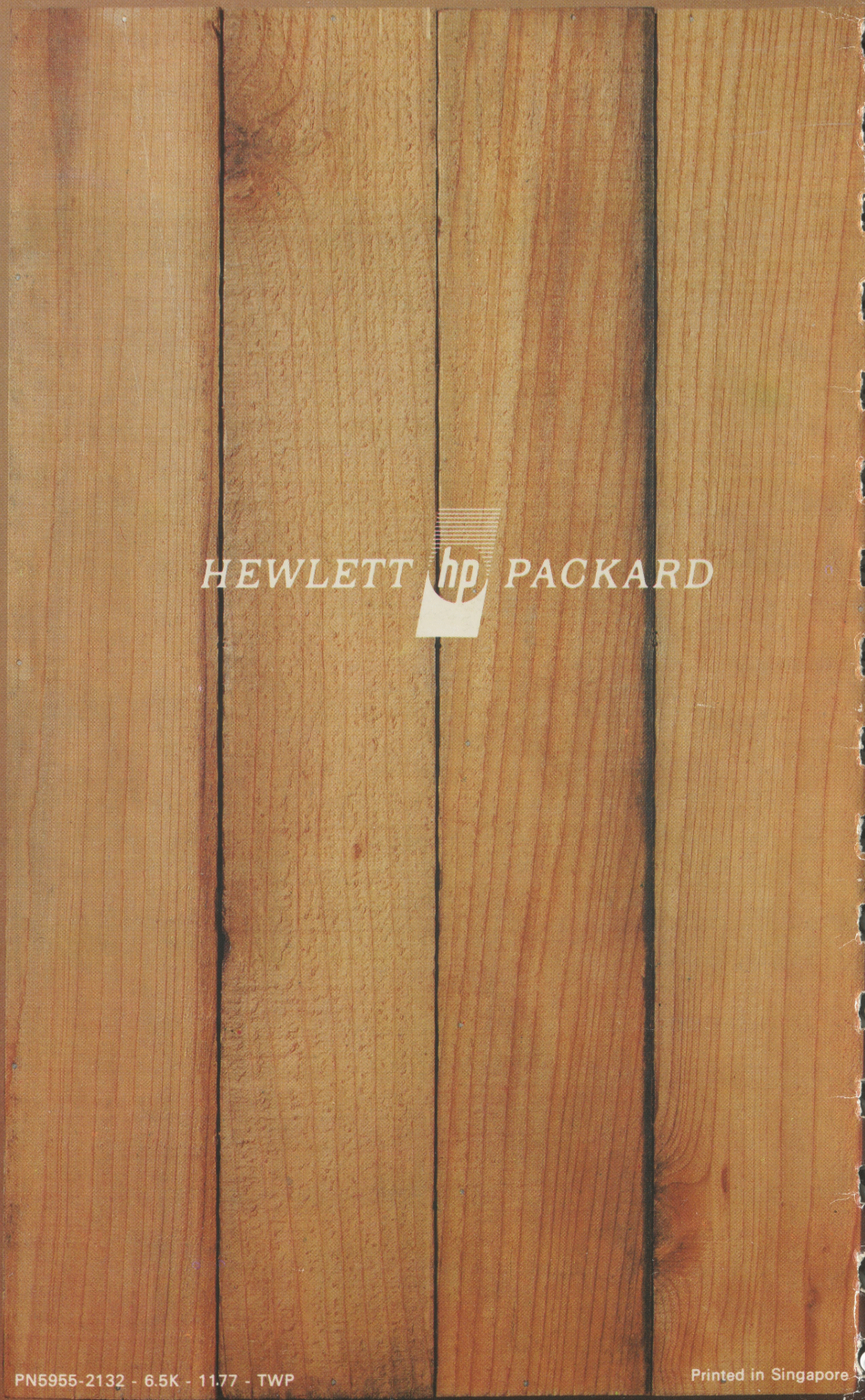
Wir nehmen an, daß bei dieser zweiten Messung die tatsächliche Anfangs- und Endzeit 9:57:01 bzw. 9:58:03 war. Ermitteln Sie mit diesen tatsächlichen Zeiten eine neue Eichkonstante (alt: 15000).

9.5803 ENTER↑ 9.5701 GSB 2 → 16451.6131 (neue Konstante)
R/S → 0.0000

Nun machen Sie mit dem geeichten Zeitmesser eine neue Messung mit der Zeit 2 Minuten 5 Sekunden.

0.0205 R/S → 0.0205
R/S → 0.0000

Die für diesen Rechner ermittelte spezielle Eichkonstante 16451.6131 sollte bei allen später folgenden Messungen benutzt werden.
Die beste Eichkonstante bei dem von Ihnen gekauften Rechner kann natürlich wieder einen anderen Wert haben.



PN5955-2132 - 6.5K - 11.77 - TWP

Printed in Singapore