

Peter F. Orlowski

Praktische Regeltechnik



Oldenbourg



**Meiner lieben Frau und
meinen Kindern gewidmet**

Praktische Regeltechnik

von
Prof. Dipl.-Ing. Peter F. Orlowski

Mit 299 Bildern, 24 Tabellen, 24 Beispielen,
40 Aufgaben samt Lösungen

Mit Programmen in BASIC
sowie für den HP-41

R. Oldenbourg Verlag München Wien 1985

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Orlowski, Peter F.:

Praktische Regeltechnik : mit Programmen in BASIC,
sowie für d. HP 41 / von Peter F. Orlowski. –
München ; Wien : Oldenbourg, 1985.

ISBN 3-486-29131-9

© 1985 R. Oldenbourg Verlag GmbH, München

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege sowie der Speicherung und Auswertung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben auch bei auszugsweiser Verwertung vorbehalten. Werden mit schriftlicher Einwilligung des Verlages einzelne Vervielfältigungsstücke für gewerbliche Zwecke hergestellt, ist an den Verlag die nach § 54 Abs. 2 Urh.G. zu zahlende Vergütung zu entrichten, über deren Höhe der Verlag Auskunft gibt.

Gesamtherstellung: R. Oldenbourg Graphische Betriebe GmbH, München

ISBN 3-486-29131-9

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	9
1. Grundbegriffe der Regeltechnik	11
1.1 Steuerung	11
1.2 Regelung	12
1.3 Begriffe und Definitionen	15
1.4 Signalflußplan, Blockschaltbild	16
2. Berechnung von Regelkreisen	19
2.1 Stationäres Verhalten	19
2.1.1 Verstärkungen	19
2.1.2 Regelabweichung, Regeldifferenz	21
2.1.3 Störgrößen	22
2.1.4 Statische Kennlinien	31
2.2 Dynamisches Verhalten	41
2.2.1 Differentialgleichungen	42
2.2.2 Übertragungsfunktion, Sprungfunktion, Sinusfunktion	43
2.2.3 Komplexe Rechnung	49
2.2.4 Gleichdimensionelle Laplace-Transformation	53
2.2.5 Frequenzgang	71
3. Regelkreisglieder und ihre Realisierungen	73
3.1 P-Glied	73
3.2 I-Glied	80
3.3 D-Glied	84
3.4 PI-Glied	87
3.5 PD-Glied	93
3.6 PID-Glied	96
3.7 PT_1 -Glied	101
3.8 PT_2 -Glied	105
3.9 PT_n -Glied	113
3.10 PT_t -Glied	115
3.11 Nichtlineare Regelkreisglieder	119
3.11.1 Linearisierung	123
3.11.2 Beschreibungsfunktion	124

4.	Regelkreise	136
4.1	Regler	136
4.2	Praktische Reglereinstellung	140
4.3	Regelstrecken	142
4.3.1	P-Strecken	142
4.3.2	I-Strecken	143
4.3.3	PT ₁ -Strecken	146
4.3.4	PT ₂ - und PT _n -Strecken	146
4.3.5	PT _t -Strecken	146
4.4	Stellglieder	150
4.4.1	Stromrichter	150
4.4.2	Ventile	155
4.4.3	Schütze, Relais	157
4.5	Sollwertgeber	159
4.6	Meßwertgeber	163
4.7	Umformen von Blockschaltbildern	167
4.7.1	Umformregeln für lineare Regelkreisglieder	167
4.7.2	Umformregeln für nichtlineare Regelkreisglieder	167
5.	Stabilitätskriterien	173
5.1	Stabilitätsbegriff	173
5.2	Bode-Diagramm	177
5.2.1	Graphische Auswertung	183
5.2.2	Rechner-Auswertung	189
5.3	Nyquist-Kriterium	191
5.3.1	Ortskurven-Darstellung	191
5.3.2	Graphische Auswertung	199
5.3.3	Rechner-Auswertung	204
5.4	Zwei-Ortskurven-Verfahren (Z.O.V)	206
5.4.1	Graphische Auswertung	209
5.4.2	Rechner-Auswertung	213
5.5	Optimierung von Regelkreisen	219
5.5.1	Gütekriterien	221
5.5.2	Symmetrisches Optimum	228
5.5.3	Kaskadenregelungen	234
5.5.4	Abtastregelkreise	242

6.	Ausgewählte Beispiele der praktischen Regeltechnik	252
6.1	Kontinuierliche Regelungen	252
6.1.1	Temperaturregelungen	252
6.1.2	Stoffgemischregelungen	258
6.1.3	Zweipunktregelungen	266
6.1.4	Regelung von Gleichstromantrieben für Feder-Masse-Systeme . .	274
6.1.5	Drehzahlregelung von Asynchronmaschinen	283
6.1.6	Regelung von Wickelantrieben für Stoffbahnen	291
6.1.7	Banddickenregelung	306
6.1.8	Regelung einer Streckrichteinheit	313
6.2	Zeitdiskrete Regelungen	318
6.2.1	Regelung von Roboterantrieben mit Rechner	318
6.2.2	Regelung von Asynchronmotoren mit Mikrorechner	323
6.2.3	Längungsregelung mit Prozeßrechner	328
6.2.4	Direkte digitale Regelung von Fräsmaschinen mit CNC	331
6.3	Spezielle Automaten	335
6.3.1	Fahrkurvenrechner	335
6.3.2	Durchmesserrechner	342
6.3.3	Abbremsautomatik	345
7.	Rechneranwendungen	349
7.1	BASIC-Programme für Personal-Computer (PC)	349
7.1.1	Nyquist-Kriterium	349
7.1.2	Bode-Diagramm	364
7.2	Taschenrechnerprogramme für den HP 41CV	378
7.2.1	Nyquist-Kriterium (PD-Regler und P-I-T ₁ -Strecke S.379, PI-Regler und PT ₂ -Strecke S.381, PD-Regler und PT ₂ -Strecke S.384, Programm zur Regelkreis-Optimierung nach Nyquist S.386)	379
7.2.2	Bode-Diagramm (PD-Regler und PT ₁ -I ² -Strecke S.394, Programm zur Regelkreis-Synthese im Bode-Diagramm S.397)	394
7.2.3	Zwei-Ortskurven-Verfahren (PID-Regler und PT ₁ -T _t -Strecke S.403, PD-Regler und I ² -T _t -Strecke S.405, I-Regler und PT ₂ -Strecke mit Ansprechschwelle S.406, PD-Regler mit Begrenzung und PT ₂ -I-Strecke S.408, PI-Regler mit Hysterese und PT ₁ -T _t -Strecke S.409, PI-Regler und drei PT ₁ -Strecken S.412)	403

8.	Lösungen der Aufgaben	415
9.	Anhang	462
9.1	Schaltzeichen für Übersichtsschaltpläne	462
9.2	Formelzeichen und Abkürzungen	463
10.	Literaturverzeichnis	466
11.	Stichwortverzeichnis	472

Wichtige Tabellen

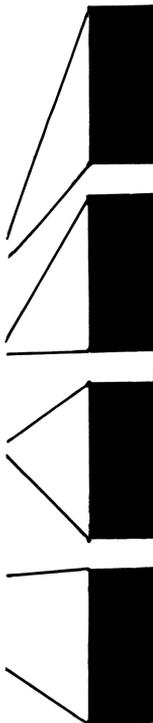
Tabelle 2.1
Korrespondenztabelle komplexer Funktionen 52

Tabelle 2.2
Rechenregeln der gleichdimensionellen Laplace-Transformation 61

Tabelle 2.3
Korrespondenzen der gleichdimensionellen Laplace-Transformation 64

Tabelle 3.1
Übertragungsverhalten und Frequenzgang-Darstellung der wichtigsten
Regelkreisglieder 74

 und 477



Vorwort

Die Regeltechnik ist zu einem eigenständigen Zweig der Ingenieurwissenschaften geworden. Ihre Anwendung erstreckt sich praktisch auf alle Gebiete der modernen Technik.

Ingenieure aller Fachrichtungen haben in zunehmendem Maße Aufgaben zu lösen, bei denen sie sich der Methoden der Regeltechnik bedienen. Die Grundlagen der Regeltechnik gehören daher zum Basiswissen eines jeden Ingenieurs.

Dies wird deutlich, wenn man sich klar macht, daß die Beeinflussung technischer Prozesse im Sinne einer höheren Effektivität bzw. Automatisierung nur mit Steuerungen und Regelungen möglich ist.

Das vorliegende Buch ist ein Grundlagenwerk für Studenten der Ingenieurwissenschaften und Ingenieure der industriellen Praxis unter Berücksichtigung eines übungsintensiven und praxisnahen Stoffangebots.

Mit Hilfe der gleichdimensionellen Laplace-Transformation, die durch ausführliche Tabellen von unnötigem Ballast befreit ist, gelingt es dem Leser Sprungantwort, Frequenzgang und Stabilitätskriterien leichter zu verstehen.

Die sehr ausführliche Darstellung einzelner Sachverhalte, die zahlreichen Beispiele und viele begleitende Übungsaufgaben sind für ein selbständiges Studium der Regeltechnik gut geeignet.

Das Buch gibt keine "Leitlinie des Lernens" vor, sondern läßt immer genügend Freiraum für den abstrakt und praktisch Denkenden. Besondere Beachtung verdient Abschnitt 7, der sich mit dem rechnerunterstützten Lernen befaßt. Bei Verwendung eines Personal-Computers kann der Anwender im Rechner-Dialog Nyquist- und Bode-Diagramme erstellen und so einschleifige Regelkreise optimieren. Auf diese Weise findet eine anschauliche Bestätigung des Erlerneten statt, die über die Grundlagen der Regeltechnik hinausgeht.

Zur weiteren Unterstützung des Lesers sind, ebenfalls in Abschnitt 7, zahlreiche Taschenrechnerprogramme (HP 41) zur Regelkreisoptimierung ungekürzt angegeben.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dipl.-Ing. Diehl für die Erstellung der BASIC-Programme in Abschnitt 7 des Buches.

1. Grundbegriffe der Regeltechnik

Die Lösungsmittel zur Führung industrieller Prozesse bzw. Anlagen sind Steuerungs- und Regeleinrichtungen. Beide unterscheiden sich prinzipiell in ihrer Wirkungsweise.

1.1 Steuerung

Kennzeichen der Steuerung ist, daß die Signalübertragung nur in einer Richtung erfolgt. Man spricht auch von einem offenen Wirkungsablauf. Die einzelnen Steuerglieder sind hintereinander geschaltet zu einer Steuerkette. Es erfolgt keine Rückmeldung über den augenblicklichen Zustand des zu steuernden Prozesses. Bei jedem Steuerglied steht die Eingangsgröße mit der Ausgangsgröße in einem festen physikalischen Zusammenhang (z.B. führt die Spannung an einer Relaispule zum Betätigen der Kontakte).

Zwei Beispiele sollen die Funktion einer Steuerung verdeutlichen. Bild 1.1 zeigt die Steuerung des Durchflusses einer Flüssigkeit mit Hilfe eines Ventils.

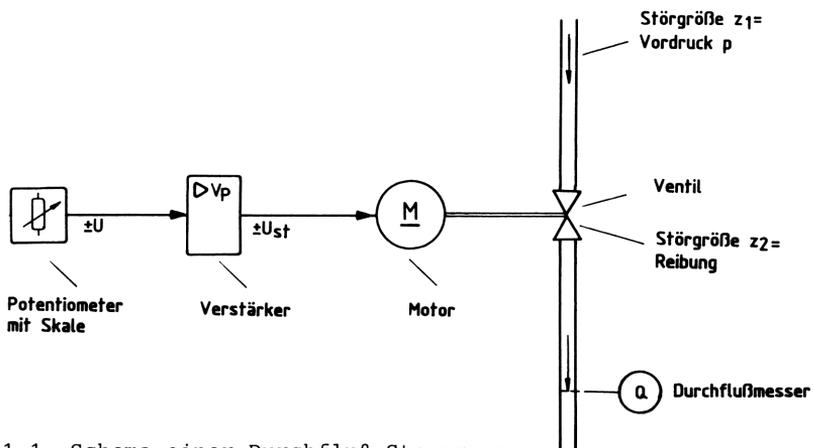


Bild 1.1 Schema einer Durchfluß-Steuerung

An einem Potentiometer wird eine Spannung $\pm U$ eingestellt, die der Durchflußmenge Q proportional ist (Skala). Der Stellbereich von U liegt gewöhnlich in der Größenordnung von ± 10 V- und muß daher mit einem Verstärker auf die Steuerspannung $\pm U_{st}$ des Stellmotors angehoben werden.

Je nach Polarität von U_{st} wird dann mit dem Motor das Ventil geöffnet oder geschlossen. Es erfolgt zwar eine Messung der Durchflußmenge, aber die selbsttätige Korrektur einer Durchflußabweichung infolge von Störgrößen unterbleibt.

Genauso verhält es sich mit der in Bild 1.2 dargestellten Temperatursteuerung eines Induktionsofens. Auch hier können Temperaturschwankungen im Ofen, bedingt durch die Störgrößen z_1 und z_2 nicht selbsttätig beseitigt werden.

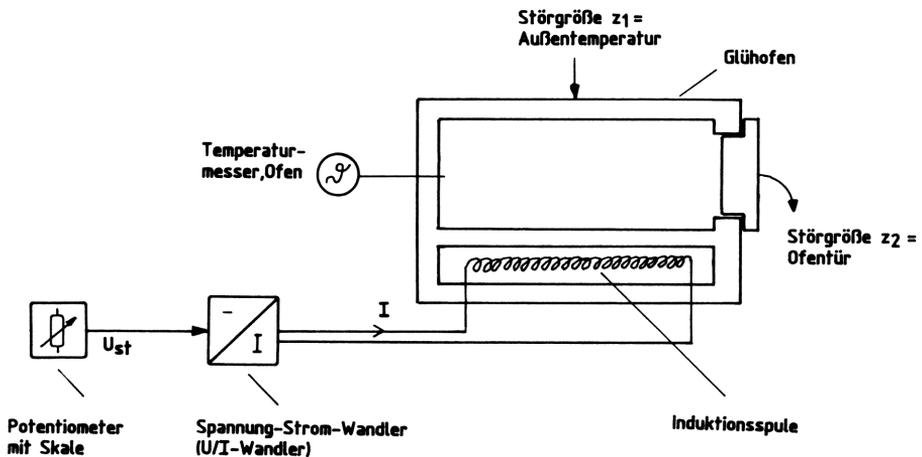


Bild 1.2 Schema einer Temperatur-Steuerung

Ein Vorteil der Steuerung ist jedoch, daß sie nicht auf Stabilität untersucht werden braucht, wenn die Steuerglieder in sich stabil sind.

1.2 Regelung

Das besondere Merkmal eines Regelkreises ist sein geschlossener Wirkungsweg.

Übernimmt der Mensch die Regelung einer technischen Einrichtung, erfaßt sein entsprechendes Sinnesorgan den augenblicklichen Zu-

stand (Durchflußmenge, Temperatur usw.) visuell. Über sein Nervensystem gelangt diese Information in's Gehirn. Hier wird eine Entscheidung darüber getroffen, ob beispielsweise die vorhandene Durchflußmenge mit dem erwünschten Wert übereinstimmt oder von diesem abweicht.

Bei einer Abweichung gelangt ein Befehl an die Muskulatur zur sinnvollen Korrektur.

Regeln ist also ein Vorgang, bei dem eine physikalische Größe (Istwert) fortlaufend erfaßt und durch Vergleich mit einer anderen Größe (Sollwert) im Sinne einer Angleichung an diese beeinflußt wird.

So verstanden, stellt jede Mensch-Maschine-Kommunikation einen Regelkreis dar. Die in diesem Buch behandelten technischen Regelkreise (Maschine-Maschine-Kommunikation) müssen daher Einrichtungen enthalten, die die überlegten Handlungen des Menschen nachempfinden oder ersetzen.

Betrachtet man die Bilder 1.1 und 1.2, so erhält man durch die Rückführung der entsprechenden Istwerte (Meßwerte) einen Durchfluß- und einen Temperatur-Regelkreis (Bild 1.3 und 1.4).

Im Falle der Durchfluß-Regelung verstellt der Motor das Ventil so weit, bis $Q_{soll} - Q_{ist} = 0$ ist. Damit entspricht der Sollwert dem Istwert der Durchflußmenge Q ; der Motor bleibt stehen.

Bei der Temperatur-Regelung wird der Spulenstrom solange aufrecht erhalten, bis die Ofentemperatur dem gewünschten Wert entspricht.

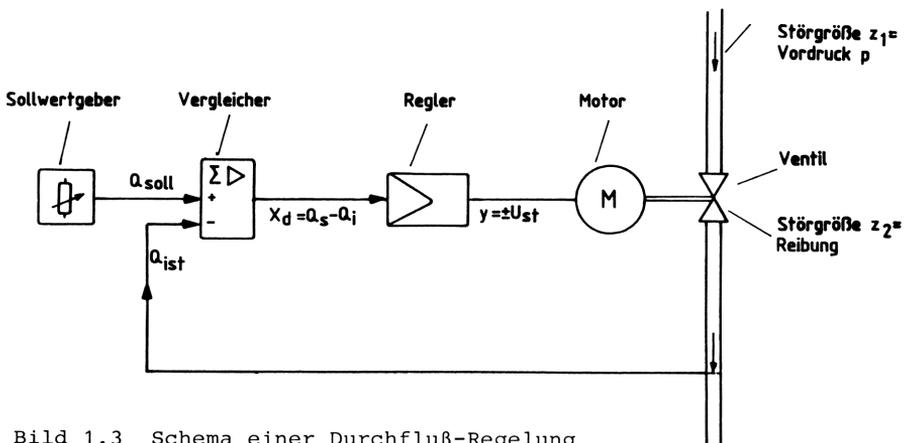


Bild 1.3 Schema einer Durchfluß-Regelung

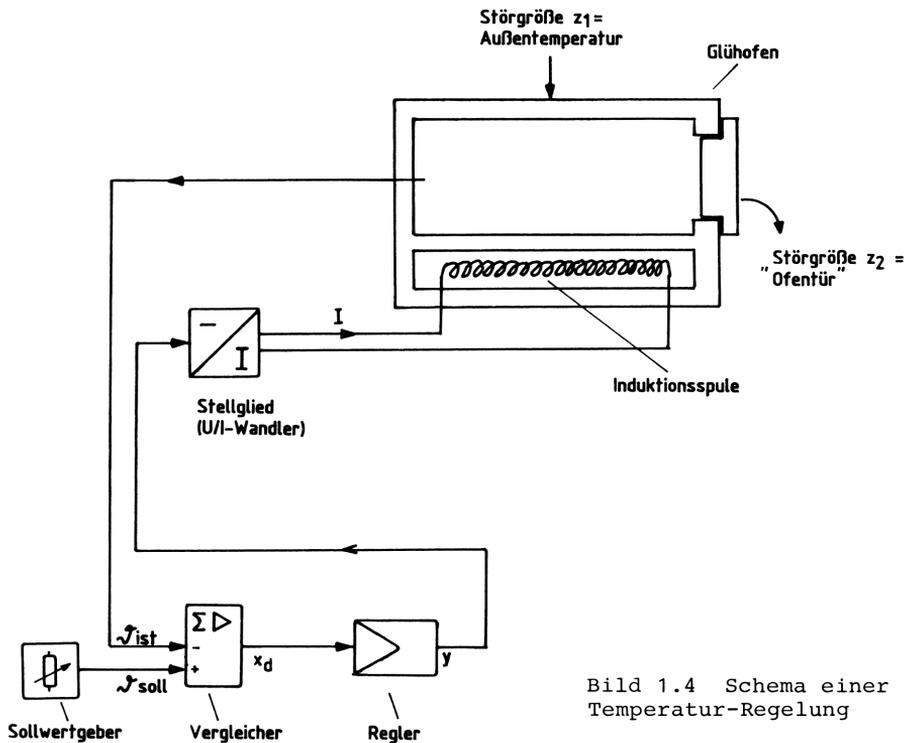


Bild 1.4 Schema einer Temperatur-Regelung

Es läßt sich schon jetzt erkennen, daß das zeitliche Verhalten bei der Regelungen bei einer Störgrößenänderung recht unterschiedlich sein wird.

Die Ventilstellung kann schnell verändert werden, eine rasche Korrektur der Ofentemperatur ist nur mit sehr hohem Energieaufwand möglich.

Während bei einer Steuerung nur die Wirkung einer Störgröße registriert werden kann, läßt sie sich mit einer Regelung korrigieren, weil die Störgröße in den Regelkreis mit einbezogen wird.

Der geschlossene Wirkungsablauf einer Regelung bedarf jedoch der Abstimmung des Verhaltens der einzelnen Regelkreisglieder. Es ist also eine Stabilitätsbetrachtung unerlässlich.

Ein geschlossener Regelkreis ist aber sicherlich die sinnvollste Methode zur Automatisierung eines Prozesses.

Letztlich ist eine Steuerung nur der Sonderfall einer Regelung, nämlich ein Regelkreis mit offener Rückführung.

1.3 Begriffe und Definitionen

Jeder Regelkreis kann in eine Regeleinrichtung und eine Regelstrecke aufgeteilt werden. Beide sind über verschiedene Größen miteinander verknüpft. Bild 1.5 zeigt einen Regelkreis zur Regelung der Ventilstellung mit einem Stromrichter-Motor. Die wichtigsten Begriffe der Regeltechnik sind in DIN 19226 festgelegt.

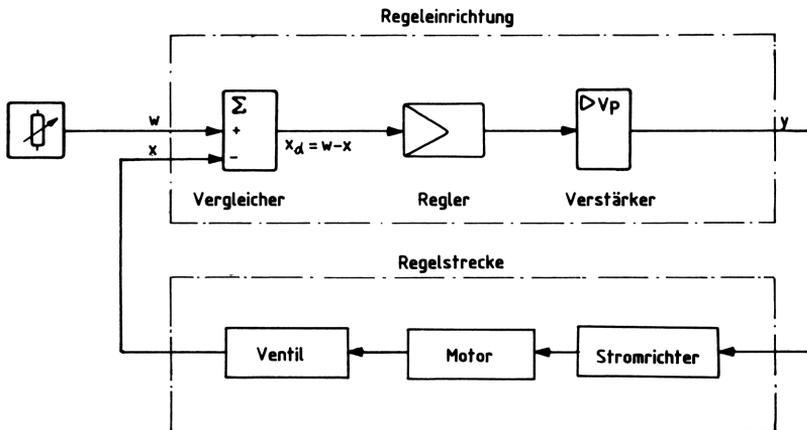


Bild 1.5 Beispiel für den Aufbau eines Regelkreises

Regeleinrichtung

Die Regeleinrichtung ist meist in mehrere Komponenten gegliedert. Sie enthält die Elemente zum Erfassen der Soll-Istwert-Abweichung, den Regler und die Anpassung an die jeweilige physikalische Stellgröße (Strom, Spannung usw.)

Regelstrecke

Die Regelstrecke besteht oft aus mehreren Komponenten. In ihr findet die eigentliche Beeinflussung der Regelgröße statt. Kennzeichnend ist für die Regelstrecke, daß sie vom Hauptenergiefluß durchsetzt ist.

Zu ihr gehört das Stellglied als Regelstrecken-Glied. Motor und Mechanik einer Maschine sind daher ebenfalls Regelstrecken-Glieder (vergleiche mit DIN 19226).

Regelgröße x

Die Regelgröße x ist die Größe, die zum Zwecke des Regels erfaßt und der Regeleinrichtung zugeführt wird.

Sie ist damit Ausgangsgröße der Regelstrecke und gleichzeitig Eingangsgröße der Regeleinrichtung.

Stellgröße y

Die Stellgröße y überträgt die steuernde Wirkung auf die Regelstrecke. Sie ist Ausgangsgröße der Regeleinrichtung sowie Eingangsgröße der Regelstrecke.

Führungsgröße w

Die Führungsgröße w einer Regelung ist der Sollwert, der dem Regelkreis von außen zugeführt wird. Sie ist von der Regelung nicht beeinflussbar.

Regelabweichung x_w , Regeldifferenz x_d

Die Soll-Istwert-Abweichung, die ausgeregelt (beseitigt) werden soll, läßt sich als Regelabweichung

$$x_w = x - w \quad (1.1)$$

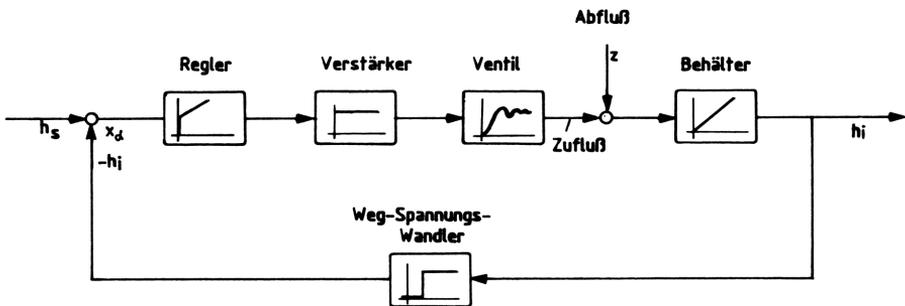
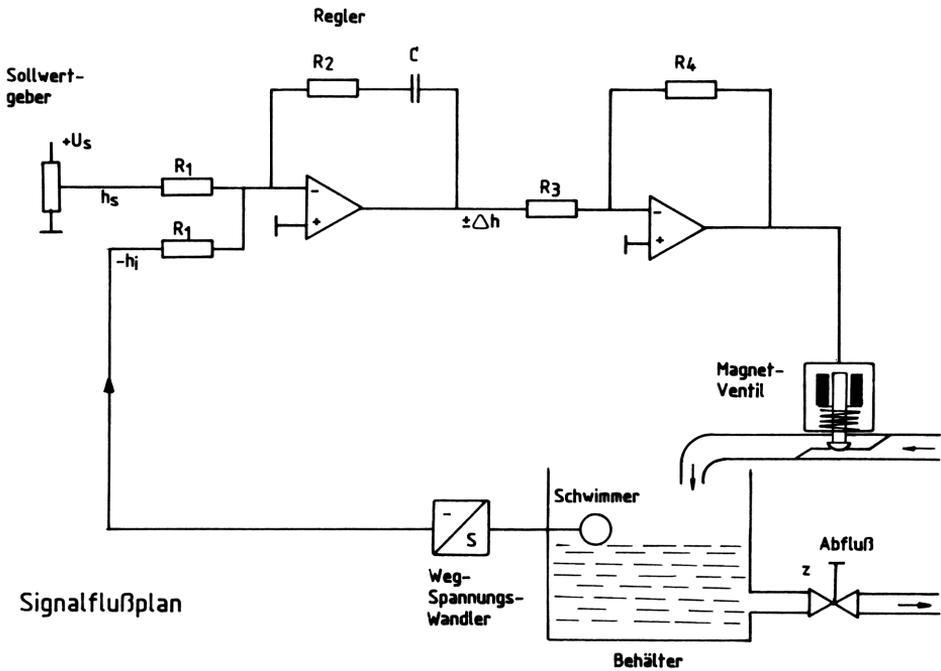
oder als Regeldifferenz definieren.

$$x_d = w - x \quad (1.2)$$

1.4 Signalflußplan, Blockschaltbild

Die gerätetechnische Darstellung einer Regelung nennt man Signalfluß- oder Wirkschaltplan. Sie ist meist recht kompliziert und erfordert spezielle Kenntnisse der einzelnen Bauelemente. Um die gerätetechnischen Zusammenhänge regelungstechnisch aufbereiten zu können und überschaubar zu machen, bedient man sich des Blockschaltbildes. Gelöst von gerätespezifischen Einzelheiten wird die Regelung in einzelne Regelkreisglieder unterteilt, die als Blocks dargestellt werden. Die einzelnen Blöcke enthalten die Übertragungseigenschaften zwischen Ein- und Ausgangsgröße in Form einer Gleichung, als Sprungantwort oder Symbol. Auf diese Weise kann das zeitliche bzw. Frequenzverhalten aller Regelkreisglieder veranschaulicht werden. Die Darstellungsform ist genormt und aus Normblättern bzw. -Entwürfen ersichtlich.

In Bild 1.6 ist eine Füllstandsregelung dargestellt, die den Unterschied zwischen Signalflußplan und Blockschaltbild aufzeigt.



Blockschaltbild

Bild 1.6 Signalflußplan und Blockschaltbild einer Niveau-Regelung

Mit einem Potentiometer gibt man den Füllstandssollwert h_{soll} vor. Er gelangt über Regler und Verstärker auf ein Magnetventil. Der Füllstand wird mit einem Wandler in einen Spannungswert umgeformt und entspricht dem Istwert h_{ist} .

Entspricht der Füllstandsistwert dem Füllstandssollwert, ist die Regeldifferenz $x_d = h_{\text{soll}} - h_{\text{ist}} = 0$ und das Stellventil verharret

in der Null-Stellung. Weicht der Istwert h_{ist} vom vorgewählten Sollwert h_{soll} ab, öffnet oder schließt das Ventil, je nach Polarität von x_d . Das Blockschaltbild der Füllstandsregelung gibt die regelungstechnisch interessanten Eigenschaften der einzelnen Bauelemente wieder (hier durch Darstellung der jeweiligen Sprungantwort). Es ist klarer in der Aussage, weil auch wichtige Teilvorgänge, die im Inneren der Bauelemente ablaufen, erfaßt werden. So z.B. das Totzeitverhalten des Weg-Spannungs-Wandlers.

Das Blockschaltbild, welches im allgemeinen aus einem Signalflußplan entsteht, ist ein wichtiges Glied zur Analyse einer Regelung. Es führt hin zur Optimierung von Regelkreisen und kann direkt in Simulationsmodelle für Analog- und Digitalrechner umgesetzt werden.

2. Berechnung von Regelkreisen

Um eine Aussage über die Güte einer Regelung machen zu können, muß ihr stationäres und dynamisches Verhalten untersucht werden.

Eine gute Regelung sollte drei Bedingungen erfüllen:

- Die Regelung muß stabil sein.
- Die Abweichung der geregelten Größe vom gewünschten Sollwert sollte bei allen Störgrößenänderungen möglichst klein sein.
- Bei einer Störung muß der stationäre Zustand möglichst schnell (ohne hohes Überschwingen) erreicht werden.

2.1 Stationäres Verhalten

Zur Bestimmung des Einflusses von Störgrößen und Verstärkung auf die Regelung wird der Regelkreis im stationären Zustand betrachtet.

2.1.1 Verstärkungen

Proportionalitätsverstärkung

Sind x_1 die Eingangs- und x_2 die Ausgangsgröße eines Regelkreisgliedes, bezeichnet man den Faktor, um den sich x_1 von x_2 unterscheidet, als Proportionalitätsverstärkung V_p (Bild 2.1). Es verhält sich also $x_1 \sim x_2$; also

$$V_p = \frac{x_2}{x_1}. \quad (2.1)$$

Die Proportionalitätsverstärkung ist demnach eine dimensionslose Zahl.

Die Gesamtverstärkung mehrerer in Reihe liegender Regelkreisglieder erhält man durch Multiplikation der Einzel-Verstärkungen. Es sei

$$V_{p1} = \frac{x_2}{x_1}; \quad V_{p2} = \frac{x_3}{x_2}, \quad (2.2)$$

dann ist die Gesamtverstärkung

$$V_{\text{pges.}} = V_{p1} \cdot V_{p2} = \frac{x_3}{x_1} \quad (2.3)$$

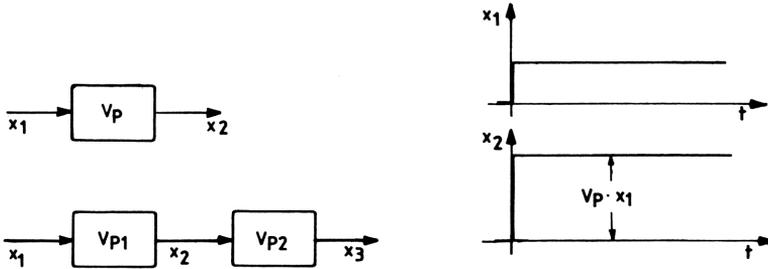


Bild 2.1 Definition der Proportionalverstärkung V_p

Statische Regelkreisverstärkung

Schneidet man einen Regelkreis in der Rückführung auf, erhält man eine Wirkungskette (Bild 2.2). Die Gesamtverstärkung des offenen Regelkreises läßt sich dann auch durch Multiplikation der Einzelverstärkungen ermitteln. Es ergibt sich die sog. statische Regelkreisverstärkung V_o .

$$V_o = \prod_i V_{Ri} \cdot V_{Si} \quad (2.4)$$

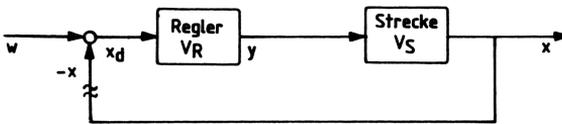


Bild 2.2 Prinzip eines Regelkreises

Mit den bereits bekannten Definitionen kann man entsprechend Bild 2.2 folgende Beziehung zwischen der Regel- und der Führungsgröße ableiten.

Die Regeldifferenz ergibt sich zu

$$x_d = w - x \quad ,$$

die Stellgröße wird

$$y = V_R \cdot x_d$$

und die Regelgröße

$$\begin{aligned} x &= V_S \cdot y , \\ &= V_R \cdot V_S \cdot x_d , \\ &= V_R \cdot V_S (w - x) = V_O (w - x) , \end{aligned}$$

also

$$x = \frac{V_O}{1 + V_O} \cdot w . \quad (2.5)$$

Die gefundene Gleichung zeigt, dass Führungsgröße (Sollwert) und Regelgröße (Istwert) um so besser übereinstimmen, je größer die statische Regelkreisverstärkung V_O ist (Bild 2.3).

Für $V_O = 1$ wird

$$x = \frac{w}{2}$$

und für $V_O \rightarrow \infty$ wird

$$x = w .$$

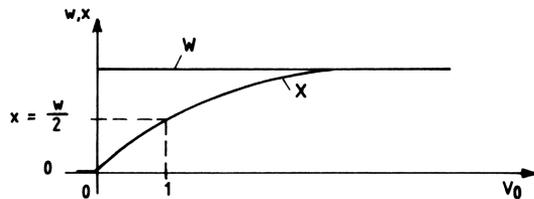


Bild 2.3 Die Regelgröße x als Funktion der statischen Regelkreisverstärkung V_O

2.1.2 Regelabweichung, Regeldifferenz

Die Genauigkeit einer Regelung wird angegeben durch die maximal bleibende Regelabweichung oder -Differenz bei ungünstiger Kombination der Störgrößen.

Führungsverhalten

Meist reagiert die Regelgröße auf eine stoßartige Änderung der Führungsgröße mit einem Ausgleichsvorgang (Bild 2.4). Je nach der erforderlichen Genauigkeit ist ein Toleranzband vereinbart, innerhalb dessen sich die Regelgröße nach bestimmten Zeiten befinden muß. Diese Zeiten sind die Anregel- und Einschwingzeit.

Die bleibende Regelabweichung oder -Differenz ist dann der prozentuale Unterschied zwischen dem erreichten Wert der Regelgröße und dem stationären Wert der Regelgröße am Ende des Ausgleichsvorgangs.

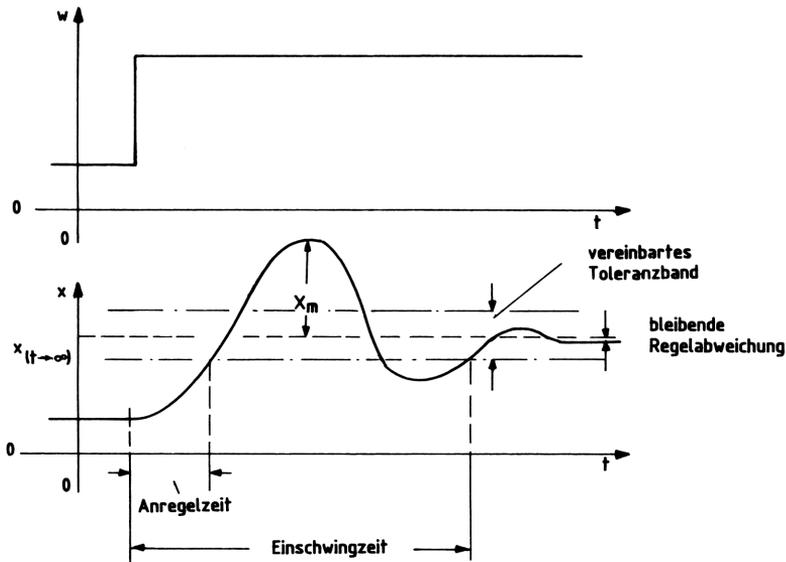


Bild 2.4 Definition der bleibenden Regelabweichung

Für eine zufriedenstellende Regelung muß die Sprungantwort folgende Forderungen erfüllen:

1. Kurzer Ausgleichsvorgang (kleine Werte von Anregelzeit und Einschwingzeit)
2. Ausreichende Dämpfung (kleine Überschwingweite x_m)
3. Regeldifferenz möglichst klein ($x_d = 0$).

2.1.3 Störgrößen

Größen, die unbeabsichtigt auf die Regelung einwirken, nennt man Störgrößen. Sie können sowohl das Verhalten der Regelkreisglieder selbst, als auch die Signalübertragung beeinflussen.

Additive Störgrößen (linear)

Störgrößen, die durch Summation mit Regelkreis-Signalen auf die Regelung einwirken, bezeichnet man als additive Störgrößen (Bild 2.5).

Wirkt beispielsweise auf das Signal y_2 eine Störgröße z , so ergibt sich aus dem Blockschaltbild eine Gleichung für die Regelgröße, die z enthält.

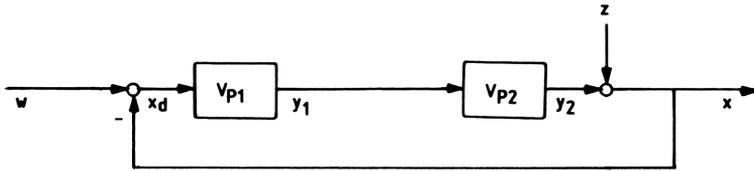


Bild 2.5 Regelkreis mit einer Störgröße z am Ende der Regelstrecke

Es ist

$$x = y_2 + z$$

und

$$y_2 = V_{P1} \cdot V_{P2} \cdot x_d = V_O (w - x) ,$$

also

$$x = V_O (w - x) + z ,$$

bzw.

$$x = \frac{V_O}{1 + V_O} \cdot w + \frac{1}{1 + V_O} \cdot z . \quad (2.6)$$

Das gefundene Ergebnis zeigt deutlich den Vorteil der Regelung gegenüber einer Steuerung. Die Störgröße, die bei einer Steuerkette (entsprechend $x = y_2 + z$) voll zum Signal y_2 addiert wird, kann mit dem geschlossenen Regelkreis (entsprechend Gleichung (2.6)) um den Faktor $1/(1 + V_O)$ vermindert werden.

Das heißt für $V_O \rightarrow \infty$ wird der Einfluß von z eliminiert und es ergibt sich wieder $x = w$.

Allerdings ist eine unendlich große Verstärkung V_O unrealistisch. Die Werte von V_O liegen bei industriellen Regelungen zwischen 1.....1000. Daher erklärt sich auch, daß eine bleibende Regeldifferenz in realen Regelkreisen unvermeidlich ist.

Additive Störgrößen, welche nicht am letzten Regelkreisglied wirken, sondern zwischen zwei Regelkreisgliedern, behandelt man wie folgt (Bild 2.6).

Es ist

$$\begin{aligned} x &= V_{P2} \cdot (y_1 + z) \\ &= V_{P2} \cdot [V_{P1} \cdot (w - x) + z] = V_O \cdot (w - x) + V_{P2} \cdot z , \end{aligned}$$

damit wird

$$x = \frac{V_o}{1 + V_o} \cdot w + \frac{1}{1 + V_o} \cdot V_{P2} \cdot z . \quad (2.7)$$

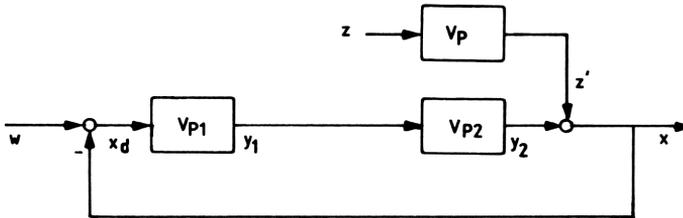
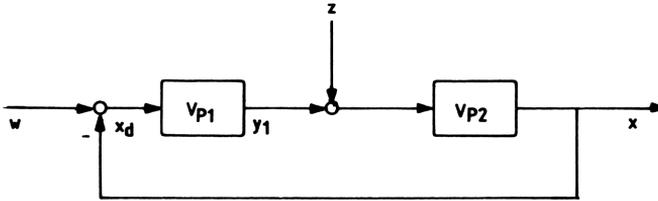


Bild 2.6 Regelung mit einer Störgröße z zwischen zwei Regelkreisgliedern

Auf die Regelgröße x wirkt in diesem Falle die Störgröße z mit dem Faktor $V_{P2} / 1 + V_o$.

Definiert man

$$z' = V_{P2} \cdot z$$

als einen Block mit der Störgrößen-Verstärkung V_{P2} , so kann man die Summationsstelle der Störgröße hinter das letzte Regelkreisglied verlagern. Dann sind die Gleichungen (2.6) und (2.7) äquivalent, es wird

$$x = \frac{V_o}{1 + V_o} \cdot w + \frac{1}{1 + V_o} \cdot z' .$$

Diese Methode bringt den Vorteil, daß man alle additiv auftretenden linearen Störgrößen auf eine Summationsstelle einwirken lassen kann. Der in Bild 2.7 dargestellte Regelkreis führt dann zu den bezogenen Störgrößen

$$z_1' = V_{P2} \cdot V_{P3} \cdot z_1 , \quad z_2' = V_{P3} \cdot z_2 ,$$

$$z_3' = z_3 , \quad \text{wie sie in Bild 2.8 dargestellt sind.}$$

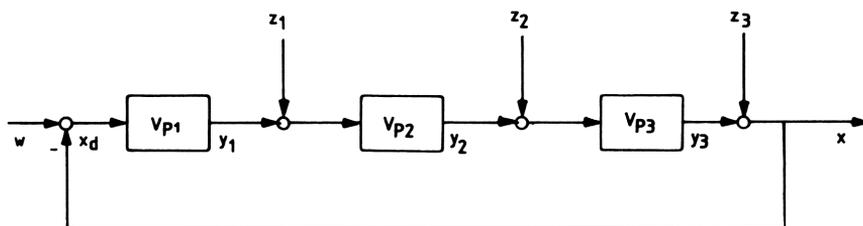


Bild 2.7 Regelkreis mit mehreren verteilten Störgrößen

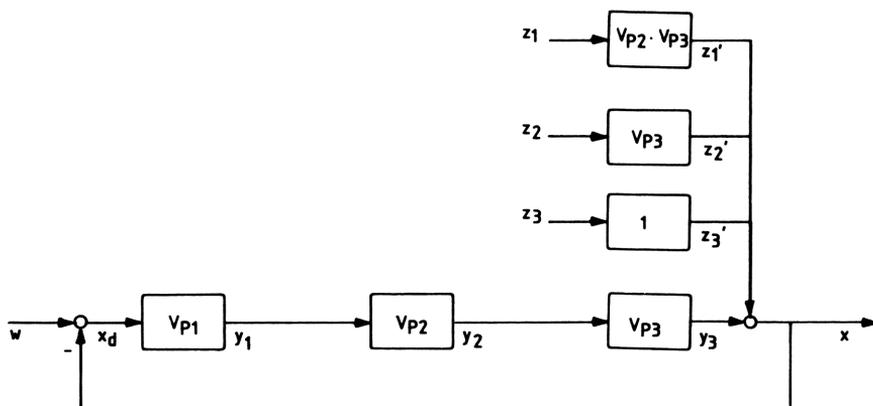


Bild 2.8 Verlegen von Störgrößen hinter das letzte Regelkreisglied

Multiplikative Störgrößen (linear)

Wirkt auf ein Regelkreisglied selbst eine Störgröße ein, so bezeichnet man diese als multiplikative Störgröße. Sie verändert die Proportionalitätsverstärkung des betreffenden Regelkreisgliedes (Bild 2.9).

Es wird hier

$$V_{P2}' = V_{P2} \cdot z \quad (2.8)$$

Damit wird

$$\begin{aligned} x &= V_{P1} \cdot V_{P2}' \cdot x_d \\ &= V_O \cdot z \cdot (w - x) \end{aligned}$$

also

$$x = \frac{V_O \cdot z}{1 + V_O \cdot z} \cdot w \quad (2.9)$$

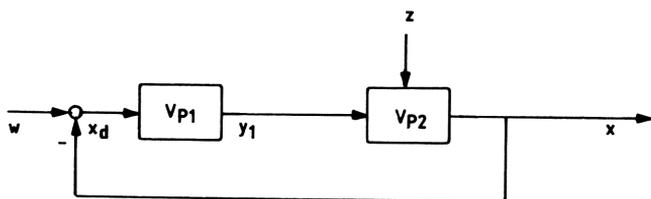


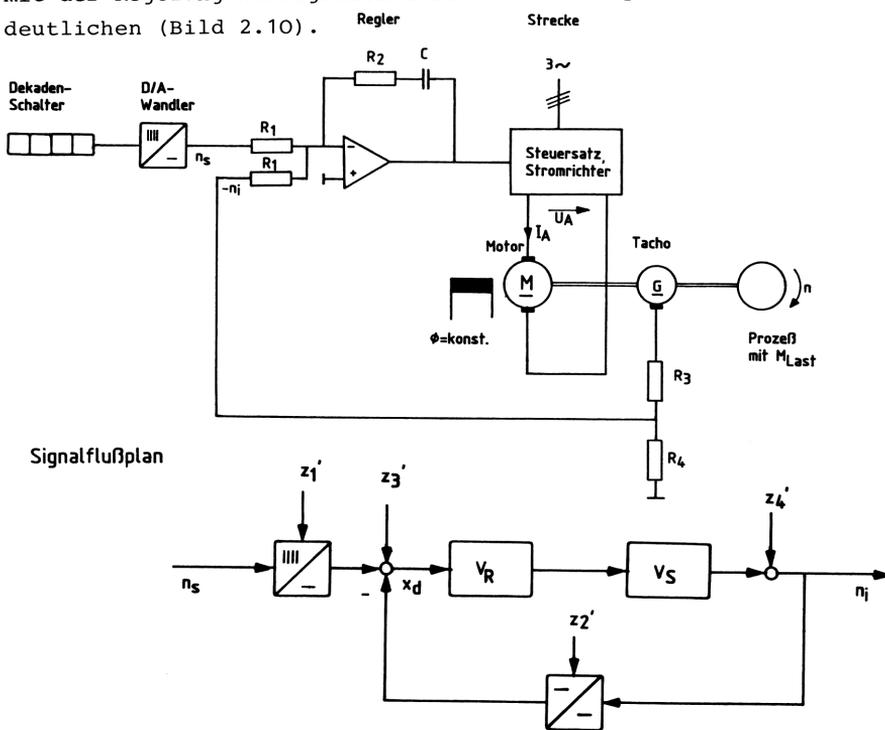
Bild 2.9 Regelkreis mit einer multiplikativen Störgröße z

Auch hier wird die Störgröße bei unendlich großer Verstärkung V_o beseitigt, so daß $x = w$ wird. Die bleibende Regeldifferenz ist hier gleich der Differenz aus ungestörter und störbehafteter Regelung.

Fehlerkorrektur

Die bisher behandelten Störgrößen ließen sich bis auf eine bleibende Regelabweichung ausregeln.

Es gibt jedoch auch solche, die sich, wenn sie auftreten, nicht mit der Regelung korrigieren lassen. Ein Beispiel soll dies verdeutlichen (Bild 2.10).



Blockschaltbild

Bild 2.10 Signalflußplan und Blockschaltbild eines vereinfachten Drehzahlregelkreises im stationären Betrieb

Beispiel

In einer Drehzahlregelung für einen Gleichstrommotor mit Stromrichter sollen die vier Störgrößen $z_1' \dots z_4'$ auftreten. Dabei sind z_1' und z_2' Störungen der Soll- bzw. Istwert-Umwandlung. z_3' entspricht einer Verfälschung der Soll-Istwert-Differenz x_d infolge Verstärkerdrift. z_4' sei die Auswirkung eines Laststoßes auf die Regelung.

Bezieht man alle Größen auf ihren Nennwert (Normierung z.B. auf 10 V-), ergibt sich ein vereinfachtes Blockschaltbild (Bild 2.11).

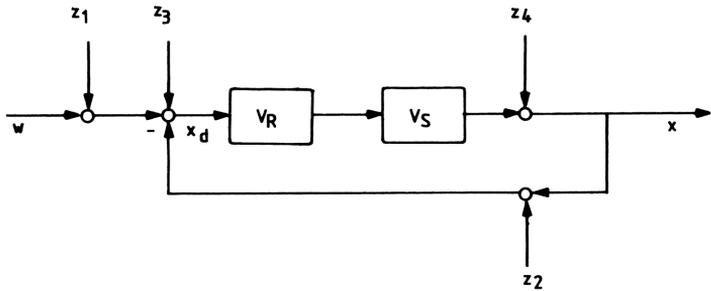


Bild 2.11 Blockschaltbild des Regelkreises aus Bild 2.10 zur Berechnung des statischen Regelkreis-Verhaltens

Im ungestörten Zustand ist bekanntlich $z_1 = z_2 = z_3 = z_4 = 0$. Beim voll gestörten Regelkreis gilt dann

$$x = V_o \cdot x_d + z_4$$

$$x_d = w + z_1 + z_3 - (x + z_2) ,$$

damit wird die Regelgröße indiziert

$$x = V_o \cdot (w + z_1 + z_3 - z_2) - V_o \cdot x + z_4$$

$$x = \frac{V_o}{1 + V_o} \cdot (w + z_1 + z_3 - z_2) + \frac{1}{1 + V_o} \cdot z_4 . \quad (2.10)$$

Man sieht, daß die Störgrößen $z_1 \dots z_3$ voll als Fehler in die Regelung eingehen, weil sie, unabhängig von V_o , die Führungsgröße w beeinflussen. Die Störgröße z_4 dagegen verschwindet bei $V_o \rightarrow \infty$, d.h. sie kann 'ausgeregelt' werden.

Für alle Regelkreise läßt sich daraus der Grundsatz ableiten, nichtkorrigierbare Störgrößen sind:

- Fehler im Sollwert (hier z_1)
- Fehler im Istwert (hier z_2)
- Drift- bzw. Einstellfehler des Reglers (hier z_3)

Beispiel

An einem drehzahlgeregelten GS-Motors (Gleichstrom-Motors) soll ein konkreter Störfall betrachtet werden (Bild 2.12).

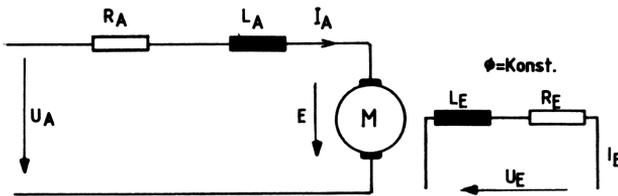


Bild 2.12 Elektrisches Ersatzschaltbild eines fremderregten Gleichstrommotors

Für den Ankerkreis eines GS-Motors gilt im treibenden stationären Betrieb bei Rechtslauf

$$E = U_A - I_A \cdot R_A \quad (2.11)$$

Auf die Nennwerte bezogen folgt daraus mit

$$e = E/E_N, \quad u_A = U_A/U_{AN}, \quad i_A = I_A/I_{AN}$$

$$e = u_A - i_A \frac{I_{AN} \cdot R_A}{U_{AN}},$$

mit der Ankerkreisverstärkung

$$v_A = \frac{U_{AN}}{I_{AN} \cdot R_A}$$

folgt

$$e = u_A - i_A \cdot \frac{1}{v_A} \quad (2.12)$$

Das Lastmoment M_L ist im stationären Betrieb proportional dem Motormoment M_M .

Für M_M gilt

$$M_M = C_2 \cdot I_A \cdot \phi \quad (2.13)$$

Die Quellenspannung E ist

$$E = C_1 \cdot \phi \cdot n \quad (2.14)$$

mit $C_1 = \text{konst.}$ und $C_2 = \text{konst.}$ folgt für $\phi = \text{konst.}$

$$M_L \sim M_M \sim I_a \quad \text{und} \quad E \sim n_M$$

und normiert mit $m_L = M_L/M_N$

$$m_L \sim i_A \quad \text{und} \quad e \sim n_M$$

Daraus folgt für die Gleichung (2.12)

$$n_M \approx u_A - m_L \cdot \frac{1}{v_A} \quad (2.15)$$

Die einzige Größe zur Beeinflussung der Drehzahl ist nun die bezogene Ankerspannung u_A , sie ist also die Führungsgröße.

Damit geht Gleichung (2.15) in eine Beziehung zwischen Regelgröße $x = n_M$ und Führungsgröße $w = U_A$ einschließlich der Störgröße $z = m_L$ über. Es wird

$$n_M \approx u_{Asoll} - \frac{1}{V_A} \cdot m_L \quad (2.16)$$

Das zugehörige Blockschaltbild dieser Drehzahlregelung ist in Bild 2.13 dargestellt.

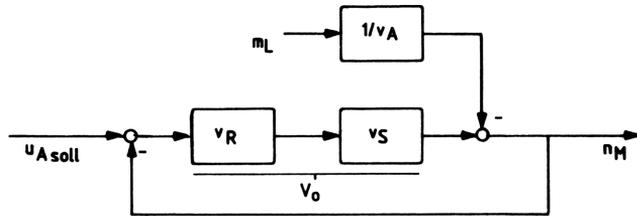


Bild 2.13 Blockschaltbild (vereinfacht) des fremderregten Gleichstrommotors zur Beurteilung des Lastverhaltens

Mit der statischen Regelkreisverstärkung V_O folgt für Gleichung (2.16)

$$n_M \approx \frac{V_O}{1 + V_O} \cdot u_{Asoll} - \frac{1}{1 + V_O} \cdot \frac{m_L}{V_A} \quad (2.17)$$

Ein Laststoß m_L wirkt sich also als additive Störgröße aus und kann mit $V_O \rightarrow \infty$ beseitigt werden. Auch eine große Ankerkreisverstärkung V_A führt zur Verminderung des Störeinflusses.

Für eine reale Drehzahlregelung ($V_O = 100$ und $V_A = 10$) ergibt sich bei einem Laststoß von 100% des Nennwertes ($m_L = 2 M_N$) ein Drehzahlabfall von 2 ‰, da

$$M_M \approx u_{Asoll} - \frac{2}{10^3} \cdot$$

Aufgabe 2.1

Ein Glühofen soll auf 1.300°C geregelt werden. Dabei treten drei additive Störgrößen auf, die durch induktive Einkopplung von Starkstromleitungen entstehen und zu folgendem Blockschaltbild führen (Bild 2.14)

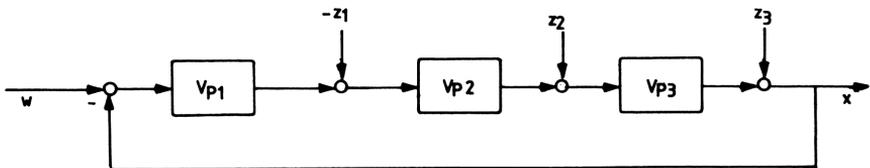


Bild 2.14 Blockschaltbild eines Regelkreises mit verteilten additiven Störgrößen

gegeben: $V_{P1} = 10$; $V_{P2} = 2,5$; $V_{P3} = 2$
 $w = 10V - \hat{=} 1300^{\circ}C$
 $z_1 = 200\text{ mV}$; $z_2 = 0,1\text{ V}$; $z_3 = 10\text{ mV}$

gesucht: Das vereinfachte Blockschaltbild mit nur einer Summationsstelle der Störgrößen, die Regelgröße x in Volt sowie die Regeldifferenz x_d in $^{\circ}C$.

Aufgabe 2.2

In einer analogen Regelung wirken zwei multiplikative Störgrößen, die sich durch Verstärkungsfehler $z_1 = 0,9$ und auf die Strecke $z_2 = 1,2$ ergeben.

gegeben: $V_R = 20$; $V_S = 1$; $w = 5\text{ V-}$

gesucht: Das Blockschaltbild der Regelung und die Regeldifferenz.

Aufgabe 2.3

Der Regler einer analogen Wegregelung (Bild 2.15) hat infolge von Widerstandstoleranzen einen Verstärkungsfehler von $z_1 = 0,95$. Der nachfolgende Leistungsverstärker besitzt eine Ausgangsfehlspannung (Offsetspannung) von $z_2 = 20\text{ mV}$. Der Frequenz-Spannungs-Wandler in der Rückführung für den Wegwert hat einen additiven Umsetzfehler von $z_3 = 30\text{ mV}$.

gegeben: $V_R = 10$; $V_P = 20$ (Leistungsverstärker) ; $V_S = 1$
 $w = 10\text{ V-} \hat{=} 4\text{ m}$

gesucht: Das Blockschaltbild der Wegregelung und die Regeldifferenz in Meter.

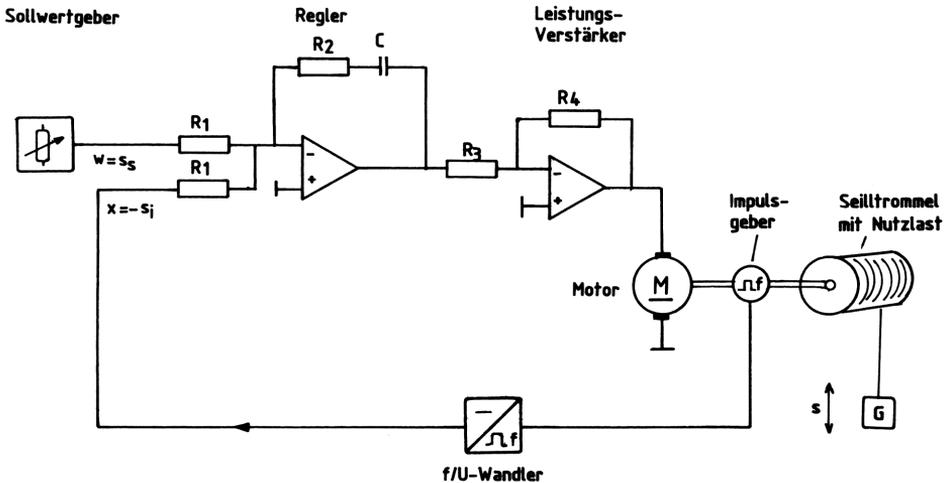


Bild 2.15 Signalflußplan einer Positionsregelung mit Seiltrommel

2.1.4 Statische Kennlinien

Das statische Verhalten eines Regelkreisgliedes beschreibt den realen Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangsgröße. In der Praxis gibt es nur Kennlinien, bei denen in einem bestimmten Bereich Linearität zwischen Ein- und Ausgangsgröße angenommen werden kann /1/.

Tachogenerator

Benutzt man zur Drehzahlerfassung in einer Regelung beispielsweise einen Tachogenerator, so ist seine Ausgangsspannung nur in einem festen, vom Hersteller angegebenen Bereich der Drehzahl proportional (Bild 2.16).

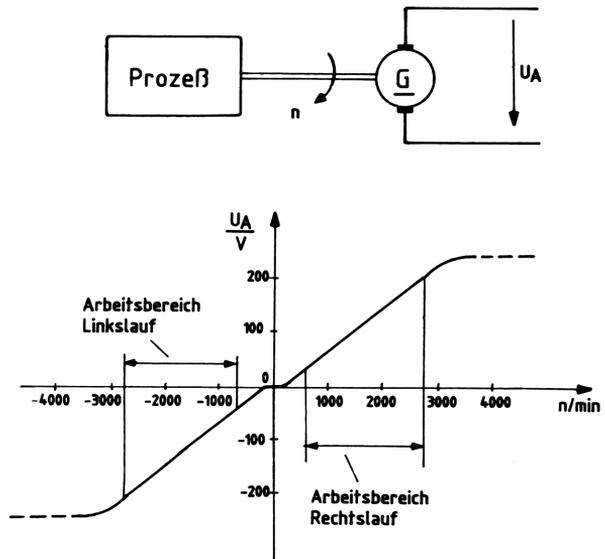


Bild 2.16 Statische Kennlinie eines Tacho-Dynamos

Pneumatischer Verstärker

Kennlinien, die nur einen kleinen Linearitätsbereich besitzen, können durch Verwendung eines Verstärkers verbessert werden. Bild 2.17a und b zeigen das Schaltbild und die Kennlinie eines pneumatischen Proportionalitätsglieds mit einem kleinen linearen Stellbereich. Durch Vergrößern der Verstärkung läßt sich die Lage des jeweiligen Arbeitspunktes A in einem erweiterten Linearitätsbereich verschieben (Bild 2.17b).

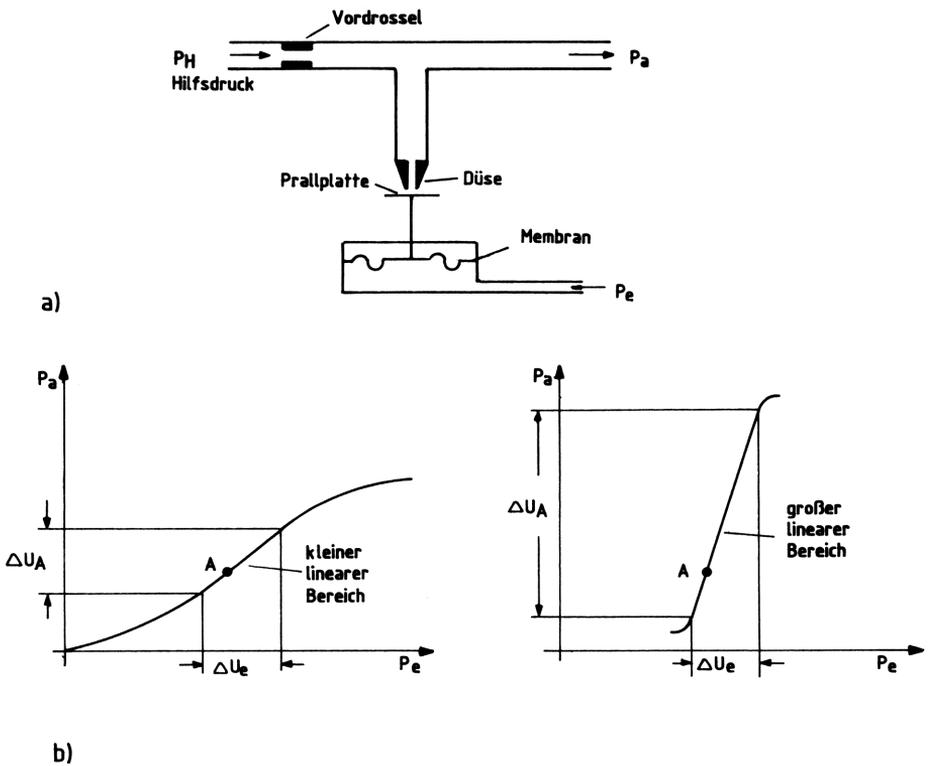


Bild 2.17 Statische Kennlinien eines Pneumatischen Verstärkers

Operationsverstärker

Aber auch bei Verstärkern ist der lineare Stellbereich durch den physikalisch-technischen Aufbau eingeschränkt, wie das Beispiel eines Operationsverstärkers zeigt (Bild 2.18). Beschaltet man einen Operationsverstärker nur mit Widerständen, erhält man Proportionalität zwischen Ein- und Ausgangsspannung [2]. Dies gilt aber nur, wenn der innere Aufbau des Verstärkers bestimmte Voraussetzungen erfüllt.

Die Kennwerte der inneren Schaltung sind dann:

Differenz-Eingangswiderstand r_D , er liegt im $M\Omega$ -Bereich

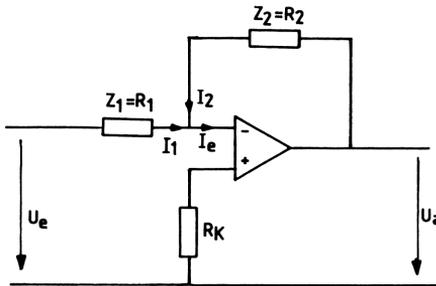
Gleichtakt-Widerstand r_G , er liegt im $G\Omega$ -Bereich

Ausgangs-Widerstand r_A , er liegt im Ω -Bereich

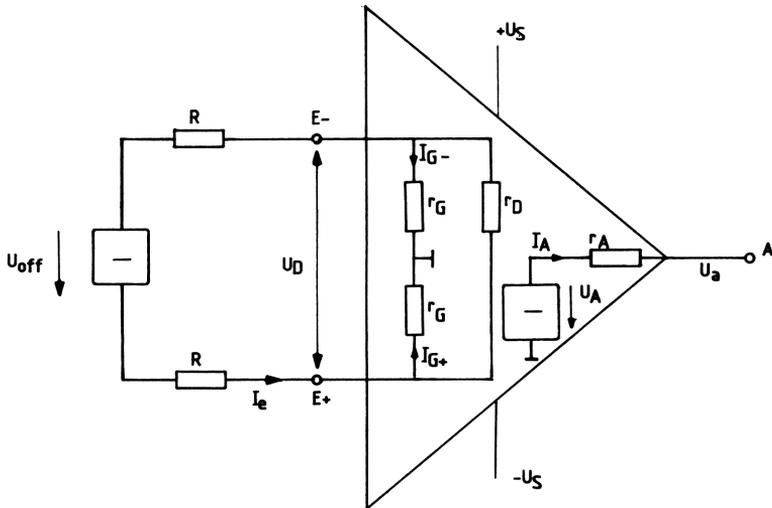
Differenz-Spannungsverstärkung V_D , sie liegt um den Wert 10^5

Offsetspannung U_{off} , sie liegt im $\mu\text{V} \dots \text{mV}$ -Bereich

Stellbereich der Ausgangsspannung ΔU_a , er liegt zwischen 10...20 V.



a)



b)

Bild 2.18 Ersatzschaltbilder eines Operationsverstärkers

Wegen der sehr großen Widerstände r_D und r_G im Vergleich zu den äusseren Beschaltungswiderständen R_1 , R_2 und R_K , ist der Eingangsstrom $I_e = 0$.

Aufgrund der hohen Verstärkung V_D ist bei Gegenkopplung dann $U_D = 0$ bzw. $U_D \ll U_e$.

Betrachtet man mit diesen Bedingungen die Schaltung des Bildes 2.18a, ergibt sich mit $\sum I = 0$ (I. Kirchhoffscher Satz) der gewünschte proportionale Zusammenhang zwischen U_e und U_a .

Es ist

$$I_1 + I_2 - I_e = 0$$

mit $I_e = 0$ folgt

$$I_1 = -I_2$$

bzw.
$$\frac{U_e}{R_1} = \frac{U_a}{R_2}$$

also
$$U_a = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_e \quad (2.18)$$

Darin ist die Proportionalitätsverstärkung

$$V_P = \frac{R_2}{R_1} \quad (2.19)$$

Für $R_2 \rightarrow \infty$ wird dann rein rechnerisch $V_P \rightarrow \infty$ und $U_A \rightarrow \infty$ gehen, doch die Ausgangsspannung eines Operationsverstärkers kann nicht über seine Speisespannung $\pm U_S$ hinaus anwachsen. Diese liegt je nach Verstärkertyp zwischen $\pm U_S = \pm 10 \dots \pm 20$ V. Außerdem kann U_a durch zwei Zenerdioden in der Gegenkopplung auf den Wert der Zenerspannung begrenzt werden (Bild 2.19). Ähnliches gilt auch für den Stellbereich des Ausgangsstromes, die Belastbarkeit. Auch diese ist begrenzt und liegt im mA-Bereich.

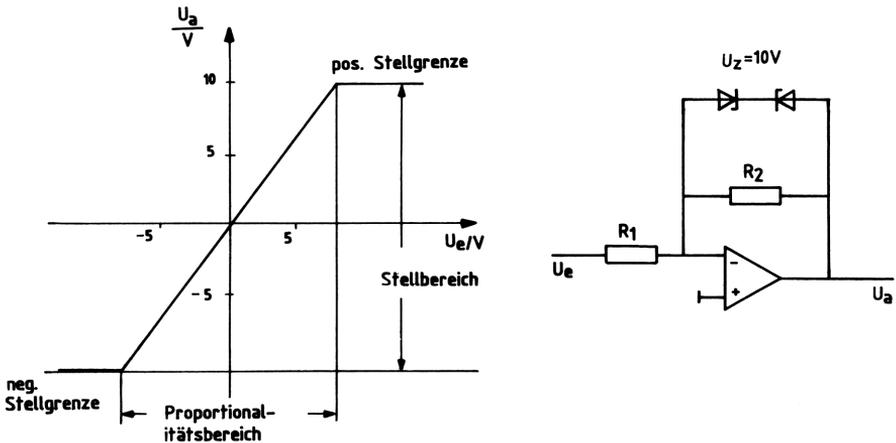


Bild 2.19 Statische Kennlinie eines Operationsverstärkers

Verallgemeinert man die Beschaltung des Operationsverstärkers entsprechend Bild 2.20, so gilt analog zu Gleichung (2.18)

$$\frac{U_a}{U_e} = - \frac{Z_2}{Z_1} . \quad (2.20)$$

Je nach Art des Netzwerkes Z_2 bzw. Z_1 lassen sich alle Regelkreisglieder mit Operationsverstärkern aufbauen (siehe Abschnitt 3).

Bei den bisher betrachteten Regelkreisgliedern galt das Linearitätsprinzip. Es gibt aber auch solche, bei denen dieser Zusammenhang nicht vorherrscht.

Leerlaufkennlinie GS-Maschine

Die Abhängigkeit des magnetischen Flusses ϕ vom Erregerstrom I_E einer GS-Maschine gibt die sog. Leerlauf- oder Magnetisierungskennlinie wieder (Bild 2.20). Sie wird bei konstanter Drehzahl aufgenommen.

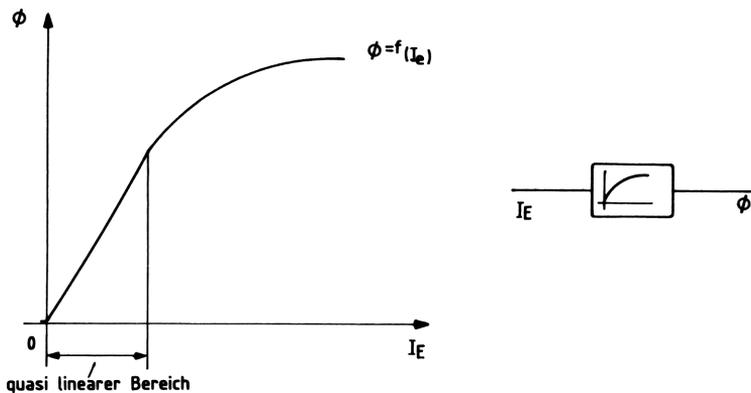


Bild 2.20 Statische Kennlinie des magnetischen Flusses ϕ als Funktion des Erregerstromes I_e eines Gleichstrommotors

Soll der magnetische Fluß, welcher als Rechengröße in vielen Regelungen erforderlich ist (siehe Abschnitt 6), über den linearen Bereich hinaus ausgenutzt werden, ist eine Linearisierung der Kennlinie sinnvoll. Dazu wird die Leerlaufkennlinie aufgenommen (gemessen) und durch Geradenzüge stückweise nachgebildet (Bild 2.21).

Man legt eine Tangente durch den betreffenden Arbeitspunkt und erhält die Beziehung

$$x_{a_1} = \tan \alpha_1 \cdot \Delta x_{e_1} \quad \text{für Arbeitspunkt A 1,}$$

$$x_{a_2} = \tan \alpha_2 \cdot \Delta x_{e_2} \quad \text{für Arbeitspunkt A 2.}$$

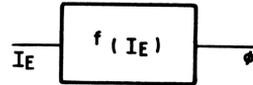
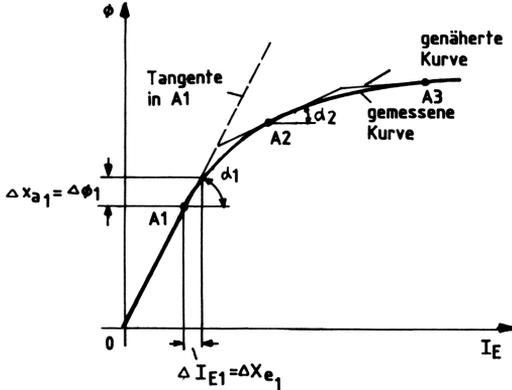


Bild 2.21 Linearisierung der Kennlinie des magnetischen Flusses ϕ

Je weiter man sich von den Arbeitspunkten entfernt, um so größer wird der Fehler. Für kleine Kennlinienkrümmungen kann man von den realen Werten auf die Abweichungen Δx_a und Δx_e übergehen.

Soll die Kennlinie ganz durchlaufen werden (Arbeitspunkt A 1...A n), ist es angebracht, durch sog. Funktionsbilder /2/ entsprechend viele Knickpunkte (Tangenten) für die Näherung vorzusehen, damit der Fehler klein bleibt.

Eine weitere Linearisierungsmethode bildet die Taylor-Reihe /3/. Im Arbeitspunkt A ergibt sich die Ausgangsgröße zu

$$x_a = x_{a(A)} + \frac{x_e - x_{e(A)}}{1!} \cdot \dot{x}_a + \frac{x_e - x_{e(A)}}{2!} \cdot \ddot{x}_a + \dots \quad (2.21)$$

Bei kleinen Kennlinienkrümmungen läßt sich die Taylor-Reihe nach der ersten Differentiation abbrechen, so daß gilt

$$x_a \approx x_{a(A)} + \dot{x}_a(A) \cdot (x_e - x_{e(A)}) \quad (2.22)$$

Steuerkennlinie eines netzgeführten Stromrichters

Der Stromrichter ist eines der wichtigsten Stellglieder der modernen Antriebstechnik. Durch sein fast trägheitsloses Verhalten erfüllt die Dynamik eines Stromrichterantriebs höchste Anforderungen.

Bild 2.22 zeigt eine vollgesteuerte Drehstrombrückenschaltung für einen GS-Antrieb. Mit Hilfe des Steuerwinkels α , der die Zündzeitpunkte der einzelnen Thyristoren bestimmt, kann die Ankerspannung des GS-Antriebs kontinuierlich gesteuert werden /4/, d.h. die Spannungszeitflächen der zugehörigen Drehspannungen werden verändert.

Bild 2.22 Signalflußplan eines Stromrichterantriebs mit sechspulsiger vollgesteuerter Drehstrombrückenschaltung

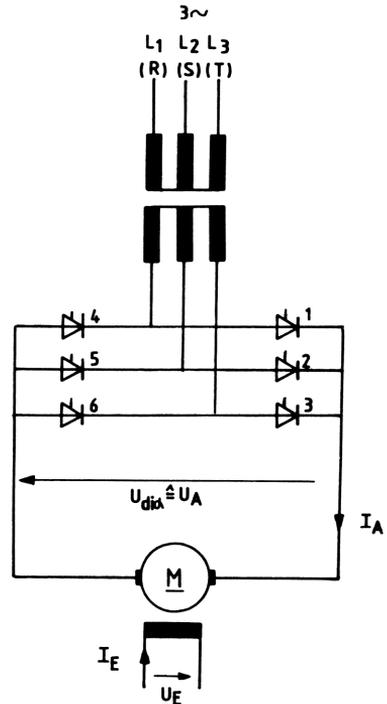


Bild 2.23 stellt den Verlauf der Ankerspannung für verschiedene Steuerwinkel dar (ohne Berücksichtigung der Kommutierungsdauer).

Der Steuerwinkel wird durch den Vergleich der zugehörigen Drehspannung mit der Steuergleichspannung U_{st} , welche am Reglerausgang ansteht (siehe Abschnitt 6), erzeugt. Es besteht ein linearer Zusammenhang zwischen α und U_{st} (Bild 2.24). Die gesteuerte Ankerspannung $U_{di\alpha}$ entspricht beim vollgesteuerten 6-pulsigen Stromrichter der Gleichung

$$U_A \hat{=} U_{di\alpha} = 1,35 \cdot U_L \cdot \cos\alpha \quad \text{mit } U_L : \text{Leiterspannung.} \quad (2.23)$$

Diese Kennlinie ist in Bild 2.25 dargestellt. Steuerwinkel $\alpha > 150^\circ$ sind ausgeschlossen, um die Kommutierungsdauer und die Freiwerde-

zeit zu berücksichtigen. Bei Steuerwinkeln $\alpha < 10^\circ$ kann das sog. Leerlaufpendeln auftreten, daher ist auch dieser Bereich zu meiden.

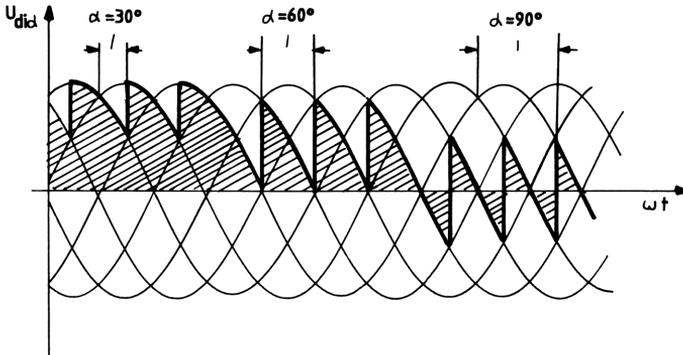
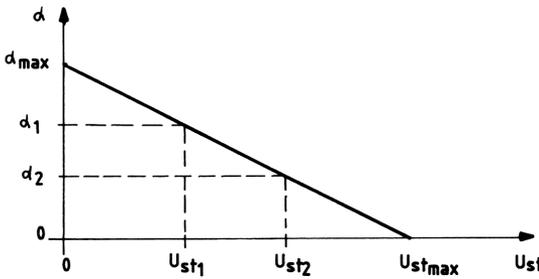
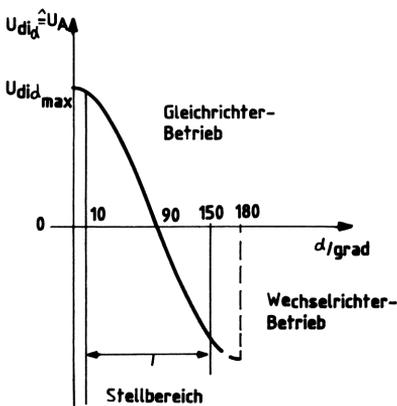


Bild 2.23 Verlauf der Spannung $U_{di\alpha}$ bei verschiedenen Steuerwinkeln α



$$\frac{d}{d_{\max}} = 1 - \frac{U_{st}}{U_{st\max}}$$

Bild 2.24 Zusammenhang zwischen Steuerwinkel α und Steuer- gleichspannung U_{st}



$$k \cdot \cos \alpha$$

Bild 2.25 Zusammenhang zwischen $U_{di\alpha}$ und dem Steuerwinkel α

Kennlinie mit Ansprechschwelle

Kennlinien mit Ansprechschwelle (auch "tote Zone" oder "Fenster") genannt) treten häufig bei Meßwertaufnehmern auf (Bild 2.26). Manchmal ist ein solches Verhalten sogar regelungstechnisch erwünscht. Es kann beispielsweise durch die Reihenschaltung von Dioden für beide Polaritäten der Eingangsspannung U_e erreicht werden. Dann ist $2x_t \approx 3U_D$, also ergibt sich ein "Fenster von ca. 2,1V bei Verwendung von Silizium-Dioden.

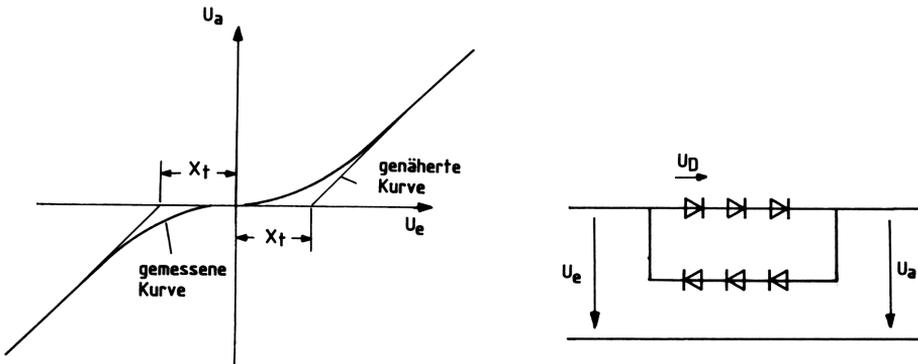


Bild 2.26 Statische Kennlinie eines Regelkreisgliedes mit toter Zone

Die Sprungantwort einer Kennlinie mit Ansprechschwelle ergibt

$$x_a = x_e \quad \text{für} \quad x_e \geq x_t$$

$$x_a = 0 \quad \text{für} \quad x_e < x_t .$$

Bei sinusförmigem Eingangssignal läßt sich das Ausgangssignal mit der Fourierzerlegung [3/] ermitteln (Bild 2.27).

Es ist

$$x_a(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{i=1}^n a_i \cdot \cos i\omega t + \sum_{i=1}^n b_i \cdot \sin i\omega t .$$

Man kann sich bei der Kennlinie mit Ansprechschwelle mit guter Näherung auf die Grundschwingung beschränken, d.h. die Koeffizienten a_1 und b_1 . Außerdem ist der Gleichspannungsanteil $a_0 = 0$.

Dann gilt

$$x_a(t) \approx x_{a1} = a_1 \cdot \cos\omega t + b_1 \cdot \sin\omega t , \quad (2.24)$$

mit

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} x_a(\omega t) \cdot \cos \omega t \cdot d\omega t \tag{2.25}$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} x_a(\omega t) \cdot \sin \omega t \cdot d\omega t . \tag{2.26}$$

Im Bereich von $0 \leq \omega t \leq \pi$ gilt für die Ausgangsgröße

$$\begin{aligned} x_a &= 0 && \text{für } 0 \leq \omega t \leq \omega T_1 \\ x_a &= \hat{x}_e \cdot \sin(\omega t - \omega T_t) && \text{für } \omega T_1 \leq \omega t \leq \omega T_2 \\ x_a &= 0 && \text{für } \omega T_2 \leq \omega t = \pi . \end{aligned} \tag{2.27}$$

Ist bei einer ungeraden Funktion $x_a(t) = -x_a(-t)$, entfällt der Koeffizient a_1 ($a_1 = 0$). Man setzt nun noch Gleichung (2.27) in (2.26) ein und erhält den Koeffizienten b_1 .

$$b_1 = \frac{\hat{x}_e}{\pi} \int_{\omega T_1}^{\omega T_2} \sin(\omega t - \omega T_t) \cdot \sin \omega t \cdot d\omega t .$$

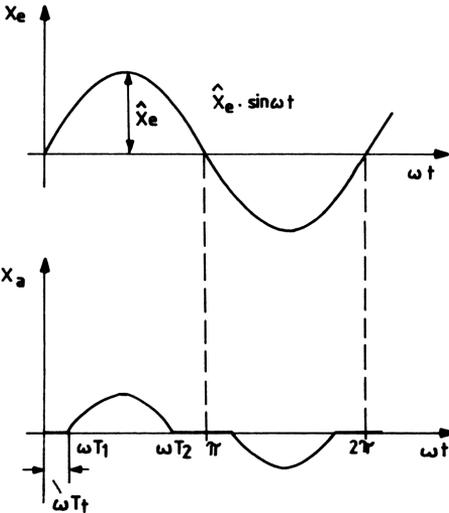


Bild 2.27 Ausgangsgröße eines Regelkreisgliedes mit toter Zone bei sinusförmiger Eingangsgröße

Es wird nach Integration

$$b_1 = \hat{x}_e \frac{\left(1 - \frac{2\omega T_1}{\pi} - \frac{2}{\pi} \cdot \sin\omega T_1 \cdot \cos\omega T_1\right)}{= K_T},$$

also

$$b_1 = K_T \cdot \hat{x}_e. \quad (2.28)$$

Das Ausgangssignal lautet dann letztlich mit Gleichung (2.24) und (2.28)

$$x_a \approx x_{a1} = K_T \cdot \hat{x}_e \cdot \sin\omega t. \quad (2.29)$$

So lassen sich Kennlinien mit Ansprechschwelle auch als Regelstreckenglieder behandeln.

2.2 Dynamisches Verhalten

Das statische Verhalten einer Regelung bzw. eines Regelkreisgliedes ist eine unvollkommene Beschreibung seiner Übertragungseigenschaften.

Jeder Regelkreis wird durch äußere Größen beeinflusst, die eine Zustandsänderung des Systems in zeitlicher und örtlicher Form hervorrufen.

Die systemeigenen Größen gehen dabei meist von einem stationären Zustand in einen anderen stationären Zustand über.

Die Übergangsphase bezeichnet man auch als Ausgleichsvorgang der im System befindlichen Energiespeicher oder speziell als das dynamische Verhalten des Regelkreises. Die Kennwerte elektrischer und mechanischer Energiespeicher sind zeitlich konstant, sie lauten beispielsweise

Induktivität	L
Kapazität	C
Trägheitsmoment	J

Die zeitlich veränderlichen Größen sind

Strom	i
Spannung	u
Moment	m

2.2.1 Differentialgleichungen

Gleichungen, die das dynamische Verhalten eines Systems beschreiben, sind die Differentialgleichungen. Ihre Ordnung ist gleich der Zahl der voneinander unabhängigen Energiespeicher des physikalischen Systems.

Sie verknüpfen die Kennwerte des Systems mit den zeitlich veränderlichen Größen.

So z.B.

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} , \quad (2.30)$$

$$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} , \quad (2.31)$$

$$m(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} \sim J \frac{dn(t)}{dt} . \quad (2.32)$$

Diese Beziehungen sagen folgendes aus:

Der Strom durch eine Induktivität kann sich nicht sprunghaft ändern; die Spannung an einem Kondensator kann nicht springen; die Drehzahl rotierender Massen kann sich nicht sprunghaft ändern.

Diese Aussagen beruhen auf der Endlichkeit realer Systeme, denn das Differential eines Sprungs ist nur durch eine unendliche Größe realisierbar.

Reihenschwingkreis

Die Bestimmung des zeitlichen Verlaufs der Kondensatorspannung $u_c(t)$ eines Reihenschwingkreises führt zu folgender Differentialgleichung (Bild 2.28).

Mit $\Sigma U = 0$ (II. Kirchhoffscher Satz) folgt bei Schließen des Schalters S

$$U_e = u_c(t) + R \cdot C \cdot \frac{du_c(t)}{dt} + L \cdot C \cdot \frac{d^2u_c(t)}{dt^2} . \quad (2.33)$$

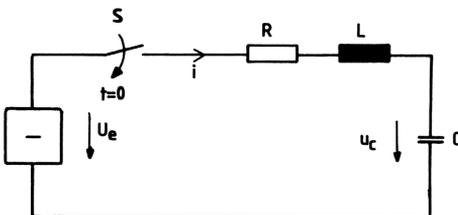


Bild 2.28 Elektrischer Reihenschwingkreis mit Gleichspannung

Dies ist eine lineare Differentialgleichung 2. Ordnung mit dem Spannungssprung U_e bei $t = 0$.

Die Lösung erfolgt mit der homogenen Teillösung für den Ausgleichsvorgang und der inhomogenen Teillösung für den stationären Zustand.

Die homogene Teillösung gewinnt man durch den Ansatz

$$u_C(t) = A \cdot e^{\alpha t} . \quad (2.34)$$

Setzt man den Exponential-Ansatz entsprechend Gleichung (2.34) in Gleichung (2.33) ein, erhält man die charakteristische Gleichung der gegebenen Differentialgleichung. Je nach Art der Wurzel der charakteristischen Gleichung (reell, komplex) erhält man verschiedene Ansätze für die inhomogene Teillösung /1/, /3/. Auf die Darstellung des Lösungsweges wird hier zu Gunsten der Gleichdimensionellen Laplace-Transformation (z.B. Aufgabe 2.10; Abschnitt 2.2.4) verzichtet.

Es wird schließlich für $u_C(0) = 0$ und $i_L(0) = 0$

$$u_C(t) = U_e \left[1 - e^{-\alpha t} \cdot \left(\cos \omega_e t + \frac{\alpha}{\omega_e} \cdot \sin \omega_e t \right) \right] . \quad (2.35)$$

Besonders bei Differentialgleichungen höherer als 2. Ordnung ist die Lösung sehr umständlich.

Mit

$$\alpha = \frac{R}{2L} , \quad \omega_e^2 = \omega_o^2 - \alpha^2 \quad (2.36)$$

und

$$\omega_o^2 = \frac{1}{L \cdot C} . \quad (2.37)$$

Die beiden markanten Ergebnisse, der periodische Fall ($\alpha \ll \omega_o$) und der aperiodische Fall ($\alpha \gg \omega_o$) sind in Bild 2.29 dargestellt.

Bei Anregung mit sinusförmigen Größen ist die Behandlung der Differentialgleichungen noch komplizierter. Diese Schwierigkeiten lassen sich mit der Laplace-Transformation umgehen, wie in Abschnitt 2.2.5 gezeigt wird.

2.2.2 Übertragungsfunktion, Sprungfunktion, Sinusfunktion

Mit der allgemeinen Lösung einer Differentialgleichung kann man noch keine regelungstechnischen Aussagen machen. Zur Beurteilung

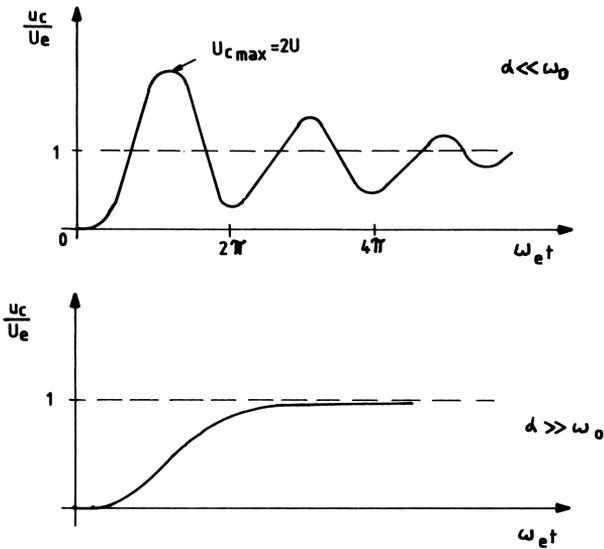


Bild 2.29 Mögliche Sprungantworten des elektrischen Reihenschwingkreises

des dynamischen Verhaltens einer Regelung ist die Kenntnis des zeitlichen Verlaufs der Ausgangsgröße bei Änderung der Eingangsgröße eines jeden Regelkreisgliedes entscheidend.

In der Praxis lassen sich im wesentlichen zwei Eingangsfunktionen unterscheiden, mit denen das dynamische Verhalten eines Regelkreises getestet wird; die Sprungfunktion und die Sinusfunktion.

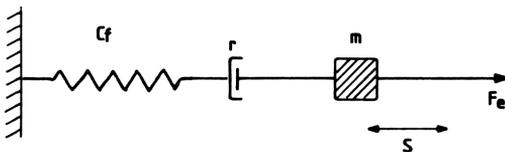


Bild 2.30 Mechanischer Reihenschwingkreis aus Feder, Masse und Dämpfung

Sprungfunktion

Wie schon beim Reihenschwingkreis (Gleichung (2.33)), wird in der Regelungstechnik die Eingangs- bzw. anregende Größe meist sprunghaft eingeschaltet.

Vereinheitlicht man diesen Sprung der Eingangsgröße, lassen sich die Übertragungseigenschaften aller Regelkreisglieder direkt und anschaulich miteinander vergleichen (siehe dazu DIN 19229).

Bei der Behandlung dynamischer Vorgänge wird mit dieser sog. Einheitssprungfunktion der Bezug zur Realität gewahrt (z.B. Schließen eines Schalters oder Umschalten eines Sollwerts).

Der Verlauf der Einheitssprungfunktion $\delta_o(t)$ ist in Bild 2.31a wiedergegeben.

Es gilt

$$\delta_o(t) = 0 \quad \text{für} \quad t < 0 \quad (2.38)$$

$$\delta_o(t) = 1 \quad \text{für} \quad t \geq 0 .$$

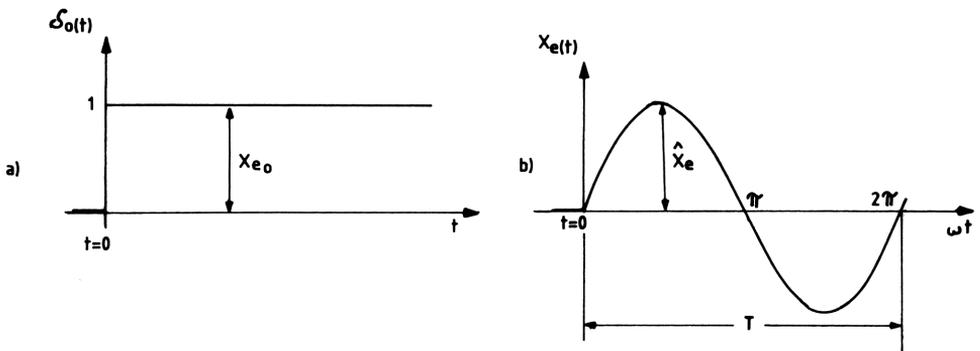


Bild 2.31 Zeitlicher Verlauf der Einheits-Sprungfunktion

Die mathematische Behandlung einer solchen Sprungfunktion ist nicht schwierig, da sie für $t \geq 0$ konstant ist. Setzt man die Sprungfunktion als Erregungsfunktion am Eingang eines Regelkreises (Regelkreisglied) ein, erhält man am Ausgang die sog. Sprungantwort.

Es ergibt sich mit der Amplitude des Eingangssignals $\hat{x}_e = x_{eo}$

$$x_e(t) = x_{eo} \cdot \delta_o(t) , \quad (2.39)$$

die allgemeine Differentialgleichung mit Störfunktion

$$x_{eo} \cdot \delta_o(t) = a_0 \cdot x_a + a_1 \cdot \frac{dx_a}{dt} + \dots + a_n \cdot \frac{d^n x_a}{dt^n} \quad (2.40)$$

deren Lösung die Sprungantwort ist.

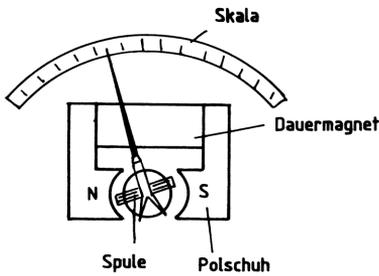
$$x_a(t) = x_{eo} \cdot f(t) .$$

Dem gewonnenen Verlauf der Ausgangsgröße kann man bestimmte Eigenwerte entnehmen, mit denen man das Übertragungsverhalten eines realen Regelkreises sinnvoll beeinflussen kann.

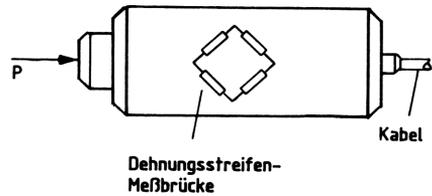
Beispiel

An einem analogen Meßinstrument soll das Übertragungsverhalten betrachtet werden.

Die meisten elektrischen und mechanischen Meßinstrumente lassen sich wegen der geringen Masse des Meßwertes durch eine gedämpfte Feder darstellen (Bild 2.32).



Drehspulinstrument



Druckmeßdose

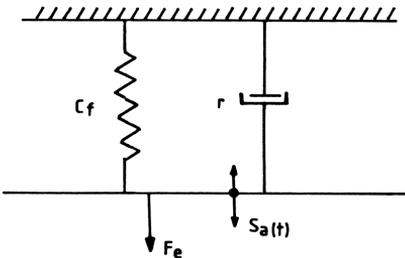


Bild 2.32 Mechanisches Ersatzschaltbild eines Drehspulinstrumentes und einer Druckmeßdose

Bei einem Drehspulmeßwerk ist die anregende Kraft dem Strom I und der magnetischen Flußdichte B proportional. Die Kraft F_e führt zur Wegänderung s_a entlang der Anzeigeskala.

$$F_e = B \cdot I \cdot l \cdot N$$

l = wirksame Spulenlänge

N = Windungszahl

Ein Kraftmeßinstrument (Druckmeßdose) reagiert auf den Druck p über eine konstante Meßwerksfläche A ebenfalls mit der Wegänderung s_a .

$$F_e = p \cdot A .$$

Es ergibt sich bezüglich s_a entsprechend Bild 2.32 eine inhomogene Differentialgleichung 1. Ordnung, nämlich

$$F_e = c_f \cdot s_a + r \cdot \frac{ds_a}{dt} . \quad (2.41)$$

Die Sprungantwort ist die Lösung der Differentialgleichung (2.42). Es handelt sich um einen Ausgleichsvorgang mit sprunghafter Störfunktion F_e , der in einen stationären und freischwingenden Zustand aufgeteilt wird.

Es gilt

$$s_a(t) = s_{a_{st}} + s_{a_f} .$$

Für $t \leq 0$ ist

$$s_{a(0)} = 0 ;$$

für $t \rightarrow \infty$ ist

$$s_{a(\infty)} = s_{a_{st}} .$$

Aus der nach s_a umgestellten Gleichung (2.41) folgt die Größe von $s_{a_{st}}$.

Mit

$$s_{a(t)} = \frac{F_e - r \cdot \frac{ds_a}{dt}}{c_f}$$

erhält man für

$$s_{a_{st}} = \frac{F_e}{c_f} .$$

Für den freischwingenden Zustand setzt man den Exponentialansatz an.

$$s_{a_f} = A \cdot e^{-t/T} .$$

Für $t = 0$ ist dann

$$s_{a(0)} = \frac{F_e}{c_f} + A = 0 .$$

Damit ist der Koeffizient A bekannt.

$$A = - \frac{F_e}{c_f} .$$

und mit $T = r/c_f$ folgt die Lösung, d.h. die Sprungantwort

$$s_{a(t)} = \frac{F_e}{c_f} \cdot \left(1 - e^{-\frac{c_f \cdot t}{r}} \right) . \quad (2.42)$$

Es handelt sich um eine e-Funktion, die bei $t \rightarrow \infty$ die Größe des Eingangssprungs F_e/c_f erreicht (Bild 2.33).

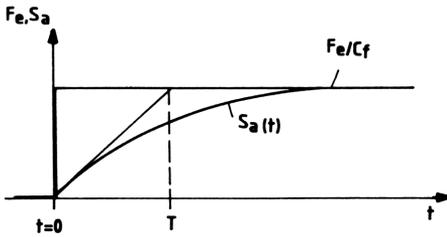


Bild 2.33 Sprungantwort eines Systems aus Feder und Dämpfung

Aufgabe 2.4

An eine Reihenschaltung aus Widerstand und Induktivität wird bei $t = 0$ eine Gleichspannung angelegt (Bild 2.34) gegeben:

$$R = 10 \Omega, \quad L = 0,2 \text{ H}, \quad U_e = 20 \text{ V}$$

gesucht: Die Sprungantwort des Stroms i .

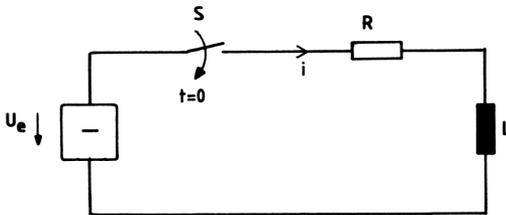


Bild 2.34 Gleichstromkreis mit einer Reihenschaltung aus R und L

Aufgabe 2.5

Einem beschleunigten Körper der Masse m wirkt eine geschwindigkeitsproportionale Reibung entgegen (Bild 2.35). Die Reibungskraft ist

$$F_r = -r \cdot \frac{ds_a}{dt}$$

und die Beschleunigungskraft nach dem Newtonschen Aktionsprinzip

$$F_b = -m \cdot b = -m \cdot \frac{d^2 s_a}{dt^2}$$

gegeben: F_e , r , m

gesucht: Die Sprungantwort s_a des Systems.

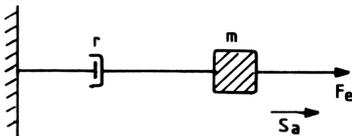


Bild 2.35 Mechanisches Schema einer Reihenschaltung aus Masse und Dämpfung

Sinusfunktion

Die sinusförmige Anregung eines Systems ist besonders in der Nachrichtentechnik verbreitet. Aber auch in der Regelungstechnik treten häufig sinusförmige Störgrößen auf, deren Auswirkung auf einen Regelkreis untersucht werden müssen. Um das dynamische Verhalten ausreichend zu erfassen, ist daher die sinusförmige Anregung notwendig (Bild 2.31b).

Ihr zeitlicher Verlauf ist

$$\begin{aligned} x_e(t) &= \hat{x}_e \cdot \sin \omega t && \text{für } t \geq 0 ; \\ x_e(t) &= 0 && \text{für } t < 0 . \end{aligned} \quad (2.43)$$

mit der Amplitude \hat{x}_e und der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$, sowie der Periodendauer T .

Die Antwortfunktion eines so angeregten Regelkreises hat nach dem Abklingen des Einschwingvorgangs eine Phasenverschiebung φ zur Folge /16/.

Es wird

$$x_a(t) = \hat{x}_a \cdot \sin(\omega t + \varphi) .$$

2.2.3 Komplexe Rechnung

Die Lösung der das Übertragungsverhalten beschreibenden Differentialgleichungen ist meist aufwendig. Bei Gleichungen höherer Ordnung läßt sich eine explizite Lösung gar nicht angeben. Erschwert wird die Berechnung noch, wenn statt der Einheitssprungfunktion eine sinusförmige Eingangsgröße vorliegt.

Um das Übertragungsverhalten eines Regelkreises vollständig zu erfassen, ist im allgemeinen nicht nur die Reaktion auf eine bestimmte Eingangsfunktion, sondern theoretisch der gesamte Frequenzbereich $\omega = 0 \dots \infty$ zu betrachten.

Diese Forderung führt über die Kenntnisse der komplexen Rechnung hin zur Lösung von Differentialgleichungen mit der Laplace-Transformation.

Eine komplexe Zahl \underline{z} und eine konjugiert komplexe Zahl $\underline{\underline{z}}$ sind mit der imaginären Einheit $j = \sqrt{-1}$ definiert als

$$\underline{z} = a + j \cdot b ; \quad \underline{\underline{z}} = a - j \cdot b , \quad (2.44)$$

bzw. elektrotechnisch gedeutet

$$\underline{z} = R + X ; \quad \underline{\underline{z}} = R - X .$$

Es ist a der Realteil (Re) von \underline{z} , der dem ohmschen Widerstand R entspricht und b der Imaginärteil (Im), der dem Blindwiderstand X entspricht. Der Blindwiderstand einer Induktivität ist dann

$$X_L = j\omega L , \quad (2.45)$$

der einer Kapazität heißt

$$X_C = \frac{1}{j\omega C} . \quad (2.46)$$

Die Zahl \underline{z} läßt sich in der komplexen Ebene als Vektor darstellen (Bild 2.36), dessen Spiegelung an der reellen Achse $\underline{\underline{z}}$ entspricht. Demnach ist infolge der Geometrie (Pythagoras)

$$|\underline{z}| = \sqrt{a^2 + b^2} . \quad (2.47)$$

Für den Winkel φ , der den geometrischen Abstand des Vektors \underline{z} von der Abszisse angibt, gilt

$$\varphi = \arctan \frac{b}{a} = \arctan \frac{\operatorname{Im} \underline{z}}{\operatorname{Re} \underline{z}} . \quad (2.48)$$

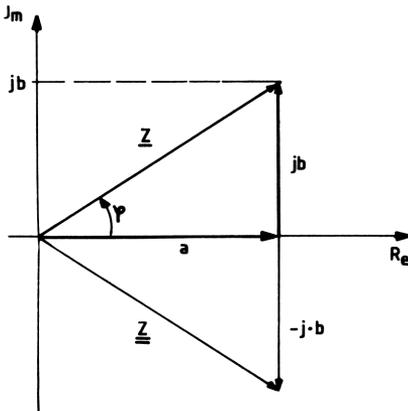


Bild 2.36 Definition der komplexen und konjugiert komplexen Zahl in der Gaußschen Zahlenebene

Läßt man den Vektor (Zeiger) \underline{z} um den Ursprung der Gaußschen Zahlenebene rotieren, erhält man eine trigonometrische Funktion für \underline{z} , die bei Regelkreisen mit sinusförmiger Eingangsgröße von Bedeutung ist (Bild 2.37).

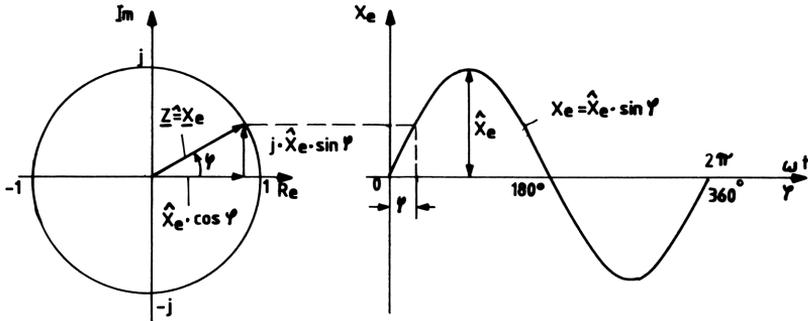


Bild 2.37 Definition der komplexen Zahl als Betrag und Phasenwinkel

Es wird dann

$$\underline{z} = |\underline{z}| \cdot (\cos \varphi + j \sin \varphi) .$$

Mit der Eulerschen Gleichung ergibt sich dann die Exponentialform der komplexen Zahl,

$$e^{\pm j\varphi} = \cos \varphi \pm j \sin \varphi$$

und damit

$$\underline{z} = |\underline{z}| \cdot e^{j\varphi} , \quad (2.49)$$

bzw. als Sinusschwingung $\hat{x}_e \cdot \sin \omega t$

$$\underline{x}_e = \hat{x}_e \cdot e^{j\omega t} . \quad (2.50)$$

Mit den Gleichungen (2.44) und (2.49) läßt sich der geometrische Ort eines komplexen Zeigers genau beschreiben. Die graphische Darstellung der komplexen Funktion von Regelkreisgliedern wird im Abschnitt 5.3 ausführlich behandelt.

Hier einige Regeln für den Zusammenhang zwischen reellen und komplexen Funktionen (Tabelle 2.1).

Tabelle 2.1 Korrespondenztabelle komplexer Funktionen

Nr.	$f(t)$	$F(j\omega)$
1	$\sum_{i=1}^n f_i(t)$	$\sum_{i=1}^n F_i(j\omega)$
2	$k \cdot f(t)$	$k \cdot F(j\omega)$
3	$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$(j\omega)^n \cdot F(j\omega)$
4	$\int_0^t f(t) \cdot dt$	$\frac{1}{j\omega} F(j\omega)$
5	$e^{+j\omega t}$	$\cos\omega t + j \cdot \sin\omega t$
6	$\sin\omega t \quad \quad \cos\omega t$	$\frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} \quad \quad \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$
Beziehungen für elektrische Netzwerke		
7	$R \cdot i(t)$	$R \cdot I(j\omega)$
8	$L \cdot \frac{di(t)}{dt}$	$j\omega L \cdot I(j\omega)$
9	$\frac{1}{C} \cdot \int_0^t i(t) \cdot dt$	$\frac{1}{j\omega C} I(j\omega) = -j \frac{1}{\omega C} I(j\omega)$

Aufgabe 2.6

Es liegt ein passives Netzwerk mit zwei unabhängigen aber gleich großen Energiespeichern C vor. (Bild 2.38)

gegeben: $U_e(t) = U_e \cdot \delta_0(t)$; R und C

gesucht: Die komplexe Form der Ausgangsspannung u_a (Sprungantwort).

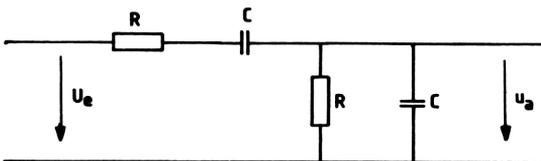


Bild 2.38 Elektrisches Netzwerk aus R und C

Aufgabe 2.7

Ein GS-Motor ist mit einer rotierenden Masse gekoppelt, die beschleunigt werden soll (Bild 2.39). Die Ankerkreisgleichung ergibt sich aus Bild 2.12.

gegeben: $U_A, E, R_A, L_A, I, \emptyset$

gesucht: Die komplexe Gleichung der Drehzahl n als Funktion der Ankerspannung (Wirkungsgrad $\eta = 1$, keine Verluste).

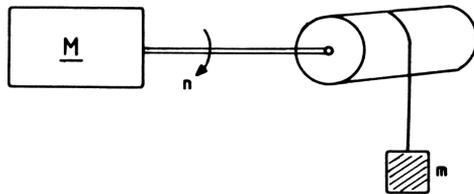


Bild 2.39 Einfaches Schema zum Antrieb einer Seiltrommel

Aufgabe 2.8

Es soll aus der komplexen Funktion \underline{F} der zugehörige Phasenwinkel φ ermittelt werden.

gegeben: $\underline{F} = \frac{1 + j\omega T_1}{1 + j(\omega T_2 - \omega^3 T_3^3)}$

gesucht: φ und φ für $T_1 = T_2 = T_3 = T$

2.2.4 Gleichdimensionelle Laplace-Transformation

Oft ergeben sich bei der Berechnung des Zeitverhaltens (Sprungantwort) und Frequenzverhaltens (Frequenzgang) von Regelkreisen Schwierigkeiten bei der Lösung von Differentialgleichungen höherer Ordnung. Auch die Behandlung von Operationsverstärkerschaltungen zur Nachbildung bestimmter Regelkreisglieder ist ohne die Laplace-Transformation wenig sinnvoll.

Die Anwendung der Laplace-Transformation ist daher immer dann angebracht, wenn eine Regelung (oder jedes andere Netzwerk) Ausgleichsvorgänge enthält; wenn also die Regelung von einem eingeschwungenen Zustand in einen anderen eingeschwungenen Zustand übergeht.

Das Laplace-Integral ist in den meisten Literaturstellen /8/, /9/ und /10/ angegeben als

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} \cdot dt . \quad (2.51)$$

Darin ist s eine komplexe Zahl der Größe

$$s = \sigma + j\omega$$

mit dem Realteil σ . Eingesetzt in Gleichung (2.51) läßt sich dann erkennen, daß das Integral wegen des Realteils σ konvergiert.

Es ist nämlich

$$F(\sigma + j\omega) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} \cdot e^{-\sigma t} \cdot dt ,$$

mit

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (f(t) \cdot e^{-\sigma t}) = 0 .$$

Diese Konvergenzbedingung ist für alle technisch realisierbaren Funktionen $f(t)$ erfüllt, wenn entsprechend der Integrationsgrenzen gilt:

$$f(t) = 0 \quad \text{für } t < 0 .$$

Damit wird Gleichung (2.51) zu einer Formel für die Transformation vom Zeitbereich in den s -Bereich (in diesem Buch Bildbereich genannt).

Die Rücktransformation erfolgt mit der Inversion der Gleichung (2.51). Sie lautet

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s) \cdot e^{st} \cdot ds . \quad (2.52)$$

Es zeigt sich aber, daß ein um p erweitertes Laplace-Integral entscheidende Vorteile bringt, ohne seine Existenzberechtigung zu verlieren. Im Anschluß an die Arbeiten von O. Heaviside /11/ haben Carson /12/ und vor allem K.W. Wagner /13/ folgendes Laplace-Integral definiert.

$$F(p) = \overset{\circ}{F} = p \cdot \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt , \quad (2.53)$$

mit $p = \sigma + j\omega$.

Auch diese Gleichung konvergiert für $t \rightarrow \infty$ nach Null, denn

$$F_{(\sigma + j\omega)} = (\sigma + j\omega) \cdot \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} \cdot e^{-\sigma t} \cdot dt ,$$

konvergiert mit

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\sigma \cdot f(t) \cdot e^{-\sigma t}) = 0$$

und

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (j\omega \cdot f(t) \cdot e^{-\sigma t}) = 0 .$$

Gleichung (2.53) ist damit eine Formel für die sog. "Gleichdimensionelle Laplace-Transformation". Ihre Umkehrung für die Rücktransformation lautet

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \cdot \int_{\sigma-j\omega}^{\sigma+j\omega} \frac{F(p) \cdot e^{pt}}{p} dp . \tag{2.54}$$

Vorteile der Gleichdimensionellen Laplace-Transformation sind:

1. Bildfunktion und Zeitfunktion haben die gleiche Dimension.
2. Die Laplace-Transformierte entspricht dem Frequenzgang.
3. Eine Laplace-Transformierte Konstante verändert sich nicht.
4. Die Laplace-Transformation der Funktion $\delta_0(t)$ ergibt 1.

Lineare Differentialgleichungen werden mit der Laplace-Transformation auf rein algebraische Gleichungen zurückgeführt und lassen sich dann elementar lösen.

Beispiel

Es sei eine lineare Differentialgleichung 1. Ordnung gegeben.

$$a_0 \cdot x + a_1 \frac{dx}{dt} = s(t)$$

mit der Störfunktion $s(t)$ und der Anfangsbedingung $x_{(0)} = 0$.

Multipliziert man die Differentialgleichung mit

$$p \cdot \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot dt ,$$

erhält man

$$a_0 \cdot \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt + a_1 \int_0^{\infty} \frac{dx(t)}{dt} \cdot e^{-pt} \cdot dt = p \int_0^{\infty} s(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt .$$

Darin ist

$$\overset{\circ}{x} = p \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt$$

die Gleichdimensionelle Laplace-Transformierte $\overset{\circ}{x} = x(p)$,
($\overset{\circ}{x}$: sprich x Bild), d.h. es wird

$$a_0 \cdot \overset{\circ}{x} + a_1 \cdot \frac{d\overset{\circ}{x}}{dt} = \overset{\circ}{s} . \quad (2.55)$$

In Gleichung (2.55) ist das Differential von x zu berechnen.

$$\frac{d\overset{\circ}{x}}{dt} = p \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot \frac{dx(t)}{dt} \cdot dt = p \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot dx(t) .$$

Mit

$$u = p \cdot e^{-pt} , \quad dv = dx(t)$$

folgt

$$du = -p^2 \cdot e^{-pt} , \quad v = x(t) .$$

Entsprechend der Integrationsregel

$$\int_0^{\infty} u \cdot dv = u \cdot v - \int_0^{\infty} v \cdot du$$

ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{d\overset{\circ}{x}}{dt} &= p \cdot e^{-pt} \cdot x(t) \Big|_0^{\infty} + p^2 \cdot \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt , \\ &= 0 - p \cdot \underbrace{x(0)}_{=0 \text{ laut Anfangsbedingung}} + p \cdot \overset{\circ}{x} \end{aligned}$$

$$\frac{d\overset{\circ}{x}}{dt} = p \cdot \overset{\circ}{x} . \quad (2.56)$$

Eingesetzt in Gleichung (2.55) erhält man die rein algebraische Gleichung

$$a_0 \cdot \overset{\circ}{x} + a_1 \cdot p \cdot \overset{\circ}{x} = \overset{\circ}{s}$$

die sich elementar nach $\overset{\circ}{x}$ auflösen läßt, so daß

$$\overset{\circ}{x} = \frac{\overset{\circ}{s}}{a_0 + a_1 \cdot p} .$$

Damit ist die gegebene Differentialgleichung in die Bildebene transformiert und auf diese Weise algebraisiert worden. Im Zuge der Transformation ergab sich die wichtige Gleichung (2.56). Sie ist Teil des Differentialsatzes der Gleichdimensionellen Laplace-Transformation und kennzeichnet den Übergang vom Zeit- in den Bildbereich.

Man nennt nun folgerichtig p den Laplace-Operator, der dann heißt:

$$p = \frac{d}{dt} . \quad (2.57)$$

Komplexe Funktionen sind für beliebige $p = \sigma + j\omega$ definiert. Es gibt jedoch kein technisch realisierbares physikalisches System mit komplexer Frequenz ω . Daher ist die Einschränkung zulässig, daß $p = j\omega$ gesetzt wird, d.h. für reelle Werte von ω gilt. Folglich heißt der Laplace-Operator für komplexe Funktionen:

$$p = j\omega . \quad (2.58)$$

Die Transformation einer komplexen oder in differentieller Form vorliegenden Gleichung besteht nun nur noch im Einsetzen des Laplace-Operators p . Danach ist die Gleichung elementar zu lösen und muß nun rücktransformiert werden (Bild 2.40). Dazu verwendet man die Inversion (Gleichung 2.54) oder aus den Regeln der Gleichdimensionellen Laplace-Transformation abgeleitete Korrespondenzen, die in Tabelle 2.2 bzw. 2.3 zusammengefaßt sind (vergleiche dazu /9/ mit /13/).

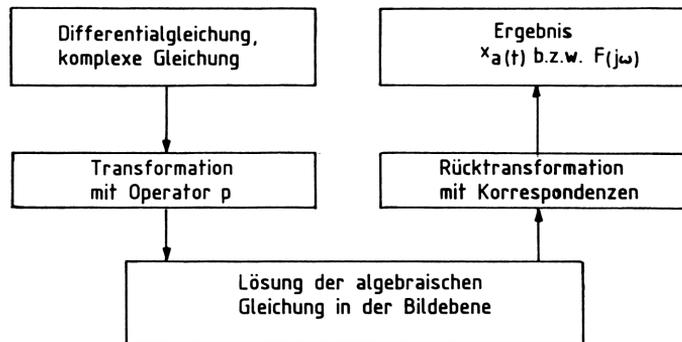


Bild 2.40 Übersicht zum Rechengang der Laplace-Transformation

Aufgabe 2.9

Die lineare Differentialgleichung 1. Ordnung

$$T \cdot \frac{dx_a}{dt} + x_a = x_e(t)$$

enthält ein Störglied $x_e(t)$, das der Einheitssprungfunktion $\delta_o(t)$ entspricht, also

$$x_e(t) = x_e \cdot \delta_o(t) .$$

gegeben: $x_e(t)$, T

gesucht: Die Übertragungsfunktion bzw. Sprungantwort $x_a(t)$.

Aufgabe 2.10

Ein Rüttler (Bild 2.41) besitzt zur Schwingungsanregung ein Motorpaar mit Unwucht. Die Differentialgleichung des Systems ist die eines gedämpften Feder-Masse-Schwingers mit sinusförmiger Anregung.

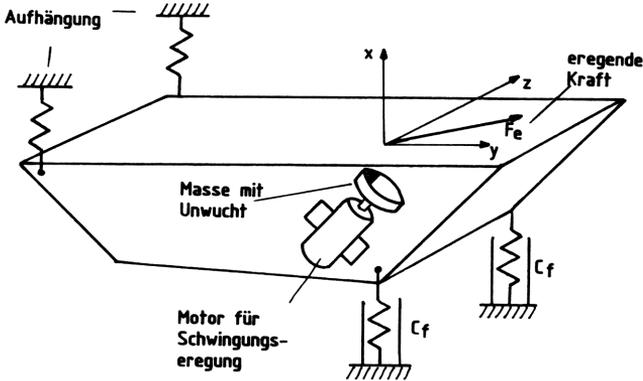


Bild 2.41 Schema eines Rüttlers mit Unwucht

Es gilt

$$m \cdot \frac{d^2 x_a}{dt^2} + r \frac{dx_a}{dt} + c_f \cdot x_a = c_f \cdot x_e(t),$$

mit $x_e(t) = \hat{x}_e \cdot \sin \omega t$.

gegeben: m , r , c_f und $x_e(t)$

gesucht: Der zeitliche Verlauf des Weges $x_a(t)$.

Aufgabe 2.11

Ein Operationsverstärker hat im Eingang und der Gegenkopplung je einen Energiespeicher (Bild 2.42).

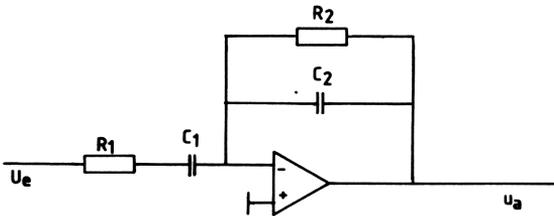


Bild 2.42 Operationsverstärker-Schaltung mit zwei RC-Netzwerken

gegeben: R_1, R_2, C_1, C_2 und $U_e(t) = U_e \cdot \delta_0(t) = 1 \text{ V} \cdot \delta_0(t)$

gesucht: Die Zeitgleichung der Ausgangsspannung $u_a(t)$ für $T_1 = T_2 = 1 \text{ s}$
und $V_p = R_2/R_1 = 10$.

Aufgabe 2.12

Ein elektrisches Netzwerk (Bild 2.43) wird zur Zeit $t = 0$ an Gleichspannung gelegt. Zur Zeit $t = t_1$ wird die Spannung abgeschaltet und das Netzwerk über einen zweiten Schalter kurzgeschlossen.

gegeben: R_1, R_2, L, U

gesucht: Der Verlauf des Stromes i beim Ein- und Ausschalten der Spannung U .

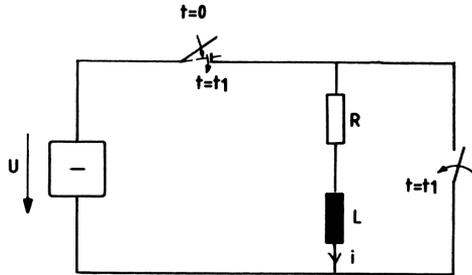


Bild 2.43 Elektrischer Gleichstromkreis mit einer RL-Reihenschaltung

Weitere Hilfsmittel zur Rücktransformation von Bildfunktionen in Originalfunktionen sind der Residuensatz und der Entwicklungssatz von Heaviside (siehe /3/, /26/).

Residuensatz

Der Residuensatz ist anwendbar für gebrochene rationale Funktionen.

Ist eine Funktion $F(p) = \frac{R(p)}{Q(p)}$ der komplexen Veränderlichen $p = \sigma + j\omega$ in einem abgeschlossenen Gebiet der Gauß'schen Zahlenebene mit der Randkurve I_0 in p analytisch mit Ausnahme endlich vieler eingeschlossener singulärer Punkte, so ist das Linienintegral entlang I_0 gleich der Summe der Residuen p_i (Bild 2.44).

Es gilt

$$\oint_{I_0} F(p) dp = 2\pi j \sum_{i=1}^n \text{Res} [F(p)]_{p=p_i} \quad (2.59)$$

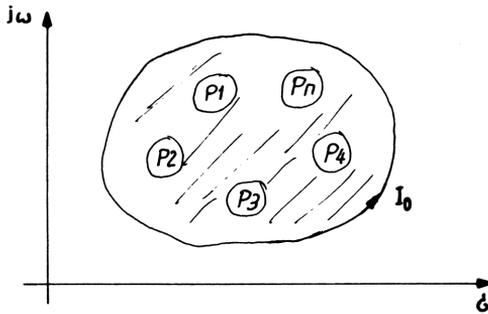


Bild 2.44 Singuläre Punkte eines abgeschlossenen Gebiets in der komplexen Ebene

Die Rücktransformation ergibt sich zu (siehe Tabelle 2.2 Nr.9)

$$f(t) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{R(p_i) \cdot e^{p_i t}}{\frac{dQ(p)}{dp} \cdot p} \right]_{p=p_i} \quad (2.60)$$

Damit reduziert sich die Rücktransformation auf das Auffinden der Pole (Nullstellen) der Funktion $p \cdot Q(p)$, d.h. auf die Bestimmung der Residuen von $\frac{F(p)}{p}$. Für die meisten Anwendungen sind die Pole 1. Ordnung. Dann ist /3/

$$\text{Res} \left[\frac{F(p)}{p} \right]_{p=p_i} = \frac{R(p_i)}{\frac{dQ(p_i)}{dp} \cdot p_i} = c_i \quad (2.61)$$

Für reelle Pole besteht $f(t)$ also aus einer Konstanten und einer Summe von e-Funktionen (aperiodischer Fall). Sind die Pole komplex, enthält $f(t)$ eine sinus-Funktion (periodischer Fall).

Entwicklungssatz von Heaviside

Eine Bildfunktion $F(p) = G(p)/H(p)$ erfülle folgende Bedingung:

- $G(p)$ ist in allen Polen p_i analytisch.
- Alle Nullstellen von $H(p)$ sind verschieden und es sei $H(0)$ keine Nullstelle von $H(p)$.
- Der Grad der Potenz von $H(p)$ ist immer größer als der von $G(p)$ ($G(p)/H(p)$) ist also eine gebrochene rationale Funktion.

Tabelle 2.2 Rechenregeln der gleichdimensionellen Laplace-Transformation

Nr.	Bildfunktion $F(p)$	Originalfunktion $f(t)$
Differentiationssatz		
1	$p \cdot F(p) - F(0)$	$\frac{df(t)}{dt}$
	$p^n \cdot F(p) - \sum_{i=1}^{n-1} p^{n-i} \cdot \frac{d^i F(0)}{dt^i}$	$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$ mit $f(0)$ und seinen Ableitungen ungleich Null
	$p^n \cdot F(p)$	$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$ mit $f(0)$ und seinen Ableitungen gleich Null
Integrationsatz		
2	$\frac{1}{p} \cdot F(p)$	$\int_0^t f(\tau) \cdot d\tau$
	$\frac{1}{p^n} \cdot F(p)$	$\int_0^t \int_0^t \int_0^t f(\tau) \cdot d\tau^n$ n-mal
Ähnlichkeitssatz		
3	$F\left(\frac{p}{a}\right)$	$f(at)$
Verschiebungssatz		
4	$e^{-bp} \cdot F(p)$	$f(t-b)$
	$e^{-\frac{b}{a}p} \cdot F(p)$	$f(at-b)$
Grenzwertsatz		
5	$\lim_{p \rightarrow 0} F(p)$	$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$
	$\lim_{p \rightarrow \infty} F(p)$	$\lim_{t \rightarrow 0} f(t)$
Dämpfungssatz		
6	$\frac{p}{p+\alpha} F(p)$	$e^{-\alpha t} \cdot f(t)$

Tabelle 2.2 (Forts.)

Nr.	Bildfunktion $F(p)$	Originalfunktion $f(t)$
7	<p style="text-align: center;">Faltungssatz</p> $\frac{F_1(p) \cdot F_2(p)}{p}$	$\int_0^t f_1(\tau) \cdot f_2(t-\tau) \cdot d\tau$
8	<p style="text-align: center;">Satz von Heaviside</p> $F(p) = \frac{G(p)}{H(p)}$	$\frac{G(0)}{H(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{G(p_i) \cdot e^{p_i t}}{p_i \cdot H'(p_i)} \quad \text{für } t > 0$ <p style="text-align: center;">mit $H'(p_i) = \left[\frac{dH(p)}{dp} \right]_{p=p_i}$</p>
9	<p style="text-align: center;">Partialbruchzerlegung und Residuensatz</p> $F(p) = \frac{R(p)}{Q(p)} = \sum_{i=1}^n \frac{p \cdot c_i}{p - p_i} = \frac{p \cdot c_1}{p - p_1} + \frac{p \cdot c_2}{p - p_2} + \dots + \frac{p \cdot c_n}{p - p_n}$ <p>für einfache Pole bzw. Nullstellen von $p \cdot Q(p)$ erhält man das jeweilige Residuum c_i (Koeffizient des jeweiligen Partialbruches) mit</p> $c_i = \frac{R(p_i)}{\frac{d}{dp} [p \cdot Q(p)]_{p_i}}$ <p>für mehrfache Pole bzw. Nullstellen von $p \cdot Q(p)$ erhält man das jeweilige Residuum c_i (Koeffizient des jeweiligen Partialbruches) mit</p> $c_i = \frac{1}{(n-k)!} \cdot \frac{d^{n-k}}{dp^{n-k}} \left[\frac{F(p) \cdot (p-p_i)^n}{p} \right]_{p_i}$ <p>darin ist</p> <p>n: Vielfachheit der Nullstelle</p> <p>k: Ordnungszahl des jeweiligen Partialbruches</p>	$\sum_{i=1}^n c_i \cdot e^{p_i t}$ <p style="text-align: center;">für $t > 0$</p> $\sum_{i=1}^n c_i \cdot e^{p_i t} \cdot \frac{t^{k-1}}{(k-1)!}$ <p style="text-align: center;">für $t > 0$</p>

Dann gilt der Heaviside'sche Entwicklungssatz der Rücktransformation für $t > 0$.

$$f(t) = \frac{G(o)}{H(o)} + \sum_{i=1}^n \frac{G(p_i) \cdot e^{p_i \cdot t}}{p_i H'(p_i)} . \quad (2.62)$$

Beispiel

Es soll die Funktion

$$F(p) = \frac{G(p)}{H(p)} = \frac{p^2 + \alpha p}{p^2 + \omega^2}$$

mit Gleichung (2.62) in den Zeitbereich rücktransformiert werden.

Es wird

$$\begin{aligned} G(o) &= 0 & \text{also} & \quad \frac{G(o)}{H(o)} = 0 \\ H(o) &= \omega^2 \\ H(o) &= 2p . \end{aligned}$$

Die Nullstellen der Nennerfunktion $H(p)$ sind

$$p_{1,2} = \pm j\omega .$$

Damit folgt

$$H(p_1) = +2j\omega$$

$$H(p_2) = -2j\omega$$

und

$$G(p_1) = -\omega^2 + j\alpha\omega$$

$$G(p_2) = -\omega^2 - j\alpha\omega .$$

Mit Gleichung (2.62) lautet dann die Originalfunktion

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{-\omega^2 + j\alpha\omega}{j\omega \cdot 2j\omega} \cdot e^{j\omega t} + \frac{-\omega^2 - j\alpha\omega}{-j\omega(-2j\omega)} \cdot e^{-j\omega t} \\ &= \frac{\omega - j\alpha}{2\omega} \cdot e^{j\omega t} + \frac{\omega + j\alpha}{2\omega} \cdot e^{-j\omega t} . \end{aligned}$$

Da $e^{\pm j\omega t} = \cos\omega t \pm j\sin\omega t$ ist, ergibt sich schließlich

$$f(t) = \cos\omega t + \frac{\alpha}{\omega} \cdot \sin\omega t \quad (\text{Vergleiche Korrespondenz Nr. 21 Tabelle 2.3})$$

Tabelle 2.3 Korrespondenzen der gleichdimensionellen Laplace-Transformation

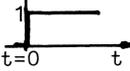
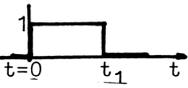
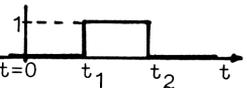
Nr.	Bildfunktion $F(p)$		Originalfunktion $f(t)$	
1	1	k		k
2	$1 - e^{-pt_1}$	$e^{-pt_1} - e^{-pt_2}$		
3	$\frac{1}{p^n}$		$\frac{t^n}{n!}$	
4	$F(p) \cdot e^{-bp}$		$f(t-b)$ mit $f(t-b) = 0$ für $t-b < 0$	
5	$F(p/a)$	$\alpha \cdot F(p)$	$f(at)$	$\alpha \cdot f(t)$
6	$\frac{p}{p+\alpha}$		$e^{-\alpha t}$	
7	$F(p+\alpha) \cdot \frac{p}{p+\alpha}$		$f(t) \cdot e^{-\alpha t}$	
8	$\frac{\alpha}{p+\alpha}$		$1 - e^{-\alpha t}$	
9	$\frac{\alpha\beta}{(p+\alpha)(p+\beta)}$		$1 - \frac{\beta e^{-\alpha t} - \alpha e^{-\beta t}}{\beta - \alpha}$	
10	$\frac{\alpha\beta}{p(p+\beta)}$		$\alpha t - \frac{\alpha}{\beta}(1 - e^{-\beta t})$	
11	$\frac{p+\alpha}{p+\beta}$		$\frac{\alpha}{\beta} + (1 - \frac{\alpha}{\beta})e^{-\beta t}$	
12	$\frac{p}{(p+\alpha)^n}$		$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} \cdot e^{-\alpha t}$	
13	$\frac{p}{(p+\alpha)(p+\beta)}$		$\frac{e^{-\beta t} - e^{-\alpha t}}{\alpha - \beta}$	
14	$\frac{p+\alpha}{(p+p_1)(p+p_2)}$		$\frac{\alpha}{p_1 p_2} + \frac{(1 - \alpha/p_1)e^{-p_1 t} - (1 - \alpha/p_2)e^{-p_2 t}}{p_2 - p_1}$	

Tabelle 2.3 (Forts.)

Nr.	Bildfunktion $F(p)$	Originalfunktion $f(t)$
15	$\frac{p(p+\alpha)}{(p+p_1)(p+p_2)}$	$\frac{(p_2-\alpha)e^{-p_2t} - (p_1-\alpha)e^{-p_1t}}{p_2-p_1}$
16	$\frac{1}{(p+p_1)(p+p_2)}$	$\frac{p_2(1-e^{-p_1t}) - p_1(1-e^{-p_2t})}{p_1p_2(p_2-p_1)}$
17	$\frac{(p+\alpha_1)(p+\alpha_2)}{(p+p_1)(p+p_2)}$	$\frac{\alpha_1\alpha_2}{p_1p_2} + \frac{\alpha_1+\alpha_2-p_1-\alpha_1\alpha_2/p_1}{p_2-p_1} \cdot e^{-p_1t}$ $- \frac{\alpha_1+\alpha_2-p_2-\alpha_1\alpha_2/p_2}{p_2-p_1} \cdot e^{-p_2t}$
18	$\frac{\omega p}{p^2 + \omega^2} \quad \Bigg \quad \frac{\omega p}{p^2 - \omega^2}$	$\sin \omega t \quad \Bigg \quad \text{sh } \omega t$
19	$\frac{p^2}{p^2 + \omega^2} \quad \Bigg \quad \frac{p^2}{p^2 - \omega^2}$	$\cos \omega t \quad \Bigg \quad \text{ch } \omega t$
20	$\frac{\alpha^2}{p^2 + \alpha^2}$	$1 - \cos \alpha t$
21	$\frac{p^2 + \alpha p}{p^2 + \omega^2}$	$\cos \omega t + \frac{\alpha}{\omega} \sin \omega t$
22	$\frac{(p+\alpha)(p+\beta)p}{\alpha(p^2 + \omega^2)}$	$(1 + \frac{\beta}{\alpha}) \cos \omega t + (\frac{\beta}{\omega} - \frac{\omega}{\alpha}) \sin \omega t$
23	$\frac{\omega_o^2}{p^2 + 2\alpha p + \omega_o^2}$	$1 - e^{-\alpha t} \cdot (\cos \omega_e t + \frac{\alpha}{\omega_e} \sin \omega_e t)$ für $\omega_o > \alpha$ $1 + \frac{p_2}{2\omega} \cdot e^{+p_1t} - \frac{p_1}{2\omega} \cdot e^{+p_2t}$ für $\omega_o < \alpha$
24	$\frac{p}{p^2 + 2\alpha p + \omega_o^2}$	$\frac{e^{-\alpha t}}{\omega_e} \cdot \sin \omega_e t$ für $\omega_o > \alpha$ $\frac{1}{2\omega} (e^{p_1t} - e^{p_2t})$ für $\omega_o < \alpha$

$\omega_e = \omega_o^2 - \alpha^2; \quad \omega = \alpha^2 - \omega_o^2$

$p_{1,2} = -\alpha \pm \omega$ bei Korrespondenz Nr. 23, 24 und 25

Tabelle 2.3 (Forts.)

Nr.	Bildfunktion $F(p)$	Originalfunktion $f(t)$
25	$\frac{p^2}{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2}$	$e^{-\alpha t} \cdot (\cos \omega_e t - \frac{\alpha}{\omega_e} \sin \omega_e t)$ <p style="text-align: right;">für $\omega_0 > \alpha$</p> $\frac{1}{2\omega} (p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t})$ <p style="text-align: right;">für $\omega_0 < \alpha$</p>
26		$\frac{e^{-\alpha t}}{\omega_e} (1 - \frac{2\alpha^2}{\omega_0^2}) \sin \omega_e t$ <p style="text-align: right;">für $\omega_0 > \alpha$</p> $+ \frac{2\alpha}{\omega_e} (1 - e^{-\alpha t} \cdot \cos \omega_e t)$
27	$\frac{p(p+\alpha) \sin \varphi_0 + \alpha p \cos \varphi_0}{(p+\alpha)^2 + \omega^2}$	$e^{-\alpha t} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$
28	$\frac{\alpha p^2}{(p+\alpha)(p^2 + \omega^2)}$	$\frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} (\alpha \cos \omega t + \omega \sin \omega t - \alpha e^{-\alpha t})$
29	$\frac{\omega^3 p}{(p^2 + \omega^2)^2}$	$\frac{1}{2} (\sin \omega t - \omega t \cdot \cos \omega t)$
30	$\frac{p^2}{(p^2 + n^2)(p^2 + \omega^2)}$	$\frac{\cos \omega t - \cos n t}{n^2 - \omega^2}$
31	$\frac{p}{(p+p_1)(p+p_2)}$	$\frac{e^{-p_1 t} - e^{-p_2 t}}{p_2 - p_1}$
32	$\frac{\omega_p}{p^2 + \omega^2} \cdot \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2}$	$- \frac{2\alpha \omega \omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2 \omega^2} \cos(\omega t + \varphi_0)$ $+ \frac{\omega_0^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2 \omega^2} \sin(\omega t + \varphi_0)$ $+ \frac{e^{-\alpha t} \cdot \omega_0^2}{2\omega_e}$ $\cdot \left[\frac{\alpha \cos(\omega_e t + \varphi_0) + (\omega - \omega_e) \sin(\omega_e t + \varphi_0)}{\omega_0^2 - 2\alpha \omega_e + \omega^2} \right]$ $- \frac{\alpha \cos(\omega_e t - \varphi_0) - (\omega + \omega_e) \sin(\omega_e t - \varphi_0)}{\omega_0^2 + 2\alpha \omega_e + \omega^2} \Big]$

Tabelle 2.3 (Forts.)

Nr.	Bildfunktion $F(p)$	Originalfunktion $f(t)$
zu 32		mit $\alpha = \frac{R}{2L}$ Dämpfungsziffer $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ Kennkreisfrequenz für $\omega_0 > \alpha$
33	$\frac{p(p^2 - \alpha^2)}{(p^2 + \alpha^2)^2}$	$t \cdot \cos(\alpha t)$
34	$\frac{2\alpha p^2}{(p^2 + \alpha^2)^2}$	$t \cdot \sin(\alpha t)$
35	$\frac{p^2 + 2}{p^2 + 4}$	$\cos^2 t$
36	$\frac{2}{p^2 + 4}$	$\sin^2 t$
37	$\frac{2\alpha\beta p^2}{N}$	$\sin(\alpha t) \cdot \sin(\beta t)$
38	$\frac{p^2(p^2 + \alpha^2 + \beta^2)}{N}$	$\cos(\alpha t) \cdot \cos(\beta t)$
39	$\frac{\alpha p(p^2 + \alpha^2 - \beta^2)}{N}$	$\sin(\alpha t) \cdot \cos(\beta t)$
40	$\frac{P}{\sqrt{p^2 + \alpha^2}} \cos(\varphi + \arctg \frac{\alpha}{p})$	$\cos(\alpha t + \varphi)$
41	$\frac{P}{\sqrt{p^2 + \alpha^2}} \sin(\varphi + \arctg \frac{\alpha}{p})$	$\sin(\alpha t + \varphi)$

$$N = (p^2 + \alpha^2 + \beta^2)^2 - 4\alpha^2\beta^2$$

Tabelle 2.3 (Forts.)

Nr.	Bildfunktion $F(t)$	Originalfunktion $f(t)$
42	$\frac{1}{p^2 + n^2}$	$\frac{1}{n^2}(1 - \cos nt)$
43	$\frac{\omega^2 p^2}{(p^2 + \omega^2)^2}$	$-\frac{1}{2} \cdot t \cdot \sin \omega t$
44	$p \cdot \operatorname{arctg} \frac{\alpha}{p}$	$\frac{\sin \alpha t}{t}$
45	$p \cdot \operatorname{arctg} \frac{\alpha}{p + \beta}$	$\frac{1}{t} \cdot e^{-\beta t} \cdot \sin \alpha t$
46	$p \cdot \log \frac{\sqrt{p^2 + \alpha^2}}{p}$	$\frac{1 - \cos \alpha t}{t}$
47	$\frac{p(p + \beta) \cos \varphi \mp \alpha p \sin \varphi}{(p + \beta)^2 + \alpha^2}$	$e^{-\beta t} \cdot \cos(\alpha t \pm \varphi)$
48	$\frac{\alpha p \cdot \cos \varphi \pm p(p + \beta) \sin \varphi}{(p + \beta)^2 + \alpha^2}$	$e^{-\beta t} \cdot \sin(\alpha t + \varphi)$
49	$\frac{2p^2(p^2 - 3\alpha^2)}{(p^2 + \alpha^2)^3}$	$t^2 \cdot \cos \alpha t$
50	$\frac{2\alpha p(3p^2 - \alpha^2)}{(p^2 + \alpha^2)^3}$	$t^2 \cdot \cos \alpha t$
51	\sqrt{p}	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$

Tabelle 2.3 (Forts.)

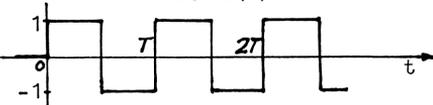
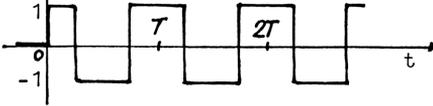
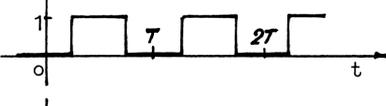
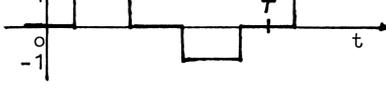
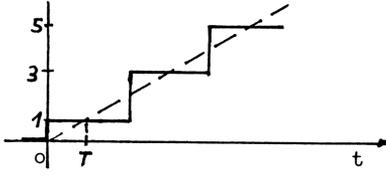
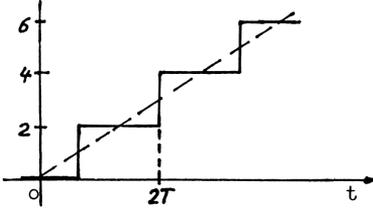
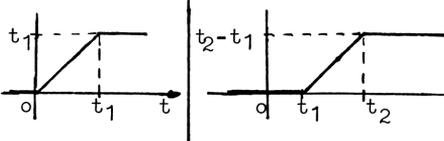
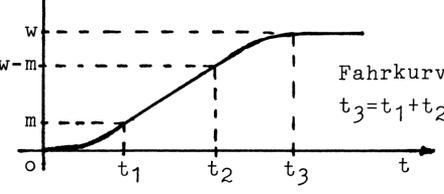
Nr.	Bildfunktion $F(p)$	Originalfunktion $f(t)$
52	$\frac{1}{\sqrt{p}}$	$2\sqrt{\frac{t}{\pi}}$
53	$\frac{p\sqrt{\pi}}{\sqrt{p+\alpha}}$	$\frac{e^{-\alpha t}}{\sqrt{t}}$
54	$\frac{p}{p \mp \log a}$	$a^{\pm t}$
55	$\frac{1}{p-\alpha}$	$\frac{1}{\alpha}(e^{\alpha t} - 1)$
56	$p \cdot \log \frac{p-a}{p-b}$	$\frac{e^{bt} - e^{at}}{t}$
57	$\frac{p}{\sqrt{p^2 + \alpha^2}}$	$J_0(\alpha t)$ Besselfunktion 1. Art, 1. Ordnung
58	$\frac{p}{\sqrt{p^2 + \alpha^2}} \left[\frac{\sqrt{p^2 + \alpha^2} - \sqrt{p}}{\alpha} \sqrt{p} \right]^n$	$J_n(\alpha t)$ Besselfunktion 1. Art, n. Ordnung mit $\text{Re}(n) > -1$
59	$\text{tgh}\left(p\frac{T}{4}\right)$	
60	$1 - \frac{1}{\text{ch}\left(p\frac{T}{4}\right)}$	
61	$\frac{1}{2 \cdot \text{ch}\left(p\frac{T}{4}\right)}$	
62	$\frac{\text{sh}\left(p\frac{T}{8}\right)}{\text{ch}\left(p\frac{T}{4}\right)}$	
63	$\text{cth}(pT)$	

Tabelle 2.3 (Forts.)

Nr.	Bildfunktion $F(t)$	Originalfunktion $f(t)$
64	$\frac{1}{\text{sh}(pT)}$	
65	$\frac{1 - e^{-pt_1}}{p} - \frac{e^{-pt_1} - e^{-pt_2}}{p}$	
66	$\frac{w}{2t_1 t_2} \cdot \frac{1 - e^{-pt_1}}{p^2} + \frac{w}{t_2} \cdot \frac{e^{-p \frac{3}{2} t_1} - e^{-p(t_2 + \frac{t_1}{2})}}{p} + w(e^{-pt_2} - e^{-pt_3}) - \frac{w}{2t_1 t_2} \cdot \frac{e^{-p(z_2 + t_3)} - e^{-p2t_3}}{p^2} + w \cdot e^{-pt_3}$	 <p style="text-align: right;">Fahrkurve $t_3 = t_1 + t_2$</p> $\frac{w}{2t_1 t_2} \cdot t^2 \cdot [\delta_0(t) - \delta_0(t - t_1)] + \frac{w}{t_2} (t - \frac{t_1}{2}) \cdot [\delta_0(t - t_1) - \delta_0(t - t_2)] + w \cdot \left[1 - \frac{(t - t_3)^2}{2t_1 t_2} \right] \cdot [\delta_0(t - t_2) - \delta_0(t - t_3)] + w \cdot \delta_0(t - t_3)$

- sh: Hyperbelsinus
- ch: Hyperbelkosinus
- tgh: Hyperbeltangens
- ctg: Hyperbelkotangens

2.2.5 Frequenzgang

Zur Beurteilung des dynamischen Verhaltens von Regelkreisen mit periodischem Eingangssignal ist es notwendig, die Frequenzabhängigkeit zu kennen.

Dazu definiert man eine Funktion, die nur von der komplexen Größe p bzw. $j\omega$ abhängt, den sog. Frequenzgang. Er ist der Quotient aus Ausgangs- und Eingangsgröße.

$$F(j\omega) = \frac{x_a(j\omega)}{x_e(j\omega)} \text{ bzw. } F(p) = \frac{x_a(p)}{x_e(p)}. \quad (2.63)$$

Bei sinusförmiger Eingangsgröße ist $x(j\omega)$ auf den Scheitelwert \hat{x}_e bezogen.

Damit ist $F(j\omega)$ ein Zeiger, der in Abhängigkeit von ω die Gauß'sche Zahlenebene durchläuft. Diese Darstellungsform nennt man Ortskurve des Frequenzgangs (Bild 2.45). Der jeweilige Abstand des Zeigers von der reellen Achse ist durch den Phasenwinkel φ gekennzeichnet.

$$\varphi = \arctan \frac{\operatorname{Im} F(j\omega)}{\operatorname{Re} F(j\omega)}. \quad (2.64)$$

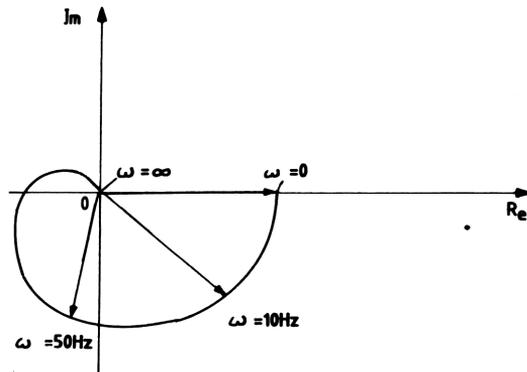


Bild 2.45 Darstellung einer Ortskurve

Ist der Frequenzgang, sein Betrag $|F(j\omega)|$ und der Phasenwinkel φ der Regelkreisglieder einer Regelung bekannt, läßt sich leicht die Stabilität der Regelung beurteilen.

Dies geschieht u.a. mit dem Bode-Diagramm (siehe Abschnitt 5.2).

Beispiel

Der komplexe Frequenzgang und sein Betrag eines RC-Tiefpasses (Bild 2.46) errechnen sich so:

Es ist

$$F(p) = \frac{U_C}{U_E} = \frac{1/pC}{R + 1/pC} = \frac{\alpha}{p + \alpha}$$

mit $\alpha = \frac{1}{RC}$.

Damit wird

$$F(j\omega) = \frac{\alpha(\alpha - j\omega)}{\alpha^2 + \omega^2} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \omega^2} - j \frac{\alpha\omega}{\alpha^2 + \omega^2}$$

Der Frequenzgangbetrag ist dann laut Gleichung (2.47)

$$|F(j\omega)| = \sqrt{\frac{\alpha^4 + \alpha^2\omega^2}{(\alpha^2 + \omega^2)^2}} = \alpha \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \omega^2}}$$

Es ergeben sich folgende markante Werte.

Für

$$\omega = 0 \rightarrow |F(j\omega)| = 1,$$

$$\omega = \alpha = \frac{1}{T} \rightarrow |F(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$\omega = \infty \rightarrow |F(j\omega)| = 0.$$

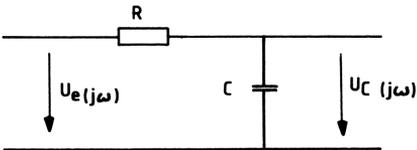


Bild 2.46 RC-Netzwerk als Tiefpaß

Aufgabe 2.13

Es ist der Frequenzgangbetrag einer Operationsverstärkerschaltung zu bestimmen (Bild 2.47).

gegeben: R_1, R_2, R_3, C_1, C_2

gesucht: $|F(j\omega)|$ und seine Darstellung in Abhängigkeit von ω .

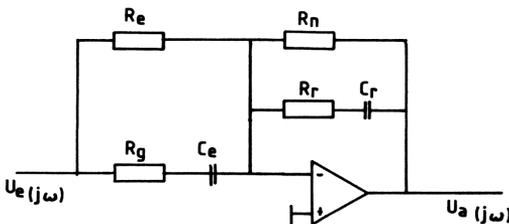


Bild 2.47 Operationsverstärker-Schaltung mit zwei RC-Netzwerken

3. Regelkreisglieder und ihre Realisierungen

Es wurde bereits in Abschnitt 1.4 gezeigt, daß sich ein Regelkreis in die beiden Hauptblöcke Regler und Strecke einteilen läßt. Gelingt es, Regler und Strecke in einzelne rückwirkungsfreie Teilblöcke zu zerlegen, vereinfacht sich die Berechnung des Regelkreises erheblich und es lassen sich gezielte Parameteränderungen zur Verbesserung des Übertragungsverhaltens durchführen.

Es gibt einige Grundtypen von Regelkreisgliedern, die aus technologischen Gegebenheiten abgeleitet wurden. Auf diese lassen sich dann auch komplizierte Regelkreisglieder zurückführen. Die dazu erforderlichen Umformungs- und Zerlegungs-Regeln werden in Abschnitt 4 besprochen.

Zu jedem Regelkreisglied sind zur Veranschaulichung des technischen Bezuges einige Beispiele angegeben. Eine Zusammenfassung aller Grund-Regelkreisglieder bringt Tabelle 3.1.

Diese Tabelle wird ab Seite 476 wiederholt. Sie kann dort herausgetrennt und zu einem Faltblatt zusammengestellt werden.

3.1 P-Glied

Das dynamische Verhalten bzw. die Sprungantwort eines P-Gliedes ist bereits bekannt (Bild 2.1).

Die Ausgangsgröße x_a ist um die Verstärkung V_p größer, als die Eingangsgröße x_e , so daß für die Sprungantwort und die Übertragungsfunktion gilt

$$x_a = V_p \cdot x_e . \quad (3.1)$$

Der zeitliche Verlauf der Größen x_a und x_e unterscheidet sich nur um den Faktor V_p .

Das P-Glied wird im Blockschaltbild mit seiner Sprungantwort oder der Gleichung des Frequenzgangs dargestellt (Bild 3.1).

Tabelle 3.1 Übertragungsverhalten und Frequenzgang-Darstellung der wichtigsten Regelkreisglieder

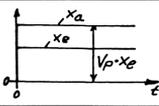
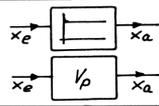
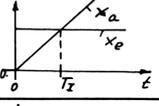
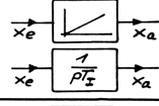
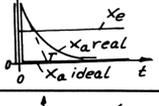
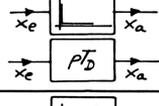
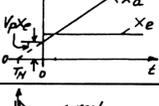
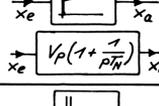
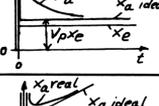
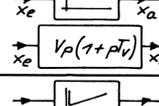
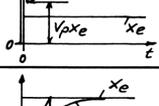
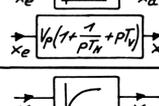
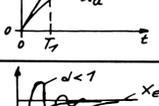
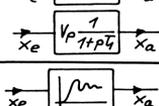
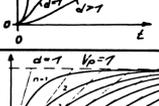
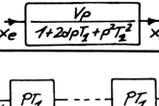
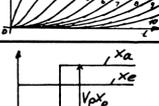
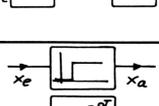
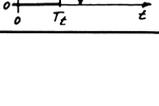
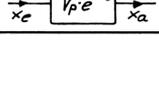
Regelkreisglied	Übertragungsfunktion./Sprungantwort Gleichung	zeitl. Verlauf	Blockschaltbild	Frequenzgang
P	$x_a = v_p \cdot x_e$			$F(p) = \frac{x_a}{x_e} = \frac{x_a(p)}{x_e} = v_p$ $F(j\omega) = v_p$
I	$x_a = \frac{1}{T_I} \int_0^t x_e \cdot dt$ $x_a = x_e \cdot \frac{1}{pT_I}$			$F(p) = \frac{1}{pT_I} = \frac{a}{p}$ $F(j\omega) = \frac{1}{j\omega T_I} = \frac{-j}{\omega T_I}$
D	$x_a = T_D \frac{dx_e}{dt}$ $x_a = x_e \cdot pT_D$			$F(p) = pT_D = \frac{p}{a}$ $F(j\omega) = j\omega T_D$
PI	$x_a = v_p (x_e + \frac{1}{T_N} \int_0^t x_e \cdot dt)$ $x_a = v_p \cdot x_e (1 + \frac{1}{pT_N})$			$F(p) = v_p (1 + \frac{1}{pT_N})$ $F(j\omega) = v_p (1 + j \frac{1}{\omega T_N})$
PD	$x_a = v_p (x_e + T_V \frac{dx_e}{dt})$ $x_a = v_p (x_e + x_e \cdot pT_V)$			$F(p) = v_p (1 + pT_V)$ $F(j\omega) = v_p (1 + j\omega T_V)$
PID	$x_a = v_p x_e (1 + \frac{1}{T_N} \int_0^t dt + T_V \frac{d}{dt})$ $x_a = v_p x_e (1 + \frac{1}{pT_N} + pT_V)$			$F(p) = v_p (1 + \frac{1}{pT_N} + pT_V)$ $F(j\omega) = v_p [1 + j(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N})]$
PT₁	$x_a + T_1 \cdot \frac{dx_a}{dt} = x_e$ $x_a (1 + pT_1) = x_e$			$F(p) = v_p \frac{1}{1 + pT_1}$ $F(j\omega) = v_p \frac{1 - j\omega T_1}{1 + \omega^2 T_1^2}$
PT₂	$x_a + 2dT_2 \frac{dx_a}{dt} + T_2^2 \frac{d^2x_a}{dt^2} = v_p x_e$ $x_a (1 + 2dpT_2 + p^2 T_2^2) = v_p x_e$			$F(j\omega) = v_p \frac{1 - 2\omega^2 T_2^2 - j2d\omega T_2}{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + 4d\omega T_2}$
PT_n	$x_a \cdot a_0 + a_1 \dot{x}_a + \dots + a_n x_a^{(n)} = b_0 x_e$ $v_p = \frac{b_0}{a_0}$			$F(p) = \prod_{i=1}^n \frac{v_{p_i}}{1 + pT_i}$
PT_t	$x_a = v_p \cdot x_e (t - T_t)$ $x_a = v_p \cdot x_e \cdot e^{-pT_t}$			$F(p) = v_p \cdot e^{-pT_t}$ $F(j\omega) = v_p \cdot e^{-j\omega T_t}$ $= v_p (\cos\omega T_t - j\sin\omega T_t)$

Tabelle 3.1 (Forts.)

Frequenzgangbetrag		Beispiele für Regelkreisglieder	
Gleichung	Darstellung	Analogtechnik	Mechanik/Elektrot.
allg. $\frac{ F(j\omega) }{dB} \hat{=} 20 \lg F(j\omega) $ $ F(j\omega) = V_P$			
$ F(j\omega) = \frac{1}{\omega T_I}$			Motor
$ F(j\omega) = \omega T_D$			
$ F(j\omega) = V_P \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 T_N^2}}$			
$ F(j\omega) = V_P \sqrt{1 + \omega^2 T_V^2}$			—
$ F(j\omega) = V_P \sqrt{1 + (\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N})^2}$			—
$ F(j\omega) = V \frac{1}{P \sqrt{1 + \omega^2 T_1^2}}$			
$ F(j\omega) = V \frac{1}{P \sqrt{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + 4d\omega T_2}}$			
$ F(j\omega) = \frac{PT_3}{V} \frac{n=3}{\sqrt{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + (\omega T_1 - \omega^3 T_3^3)^2}}$		—	—
$ F(j\omega) = V_P$		<u>jede Signalwandlung hat Totzeit</u> z.B. Digital-Analogwandler	

Tabelle 3.1 (Forts.)

Phasenwinkel φ		Ortskurve	
Gleichung	Darstellung	Gleichung	Darstellung
$\varphi = 0^\circ$		$F(j\omega) = V_P$	
$\varphi = \arctan -\infty = -90^\circ$		$F(j\omega) = -j\frac{1}{\omega T_I}$	
$\varphi = +90^\circ$		$F(j\omega) = j\omega T_D$	
$\varphi = -\arctan \frac{1}{\omega T_N}$		$F(j\omega) = V_P (1 - j\frac{1}{\omega T_N})$	
$\varphi = \arctan \omega T_V$		$F(j\omega) = V_P (1 + j\omega T_V)$	
$\varphi = \arctan (\omega T_V \frac{1}{\omega T_N})$		$F(j\omega) = V_P [1 + j(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N})]$	
$\varphi = -\arctan \omega T_1$		$F(j\omega) = V_P \frac{1 - j\omega T_1}{1 + \omega^2 T_1^2}$	
$\varphi = -\arctan \frac{2d\omega T_2}{1 - \omega^2 T_2^2}$		$F(j\omega) = V_P \frac{1 - \omega^2 T_2^2 - j2d\omega T_2}{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + 4d^2 \omega^2 T_2^2}$	
$\varphi_{\min} = 0^\circ$ $\varphi_{\max} = n \cdot (-90^\circ)$		$n=3 \quad PT_3$ $F(j\omega) = V_P \frac{(1 - \omega^2 T_2^2) - j(\omega T_1 - \omega^2 T_3^3)}{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + (\omega T_1 - \omega^3 T_3^3)^2}$	
$\hat{\varphi} = -\omega T_t$		$F(j\omega) = V_P (\cos \omega T_t - j \sin \omega T_t)$ $\mp j\omega T_t = \cos \omega T_t \mp j \sin \omega T_t$	

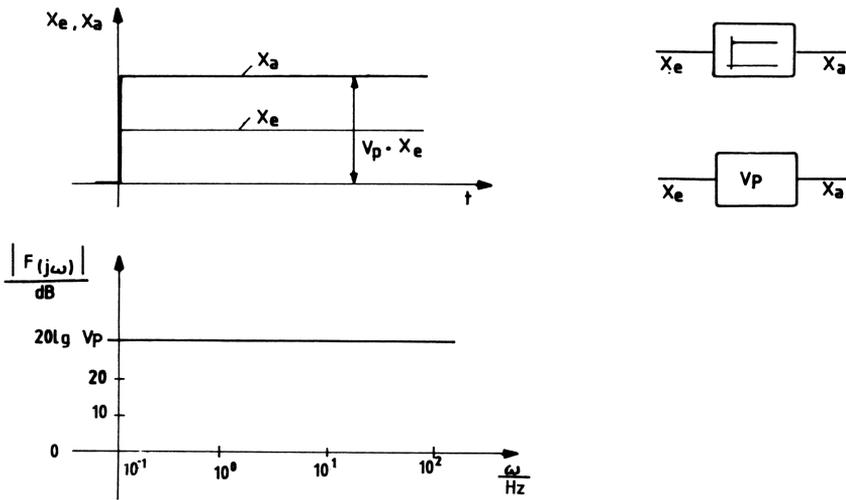


Bild 3.1 Sprungantwort und Frequenzgangbetrag eines P-Gliedes

Dieser ist

$$F(p) = V_p, \quad (3.2)$$

damit wird

$$F(j\omega) = V_p$$

und mit Gleichung (2.47)

$$|F(j\omega)| = V_p. \quad (3.3)$$

Da die Darstellung des Frequenzgangbetrages meist in dB erfolgt, ist dann zu schreiben:

$$\frac{|F(j\omega)|}{\text{dB}} = 20 \cdot \lg V_p.$$

Der Phasenwinkel des P-Gliedes ist Null, da entsprechend Gleichung (2.48) gilt

$$\varphi = \arctan \frac{\text{Im } F(j\omega)}{\text{Re } F(j\omega)} = 0. \quad (3.4)$$

Beispiele für P-Glieder

Pneumatisch-elektrischer Wandler:

Viele mechanische Meßfühler, Meßgeräte oder Verstärker beruhen auf dem Hebelarm-Prinzip. (Waagen, Elektromech. Umformer, Fluidiks usw.). Arbei-

ten diese Systeme mit Druck, ist eine Realisierung mit dem Düse-Prallplatte-System möglich. Bild 3.2 zeigt das Prinzip eines so aufgebauten Druck-Spannungs-Wandlers. Am linken Ende des Waagebalkens ist eine Prallplatte angebracht, auf die der Eingangsdruck p_e wirkt. Das rechte Ende ist mit dem Abgriff (Schleifer) eines Potentiometers verbunden. Eine Rückstellfeder hält das System bei $p_e = 0$ in der Ruhelage, die der Ausgangsspannung $U_a = 0$ entspricht, denn es gilt

$$\frac{U_a}{U_s} = \alpha .$$

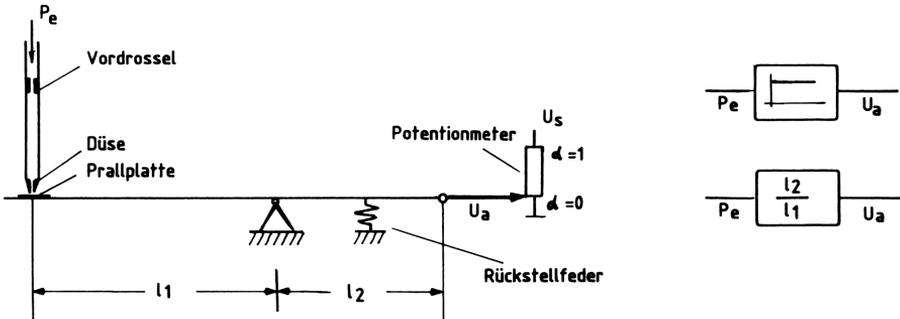


Bild 3.2 Düse-Prallplatte-System als P-Glied

Tritt nun eine Druckänderung auf, so wird über den Waagebalken proportional dazu die Spannung U_a am Potentiometerabgriff geändert, so daß man schreiben kann

$$F(p) = \frac{U_a}{p_e} = \frac{l_2}{l_1} .$$

Der Wandler muß so ausgelegt werden, daß für $p_{e_{\max}} \cdot \frac{l_2}{l_1}$ gerade $U_{a_{\max}} = U_s$ erreicht wird ($\alpha = 1$).

Außerdem ist eine leichte Verfälschung des P-Verhaltens durch die Rückstellfeder gegeben.

Pneumatischer Verstärker:

Ein pneumatischer Verstärker mit P-Verhalten ergibt sich, wenn man den Vordruck p_v über ein Düse-Prallplatte-System mit Hilfe einer Membran beeinflusst (Bild 3.3).

Je größer das Produkt aus Eingangsdruck p_e und wirksamer Membranfläche A_M ist, desto kleiner wird die Luftsäule zwischen Düsenaustritt und Prallplatte ($A_R = D \cdot \pi \cdot h$). Für konstanten Vordruck p_v ergibt sich P-Verhalten und es wird

$$F(p) = \frac{p_a}{p_e} = \frac{A_M}{A_R} \cdot \frac{p}{p_v} = v_p .$$

Ohne Prallplatte hat der Querschnitt der Austrittsdüse sein Maximum

$$A_{\max} = \frac{d^2 \pi}{4}$$

erreicht, so daß $A_{R_{\max}} = A_{\max}$ ist für $h = d/4$. Damit ist ein Stellbereich von $h = h_{\min} \dots d/4$ möglich.

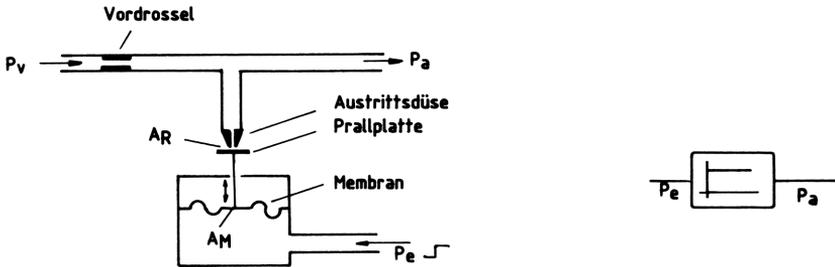


Bild 3.3 Pneumatischer Verstärker als P-Glied

Operationsverstärker:

Beschaltet man einen Operationsverstärker im Eingang und in der Gegenkopplung mit Widerständen, ergibt sich ein proportionaler Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgangsspannung, wie er bereits in Abschnitt 2.1.4 erklärt wurde (Bild 3.4). Mit einem zusätzlichen Potentiometer in der Gegenkopplung ist die Verstärkung V_p kontinuierlich einstellbar entsprechend der Gleichung

$$F(p) = \frac{U_a}{U_e} = - \frac{\alpha \cdot R_2}{R_1} = - V_p .$$

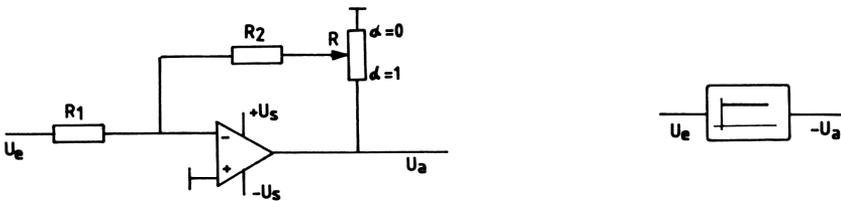


Bild 3.4 Operationsverstärker mit variabler Verstärkung V_p als P-Glied geschaltet

Für $\alpha = 0$ fließt der gesamte Strom der Gegenkopplung über R nach Masse und $V_p = 0$. Für $\alpha = 1$ ist $V_p = R_2/R_1$. Bei $R_2 \rightarrow \infty$ müßte auch die Ausgangsspannung $U_a \rightarrow \infty$ gehen. Es stellt sich jedoch ein Grenzwert (Stellgrenze) ein, der etwa 1V...3V unter der Speisespannung U_s liegt.

Multiplizierer:

Multipliziert man einen Wert Z_e mit der Konstanten V_p , erhält man einen proportionalen Wert Z_a am Multipliziererausgang (Bild 3.5). Es wird

$$F(p) = \frac{Z_a}{Z_e} = V_p .$$

Die Multiplikation wird in der Analog- und Digitaltechnik gleichermaßen angewandt und dient oft zur Umrechnung von Größen (z.B. Drehzahl n in Geschwindigkeit $v = D\pi n$). Sie stellt damit oft ein P-Verhalten dar.

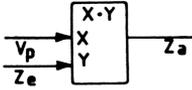


Bild 3.5 Multiplizierer als P-Glied

3.2 I-Glied

Beim Integral- oder I-Glied ist die Ausgangsgröße das Integral der Eingangsgröße über der Zeit (Bild 3.6). Es gilt also für die Übertragungsfunktion bzw. Differentialgleichung

$$x_a = \frac{1}{T_I} \cdot \int_0^t x_e \cdot dt \quad \text{bzw.} \quad T_I \cdot \frac{dx_a}{dt} = x_e \quad (3.5)$$

Die Sprungantwort des I-Gliedes ist demnach eine Gerade, deren Steigung durch die Zeitkonstante T_I bestimmt ist. Es ist zu sehen, daß für $t = T_I$ die Ausgangsgröße der Eingangsgröße entspricht.

Mit dem Integralsatz der Gleichdimensionellen Laplace-Transformation (Tabelle 2.2 Nr. 2) erhält man aus der Sprungantwort sofort den Frequenzgang.

$$F(p) = \frac{\overset{0}{x}_a}{x_e} = \frac{1}{pT_I} \quad (3.6)$$

damit wird

$$F(j\omega) = -j \frac{1}{\omega T_I}$$

und mit der Gleichung (2.4)

$$|F(j\omega)| = \frac{1}{\omega T_I} \quad (3.7)$$

Der Frequenzbetrag fällt in logarithmischer Darstellung somit um -20 dB/Dekade ω ab. Bei $\omega = 1/T_I$ erfolgt der Nulldurchgang durch die Abszisse, da $20 \lg 1 = 0$ dB ist. Der Phasenwinkel ist hier ein konstanter Wert und lautet

$$\varphi = \arctan - \frac{1/\omega T_I}{0} = -90^\circ \quad (3.8)$$

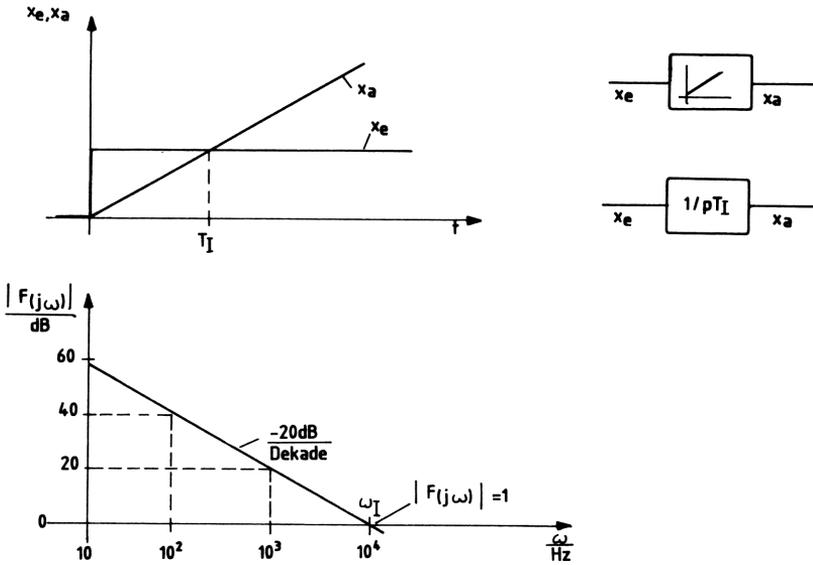


Bild 3.6 Sprungantwort und Frequenzgangbetrag eines I-Gliedes

Beispiele für I-Glieder

Spindel-Antrieb:

Mit der Spindel des Tisches einer Werkzeugmaschine kann man bei vorgegebener Drehzahl ($n = \text{konst.}$) nicht sprunghaft einen Weg verfahren. Dies ist nur linear mit der Zeit möglich. Es handelt sich also um ein I-Glied (Bild 3.7).

Denn mit

$$\alpha \cdot v = \alpha \cdot D \cdot \pi \cdot n = \frac{ds}{dt} \quad \text{bzw.} \quad s = \alpha \cdot D \cdot \pi \int_0^t n \cdot dt$$

folgt $F(p) = \frac{s}{n} = \frac{\alpha \cdot D \cdot \pi}{p}$.

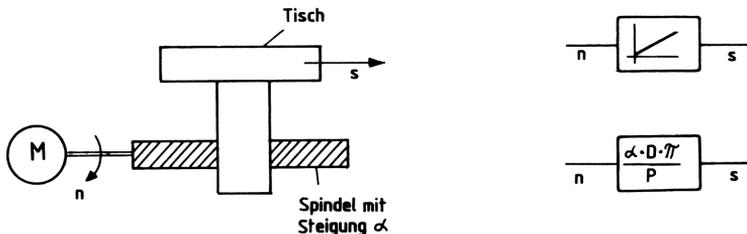


Bild 3.7 I-Verhalten eines Spindeltriebs bei einer Werkzeugmaschine

Tauchsieder:

Die einem Tauchsieder zugeführte el. Energie W_e erhöht die Flüssigkeitstemperatur zeitlich linear (Bild 3.8).

Die zur Erwärmung der Flüssigkeit genutzte Energie ist dann

$$W_{\text{Nutz}} = W_e - W_{\text{Verl}} \quad \text{mit } m: \text{ Flüssigkeitsmasse}$$

$$W_{\text{Nutz}} = \int_0^t P_{\text{Nutz}} \cdot dt = m \cdot c \cdot \vartheta \quad c: \text{ spez. Wärmekapazität}$$

$$\vartheta: \text{ Temperatur}$$

Damit ist die Regelgröße Temperatur

$$\vartheta = \frac{1}{m \cdot c} \int_0^t P_{\text{Nutz}} \cdot dt$$

Der Frequenzgang dieser Anordnung lautet also

$$F(p) = \frac{\vartheta}{P_{\text{Nutz}}} = \frac{1}{m \cdot c \cdot p}$$

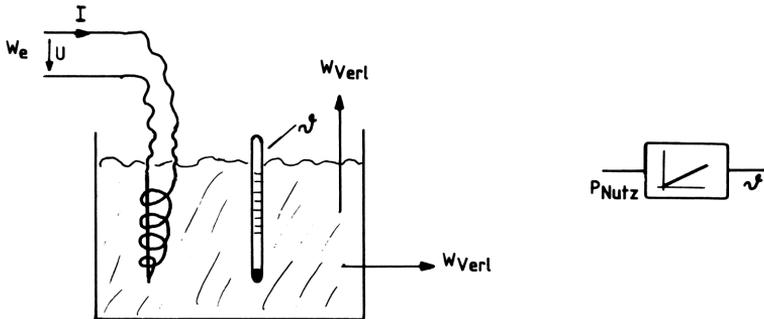


Bild 3.8 I-Verhalten der Temperatur bei einem Tauchsieder

Elektrischer Antrieb:

Für den Drehzahlanstieg einer Maschine ist ein Beschleunigungsmoment M_b erforderlich (Bild 3.9).

Es ist

$$M_b = J_{\text{ges}} \cdot \frac{d\omega}{dt} = J_{\text{ges}} \cdot 2\pi \cdot \frac{dn}{dt}$$

darin ist J_{ges} das gesamte auf die Motorwelle bezogene Trägheitsmoment der Maschine. Normiert man das Beschleunigungsmoment auf seinen Nennwert und die Drehzahl auf die Leerlaufdrehzahl n_0 , wird

$$m_b = \frac{M_b}{M_N} = \frac{2\pi \cdot J_{\text{ges}} \cdot \frac{dn}{dt}}{2\pi \cdot J_{\text{ges}} \cdot \frac{n_0}{T_H}} \quad \text{mit } T_H: \text{ Hochlaufzeit.}$$

Daraus ergibt sich der Frequenzgang für sprunghafte Laständerungen, der dem I-Verhalten entspricht.

$$F(p) = \frac{\frac{n}{n_0}}{m_b} = \frac{1}{p T_H}$$



Bild 3.9 I-Verhalten der Drehzahl als Funktion des Beschleunigungsmoments eines Antriebs

Hydraulik-Zylinder:

Die hydraulische Verstellung eines Weges ist in vielen Antriebssystemen enthalten (hydraulische Lenkung oder Positionierung). Im einfachsten Fall wird dabei ein Kolben in einem Zylinder mit einer Ölsäule bewegt (Bild 3.10). Der notwendige Öldruck p_e kommt von einer Pumpe. Die Wegänderung erfolgt, wenn gleichzeitig das Öl oberhalb des Kolbens abgeführt wird. Bei konstanten Pumpendruck p_e ändert sich reziprok proportional zur Kolbenfläche A_K der Kolbenhub s_a über die Zeit, so daß für den Frequenzgang gilt:

$$F(p) = \frac{\overset{\circ}{s}_a}{p_e} = \frac{1}{p \cdot K_P \cdot A_K} \quad \text{mit } K_P: \text{ Systemkonstante.}$$

Auch diese Anordnung hat daher I-Verhalten.

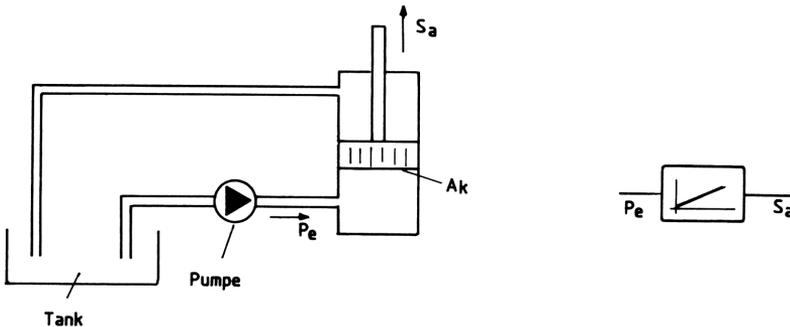


Bild 3.10 Näherungsweise I-Verhalten des Weges als Funktion des Druckes bei einem Hydraulik-Zylinder

Operationsverstärker:

Ein Operationsverstärker läßt sich leicht als I-Glied beschalten; dazu dient ein Kondensator in der Gegenkopplung (Bild 3.11).

Entsprechend Gleichung (2.20) gilt für Eingangsspannung

$$F(p) = \frac{\overset{\circ}{u}_a}{u_e} = \frac{-1/pC}{R} = -\frac{1}{pT_I} \quad \text{mit der Zeitkonstanten } T_I = R \cdot C.$$

Die Integration der Eingangsspannung endet an der Stellgrenze des Operationsverstärkers. Daher legt man den Maximalpegel der Spannung u_e zweckmäßig unter die Stellgrenze. Die meisten Verstärker werden mit $\pm U_s = \pm 15 \text{ V}$ versorgt, so daß sich $\pm u_e = \pm 10 \text{ V}$ anbietet.

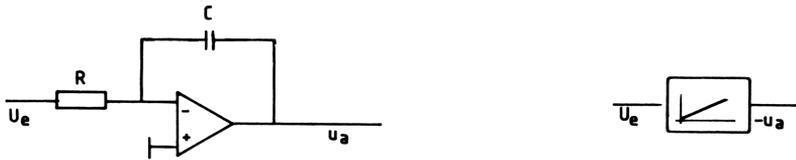


Bild 3.11 Operationsverstärker mit I-Verhalten

Digitalzähler:

Ein Zähler, der mit einer konstanten Eingangsfrequenz f_e getaktet wird, stellt ein I-Glied dar (Bild 3.12). Allerdings ist nur eine stückweise (bitweise) Nachbildung des I-Verhaltens möglich, da der Ausgangszustand eines Zählers nur mit jeder Flanke der Eingangsfrequenz um Δz geändert wird. In den Zeiten dazwischen bleibt der Zählerstand erhalten. Es wird

$$Z_a = \int_0^t f_e \cdot dt ,$$

also
$$F(p) = \frac{Z_a}{f_e} = \frac{1}{p} \text{ für } f_e = \text{konst.}$$

Die Steigung von Z_a nimmt mit wachsender Frequenz f_e zu.

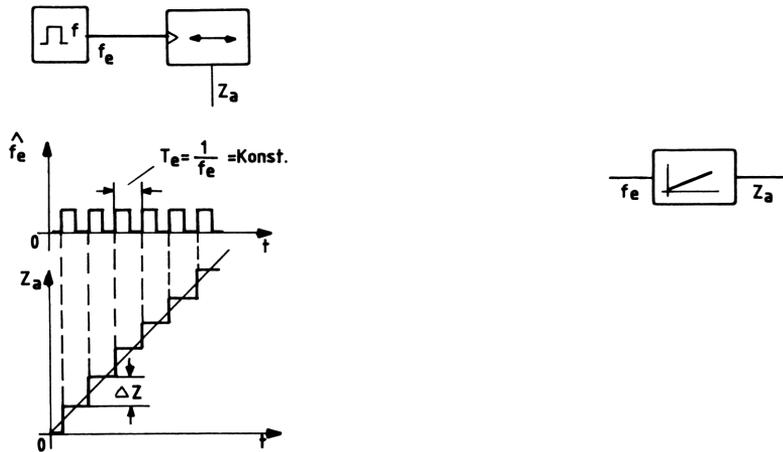


Bild 3.12 I-Verhalten eines Zählers mit konstanter Eingangsfrequenz

3.3 D-Glied

Ein rein differentielles Verhalten liegt technischen Prozessen selten zugrunde. Als Regler ist das D-Glied aber in Verbindung mit dem P- oder PI-Glied sehr sinnvoll; und als Strecke kommt es meist in Verbindung mit Verzögerungsgliedern wie PT_1 - und PT_2 -Glied vor.

Der Frequenzgang ergibt sich aus der definierten Differentialgleichung (Bild 3.13).

$$x_a = T_D \cdot \frac{dx_e}{dt} \quad (3.9)$$

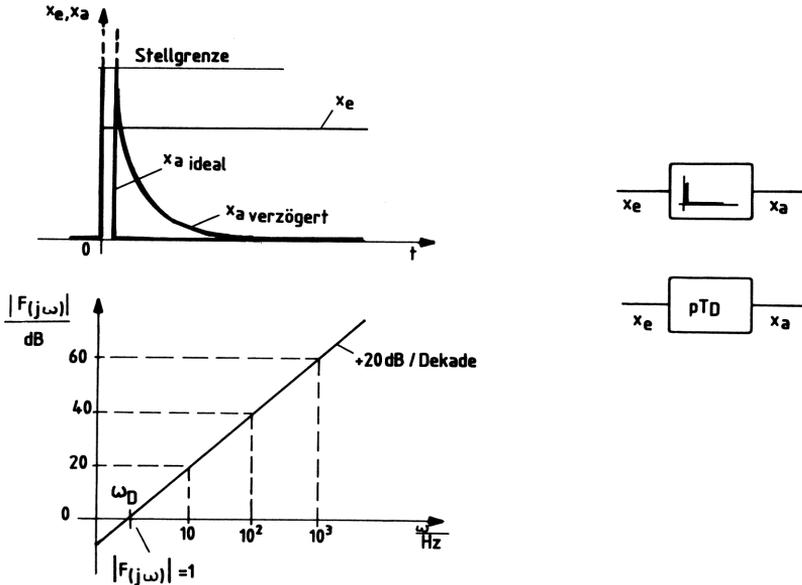


Bild 3.13 Sprungantwort und Frequenzgangbetrag eines D-Gliedes

Demnach ist die Sprungantwort des D-Gliedes ein Sprung nach ∞ an der Stelle $t = 0$. Danach ist $x_a = 0$, da die Differentiation einer konstanten Null ist. Eine solche Sprungantwort ist natürlich nicht realisierbar. Der reale Sprung bei $t = 0$ geht nur bis zu einem gerätetechnisch bedingten Grenzwert (Stellgrenze) und wird dann entlang einer e-Funktion abklingen, deren Zeitkonstante sich nach dem Frequenzgang des verwendeten Gerätes richtet.

Für den Frequenzgang des idealen D-Gliedes erhält man mit der Definition des Laplace-Operators p die Gleichung

$$F(p) = \frac{\overset{0}{x}_a}{x_e} = pT_D \quad (3.10)$$

damit wird

$$F(j\omega) = j\omega T_D$$

und mit Gleichung (2.47) erhält man den Frequenzgangsbetrag

$$|F(j\omega)| = \omega T_D \quad (3.11)$$

Er nimmt in logarithmischer Darstellung im Gegensatz zum I-Glied um + 20 dB/Dekade ω zu und hat seinen Nulldurchgang bei $\omega = 1/T_D$.

Der Phasenwinkel ist konstant und beträgt

$$\varphi = \arctan \frac{\omega T_D}{0} = + 90^\circ . \quad (3.12)$$

Beispiele für D-Glieder

Stromdurchflossene Spule:

Vernachlässigt man den Ohmschen Widerstand einer Spule, so ergibt sich zwischen dem Strom und dem Spannungsabfall ein differentieller Zusammenhang (Bild 3.14).

Aus

$$u_a = L \cdot \frac{di_e}{dt}$$

wird

$$F(p) = \frac{u_a}{i_e} = pL .$$

Eine duale mechanische Differentialgleichung (siehe Abschnitt 2.2.2) ergibt sich dann unter Vernachlässigung der Reibung für die Beschleunigung einer Masse m , nämlich

$$F = m \cdot \frac{dv}{dt} .$$

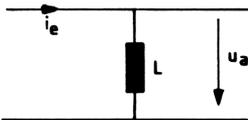


Bild 3.14 D-Verhalten einer Induktivität und der dualen mechanischen Größe Masse

Operationsverstärker:

Ein Operationsverstärker läßt sich in Analogie zum Integrierer auch als Differenzierer beschalten (Bild 3.15).

Mit der Zeitkonstanten $T_D = R \cdot C$ ergibt sich

$$u_a = - T_D \frac{du_e}{dt}$$

bzw.

$$F(p) = \frac{u_a}{u_e} = - p T_D$$

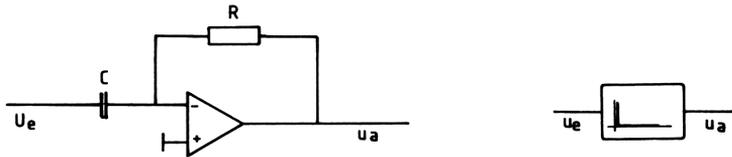


Bild 3.15 Operationsverstärker als D-Glied beschaltet

3.4 PI-Glied

Durch die Summation des P- mit dem I-Glied ergibt sich ein Regelkreisglied mit PI-Verhalten (Bild 3.16). Die Übertragungsfunktion lautet dann

$$x_a = V_p \cdot \left(x_e + \frac{1}{T_N} \cdot \int_0^t x_e \cdot dt \right) . \quad (3.13)$$

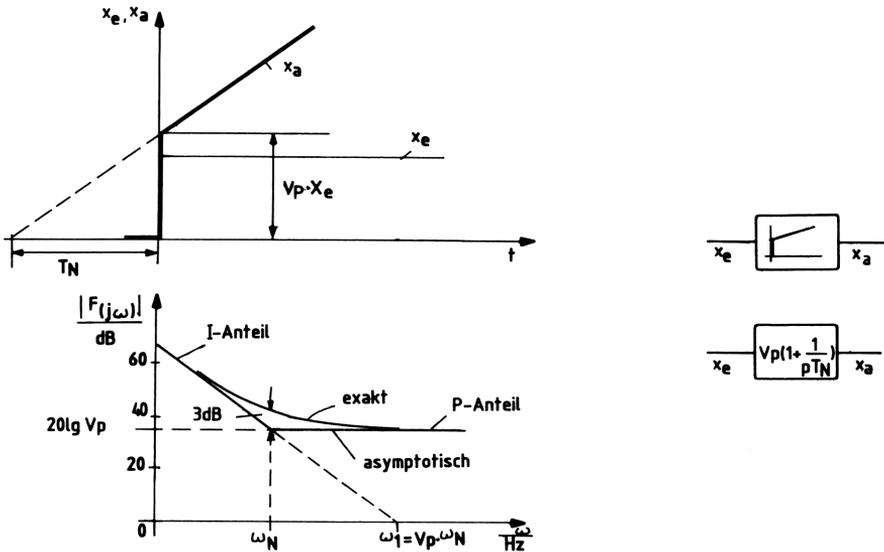


Bild 3.16 Sprungantwort und Frequenzgangbetrag eines PI-Gliedes

Die Sprungantwort besteht somit aus einem Sprung der Größe $V_p \cdot x_e$, auf den der I-Anteil summiert wird. Ein PI-Glied als Regler hat den Vorteil, daß jede Regeldifferenz $x_d = w - x$ durch den Integral-Anteil beseitigt werden kann.

Mit den Korrespondenzen Nr. 1 und 3 aus Tabelle 2.3 folgt sofort die Bildfunktion des Frequenzgangs.

Mit

$$\overset{\circ}{x}_a = V_p \cdot x_e \cdot \left(1 + \frac{1}{pT_N}\right)$$

wird

$$F(p) = \frac{\overset{\circ}{x}_a}{x_e} = V_p \cdot \left(1 + \frac{1}{pT_N}\right) . \quad (3.14)$$

In komplexer Schreibweise folgt

$$F(j\omega) = V_p \cdot \left(1 - j \cdot \frac{1}{\omega T_N}\right)$$

und damit ist der Frequenzgangsbetrag

$$|F(j\omega)| = V_p \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 T_N^2}} . \quad (3.15)$$

Aus dieser Gleichung läßt sich ablesen, daß

$$\begin{aligned} \text{für } \omega = 0 & \quad |F(j\omega)| \rightarrow \infty \text{ geht} \\ \text{für } \omega \rightarrow \infty & \quad |F(j\omega)| = V_p \text{ wird und} \\ \text{für } \omega_N = \frac{1}{T_N} & \quad |F(j\omega)| = \sqrt{2} \cdot V_p \text{ wird.} \end{aligned}$$

D.h., der Frequenzgangsbetrag in logarithmischer Darstellung geht vom I-Anteil ($\omega = 0 \dots 1/T_N$) in den P-Anteil ($\omega = 1/T_N \dots \infty$) über. Der Übergang ist durch die Eckfrequenz $\omega = \omega_N$ gekennzeichnet, bei der sich der exakte Frequenzgang von der asymptotischen Näherung um $\sqrt{2} \approx 3$ dB unterscheidet, wie aus Bild 3.16 zu ersehen ist. Man nennt T_N die Nachstellzeit des PI-Gliedes.

In den meisten Fällen läßt sich der Frequenzgangsbetrag mit ausreichender Genauigkeit durch Angabe der Asymptoten des P- und I-Anteils konstruieren. Dazu sind nur drei Werte notwendig. V_p , ω_N und die Frequenz ω_1 , welche sich aus der Verlängerung der I-Asymptote auf die Abszisse hin ergibt. Für $V_p \geq 1$ gilt $\omega_1 = V_p \cdot \omega_N$.

Der Phasenwinkel des PI-Gliedes lautet:

$$\varphi = \arctan \frac{-\frac{1}{\omega T_N}}{1} = \arctan -\frac{1}{\omega T_N}$$

bzw.
$$\varphi = -\arctan \frac{1}{\omega T_N} \quad (3.16)$$

Beispiele für PI-Glieder

Pneumatik:

Das pneumatische PI-Verhalten läßt sich durch das Düse-Prallplatte-System in Verbindung mit einem pneumatisch verstellbaren Ventil realisieren (Bild 3.17). Ein Waagebalken sorgt dabei für die Druckverstärkung.

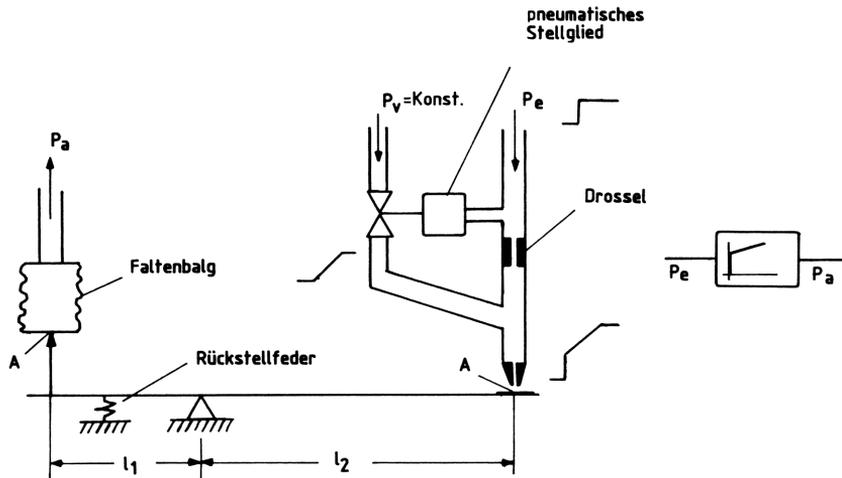


Bild 3.17 Schema eines pneumatischen PI-Gliedes mit dem Düse-Prallplatte-System und einem Faltenbalg

Bei einer sprunghaften Druckänderung p_e , die sich über das Hebelverhältnis l_2/l_1 direkt auf den Faltenbalg auswirkt, wird auch das Ventil mit dem pneumatischen Stellglied geöffnet und der Vordruck P_v freigegeben. Dieser Teil der Anordnung hat I-Verhalten, da ein Ventil nicht sprunghaft verstellbar ist. Er wirkt summativ auf den vom Druck P_e verursachten P-Anteil. Es ergibt sich damit der Ausgangsdruck aus P- und I-Anteil zu

$$P_{a1} = \frac{l_2}{l_1} \cdot P_e$$

und

$$P_{a2} = \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{P_v}{k} \cdot \int_0^t p_e \cdot dt$$

damit

$$p_a = \frac{1}{I_1} \cdot (p_e + \frac{p_v}{k} \cdot \int_0^t p_e \cdot dt)$$

oder

$$F(p) = \frac{p_a}{p_e} = \frac{1}{I_1} \cdot (1 + \frac{p_v}{kp})$$

Wie in Abschnitt 4.1 gezeigt wird, ist die Umwandlung eines Regelkreisgliedes in einen Regler bei Operationsverstärkern problemlos. Die Realisierung pneumatischer Regler ist unanschaulicher. Da der PI-Regler für die meisten Regelstrecken geeignet ist, soll hier ein pneumatischer PI-Regler gezeigt werden (Bild 3.18).

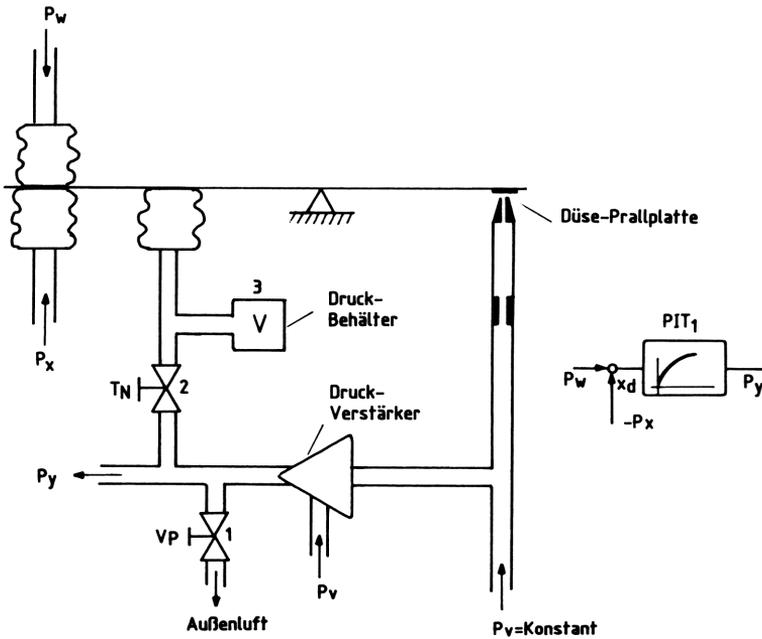


Bild 3.18 Schema eines pneumatischen PI-Reglers mit getrennt einstellbarer Nachstellzeit T_N und Verstärkung V_p

Die Regeldifferenz x_d ergibt sich beim pneumatischen PI-Regler aus der Druckdifferenz $p_w - p_x$, die man durch entgegengesetzt angeordnete Faltenbälge erzeugt. Bei einer sprunghaften Regelgrößenänderung Δp_x ($p_w = \text{konst.}$) wird über den Waagebalken die Düse zugesteuert. Dies hat eine Druckerhöhung am Verstärker zur Folge, die sich sofort als proportionale Stellgrößenänderung Δp_y auswirkt. Ihre Amplitude kann mit einer Stelldrossel 1 verstellt werden.

Durch die Drossel 2 trägt ein Teil des Verstärker-Ausgangsdrucks zum weiteren Verschließen der Düse bei. Wegen des angeschlossenen Druckbehälters 3 wirkt sich dieses Verschließen nur verzögert aus (siehe Abschnitt 3.7),

so daß der Gesamtverlauf von p_y dem des PI-Verhaltens ähnelt (Bild 3.19). Genau genommen handelt es sich um das PIT_1 -Verhalten.

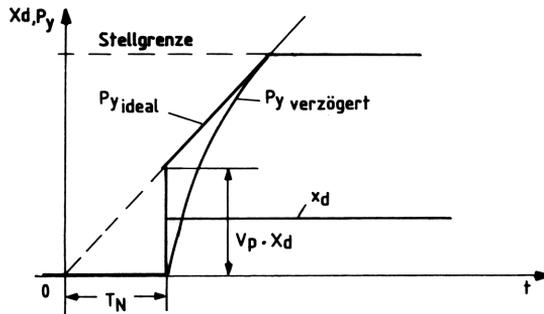


Bild 3.19 Reale und idealisierte Sprungantwort eines pneumatischen PI-Reglers

Exakt betrachtet enthält der PI-Regler also noch ein Verzögerungsglied I. Ordnung, den Druckbehälter 3. Der Frequenzgang ist also der eines PIT_1 -Reglers. Er ergibt sich aus der Differentialgleichung

$$p_y + T_1 \dot{p}_y = v_p \cdot \left(x_d + \frac{1}{T_N} \int_0^t x_d \cdot dt \right),$$

$$\frac{0}{p_y} (1 + pT_1) = v_p \cdot x_d \cdot \left(1 + \frac{1}{pT_N} \right),$$

$$F(p) = \frac{0 p_y}{x_d} = v_p \cdot \frac{1 + pT_N}{pT_N \cdot (1 + pT_1)}.$$

Analogtechnik:

Ein Operationsverstärker hat PI-Verhalten, wenn in seiner Gegenkopplung ein Widerstand mit einem Kondensator in Reihe liegt (Bild 3.20). Der Frequenzgang lautet

$$F(p) = \frac{0_a}{U_e} = - \frac{R_2 + \frac{1}{pC_2}}{R_1} = - \frac{R_2}{R_1} \cdot \left(1 + \frac{1}{pR_2C_2} \right)$$

mit v_p und der Nachstellzeit T_N . sowie T_1

$$v_p = \frac{R_2}{R_1}, \quad T_N = R_2C_2, \quad T_1 = R_1C_2$$

folgt

$$F(p) = - v_p \cdot \left(1 + \frac{1}{pT_N} \right).$$

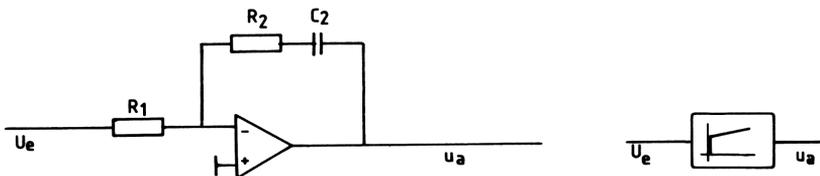


Bild 3.20 Operationsverstärker mit PI-Beschaltung

Aufgabe 3.1

Ein Operationsverstärker mit PI-Verhalten hat folgende Beschal tungsele mente:

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega \quad C_2 = 10 \text{ }\mu\text{F}$$

$$R_2 = 100 \text{ k}\Omega .$$

Es ist der Verlauf der Ausgangsspannung - u_a für die in Bild 3.21 gegebene Eingangsspannung zu zeichnen und die Gleichung für ω_1 zu ermitteln.

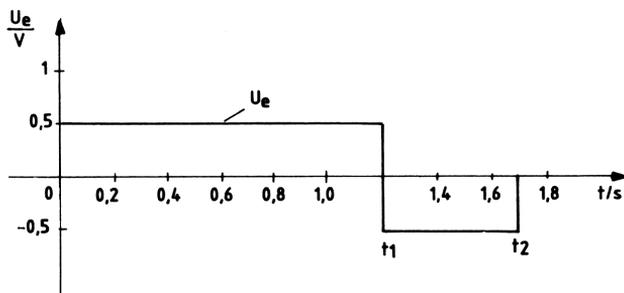


Bild 3.21 Sprungfunktion der Eingangsspannung zu Aufgabe 3.1

Digitaltechnik:

Ein Zähler, der beim Starten des Zählvorgangs auf den Ausgangswert Z_0 ge setzt wird, entspricht der stückweisen Nachbildung des PI-Verhaltens (Bild 3.22). Es gilt für den Zählerstand am Ausgang

$$z_a = z_0 + \int_0^t f_e \cdot dt .$$

Für $f_e = \text{konst.}$ ergibt sich dann

$$F(p) = \frac{z_a}{f_e} = z_0 \cdot \left(\frac{1}{f_e} + \frac{1}{p z_0} \right) .$$

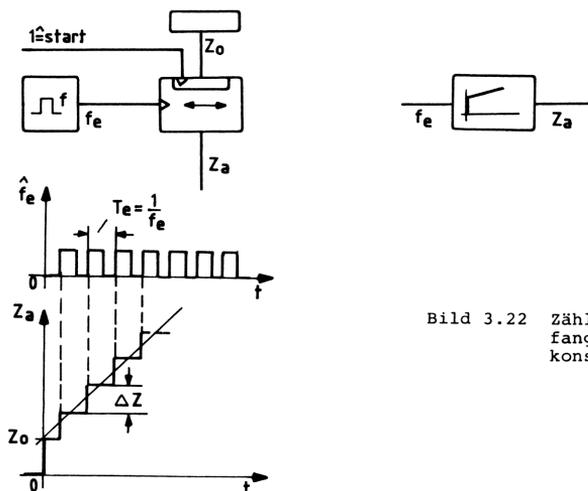


Bild 3.22 Zähler als PI-Glied mit Anfangszählerstand Z_0 und konstanter Eingangsfrequenz

3.5 PD-Glied

Das PD-Glied entspricht der Addition aus P-Glied und D-Glied. Seine Differentialgleichung lautet daher

$$x_a = V_p \cdot \left(x_e + T_V \cdot \frac{dx_e}{dt} \right) . \quad (3.17)$$

Demnach ist die Sprungantwort des idealen PD-Gliedes ein Sprung nach ∞ , der auf den Proportionalanteil $V_p \cdot x_e$ zurückgeht (Bild 3.23).

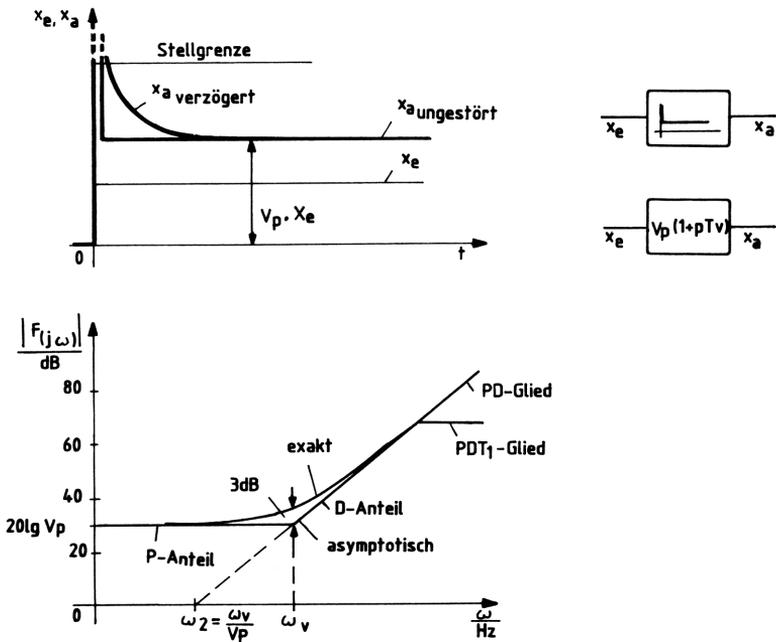


Bild 3.23 Sprungantwort und Frequenzgangbetrag eines PD-Gliedes

Eine solche Sprungstelle ist technisch nicht realisierbar. Es ergibt sich wie schon beim D-Glied, ein gerätetechnisch bedingter Grenzwert (Stellgrenze), der nicht überschritten werden kann. Danach fällt die Ausgangsgröße x_a entlang einer Funktion bis zum Wert $x_e \cdot V_p$ ab. Diese e-Funktion entspricht einer Verzögerung I. Ordnung, so daß das reale (verzögerte) PD-Glied eigentlich ein PDT₁-Glied ist.

Für den Frequenzgang des idealen (ungestörten) PD-Gliedes erhält man

$$F(p) = \frac{x_a}{x_e} = V_p \cdot (1 + pT_V) \quad (3.18)$$

damit wird

$$F(j\omega) = V_p \cdot (1 + j\omega T_V)$$

und mit Gleichung (2.47) ergibt sich der Betrag des Frequenzgangs zu

$$|F(j\omega)| = V_p \sqrt{1 + \omega^2 T_V^2} \quad (3.19)$$

Aus dieser Gleichung lassen sich drei markante Werte ablesen, bei denen

$$\text{für } \omega = 0 \quad |F(j\omega)| = V_p \text{ wird}$$

$$\text{für } \omega \rightarrow \infty \quad |F(j\omega)| \rightarrow \infty \text{ geht und}$$

$$\text{für } \omega_V = \frac{1}{T_V} \quad |F(j\omega)| = \sqrt{2} \cdot V_p \text{ wird.}$$

Der Frequenzgangbetrag geht also vom P-Anteil bei $\omega_V = 1/T_V$ in den D-Anteil über, wobei sich die asymptotische Näherung vom exakten Verlauf bei ω_V um 3 dB $\approx \sqrt{2}$ unterscheidet.

Für die Konstruktion der asymptotischen Näherung, die in den meisten Fällen ausreicht, sind nur die Werte V_p , ω_V und die Frequenz ω_2 notwendig. Letzterer Wert ergibt sich aus der Verlängerung der D-Asymptote auf die Abszisse hin und ist für $V_p \geq 1$ $\omega_2 = \omega_V/V_p$.

Der Verlauf des PDT₁-Gliedes ist in Bild 3.23 ebenfalls dargestellt. Sein Frequenzgang setzt sich aus dem des ungestörten PD- und des PT₁-Gliedes (siehe Abschnitt 3.7) zusammen; also

$$F(p) = V_p^* \cdot \frac{1 + pT_V}{1 + pT_1} \quad \text{mit } V_p^* = V_{P(PD)} \cdot V_{P(PT_1)} \quad (3.20)$$

bzw.

$$|F(j\omega)| = V_p^* \cdot \sqrt{\frac{1 + \omega^2 \cdot T_V^2}{1 + \omega^2 \cdot T_1^2}} \quad (3.21)$$

Die markanten Werte sind

$$\text{für } \omega = 0 \quad |F(j\omega)| = V_p^*$$

$$\text{für } \omega \rightarrow \infty \quad |F(j\omega)| = V_p^* \cdot \frac{T_V}{T_1}$$

$$\text{für } \omega_V = \frac{1}{T_V} \quad |F(j\omega)| = V_P^* \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + T_1^2/T_V^2}}$$

sowie

$$\text{für } \omega_1 = \frac{1}{T_1} \quad |F(j\omega)| = V_P \frac{\sqrt{1 + T_V^2/T_1^2}}{\sqrt{2}}$$

Für den Phasenwinkel des idealen PD-Gliedes erhält man

$$\varphi = \arctan \omega T_V \quad (3.22)$$

Beispiele für PD-Glieder

Pneumatik:

Das pneumatische PD-Verhalten soll hier anhand des PD-Reglers erklärt werden (Bild 3.24). Wie schon beim PI-Verhalten ist das Düse-Prallplatte-System in Verbindung mit einem Waagebalken relativ anschaulich.

Bei einer sprunghaften Drückänderung des Istwertes p_x schließt sich die Düse und die Stellgröße p_y nimmt schlagartig ihren Maximalwert an (D-Verhalten). Durch das Ventil 1 kann ein Teil von p_a an die Außenluft ausströmen. Dies entspricht einer Verstärkungseinstellung. Über ein zweites Ventil baut sich nun im Druckbehälter 3 entlang einer e-Funktion ein Druck auf, der das Schließen der Düse wieder rückgängig macht. Diese Verzögerung

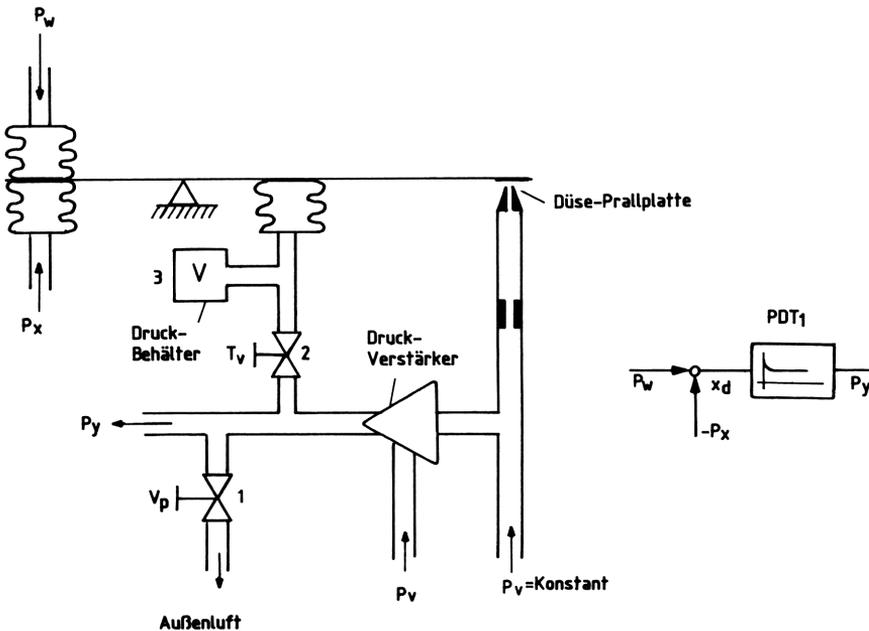


Bild 3.24 Schema eines pneumatischen PD-Reglers mit getrennt einstellbarer Vorhaltzeit T_v und Verstärkung V_p

I. Ordnung ist solange im Eingriff, bis am Waagebalken wieder Gleichgewicht herrscht. Dann ist p_y auf einen konstanten Wert abgesunken. Es ist also folgende Differentialgleichung anzusetzen

$$p_y + T_1 \dot{p}_y = v_p \cdot (x_d + T_V \cdot \frac{dx_d}{dt}).$$

Damit wird

$$F(p) = \frac{p_y}{x_d} = v_p \cdot \frac{1 + pT_V}{1 + pT_1}.$$

Analogtechnik:

Ein Operationsverstärker hat PD-Verhalten, wenn sein Eingangssignal differenziert wird (Bild 3.25). Es ergibt sich der Frequenzgang zu

$$F(p) = \frac{u_a}{u_e} = - \frac{R_2}{R_1 \cdot \frac{1}{pC_1}} = - \frac{R_2}{R_1} \cdot (1 + pR_1C_1)$$

mit der Proportionalverstärkung und der Vorhaltzeit, sowie $T_2 = \frac{1}{\omega_2}$

$$v_p = \frac{R_2}{R_1}, \quad T_V = R_1C_1, \quad T_2 = R_2C_1$$

folgt

$$F(p) = - v_p (1 + pT_V).$$

Darin ist $\omega_2 = \frac{1}{T_2}$ die Rechengröße, welche man zur asymptotischen Konstruktion des Frequenzgangbetrages braucht.

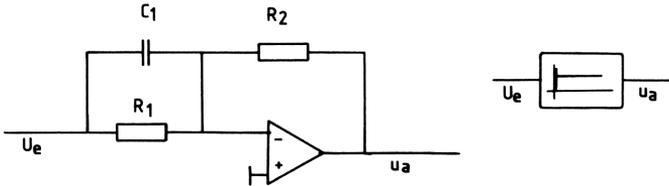


Bild 3.25 Operationsverstärker mit PD-Beschaltung

3.6 PID-Glied

Faßt man die drei grundlegenden Regelkreisglieder (P-, I- und D-Glied) an einer Summationsstelle zusammen, ergibt sich das universell einsetzbare PID-Glied (Bild 3.26). Seine Übertragungsfunktion ist also die Addition aus P-, I- und D-Verhalten.

$$x_a = v_p \cdot (x_e + \frac{1}{T_N} \int_0^t x_e \cdot dt + T_V \cdot \frac{dx_e}{dt}). \quad (3.23)$$

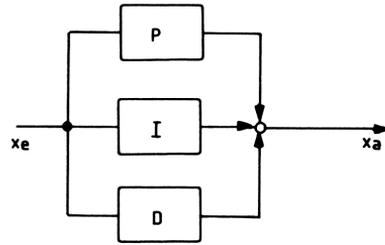


Bild 3.26 Blockschaltbild eines PID-Gliedes als Summation aus P-, I- und D-Anteil

Ist die Eingangsgröße x_e eine Sprungfunktion, folgt am Ausgang des Regelkreisgliedes die Sprungantwort, wie sie in Bild 3.27 dargestellt ist.

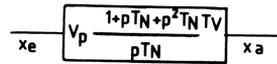
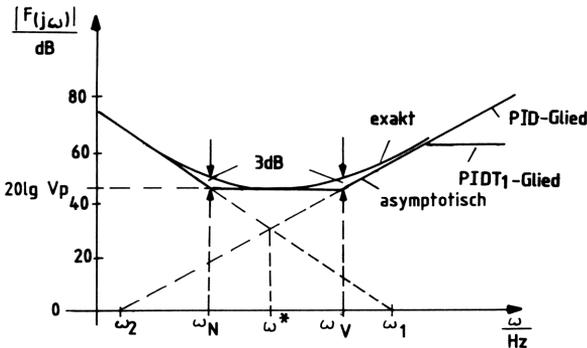
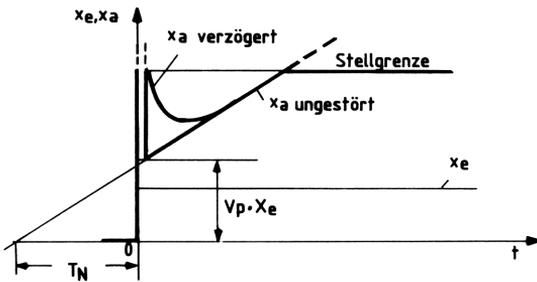


Bild 3.27 Sprungantwort und Frequenzgangbetrag eines PID-Gliedes

Beim idealen oder ungestörten PID-Glied springt x_a bei $t = 0$ zunächst gegen ∞ , um dann auf den Proportionalanteil $V_p \cdot x_e$ zurückzuspringen. Danach kommt der I-Anteil zum tragen (Bild 3.27). Das reale PID-Glied enthält jedoch zusätzlich ein Verzögerungsglied I. Ordnung, so daß sich die Sprungantwort asymptotisch dem I-An-

teil nähert. Außerdem ist die Stellgrenze des Regelkreisgliedes zu berücksichtigen.

Der Frequenzgang des ungestörten idealen PID-Gliedes ist

$$F(p) = \frac{x_a}{x_e} = V_P \cdot \left(1 + \frac{1}{pT_N} + pT_V \right), \quad (3.24)$$

damit wird

$$F(j\omega) = V_P \cdot \left[1 + j \left(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N} \right) \right]$$

und schließlich der Betrag des Frequenzgangs

$$|F(j\omega)| = V_P \cdot \sqrt{1 + \left(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N} \right)^2}. \quad (3.25)$$

Der Frequenzgang entspricht dem des PID-Gliedes für $T_N \gg T_V$ mit den markanten Werten

$$\text{für } \left. \begin{array}{l} \omega = 0 \\ \omega \rightarrow \infty \end{array} \right\} |F(j\omega)| \rightarrow \infty$$

$$\text{für } \omega^* = \sqrt{\frac{1}{T_N T_V}} \quad |F(j\omega)| = V_P \quad \text{sowie}$$

$$\text{für } \left. \begin{array}{l} \omega_N = \frac{1}{T_N} \\ \omega_V = \frac{1}{T_V} \end{array} \right\} |F(j\omega)| = \sqrt{2} \cdot V_P.$$

Die Asymptoten weichen also bei ω_N und ω_V um etwa 3 dB vom exakten Verlauf ab.

Ähnlich wie beim PI- und PD-Glied sind zur Konstruktion der Asymptoten des PID-Gliedes nur die Werte V_P , ω_N , ω_V , ω_1 und ω_2 zu ermitteln.

Das Verzögerungsglied I. Ordnung macht sich im Frequenzgang des ungestörten PID-Gliedes durch Multiplikation mit einem PT_1 -Glied bemerkbar.

Es wird

$$F(p) = V_P^* \cdot \left(1 + \frac{1}{pT_N} + pT_V \right) \cdot \frac{1}{1 + pT_1}$$

$$F(p) = V_P^* \cdot \frac{1 + pT_N + p^2 T_N T_V}{pT_N \cdot (1 + pT_1)} \quad (3.26)$$

mit

$$V_P^* = V_{P(PID)} \cdot V_{P(pT_1)},$$

bzw.

$$|F(j\omega)| = V_P^* \cdot \sqrt{\frac{1 + (\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N})^2}{1 + \omega^2 T_1^2}}. \quad (3.27)$$

Ein reales PID-Glied, bei dem die Ausgangsgröße begrenzt wird auf einen bestimmten P-Anteil, wurde bereits in Aufgabe 2.13 berechnet.

Der Phasenwinkel des idealen PID-Gliedes lautet

$$\varphi = \arctan \left(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N} \right) \quad (3.28)$$

Aufgabe 3.2

Aus der Gleichung (3.26) des Frequenzganges eines verzögerten PID-Gliedes ist die Sprungantwort zu berechnen.

Beispiele für PID-Glieder

Pneumatik:

Das pneumatische Übertragungs-Verhalten eines PID-Gliedes ergibt sich durch eine verzögert-nachgebende Druckrückführung (Bild 3.28).

Mit der Drossel 1 kann die Verstärkung V_P eingestellt werden. Ein sprunghafter Druckanstieg p_e führt zu einem Druckanstieg p_y , der über die Drossel 2 und den Druckbehälter 3 verzögert gegengekoppelt wird. Dies entspricht dem PDT_1 -Verhalten. Die Gegenkopplung wird gleichzeitig über die Drossel 4 (I-Anteil) wieder aufgehoben, jedoch mit $T_N \gg T_V$, so daß sich insgesamt das $PIDT_1$ -Verhalten ergibt.

Idealere PID-Glieder erhält man mit elektrischen Netzwerken, weil dort die Parameter quasi unabhängig voneinander einstellbar sind.

Analogtechnik:

Beim PID-Glied als Operationsverstärker-Schaltung ist das Eingangsnetzwerk PD-beschaltet und das Gegenkopplungsnetzwerk PI-beschaltet (Bild 3.29).

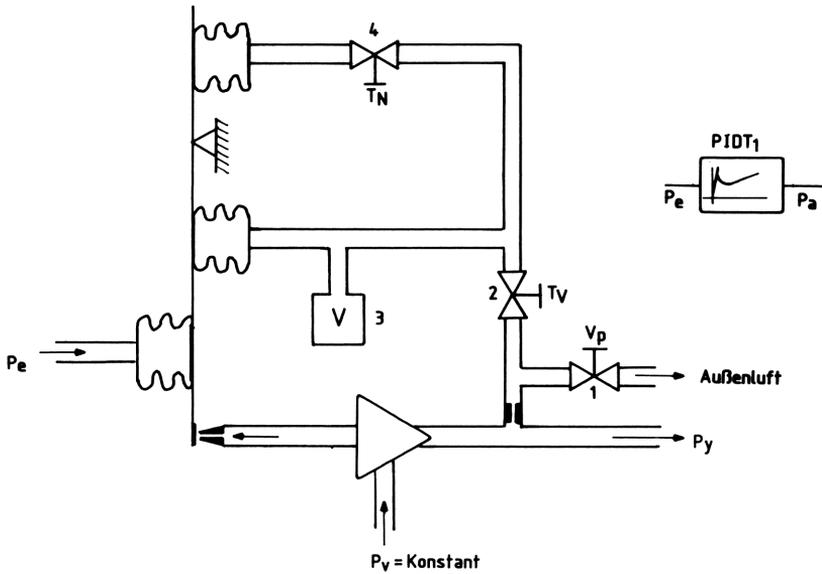


Bild 3.28 Schema eines pneumatischen PID-Reglers mit getrennt einstellbarer Nachstellzeit, Vorhaltzeit und Verstärkung

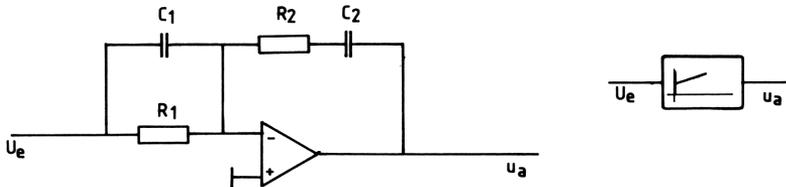


Bild 3.29 Operationsverstärker als PID-Glied

Für die Bildgleichung erhält man

$$F(p) = \frac{U_a}{U_e} = - \frac{R_2 + \frac{1}{pC_2}}{pC_1 \cdot (R_1 + \frac{1}{pC_1})}$$

mit $T_N = R_2 \cdot C_2$, $T_V = R_1 \cdot C_1$ und $V_p = \frac{R_2}{R_1}$ folgt

$$F(p) = - V_p \left(1 + \frac{T_V}{T_N} + \frac{1}{pT_N} + pT_V \right)$$

Diese Gleichung geht für die zulässige Annahme $T_N \gg T_V$ in die Gleichung (3.24) des idealen PID-Gliedes über. Außerdem gelten, wie schon beim PI- und PD-Glied, die Rechenwerte $T_1 = R_1 \cdot C_2$ und $T_2 = R_2 \cdot C_1$.

3.7 PT₁-Glieder

Regelstrecken-Glieder, deren Ausgangsgröße einer sprunghaften Änderung der Eingangsgröße verzögert folgt und für $t \rightarrow \infty$ proportional der Eingangsgröße ist, nennt man Verzögerungsglieder. Kommt bei diesen nur die I. Ableitung von x_a nach der Zeit vor, handelt es sich um ein PT₁-Glieder. PT₁-Glieder enthalten einen Energiespeicher.

Die Übertragungsfunktion ergibt sich aus der Differentialgleichung

$$x_a + T_1 \cdot \frac{dx_a}{dt} = V_P x_e$$

Daraus die Bildgleichung

$$\frac{x_a}{x_e} = V_P \cdot \frac{1}{1 + pT_1} = V_P \cdot \frac{\alpha_1}{p + \alpha_1}$$

Mit Korrespondenz Nr. 8 Tabelle 2.3 erhält man sofort die Sprungantwort

$$x_a = V_P \cdot x_e \cdot (1 - e^{-t/T_1}) \quad (3.29)$$

Sie stellt eine e-Funktion mit der Zeitkonstanten T_1 dar (Bild 3.30).

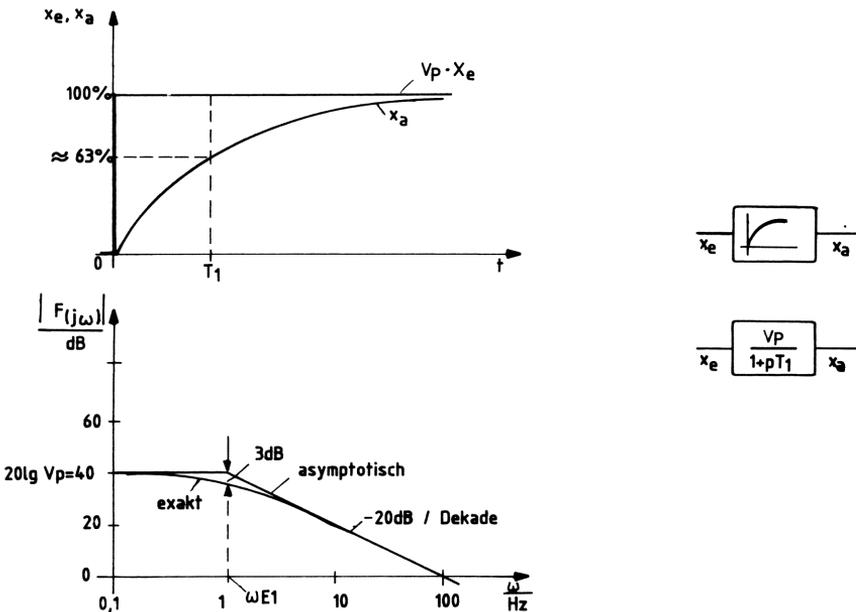


Bild 3.30 Sprungantwort und Frequenzgangbetrag eines PT₁-Gliedes

Der Frequenzgang wird ebenfalls aus der Bildgleichung

$$F(p) = \frac{x_a}{x_e} = V_P \cdot \frac{1}{1 + pT_1} \quad (3.30)$$

ermittelt, so daß

$$F(j\omega) = V_P \cdot \frac{1 - j\omega T_1}{1 + \omega^2 T_1^2} ,$$

und schließlich der Frequenzgangbetrag wird:

$$|F(j\omega)| = \frac{V_P}{\sqrt{1 + \omega^2 T_1^2}} . \quad (3.31)$$

Für $\omega = 0$ wird $|F(j\omega)| = V_P$,

für $\omega \rightarrow \infty$ wird $|F(j\omega)| = 0$ und

für $\omega_{E1} = \frac{1}{T_1}$ wird $|F(j\omega)| = \frac{V_P}{\sqrt{2}}$.

Die beiden Asymptoten des Frequenzgangbetrages schneiden sich demnach bei der Eckfrequenz ω_{E1} . Während eine Asymptote parallel zur Abszisse verläuft, fällt die andere linear mit -20 dB/Dekade ab.

Der exakte Verlauf des Frequenzgangbetrages liegt bei ω_{E1} um $1/\sqrt{2} \approx -3$ dB unterhalb der Asymptoten.

Der Phasenwinkel des PT_1 -Gliedes lautet

$$\varphi = - \arctan \omega T_1 . \quad (3.32)$$

Beispiele für PT_1 -Glieder

Mechanik:

In Bild 3.31 ist ein Druckbehälter mit dem Volumen V dargestellt. Über eine Rohrleitung wird der Druck p_1 den Behälterdruck p_2 aufrechterhalten. Bei einer plötzlichen Druckänderung von p_1 wird sich der Druck p_2 entlang einer e-Funktion dem geänderten Wert von p_1 annähern. Dabei ist vorausgesetzt, daß es zu keinen nennenswerten Turbulenzen in der Rohrleitung kommt.

Mit dem Strömungswiderstand R_S ist dann bei idealem Gas

$$p_2 + C_S R_S \cdot \frac{dp_2}{dt} = p_1 ,$$

$$F(p) = \frac{1}{1 + pT_1} = \frac{p_2}{p_1} ,$$

mit $T_1 = C_S \cdot R_S$; C_S : Speicherkapazität in Nl/bar; $R_S = \frac{0,00744 \cdot l}{d^4}$ in bar · s/Nl

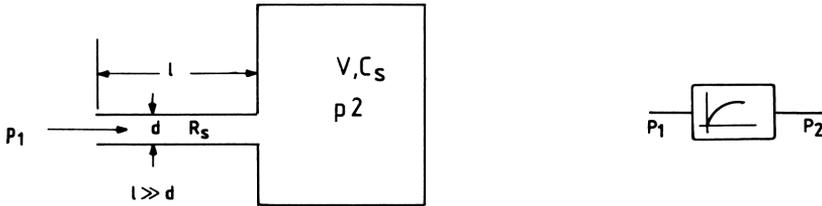


Bild 3.31 Druckspeicher als PT₁-Glied

Meßtechnik:

Die meisten analogen elektrischen und mechanischen Meßinstrumente lassen sich wegen der geringen Masse des Meßwerkes als gedämpfte Feder darstellen (Bild 3.32).

Es gilt die Differentialgleichung

$$F_e = d \cdot \frac{ds_a}{dt} + c_f \cdot s_a ,$$

$$F_e = d \cdot \overset{\circ}{s}_a \cdot p + c_f \cdot \overset{\circ}{s}_a .$$

Damit wird der Frequenzgang

$$F(p) = \frac{\overset{\circ}{s}_a}{F_e} = \frac{1}{c_f + d \cdot p} = \frac{1}{c_f} \cdot \frac{1}{1 + p \cdot d/c_f} ,$$

mit $T = d/c_f$ folgt

$$F(p) = \frac{1}{c_f} \cdot \frac{1}{1 + pT_1} = \frac{1}{c_f} \cdot \frac{\alpha}{p + \alpha} .$$

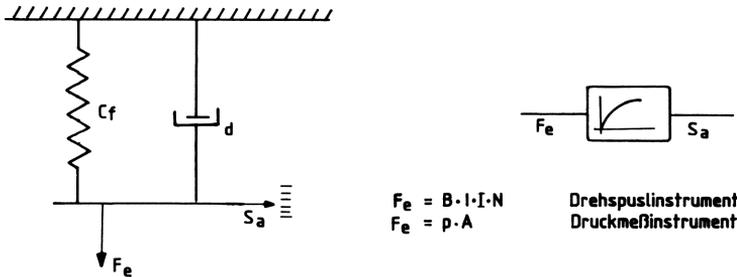


Bild 3.32 Vereinfachte Darstellung von Meßinstrumenten durch eine gedämpfte Feder (PT₁-Verhalten)

Elektrische Antriebe:

Im dynamischen Zustand ist die Gleichung für den Ankerkreis einer GS-Maschine im treibenden Rechtslauf (siehe Bild 2.12)

$$E = U_A - I_A R_A - L_A \cdot \frac{dI_A}{dt} .$$

Damit wird beim Einschalten von $U_A = \text{Konst.}$

$$\begin{aligned} \frac{U_A - E}{I_A} &= R_A + L_A p , \\ &= R_A \cdot \left(1 + \frac{L_A}{R_A} \cdot p\right) , \\ &= R_A \cdot (1 + pT_A) , \end{aligned}$$

mit $T_A = L_A/R_A$ der Ankerkreiszeitkonstanten ergibt sich also

$$F(p) = \frac{I_A \cdot R_A}{U_A - E} = \frac{1}{1 + pT_A} .$$

Für den Feldkreis des GS-Motors gilt ähnliches. Auch hier ist der Zusammenhang zwischen der Erregerspannung U_E und dem Feldstrom I_E eine e-Funktion.

Allgemeine Elektrotechnik:

In Bild 3.33 sind zwei elektrische Netzwerke dargestellt, die PT_1 -Verhalten haben. Dies ist aus ihrem Frequenzgang sofort ersichtlich.

Es gilt für das RC-Netzwerk

$$F(p) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{R + \frac{1}{pC}} = \frac{1}{1 + pT_1} ,$$

mit $T_1 = R \cdot C$

und für das LR-Netzwerk

$$F(p) = \frac{U_a}{U_e} = \frac{R}{R + pL} = \frac{1}{1 + pT_1} ,$$

mit $T_1 = \frac{L}{R}$.

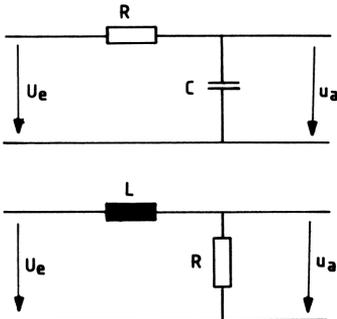


Bild 3.33 RC- und LR-Netzwerk als PT_1 -Glied

Analogtechnik:

Für einen Operationsverstärker als PT_1 -Glied gibt es zwei grundsätzliche Varianten (Bild 3.34).

Beide sind gleichwertig und unterscheiden sich lediglich in der Zeitkonstanten und der Verstärkung V_p .

Für die Variante a) gilt:

$$F(p) = \frac{u_a}{u_e} = - \frac{R_2}{pC_2 \cdot \left(R_2 + \frac{1}{pC_2}\right) \cdot R_1} ,$$

mit $V_p = \frac{R_2}{R_1}$ und $T_1 = R_2 C_2$ folgt

$$F(p) = - V_p \cdot \frac{1}{1 + pT_1} ,$$

für die Variante b) erhält man

$$F(p) = \frac{u_a}{u_e} = - \frac{R_3/pC_1}{R_1 R_2 + \frac{R_1 + R_2}{pC_1}} ,$$

mit $V_p = \frac{R_3}{R_1 + R_2}$ und $T_1 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot C_1$ folgt

$$F(p) = - V_p \cdot \frac{1}{1 + pT_1} .$$

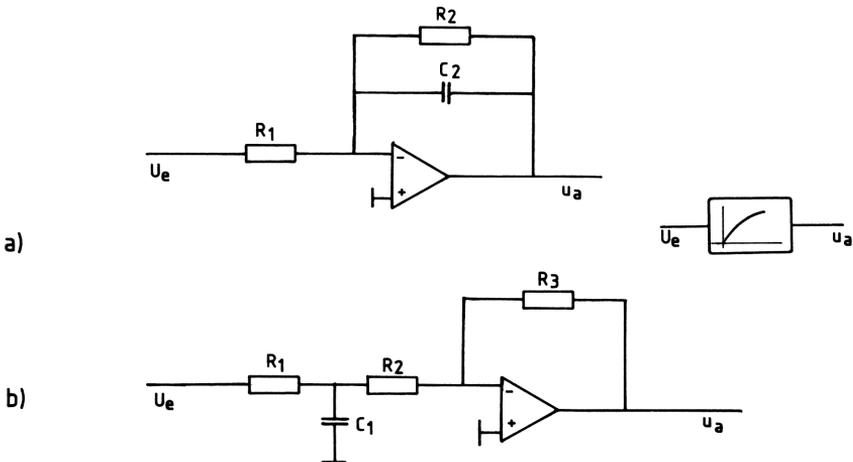


Bild 3.34 Zwei Operationsverstärker als PT₁-Glieder

3.8 PT₂-Glieder

Verzögerungsglieder II. Ordnung enthalten zwei voneinander unabhängige Energiespeicher. Bei ihnen existiert die I. und II. Ableitung der Ausgangsgröße nach der Zeit. Es entsteht ein Ausgleichsvorgang, der je nach der Dämpfung d zu verschiedenen Sprungantworten führt.

Die Differentialgleichung des PT_2 -Gliedes lautet

$$x_a + T_1 \cdot \frac{dx_a}{dt} + T_2^2 \cdot \frac{d^2x_a}{dt^2} = V_P \cdot x_e \quad (3.33)$$

Da es sich um eine Schwingungsgleichung handelt, läßt sich die Kennkreisfrequenz ω_o einführen als

$$\omega_o = \frac{1}{T_2} \quad ,$$

dann wird mit der Dämpfung d

$$d = \frac{T_1}{2T_2} \quad ,$$

$$x_a + \frac{2d}{\omega_o} \cdot \frac{dx_a}{dt} + \frac{1}{\omega_o^2} \cdot \frac{d^2x_a}{dt^2} = V_P \cdot x_e \quad (3.34)$$

Man erhält nun die Bildgleichung

$$\frac{x_a}{x_e} = V_P \cdot \frac{\omega_o^2}{\omega_o^2 + 2d\omega_o p + p^2} \quad ,$$

für die sich mit Korrespondenz Nr. 23 Tabelle 2.3 folgende Sprungantwort ergibt (Bild 3.35).

$$x_a = V_P \cdot x_e \left[1 - e^{-d \cdot \omega_o \cdot t} \cdot \left(\cos \omega_e t + \frac{d \cdot \omega_o}{\omega_e} \cdot \sin \omega_e t \right) \right] \quad (3.35)$$

mit $\alpha = d \cdot \omega_o$ und $\omega_e = \omega_o \cdot \sqrt{1 - d^2}$ der Eingangsfrequenz.

Je nach der Dämpfung lassen sich vier Fälle unterscheiden.

1. periodischer Fall, $d = 0$

Dann ist die Sprungantwort eine ungedämpfte sinusförmige Schwingung.

Es wird

$$x_a = V_P \cdot x_e \cdot (1 - \cos \omega_o t) \quad .$$

2. mehrfaches Überschwingen, $d \ll 1$

Dann gilt Gleichung (3.35).

3. aperiodischer Grenzfall, $d = 1$

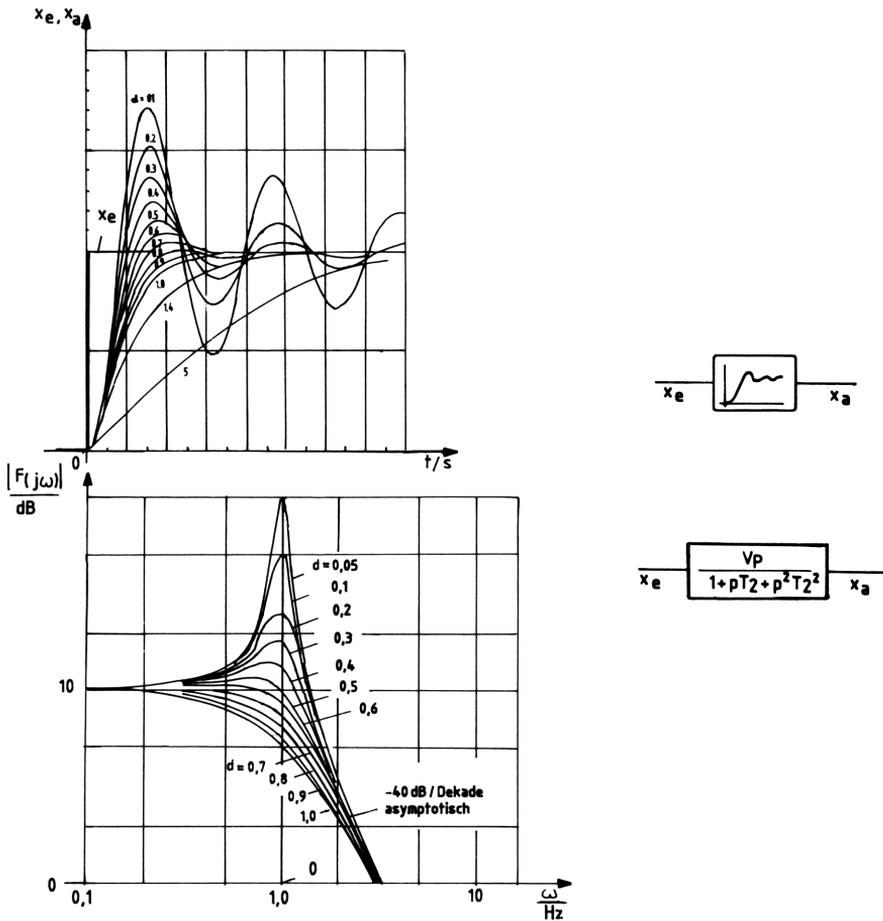


Bild 3.35 Sprungantwort und Frequenzgangbetrag eines PT₂-Gliedes

Dann ist

$$x_a = V_p \cdot x_e \left[1 - e^{-\omega_0 \cdot t} \cdot (1 + \omega_0 t) \right]$$

4. aperiodischer Fall, $d > 1$

Dann ist die Sprungantwort eine Summe aus zwei e-Funktionen.

$$x_a = 1 - \left(\frac{\alpha + d \cdot \omega_0}{2\alpha} e^{-(\alpha - d \cdot \omega_0) t} + \frac{\alpha - d \cdot \omega_0}{2\alpha} e^{-(d \cdot \omega_0 + \alpha) t} \right)$$

Der Frequenzgang des PT₂-Gliedes ergibt sich aus Gleichung (3.33) zu

$$F(p) = \frac{x_a}{x_e} = V_p \cdot \frac{1}{1 + pT_1 + p^2T_2^2} \quad , \quad (3.36)$$

bzw.

$$F(p) = V_P \cdot \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 + 2d\omega_0 p + p^2} .$$

In komplexer Schreibweise folgt

$$F(j\omega) = V_P \cdot \frac{1}{1 - \omega^2 T_2^2 + j\omega T_2} ,$$

oder mit d

$$\begin{aligned} F(j\omega) &= V_P \cdot \frac{1}{1 - \omega^2 T_2^2 + j\omega 2dT_2} \\ &= V_P \cdot \frac{1 - \omega^2 T_2^2 - j\omega 2dT_2}{(1 - \omega^2 T_2^2 + j\omega 2dT_2)(1 - \omega^2 T_2^2 - j\omega 2dT_2)} , \\ F(j\omega) &= V_P \cdot \frac{1 - \omega^2 T_2^2 - j\omega 2dT_2}{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + 4d^2 \omega^2 T_2^2} , \end{aligned}$$

und schließlich wird

$$|F(j\omega)| = V_P \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + 4d^2 \omega^2 T_2^2}} . \quad (3.37)$$

Der Frequenzgangbetrag ist für verschiedene Dämpfungsziffern d in Bild 3.35 dargestellt. Typisch ist die negative Steigung der Asymptote von -40 dB/Dekade bei der Resonanzfrequenz ω_0 .

Für $d = 1$ ergibt sich aus Gleichung (3.37) ein interessanter Fall. Es wird dann

$$|F(j\omega)| = V_P \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 + \omega^2 T_2^2)^2}} = V_P \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2}} ,$$

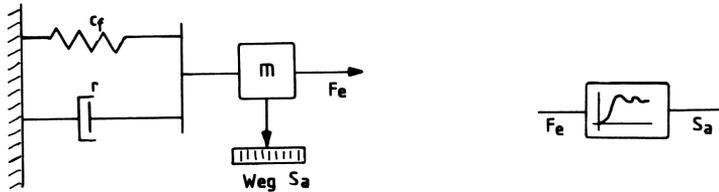
d.h. der Frequenzgangbetrag des PT_2 -Gliedes entspricht für $d = 1$ (und $d > 1$) dem aus zwei in Reihe liegenden PT_1 -Gliedern (vgl. mit Gleichung (3.31)), denn die Reihenschaltung von Frequenzgängen kommt einer Multiplikation gleich (siehe Tabelle 4.12, Nr. 9). Der Phasenwinkel des PT_2 -Gliedes lautet

$$\varphi = - \arctan \frac{2d\omega T_2}{1 - \omega^2 T_2^2} . \quad (3.38)$$

Beispiele für PT₂-Glieder

Mechanik:

Ein Feder-Masse-System mit Dämpfung (Reibung) entspricht einem PT₂-Glieder. Durch eine äußere Kraft F_e angeregt, erfolgt eine Wegänderung, die von den Energiespeichern Masse und Feder sowie der Reibung des Systems beeinflusst wird (Bild 3.36).

Bild 3.36 Mechanisches Feder-Masse-System mit Dämpfung als PT₂-Glieder

Die zugehörige Differentialgleichung ergibt sich aus $\Sigma F = 0$ (vergleichbar $\Sigma U = 0$ in der Elektrotechnik).

$$\underbrace{c \cdot s_a}_{\text{Rückstellkraft der Feder}} + \underbrace{r \cdot \frac{ds_a}{dt}}_{\text{Reibungskraft}} + \underbrace{m \cdot \frac{d^2 s_a}{dt^2}}_{\text{Beschleunigungskraft}} - \underbrace{F_e}_{\text{äußere Kraft}} = 0$$

In der Bildebene erhält man dann den Frequenzgang

$$F(p) = \frac{\overset{0}{s_a}}{F_e} = \frac{1}{1 + p \cdot \frac{r}{c} + p^2 \cdot \frac{m}{c}},$$

der dem eines PT₂-Gliedes entspricht.

Mechanische Feder-Masse-Systeme mit Dämpfung findet man z.B. an einem Walzwerk und bei Förderantrieben (Bild 3.37).

Allgemeine Elektrotechnik:

Setzt man bei einem RLC-Reihenschwingkreis die Kondensatorspannung u_C in Beziehung zur anregenden äußeren Spannung, ergibt sich für u_C PT₂-Verhalten (Bild 3.38).

Es gilt mit $\Sigma U = 0$ sowie $u_{C(0)} = i_{L(0)} = 0$

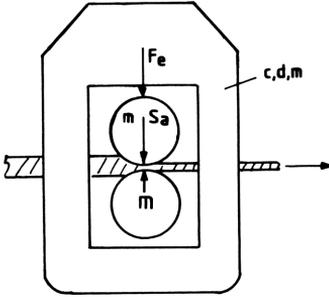
$$F(p) = \frac{\overset{0}{u_C}}{U_e} = \frac{1/pC}{R + pL + \frac{1}{pC}},$$

mit $\alpha = \frac{R}{2L}$ und $\omega_o^2 = \frac{1}{LC}$ folgt

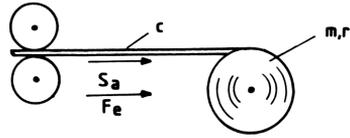
$$F(p) = \frac{\omega_o^2}{\omega_o^2 + 2\alpha p + p^2}.$$

Darin ist die Eigenkreisfrequenz

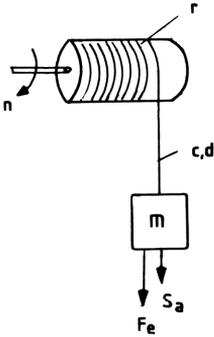
$$\omega_e = \sqrt{\omega_o^2 - \alpha^2}$$



Walzgerüst, vereinfacht
 m : Masse der Walzen und des Gerüsts
 c : Federkonstante des Walzgerüsts
 d : Dämpfung des Walzgerüsts



Aufhaspel
 m : Masse des Coils
 c : Federkonstante des Walzgutes
 r : Reibung der Windungen
 F_e : Bandzug zwischen Walzen und Haspel



Förderkorb
 m : Masse des Korbs
 c : Federkonstante des Förderseils
 d : Dämpfung des Förderseils
 r : Reibung der Seilwindungen

Bild 3.37 Schema eines Walzgerüsts, einer Aufhaspel und eines Förderantriebes mit näherungsweise PT₂-Verhalten

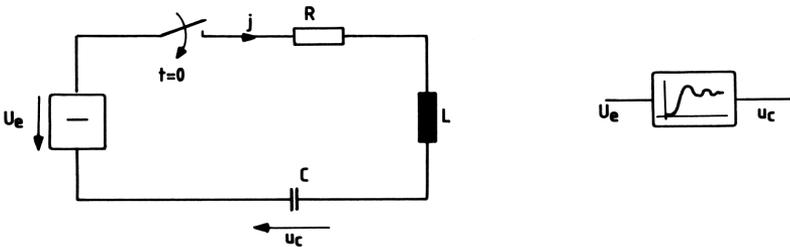


Bild 3.38 Elektrischer Reihenschwingkreis mit PT₂-Verhalten

Hydraulik:

In vielen Anlagen ist die elektrohydraulische Verstellung (Positionierung) eines Weges von großer Bedeutung. Soll beispielsweise ein Stahlband auf eine bestimmte Dicke gewalzt werden, kann die Verstellung der Banddicke über ein Servoventilpaar erreicht werden.

Diese Verstellung wird durch Verändern des Kolbenhubs eines Hydraulikzylinders erreicht, der an ein Servoventil angeschlossen ist. Je nach dem Stromfluß durch die Servoventilspulen ändert sich der Öldurchfluß durch den Hydraulikzylinder (Bild 3.39).

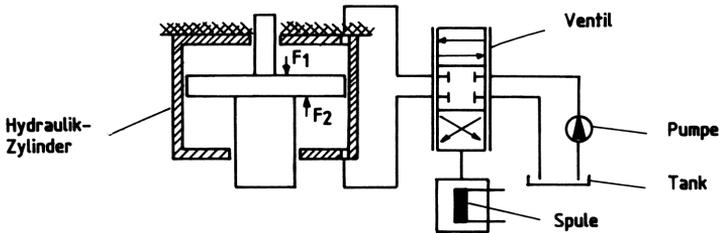


Bild 3.39 Servoventilsteuerung für einen Hydraulikzylinder

Der Durchfluß Q eines solchen Systems errechnet sich aus dem Kolbenhub s und der Differenz aus Pumpendruck p und Zylinderdruck p_z zu $/5/$.

$$Q = C \cdot s \cdot \sqrt{p - p_z} \quad \text{mit} \quad C = \text{Konstante.}$$

Für den Druckaufbau in einem Druckbehälter (hier Hydraulikzylinder) wurde bereits in Kapitel 2.2.2 gezeigt, daß es zu einem PT₁-Verhalten kommt. Dieses gilt dann auch für den Durchfluß, so daß

$$\frac{Q_a}{Q_e} \sim \frac{1}{1 + pT_1} \quad .$$

Da die Durchflußänderung durch eine Stromänderung in den Servoventilspulen hervorgerufen wird, ist das zeitliche Verhalten des Servoventilstroms zu berücksichtigen. Der Strom durch eine Spule hat ebenfalls PT₁-Verhalten und ist

$$\frac{i_a}{i_e} \sim \frac{1}{1 + pT_2} \quad .$$

Nimmt man beide Frequenzgänge zusammen (Reihenschaltung), ergibt sich PT₂-Verhalten.

$$F(p) = \frac{Q_a}{i_e} \sim \frac{1}{(1 + pT_1) \cdot (1 + pT_2)}$$

bzw.

$$F(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2d\omega_0 p + \omega_0^2} \quad .$$

Für ein Servoventil der Firma EMG /15/ erhält man eine Resonanzfrequenz von $\omega_0 = 65$ Hz bei einer Dämpfung von $d = 0,82$.

Analogtechnik:

Bringt man in den Eingang und die Gegenkopplung eines Operationsverstärkers einen Energiespeicher, erhält man das PT_2 -Verhalten. Von den zahlreichen Varianten seien hier zwei gezeigt (Bild 3.40).

Aus Bild 3.40a ergibt sich folgender Frequenzgang

$$F(p) = -V_p \cdot \frac{1 + pT_2}{(1 + pT_3) \cdot (1 + pT_1 + p^2T_1T_2)}$$

mit

$$T_1 = C_3 \cdot (R_3 + R_4), \quad T_2 = C_2 \cdot \frac{R_3R_4}{R_3 + R_4}, \quad T_3 = C_1 \cdot \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$$

und

$$V_p = \frac{R_3 + R_4}{R_1 + R_2}.$$

Der Frequenzgang geht für $T_2 = T_3$ in den eines PT_2 -Gliedes über.

Bei der Schaltung des Bildes 3.40b liegt eine doppelte Rückführung vor. Einmal über C_1 und zum anderen über R_2 . Der Frequenzgang lautet dann

$$F(p) = -V_p \cdot \frac{1}{1 + pT_1 + p^2T_2^2}$$

mit $T_1 = C_1 \cdot (R_2 + R_3 + \frac{R_2R_3}{R_1})$, $T_2 = \sqrt{R_2R_3C_1C_2}$

und $V_p = \frac{R_2}{R_1}$.

Der wesentliche Unterschied beider Schaltungen liegt in den Zeitkonstanten. Da das Nennerpolynom jedoch in beiden Fällen II. Grades ist (siehe Abschnitt 3.9), handelt es sich um PT_2 -Glieder.

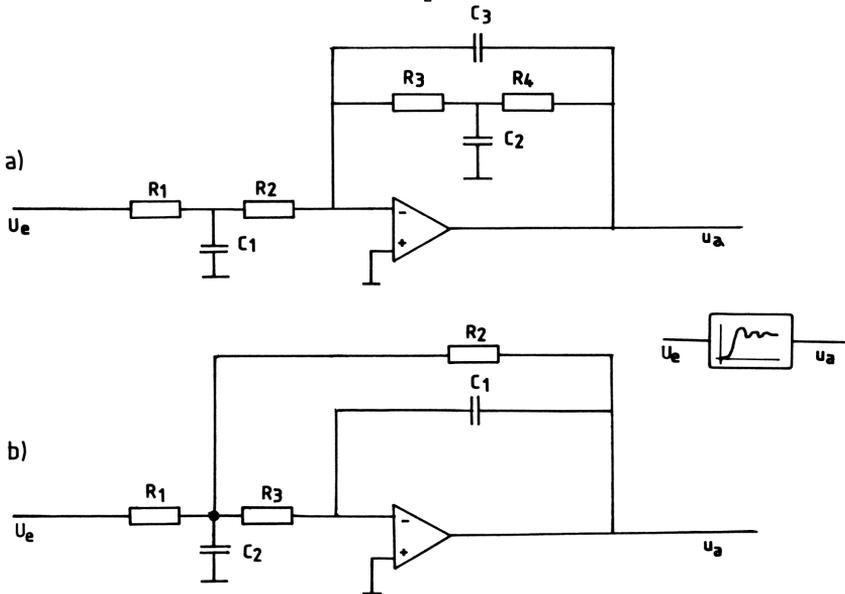


Bild 3.40 Zwei Operationsverstärker als Verzögerungsglieder II. Ordnung

3.9 PT_n -Glieder

Verzögerungsglieder höherer Ordnung lassen sich bekanntlich durch die Reihenschaltung von PT_1 -Gliedern realisieren. Dabei entspricht die Reihenschaltung der Multiplikation der einzelnen Frequenzgänge. Bild 3.41 zeigt beispielsweise ein so aufgebautes PT_3 -Glieder.

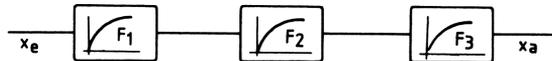


Bild 3.41 Blockschaltbild einer Reihenschaltung dreier PT_1 -Glieder

Die Differentialgleichung hat allgemein die Form

$$x_a + T_1 \frac{dx_a}{dt} + T_2^2 \frac{d^2x_a}{dt^2} + \dots + T_n^n \frac{d^nx_a}{dt^n} = v_p \cdot x_e \quad (3.39)$$

Entsprechend lautet der Gesamtfrequenzgang eines PT_n -Gliedes

$$F(p) = \prod_{i=1}^n \frac{v_{Pi}}{1 + pT_i} \quad (3.40)$$

oder

$$F(p) = \frac{x_a}{x_e} = \frac{v_p}{1 + pT_1 + p^2T_2^2 + \dots + p^nT_n^n} \quad (3.41)$$

Aus Gleichung (3.41) läßt sich erkennen, daß der Grad des Nennerpolynoms den Grad des Verzögerungsgliedes angibt bzw. die Zahl der unabhängigen Energiespeicher.

Das Verzögerungs-Verhalten tritt bei allen anderen Regelkreisgliedern als zusätzlicher Effekt auf, da es keine zeitlose Signalübertragung gibt. Sind die Zeitkonstanten der beteiligten Verzögerungs-Glieder eines Regelkreises sehr viel kleiner als alle anderen Zeitkonstanten, vernachlässigt man sie in der Regel.

Verzögerungsglieder höherer Ordnung bestehen in der Praxis meist aus hintereinandergeschalteten PT_1 -Gliedern. Für den Regelungs-techniker ist es daher wichtig, die einzelnen Zeitkonstanten zu kennen. Diese sind nämlich nicht identisch mit den Zeitkonstanten des allgemeinen Frequenzganges (3.41). Am Beispiel des PT_3 -Gliedes wird das deutlich.

Es ist dann

$$F(p) = \frac{v_{P_1} \cdot v_{P_2} \cdot v_{P_3}}{(1 + pT_1^*) \cdot (1 + pT_2^*) \cdot (1 + pT_3^*)} \quad (3.42)$$

mit $V_P^* = V_{P_1} \cdot V_{P_2} \cdot V_{P_3}$ wird

$$F(p) = \frac{V_P^*}{1 + p \cdot (T_1^* + T_2^* + T_3^*) + p^2 \cdot (T_1^* T_2^* + T_1^* T_3^* + T_2^* T_3^*) + p^3 T_1^* T_2^* T_3^*}$$

Zwischen den Zeitkonstanten $T_1^* \dots T_3^*$ der einzelnen PT_1 -Glieder und den allgemeinen Zeitkonstanten $T_1 \dots T_3$ der Gleichung (3.41) besteht damit der Zusammenhang:

$$\begin{aligned} T_1 &= T_1^* + T_2^* + T_3^* \\ T_2^2 &= T_1^* T_2^* + T_1^* T_3^* + T_2^* T_3^* \\ T_3^3 &= T_1^* T_2^* T_3^* \end{aligned}$$

Für den komplexen Frequenzgang einer Strecke n-ter Ordnung gilt allgemein

$$F(j\omega) = \frac{V_P}{1 + j\omega T_1 + (j\omega)^2 T_2^2 + \dots + (j\omega)^n T_n^n},$$

daraus für eine PT_3 -Strecke

$$F(j\omega) = V_P \frac{(1 - \omega^2 T_2^2) - j \cdot (\omega T_1 - \omega^3 T_3^3)}{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + (\omega T_1 - \omega^3 T_3^3)^2} \quad (3.43)$$

Der aus dieser Gleichung ermittelte Phasenwinkel

$$\varphi = \arctan \frac{\omega^3 T_3^3 - \omega T_1}{1 - \omega^2 T_2^2},$$

muß von $\varphi = 0^\circ$ bis $\varphi = -270^\circ$ verlaufen. Er läßt sich aber in dieser Form, wegen der beiden Grenzwerte $\varphi = 0^\circ$ und -90° der arctan-Funktion nicht darstellen. Es ist daher angebracht, auch den komplexen Frequenzgang und Phasenwinkel aus PT_1 -Gliedern zusammenzusetzen.

Also wird für eine PT_3 -Strecke

$$F(j\omega) = \frac{V_P^*}{(1 + j\omega T_1^*) \cdot (1 + j\omega T_2^*) \cdot (1 + j\omega T_3^*)}, \quad (3.44)$$

und

$$|F(j\omega)| = \frac{V_P^*}{\sqrt{(1 + \omega^2 T_1^{*2}) \cdot (1 + \omega^2 T_2^{*2}) \cdot (1 + \omega^2 T_3^{*2})}}, \quad (3.45)$$

sowie

$$\varphi = -\arctan \omega T_1^* - \arctan \omega T_2^* - \arctan \omega T_3^*. \quad (3.46)$$

Die asymptotische Darstellung des Betragsfrequenzganges eines PT_1 -Gliedes fällt von der Eckfrequenz um -20 dB/Dekade ab. Der eines PT_2 -Gliedes fällt um -40 dB/Dekade, da er in logarithmischer Form der Addition aus zwei PT_1 -Gliedern entspricht. D.h. mit jeder weiteren Verzögerung fällt der Betragsfrequenzgang um -20 dB/Dekade mehr ab. Bild 3.42 zeigt diesen Zusammenhang an einem PT_3 -Glied.

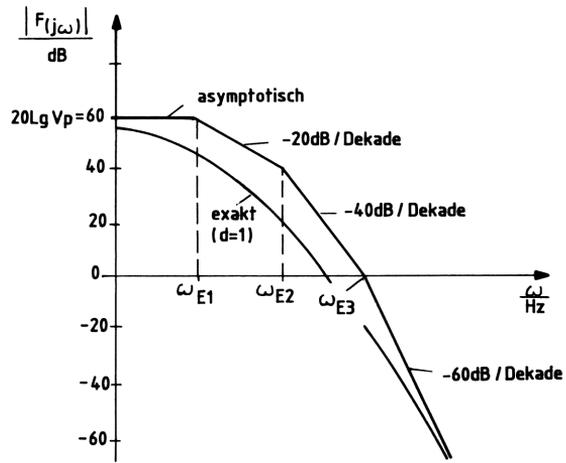


Bild 3.42 Frequenzgangbetrag eines PT_3 -Gliedes als Summe aus drei PT_1 -Gliedern

3.10 PT_t -Glied

Das Totzeitverhalten ist ein besonderes Verzögerungsverhalten. Es entsteht unabhängig von der Form des Eingangssignals eine konstante Verzögerungszeit T_t . Für Zeiten $t < T_t$ ist die Ausgangsgröße Null (Bild 3.43). Für $t \geq T_t$ erhält man eine Ausgangsgröße, deren Form gleich der der Eingangsgröße ist. D.h., beim Totzeitglied entspricht die Ausgangsgröße der um die Zeit T_t verzögerten (verschobenen) Eingangsgröße.

Damit heißt die Übertragungsfunktion

$$\begin{aligned} x_a &= V_P \cdot x_e(t - T_t) & \text{für } t \geq T_t \\ x_a &= 0 & \text{für } t < T_t \end{aligned} \quad (3.47)$$

Eine Verschiebung auf der Zeitachse entspricht beim Verschiebungssatz der Laplace-Transformation einer e -Funktion (Korrespondenz Nr. 4, Tabelle 2.2).

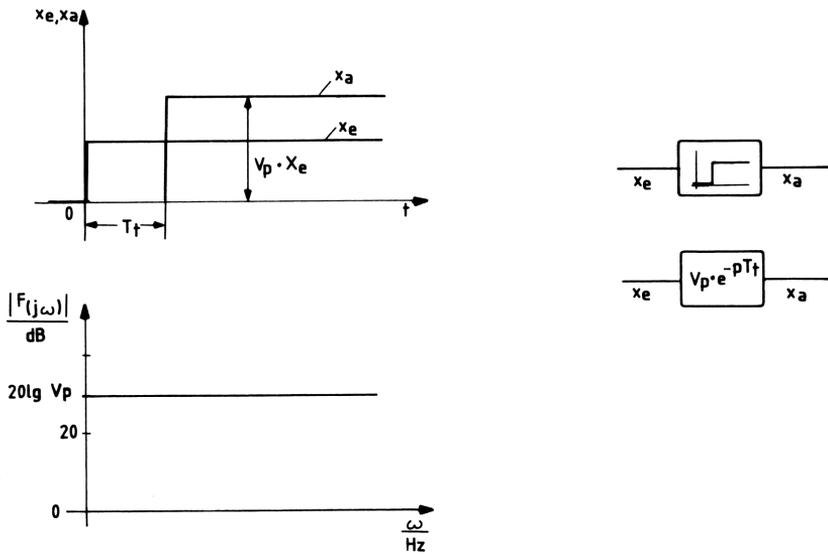


Bild 3.43 Sprungantwort und Frequenzgangbetrag eines PT_t -Gliedes

Man erhält den Frequenzgang

$$F(p) = \frac{x_a}{x_e} = V_p \cdot e^{-pT_t}, \quad (3.48)$$

damit wird

$$F(j\omega) = V_p \cdot e^{-j\omega T_t},$$

bzw. mit der Eulerschen Gleichung

$$F(j\omega) = V_p (\cos \omega T_t - j \sin \omega T_t).$$

Da $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$, lautet der Frequenzgangbetrag

$$|F(j\omega)| = V_p. \quad (3.49)$$

Damit ist der Frequenzgangbetrag eines Totzeitgliedes konstant und unabhängig von der Frequenz.

Der Phasenwinkel ergibt sich zu

$$\hat{\varphi} = \arctan - \frac{\sin \omega T_t}{\cos \omega T_t} = -\omega T_t. \quad (3.50)$$

Wegen der üblicherweise logarithmischen Darstellung von $\varphi = \hat{f}(\omega)$ wird aus dem linearen Zusammenhang ein parabelförmiger.

Beispiele für PT_t -Glieder

Mechanik:

Jeder Materialtransport, der in eine Regelung einbezogen ist, enthält das Totzeitverhalten. Dazu zwei typische Beispiele. Bild 3.44 zeigt ein Förderband, bei dem der Materialfluß beeinflusst werden soll. Die Menge x_e landet erst nach der Totzeit

$$T_t = \frac{l}{v}$$

am Bestimmungsort.

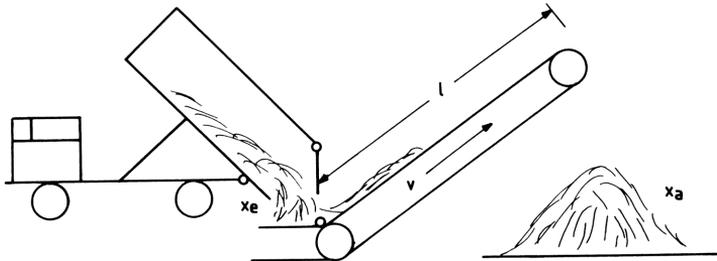


Bild 3.44 Transportband als Totzeitglied

Daraus läßt sich schließen, das überall dort Totzeiten auftreten, wo die Erfassung der Eingangsgröße örtlich getrennt ist von der Ausgangsgröße. Dies wird besonders deutlich bei der Regelung des Walzprozesses (Bild 3.45). Es ist nämlich bis heute nicht möglich, die Materialdicke im Walzspalt direkt zu messen. Dies wäre aber wünschenswert, wenn man Dickenabweichungen mit Hilfe der Walzkraft F_w direkt kompensieren möchte. Ersatzweise wird die Walzkraft über die Messung der Dickenabweichung

$$\Delta h = h_e - h_a$$

indirekt beeinflußt (siehe Abschnitt 6.1.7). Diese Δh -Erfassung ist aber Totzeit-behaftet. Es gilt

$$T_t = \frac{l_1 + l_2}{v_2}$$

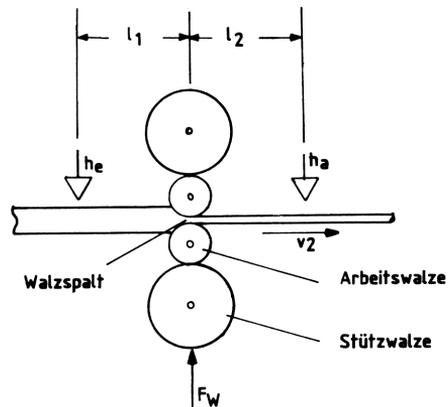


Bild 3.45 Banddickenmessung an einem Walzgerüst als Totzeitglied

Elektrische Antriebe:

Der Stromrichter wird vom Hauptenergiefluß durchsetzt und stellt einen Stromverstärker dar. Er ist das Bindeglied zwischen der analogen Regelung und dem Motor.

Wenn der Antrieb für zwei Dreh- und Momentrichtungen vorgesehen ist, muß die Ankerspannung des Motors zwei Polaritäten annehmen können. Dies ist beispielsweise mit zwei vollgesteuerten Drehstrombrückenschaltungen möglich. Bild 3.46 zeigt eine dieser Drehstrombrückenschaltungen zusammen mit der zugehörigen Ansteuerung /2/, /4/.

Der Zündzeitpunkt eines Thyristors wird nun durch Vergleich der Steuergleichspannung $\pm U_{st}$ (vom Stromregler) mit der jeweiligen verketteten Netzspannung der Drehstromseite ermittelt.

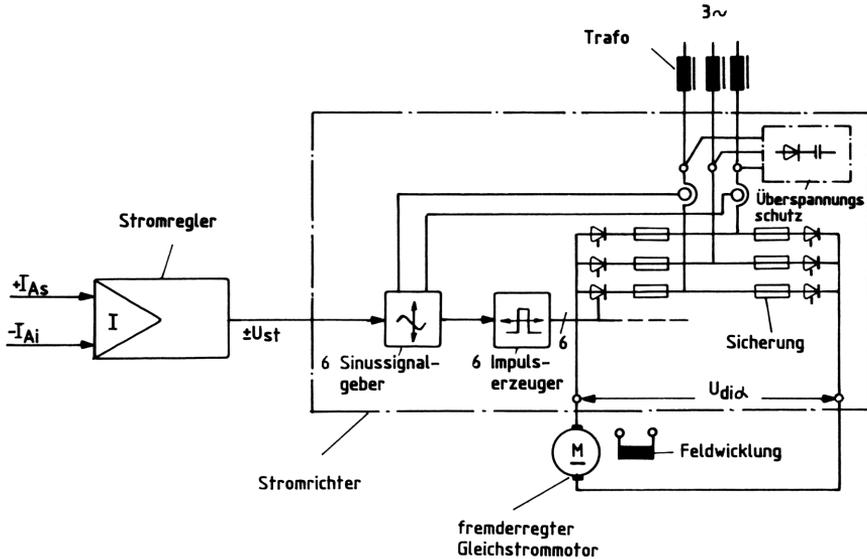


Bild 3.46 Stromrichter-Antrieb mit sechspulsiger vollgesteuerter Drehstrombrückenschaltung als Totzeitglied

Je nach der Größe der Steuergleichspannung U_{st} ergibt sich ein anderer Zündzeitpunkt. Dieser ist durch den sog. Steuerwinkel α festgelegt. Bei einer vollgesteuerten Drehstrombrückenschaltung ergibt sich dann die Ankerspannung des Motors in Abhängigkeit von der Drehstromleiterspannung U_L und dem Steuerwinkel α zu /4/.

$$U_{di_\alpha} = 1,35 \cdot U_L \cdot \cos \alpha .$$

Da die Netzspannung der Drehstromseite nur einmal pro Periode für den Vergleich mit der Steuergleichspannung zur Bildung der Zündimpulszeitpunkte zur Verfügung steht, stellt der Stromrichter ein Totzeitglied dar. Denn er "bemerkt" eine Sollwert- bzw. Störgrößenänderung erst mit Beginn der nächsten Periode. Die Totzeit ergibt sich daher aus der Periodendauer T und der Anzahl der Thyristorumschaltungen (Kommutierungen) pro Periode.

Diese Kommutierungs- oder Pluszahl ist in diesem Beispiel $p = 6$. Es gilt allgemein

$$T_t = \frac{T}{2 \cdot p}.$$

Diese Totzeit ist in der Regelung zu berücksichtigen.

Meßtechnik:

Jede Signal-Wandlung und -übertragung, sei es D/A-, A/D-, U/f- oder f/U-Wandlung, bringt eine Totzeit mit sich. Es vergeht also vom Auftreten des Signals am Wandlereingang bis zur Übertragung an den Ausgang eine feste, nicht zu umgehende Zeit.

Bei guten Wandlern, zu denen auch die Operationsverstärker zählen, liegt die Totzeit im μs -Bereich. Sie kann aber auch einige zehn ms betragen und ist dann in der Regelung zu berücksichtigen.

3.11 Nichtlineare Regelkreisglieder

Die bisher behandelten Regelkreisglieder zeigten ein lineares Verhalten zwischen Ausgangs- und Eingangsgröße. Lineare Regelkreisglieder müssen das Überlagerungs- oder Superpositionsprinzip erfüllen /26/. Im stationären Zustand ist nämlich (Bild 3.47)

$$\frac{\Delta x_a}{\Delta x_e} = V_p = \text{konstant},$$

d.h., die Steigung der Kennlinie ist für alle Werte von x_e gleich groß.

Bei den nichtlinearen Regelkreisgliedern ist die Steigung der Kennlinie von der Amplitude des Eingangssignals x_e anhängig; das

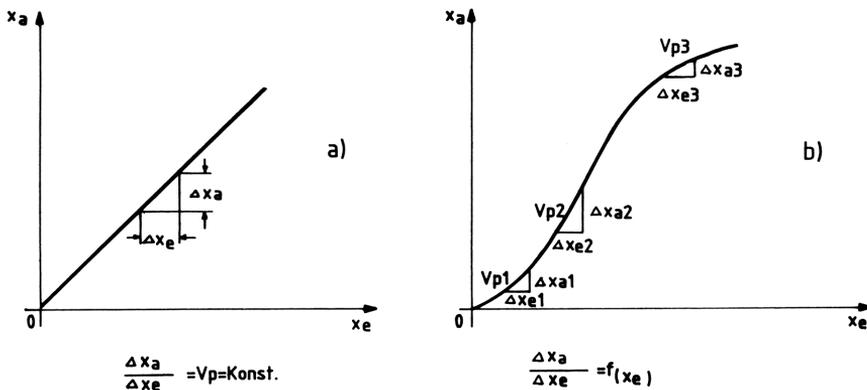


Bild 3.47 Beispiel einer linearen und nichtlinearen Kennlinie

Superpositionsprinzip ist nicht erfüllt. Für eine Regelung erhält man dann, je nach der Größe des Sollwertes, unterschiedliche Werte der Stellgröße y .

$$\frac{\Delta x_a}{\Delta x_e} = V_P(x_{e0}) \neq \text{konstant} . \quad (3.51)$$

Damit sind auch die sonst unveränderlichen Kennwerte einer Regelung, wie Eckfrequenz, Dämpfung, Phasenreserve und Stabilitätsgrenze, von der Amplitude des Sollwertes abhängig. Gewollte oder ungewollte Nichtlinearitäten innerhalb eines Regelkreises können entstehen durch:

- Reibung
- Momentenlose
- Schaltverhalten von Verstärkern
- Stellgrenze von Verstärkern
- Begrenzung von Reglern
- Sättigungserscheinungen (Magnetisierung)
- Nichtlineare Schaltelemente (Dioden, Thyristoren).

In Abschnitt 2.14 wurden bereits einige Kennlinien mit nichtlinearem Verhalten vorgestellt. So z.B. die Leerlaufkennlinie einer Gleichstrom-Maschine, bei der der magnetische Fluß Φ eine Funktion des Erregerstromes I_e ist. Oder die Begrenzung des Stellbereiches eines Verstärkers durch Zenerdioden bzw. das Herabsetzen der Ansprechempfindlichkeit um Null herum (tote Zone) mit Dioden.

Nichtlineare Regelkreisglieder werden durch den Buchstaben "N" innerhalb des Blockschalbildes gekennzeichnet.

Für die rechnerische Betrachtung von Nichtlinearitäten ist es sinnvoll, diese in Kennlinientypen einzuteilen. Grundsätzlich lassen sich sechs verschiedene Nichtlinearitäten unterscheiden. Die Signalbegrenzung, Ansprechschwelle, Vorlast, Hysterese, Zweipunkt- und Dreipunktverhalten /17/.

In Tabelle 3.2 sind diese Kennlinientypen jeweils in Abhängigkeit von x_e , und t mit einem Anwendungsbeispiel dargestellt.

3.11.1 Linearisierung

Die Linearisierung einer nichtlinearen Kennlinie ist möglich, wenn das Eingangssignal (der Sollwert) nur kleine Abweichungen aufweist. Dann genügt es, wie bereits in Abschnitt 2.14 beschrieben, die gekrümmte Kennlinie durch die Tangente im jeweiligen Arbeitspunkt zu ersetzen. Bei großen Änderungen der Eingangsamplitude ist eine Linearisierung nicht möglich.

Kennlinien, die Sprungstellen oder Knickpunkte enthalten, sich also nicht differenzieren lassen, sind ebenfalls nicht zu linearisieren. Dies trifft auf die Kennlinien mit Vorlast, Zweipunkt- und Dreipunktverhalten zu.

Eine andere Art bezüglich der Frequenz ω zu linearisieren, die sog. Harmonische Linearisierung, beruht auf der Fourier-Analyse. Allerdings darf sich nur ein nichtlineares Glied in der Regelung befinden und die Regelung muß sich im eingeschwungenen Zustand befinden (Bild 3.48).

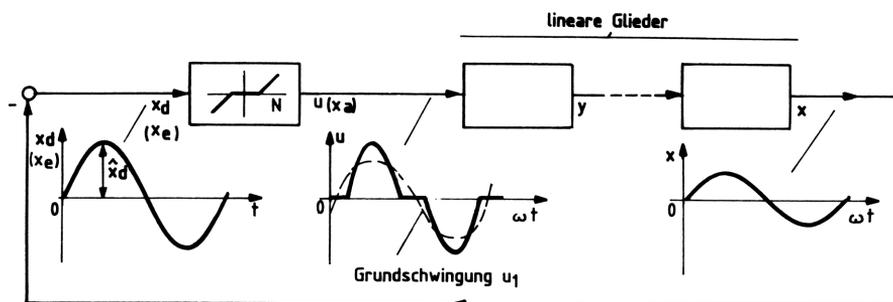


Bild 3.48 Harmonische Linearisierung eines nichtlinearen Regelkreisgliedes innerhalb einer Regelung mit Hilfe der Fourier-Analyse

Bei sinusförmiger Anregung werden dann alle Regelkreisglieder Dauerschwingungen ausführen. Die Schwingungen am Ausgang des nichtlinearen Gliedes sind jedoch verzerrt. Sie enthalten harmonische Oberschwingungen mit 2ω , 3ω ... $n\omega$, die sich aus der Fourier-Analyse der Kennlinie ergeben. Werden die Oberschwingungen durch die nachgeschalteten Regelkreisglieder gedämpft, dürfen sie vernachlässigt werden. Es ist nun lediglich die Grundschwingung zu betrachten, so daß das nichtlineare Glied zu einem quasi-linearen Regelkreisglied wird.

Tabelle 3.2 Beschreibungsfunktion und Ortskurve nichtlinearer Regelkreisglieder

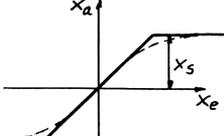
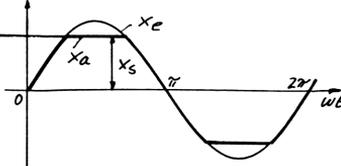
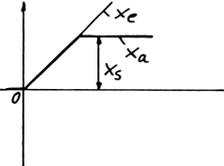
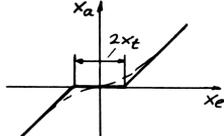
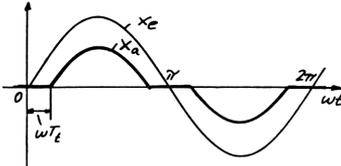
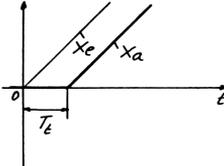
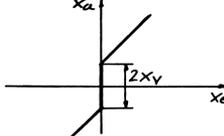
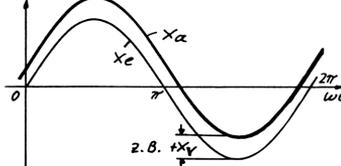
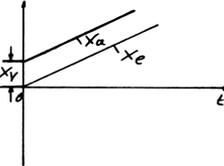
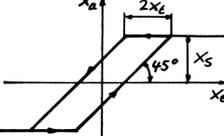
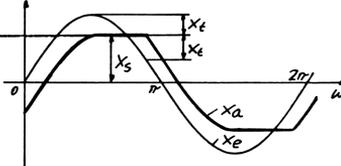
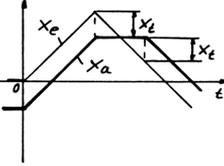
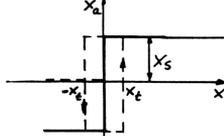
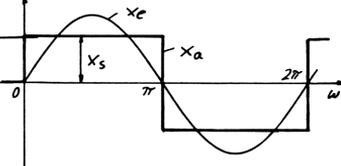
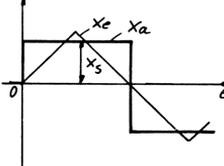
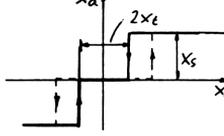
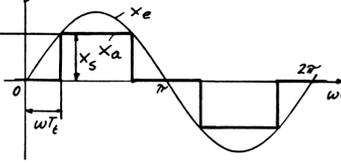
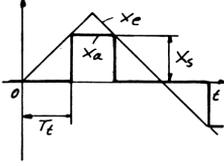
Nichtlineare Kennlinien	x_a bei sinusförmigem Eingangssignal	x_a bei linearem Eingangssignal
 <p>Signalbegrenzung/ Sättigung</p>		
 <p>Ansprechschwelle (tote Zone)</p>		
 <p>Vorlast/Vorspannung</p>	 <p>z.B. $+x_v$</p>	
 <p>Hysterese</p>		
 <p>Zweipunktverhalten</p>		
 <p>Dreipunktverhalten a) ohne / b) mit Hysterese</p>		

Tabelle 3.2 (Forts.)

Realisierungen	Beschreibungsfunktion	Ortskurve von $N(\hat{x}_e)$
<p>$U_Z \hat{=} x_s$ $u_a \leq U_Z$</p>	$N(\hat{x}_e) = \frac{2}{\pi} \left(\overset{\hat{\varphi} = \frac{\pi}{2}}{\arcsin \frac{x_s}{\hat{x}_e}} + \frac{x_s}{\hat{x}_e} \sqrt{1 - \left(\frac{x_s}{\hat{x}_e}\right)^2} \right)$	
<p>$u_a = U_e - U_D$ $U_D \hat{=} x_t$</p>	$N(\hat{x}_e) = 1 - \frac{2}{\pi} \left(\overset{\hat{\varphi} = \frac{\pi}{2}}{\arcsin \frac{x_t}{\hat{x}_e}} + \frac{x_t}{\hat{x}_e} \sqrt{1 - \left(\frac{x_t}{\hat{x}_e}\right)^2} \right)$	
<p>$u_a = -U_3 + U_{\text{off}}$ U_{off}: Ausgangsfehls. (Offsetspannung)</p>	$N(\hat{x}_e) = 1 + \frac{4 \cdot x_y}{\pi \cdot \hat{x}_e}$	
<p>Verzögerer-Verlängerer für digitale Signale</p>	$\alpha = 1 - 2x_t/\hat{x}_e$ $N(\hat{x}_e) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \left(\overset{\hat{\varphi} = \frac{\pi}{2}}{\arcsin \alpha} + \alpha \sqrt{1 - \alpha^2} - j \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\alpha^2}{\pi} \right) \right)$	
<p>Verstärker ohne Gegenkopplung $u_a = \pm U_{\text{max}}$</p>	<p>ohne Hysterese</p> $N(\hat{x}_e) = \frac{4 \cdot x_s}{\pi \cdot \hat{x}_e}$ <p>mit Hysterese</p> $N(\hat{x}_e) = \frac{4 \cdot x_s}{\pi \cdot \hat{x}_e} \sqrt{1 - \frac{x_t^2}{\hat{x}_e^2}} - j \frac{4 \cdot x_s \cdot x_t}{\pi \hat{x}_e^2}$	
<p>Verstärker mit Ansprechschwelle ohne Gegenkopplung</p>	<p>a)</p> $N(\hat{x}_e) = \frac{4 \cdot x_s}{\pi \hat{x}_e} \sqrt{1 - \left(\frac{x_t}{\hat{x}_e}\right)^2}$ <p>b)</p> $N(\hat{x}_e) = \frac{2 \cdot k x_t}{\pi \hat{x}_e} \left[\sqrt{1 - \left(\frac{x_t}{\hat{x}_e}\right)^2} + \sqrt{1 - \frac{x_t^*}{\hat{x}_e^2}} - j \frac{x_t}{\hat{x}_e} (1 - m) \right]$	

3.11.2 Beschreibungsfunktion

Die gleiche Rolle wie der Frequenzgang linearer Regelkreisglieder spielt die Beschreibungsfunktion bei nichtlinearen Regelkreisgliedern. Während der Frequenzgang unabhängig ist von der Amplitude der Eingangsgröße, ist dies bei der Beschreibungsfunktion gerade umgekehrt. Aber nur so lassen sich die Charakteristika der Nichtlinearität erfassen. Allerdings wird durch die Beschreibungsfunktion nur der Zustand des Schwingungsgleichgewichts (Harmonische Balance) erfaßt. Die Beschränkung auf die Grundschiwingung der Ausgangsgröße eines nichtlinearen Regelkreisgliedes ist in den meisten Fällen zulässig. Denn die Dämpfung der Oberschwingungen geschieht durch die meist beteiligten Verzögerungsglieder (Tiefpässe).

Für die Beschreibungsfunktion $N(\hat{x}_e)$ definiert man dann

$$N(\hat{x}_e) = \frac{x_{a1}(\omega t)}{x_e(\omega t)} . \quad (3.52)$$

In komplexer Schreibweise erhält man mit Gleichung (2.24) sowie Korrespondenz Nr. 6 und 7 aus Tabelle 2.1

$$x_{a1}(\omega t) = a_1 \cdot e^{j(\omega t + \pi/2)} + b_1 \cdot e^{j\omega t} ,$$

mit

$$x_e(\omega t) = \hat{x}_e \cdot e^{j\omega t} ,$$

folgt dann für die Beschreibungsfunktion

$$N(\hat{x}_e) = \frac{b_1 + ja_1}{\hat{x}_e} . \quad (3.53)$$

Signalbegrenzung (Sättigungsglied)

Die statische Kennlinie eines Regelkreisgliedes mit Signalbegrenzung ist in Bild 3.49 dargestellt. Praktisch besitzt jedes technische Regelkreisglied einen Maximalwert der Ausgangsgröße, der nicht überschritten werden kann. So z.B. die Stellgrenze eines Operationsverstärkers.

Die Signalbegrenzung ist eine ungerade Funktion $x_a(\varphi) = -x_a(-\varphi)$, so daß für die Fourier-Koeffizienten gilt:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 0 \\
 b_1 &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x_a(\varphi) \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi
 \end{aligned}
 \quad (3.54)$$

Aus Bild 3.49 läßt sich ablesen, daß

$$x_a = \begin{cases} \hat{x}_e \cdot \sin \varphi & \text{für } \varphi = [0, \varphi_1] \\ x_s = \hat{x}_e \cdot \sin \varphi_1 & \text{für } \varphi = [\varphi_1, \varphi_2] \\ \hat{x}_e \cdot \sin \varphi & \text{für } \varphi = [\varphi_2, \pi] \end{cases} .$$

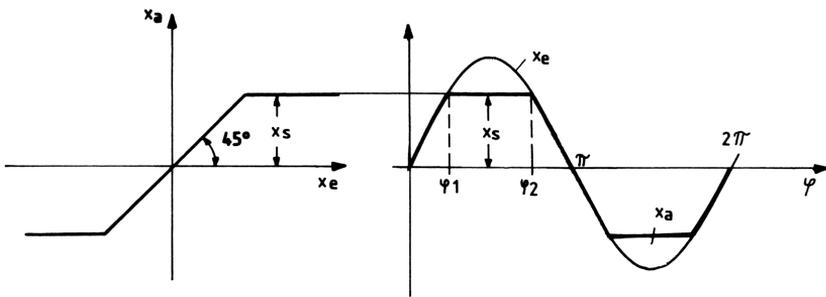


Bild 3.49 Kennlinien der Signalbegrenzung

Setzt man diesen Zusammenhang in Gleichung (3.54) ein, ergibt sich für

$$b_1 = \frac{2}{\pi} \cdot \left(2 \cdot \hat{x}_e \cdot \int_0^{\varphi_1} \sin^2 \varphi \cdot d\varphi + x_s \cdot \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin \varphi \cdot d\varphi \right)$$

Daraus folgt

$$b_1 = \hat{x}_e \cdot \frac{2}{\pi} \cdot (\hat{\varphi}_1 + \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1)
 \quad (3.55)$$

und mit Gleichung (2.24) für die Beschreibungsfunktion

$$N(\hat{x}_e) = \frac{x_{a1}(\varphi)}{x_e(\varphi)} = \frac{b_1 \cdot \sin \varphi}{\hat{x}_e \cdot \sin \varphi} ,$$

also

$$N(\hat{x}_e) = \frac{2}{\pi} \cdot (\hat{\varphi}_1 + \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1) ,
 \quad (3.56)$$

mit

$$\varphi_1 = \arcsin \frac{x_s}{\hat{x}_e} \text{ bzw. } \hat{\varphi}_1 = \frac{\pi}{180} \cdot \arcsin \frac{x_s}{\hat{x}_e} ,$$

folgt

$$N(\hat{x}_e) = \frac{2}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{180} \cdot \arcsin \frac{x_s}{\hat{x}_e} + \frac{x_s}{\hat{x}_e} \sqrt{1 - \left(\frac{x_s}{\hat{x}_e} \right)^2} \right). \quad (3.57)$$

Die Ortskurve der Beschreibungsfunktion, wie sie in Bild 3.50 dargestellt ist, stellt die Abhängigkeit vom Quotienten x_s/\hat{x}_e dar und ist eine rein reelle Funktion.

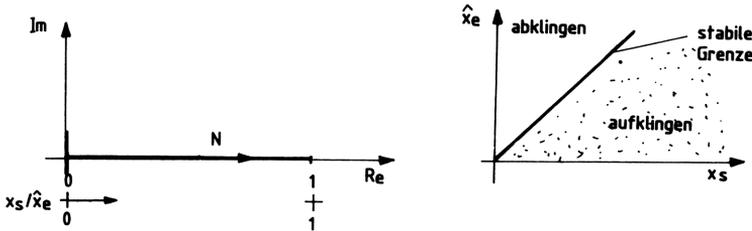


Bild 3.50 Ortskurve der Beschreibungsfunktion und Stabilitätsgebiet der Ansprechschwelle

Da

$$x_s \leq \hat{x}_e,$$

verläuft die Beschreibungsfunktion auf der reellen Achse von 0 ... 1. Für die Stabilitätsbetrachtung von Regelkreisen mit Nichtlinearitäten ist die Angabe des Stabilitätsgebietes wichtig, wonach der Zeiger der Ortskurve $N(\hat{x}_e)$ zu- oder abnimmt.

Dies bedeutet bei der Signalbegrenzung, daß mit wachsendem Wert x_s der Zeiger $N(\hat{x}_e)$ zunimmt, also eine aufklingende Schwingung entsteht. Zwischen auf- und abklingender Schwingung gibt es eine stabile Grenze. Das Stabilitätsgebiet ist in Bild 3.50 dargestellt.

Ansprechschwelle (Tote Zone)

Regelkreisglieder mit Ansprechschwelle (Bild 3.51) treten meist als Totzeitglieder auf. Es entsteht eine Signalpause zwischen Ein- und Ausgangsgröße, wie z.B. bei der U-I-Kennlinie einer Diode infolge der Durchlaßspannung U_D .

Die statische Kennlinie der Ansprechschwelle ist eine ungerade Funktion $x_{a(\varphi)} = -x_{a(-\varphi)}$ für die Gleichung (3.54) gilt.

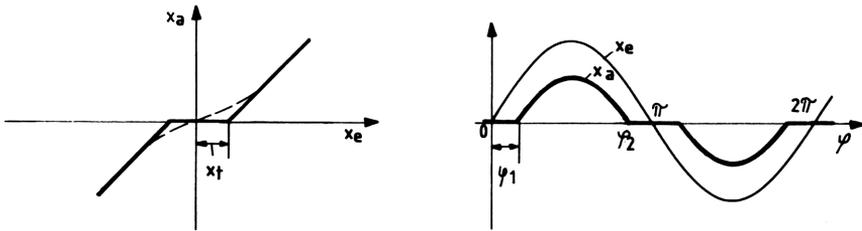


Bild 3.51 Kennlinien der Ansprechschwelle (Tote Zone)

Aus Bild 3.50 kann man ablesen, daß

$$x_a = \begin{cases} 0 & \text{für } \varphi = [0, \varphi_1] \\ \hat{x}_e \cdot \sin \varphi - x_t & \text{für } \varphi = [\varphi_1, \varphi_2] \\ 0 & \text{für } \varphi = [\varphi_2, \pi] . \end{cases}$$

Damit ergibt sich für den Fourier-Koeffizienten

$$b_1 = \frac{2}{\pi} \cdot \hat{x}_e \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} (\sin \varphi - x_t) \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi .$$

Daraus folgt mit $x_t = \hat{x}_e \cdot \sin \varphi_1$

$$b_1 = \hat{x}_e \cdot \left(1 - \frac{2\varphi_1}{\pi} - \frac{2}{\pi} \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \right) \quad (3.58)$$

und für die Beschreibungsfunktion erhält man mit Gleichung (2.24) und (3.58)

$$N(\hat{x}_e) = 1 - \frac{2}{\pi} \cdot (\varphi_1 + \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1) , \quad (3.59)$$

mit $\varphi_1 = \frac{\pi}{180} \cdot \arcsin \frac{x_t}{\hat{x}_e}$

$$N(\hat{x}_e) = 1 - \frac{2}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{180} \cdot \arcsin \frac{x_t}{\hat{x}_e} + \frac{x_t}{\hat{x}_e} \sqrt{1 - \left(\frac{x_t}{\hat{x}_e} \right)^2} \right) \quad (3.60)$$

Die in Bild 3.52 dargestellte Ortskurve der Beschreibungsfunktion verläuft auf der reellen Achse von 0 ... 1 für $x_t/\hat{x}_e = 1 \dots 0$. Das Stabilitätsgebiet zeigt, daß sich für steigende Werte von x_t eine abklingende Schwingung ergibt.

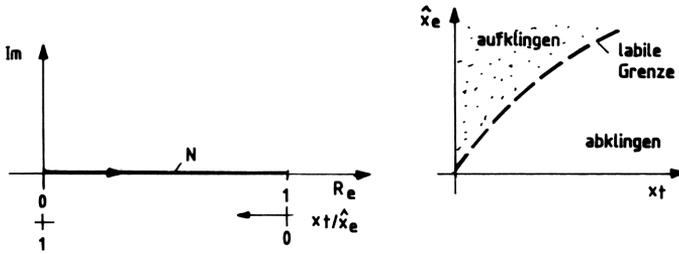


Bild 3.52 Ortskurve der Beschreibungsfunktion und Stabilitätsgebiet der Ansprechschwelle

Vorlast (Vorspannung)

Die statische Kennlinie der Vorlast ist in Bild 3.53 dargestellt. Die Ausgangsgröße x_a unterscheidet sich nur durch die additive Konstante x_y von der Eingangsgröße x_e . Solche Effekte treten z.B. als sog. Offsetspannung bei Operationsverstärkern auf.

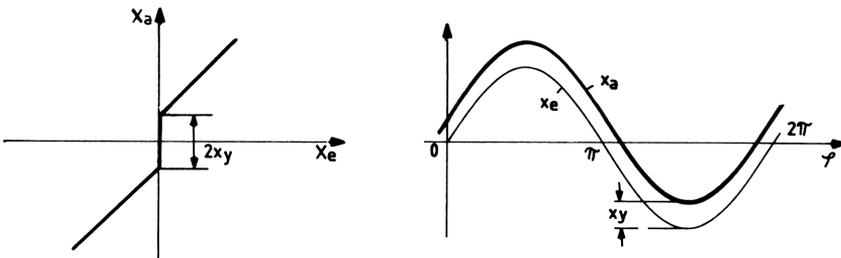


Bild 3.53 Kennlinien der Vorlast

Die Kennlinie enthält nur einen Realteil und es ergibt sich für die Fourier-Koeffizienten

$$a_1 = 0 \quad (3.61)$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} x_a(\varphi) \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi + \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} x_a(\varphi) \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi .$$

Aus Bild 3.53 läßt sich ersehen, daß

$$x_a = \begin{cases} x_y + \hat{x}_e \cdot \sin \varphi & \text{für } x_e > 0 \\ -x_y + \hat{x}_e \cdot \sin \varphi & \text{für } x_e < 0 . \end{cases}$$

Damit lautet entsprechend Gleichung (3.61)

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (x_y + \hat{x}_e \cdot \sin\varphi) \cdot \sin\varphi \cdot d\varphi + \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} (-x_y + \hat{x}_e \cdot \sin\varphi) \cdot \sin\varphi \cdot d\varphi .$$

Durch Substitution der Variablen des zweiten Integrals $\varphi = \pi + z$ folgt

$$b_1 = \frac{2 \cdot x_y}{\pi} \int_0^{\pi} \sin\varphi \cdot d\varphi + \frac{2 \cdot \hat{x}_e}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^2\varphi \cdot d\varphi .$$

Daraus folgt

$$b_1 = \frac{4 \cdot x_y}{\pi} + \hat{x}_e \quad (3.62)$$

und für die Beschreibungsfunktion mit Gleichung (2.24) und (3.61)

$$N(\hat{x}_e) = \frac{x_{a1}(\varphi)}{x_e(\varphi)} = \frac{4 \cdot x_y}{\pi \cdot \hat{x}_e} + 1 . \quad (3.63)$$

Die zugehörige Ortskurve der Beschreibungsfunktion verläuft auf der reellen Achse von $1 \dots \infty$ für $x_y/\hat{x}_e = 0 \dots \infty$. Das Stabilitätsgebiet zeigt, daß für steigende Vorlast x_y $N(\hat{x}_e)$ zunimmt (Bild 3.54).

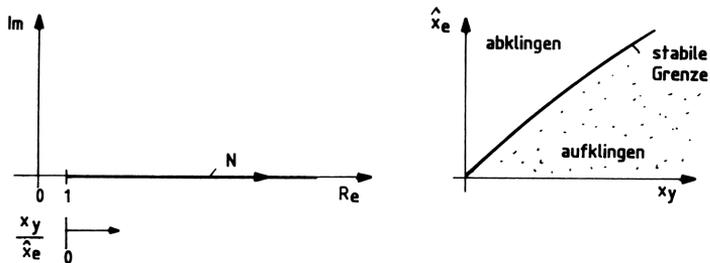


Bild 3.54 Ortskurve der Beschreibungsfunktion und Stabilitätsgebiet der Vorlast

Hysterese

Mehrdeutige Kennlinien werden als Hysterese kennlinien bezeichnet. Die hier besprochene Hysterese ist daher auch eine idealisierte Hysterese schleife der Magnetisierung von Eisen. In der Antriebstechnik findet man sie wieder bei der Nachbildung des magnetischen Flusses aus dem Erregerstrom.

Wegen der Mehrdeutigkeit der Hysterese sind entsprechend den Gleichungen (2.25) und (2.26) beide Fourier-Koeffizienten zu berechnen.

Aus Bild 3.55 läßt sich entnehmen, daß

$$x_a = \begin{cases} \hat{x}_e \cdot \sin\varphi - x_t & \text{für } \varphi = [-\varphi_1, \pi/2] \\ \hat{x}_e - x_t & \text{für } \varphi = [\pi/2, \pi - \varphi_1] \\ \hat{x}_e \cdot \sin\varphi + x_t & \text{für } \varphi = [\pi - \varphi_1, 3\pi/2] \\ -\hat{x}_e + x_t & \text{für } \varphi = [3\pi/2, 2\pi - \varphi_1] \end{cases} .$$

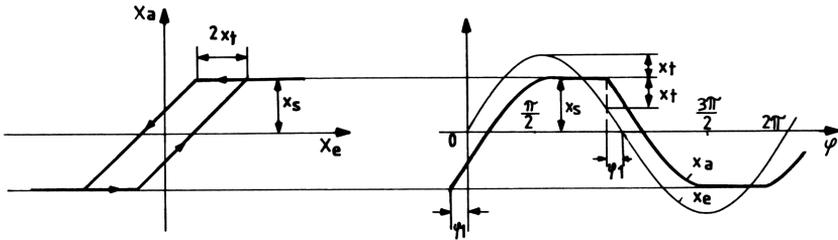


Bild 3.55 Kennlinien der Hysterese

Da die Hysterese in den Bereichen $\varphi = [-\varphi_1, \pi - \varphi_1]$ und $\varphi = [\pi - \varphi_1, 2\pi - \varphi_1]$ gleich ist, ändern sich die Fourier-Koeffizienten, so daß gilt:

$$a_1 = \frac{2}{\pi} \int_{-\varphi_1}^{\pi - \varphi_1} x_a(\varphi) \cdot \cos\varphi \cdot d\varphi \quad , \quad (3.64)$$

$$b_1 = \frac{2}{\pi} \int_{-\varphi_1}^{\pi - \varphi_1} x_a(\varphi) \cdot \sin\varphi \cdot d\varphi \quad .$$

Daraus errechnen sich

$$a_1 = -\frac{\hat{x}_e}{\pi} \cdot \cos^2\varphi_1 \quad (3.65)$$

und

$$b_1 = \frac{\hat{x}_e}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \hat{\varphi}_1 + \sin\varphi_1 \cdot \cos\varphi_1 \right) \quad . \quad (3.66)$$

Damit lautet die Beschreibungsfunktion entsprechend Gleichung (3.53)

$$N(\hat{x}_e) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} + \hat{\varphi}_1 + \sin\varphi_1 \cdot \cos\varphi_1 \right) - j \cdot \frac{\cos^2\varphi_1}{\pi} \quad , \quad (3.67)$$

mit

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{180} \cdot \arcsin \left(1 - \frac{2 \cdot x_t}{\hat{x}_e} \right) = \frac{\pi}{180} \cdot \arcsin \alpha \quad ,$$

$$N(\hat{x}_e) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{180} \arcsin \alpha + \alpha \sqrt{1 - \alpha^2} \right) - j \cdot \frac{1}{\pi} (1 - \alpha^2) \quad . \quad (3.68)$$

Die Ortskurve der Beschreibungsfunktion ist komplex und verläuft für $\text{Re}N$ von $0 \dots 1$ bei $x_t/x_e = 1 \dots 0$, wie aus Bild 3.56 zu ersehen. Da mit wachsendem Wert von x_t $N(\hat{x}_e)$ zunächst steigt und dann gegen Null läuft, ergibt sich sozusagen ein "Fenster" im Stabilitätsgebiet, für das sich eine aufklingende Schwingung einstellt.

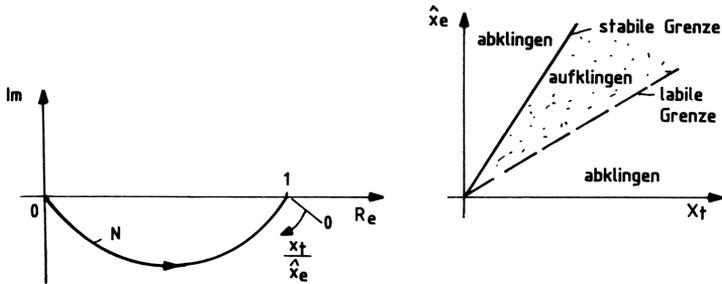


Bild 3.56 Ortskurve der Beschreibungsfunktion und Stabilitätsgebiet der Hysterese

Zweipunktverhalten

Das Zweipunktverhalten ist von Relaisschaltungen her bekannt. (Bild 3.57). Aber auch die Schmitt-Trigger der Analog- und Digitaltechnik weisen dieses Verhalten auf. Da die statische Kennlinie des Zweipunktverhaltens eine ungerade Funktion $x_a(\varphi) = -x_a(-\varphi)$ ist, wird

$$a_1 = 0$$

$$b_1 = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi x_a(\varphi) \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi \quad .$$

Aus Bild 3.57 läßt sich ablesen (für $x_t = 0$)

$$x_a = \begin{cases} x_s & \text{für } x_e > 0 \\ -x_s & \text{für } x_e < 0 \end{cases} \quad .$$

Also folgt für den Fourier-Koeffizienten

$$b_1 = \frac{2 \cdot x_s}{\pi} \int_0^\pi \sin \varphi \cdot d\varphi ,$$

daraus folgt

$$b_1 = \frac{4 \cdot x_s}{\pi} .$$

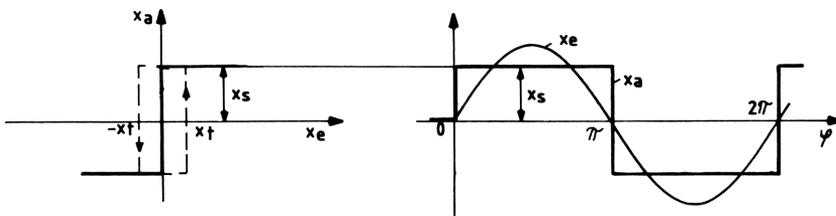


Bild 3.57 Kennlinien des Zweipunkt-Verhaltens

Damit lautet die Beschreibungsfunktion ohne Hysterese

$$N(\hat{x}_e) = \frac{4 \cdot x_s}{\pi \cdot \hat{x}_e} . \tag{3.69}$$

Die Gleichung (3.69) ist reell und verläuft von 0 ... ∞ für $x_s/\hat{x}_e = 0 \dots \infty$, wie in Bild 3.58 dargestellt. Mit Hysterese erhält man die Komplexe Gleichung:

$$N(\hat{x}_e) = \frac{4 x_s}{\pi \hat{x}_e} \sqrt{1 - \frac{x_t^2}{\hat{x}_e^2}} - j \frac{4 x_s x_t}{\pi \hat{x}_e^2} . \tag{3.70}$$

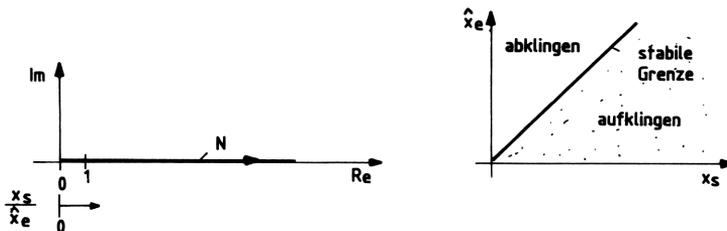


Bild 3.58 Ortskurve der Beschreibungsfunktion und Stabilitätsgebiet des Zweipunkt-Verhaltens

Dreipunktverhalten mit und ohne Hysterese

Beim Dreipunktverhalten erhält man erst bei Überschreiten von x_t ein Ausgangssignal. Damit wird die undefinierte Nulllage des Zwei-

punktverhaltens vermieden. Auch die statische Kennlinie des Dreipunktverhaltens ist ungerade, so daß

$$a_1 = 0$$

$$b_1 = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} x_a(\varphi) \cdot \sin\varphi \cdot d\varphi \quad .$$

Aus Bild 3.59 folgt für die Ausgangsgröße ohne Hysterese

$$x_a = \begin{cases} 0 & \text{für } \varphi = [0, \varphi_1] \\ x_s & \text{für } \varphi = [\varphi_1, \pi - \varphi_1] \\ 0 & \text{für } \varphi = [\pi - \varphi_1, \pi] \end{cases} .$$

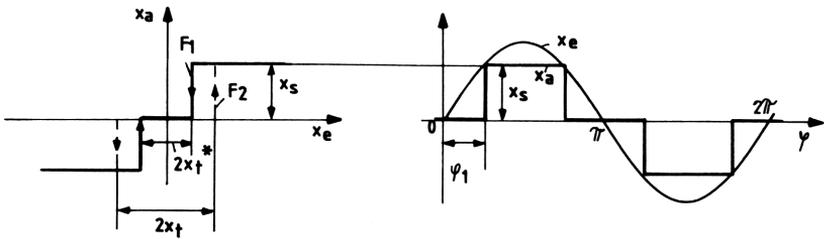


Bild 3.59 Kennlinien des Dreipunkt-Verhaltens

Also ergibt sich für den Fourier-Koeffizienten mit

$$x_a(\varphi_1, \pi/2) \equiv x_a(\pi/2, \pi - \varphi_1)$$

$$b_1 = \frac{4 \cdot x_s}{\pi} \int_{\varphi_1}^{\pi/2} \sin\varphi \cdot d\varphi \quad ,$$

damit wird

$$b_1 = \frac{4 \cdot x_s}{\pi} \cdot \cos\varphi_1 \quad , \quad (3.71)$$

mit

$$\varphi_1 = \arcsin \frac{x_t}{\hat{x}_e} .$$

Daraus folgt für die Beschreibungsfunktion (ohne Hysterese)

$$N(\hat{x}_e) = \frac{4 \cdot x_s}{\pi \cdot \hat{x}_e} \cdot \cos\varphi_1 = \frac{4 \cdot x_s}{\pi \cdot \hat{x}_e} \sqrt{1 - \left(\frac{x_t}{\hat{x}_e}\right)^2} \quad . \quad (3.72)$$

Die Ortskurve der Beschreibungsfunktion verläuft auf der reellen Achse und ist eine Doppellinie. Sie geht für $x_t/\hat{x}_e = 0$ in das Zweipunktverhalten über.

Setzt man $x_s = K \cdot x_t$ so folgt

$$N(\hat{x}_e) = \frac{4 \cdot Kx_t}{\pi \cdot \hat{x}_e} \sqrt{1 - \left(\frac{x_t}{\hat{x}_e}\right)^2} \quad (3.73)$$

Der Maximalwert N_{\max} ergibt sich bei $x_t/\hat{x}_e = \sqrt{2}/2$, also

$$N_{\max} = \frac{2K}{\pi} \cdot$$

Der Verlauf der Ortskurve ist für $K = 2$ in Bild 3.60a dargestellt. Da die Ortskurve eine Doppellinie ist, ergeben sich zwei Stabilitätsgrenzen, weil eine Zunahme von x_t sowohl zum Anstieg als auch zum Absinken von $N(\hat{x}_e)$ führt.

Für die Stabilität sind der Einfluß von x_t und x_s zu beachten. (Bild 3.60c).

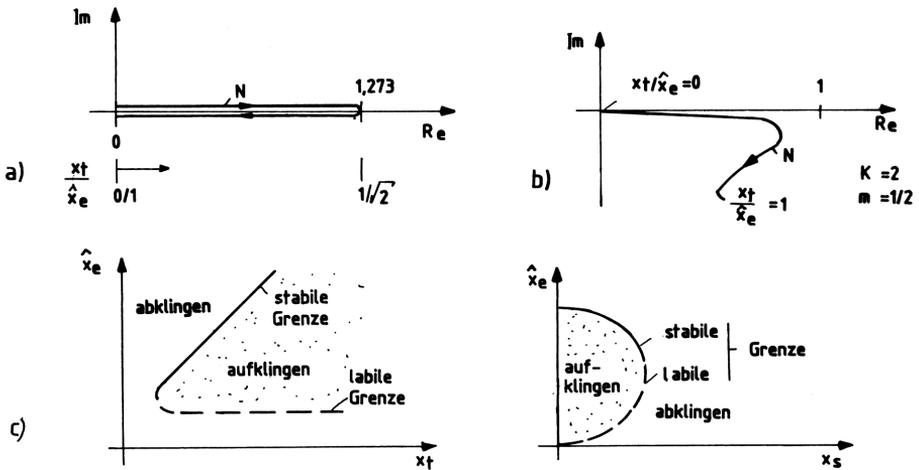


Bild 3.60 Ortskurve der Beschreibungsfunktion und Stabilitätsgebiete des Dreipunkt-Verhaltens

Für das Dreipunktverhalten mit Hysterese ergibt sich folgende Beschreibungsfunktion aus der Überlagerung zweier Dreipunktverhalten ohne Hysterese (F_1 und F_2).

$$N(\hat{x}_e) = \frac{2 \cdot Kx_t}{\pi \cdot \hat{x}_e} \left(\sqrt{1 - \left(\frac{x_t}{\hat{x}_e}\right)^2} + \sqrt{1 - \left(\frac{x_t^*}{\hat{x}_e}\right)^2} \right) - j \cdot \frac{2 \cdot Kx_t^2 \cdot (1-m)}{\pi \cdot \hat{x}_e^2} \quad (3.74)$$

mit $x_t^* = m \cdot x_t$.

Für $m = 1$ ergibt sich wieder das Dreipunktverhalten.

Die Beschreibungsfunktion des Dreipunktverhaltens mit Hysterese ist komplex und für $K = 2$ und $m = 1/2$ in Bild 3.60b dargestellt.

Alle besprochenen Kenngrößen der nichtlinearen Regelkreisglieder sind in Tabelle 3.2 zusammengefaßt.

Aufgabe 3.4

Ein nichtlineares Regelkreisglied soll den geschwindigkeitsabhängigen Luftwiderstand berücksichtigen. Dieser verläuft im wesentlichen entlang einer Parabel (Bild 3.61). Es ist die Beschreibungsfunktion dieser Kennlinie zu ermitteln.

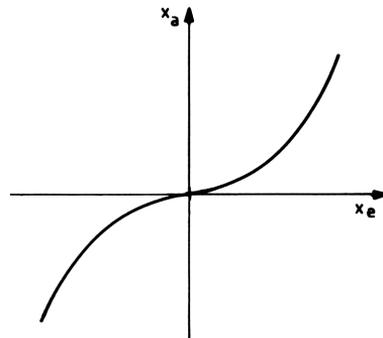


Bild 3.61 Statische Kennlinie des geschwindigkeitsabhängigen Luftwiderstandes

4. Regelkreise

Setzt man in Signalflußrichtung Regelkreisglieder hintereinander, ergibt sich eine Regelung, die im einfachsten Falle nur eine Rückführung besitzt (Bild 4.1), also einschleifig ist.

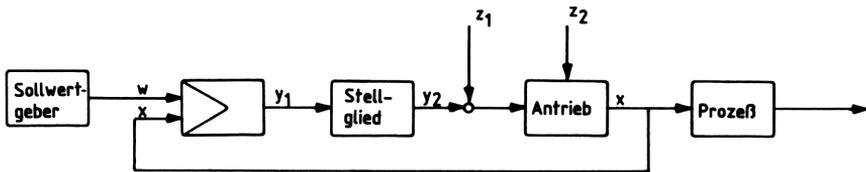


Bild 4.1 Regelkreis mit additiver und multiplikativer Störgröße

Regleinrichtung und Regelstrecke unterscheiden sich wesentlich dadurch, daß die Regelstrecke vom Hauptenergiefluß durchsetzt ist.

Das Zusammenwirken von Regler und Strecke bestimmt die Stabilität einer Regelung. Die Kennwerte der Regelstrecke (Motor, Getriebe, Ventile usw.) und der Stellglieder (Stromrichter, Verstärker, Relais usw.) ergeben sich aus der Aufgabenstellung des zu beeinflussenden technischen Prozesses. Sie sind also als gegebene Anlagenparameter anzusehen. Die Aufgabe der Regelungstechniker besteht nun darin, für diese die geeignete Regleinrichtung zu finden.

4.1 Regler

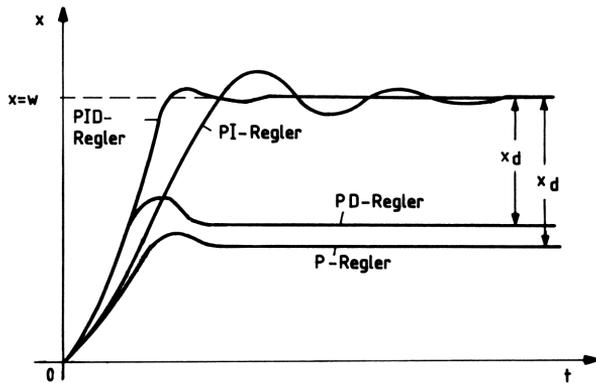
Die Praxis zeigt, daß man in sehr vielen Fällen mit dem PI-Regler auskommt, wenn der Regelkreis eine große und mehrere kleine Zeitkonstanten enthält. Dies geht auch aus der Tabelle 4.1 hervor, die zeigt, welcher Regler für eine gegebene Strecke zu wählen ist. Nur der PID-Regler besitzt ein besseres Übertragungsverhalten.

Dazu folgendes Experiment:

Auf eine Regelstrecke, die aus drei PT_1 -Gliedern besteht, wird sprunghaft die Führungsgröße w aufgeschaltet und das Übertragungsverhalten bei Verwendung eines P-, PI-, PD- oder PID-Reglers beobachtet (Bild 4.2).

Tabelle 4.1 Auswahltabelle für Regler- und Strecken-Typen

Strecken-Typ	Regler-Typen				
	P	I	PI	PD	PID
P	ungeeignet	geeignet	geeignet	ungeeignet	ungeeignet
PT_1	geeignet	geeignet	geeignet	geeignet	geeignet
$PT_2 \dots PT_n$	ungeeignet	geeignet	geeignet	ungeeignet	geeignet
PT_t	ungeeignet	geeignet	ungeeignet	ungeeignet	ungeeignet
I	geeignet	ungeeignet	geeignet	geeignet	geeignet
I^2	ungeeignet	ungeeignet	ungeeignet	geeignet	geeignet
$I-T_1$	geeignet	ungeeignet	geeignet	geeignet	geeignet
$I-T_t$	geeignet	ungeeignet	geeignet	ungeeignet	ungeeignet
PT_1-T_t	ungeeignet	geeignet	geeignet	ungeeignet	geeignet

Bild 4.2 Vergleich der Sprungantworten verschiedener Regler die eine PT_3 -Strecke regeln

Es zeigt sich, daß beim P- und PD-Regler eine bleibende Regeldifferenz x_d zu verzeichnen ist. Diese wird beim PI- und PID-Regler infolge des Integralanteils nach kurzer Zeit beseitigt. Ähnliches ergibt sich bei sprunghaftem Zuschalten einer Störgröße (Bild 4.3). Hier erreicht nur der PI- und PID-Regler nach einer Einschwingzeit wieder $x = w$. Wegen des D-Anteils im PID-Regler ist dessen Dynamik besser als die des PI-Reglers. Der PI-Regler bringt jedoch bei geringem Schaltungsaufwand gute Ergebnisse.

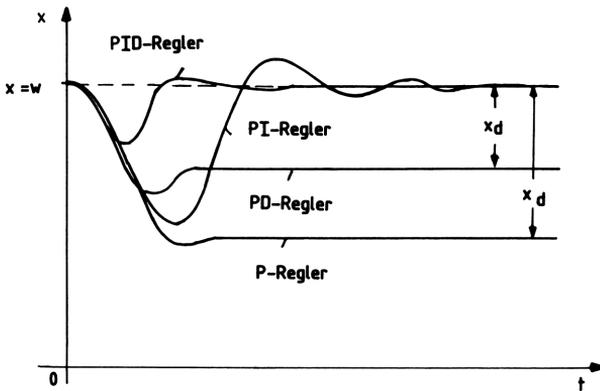


Bild 4.3 Vergleich der Sprungantworten verschiedener Regler mit PT_3 -Strecke, bei Aufschalten einer Störung

Die einfachste Realisierung des PI-Reglers als Verstärkerschaltung ist in Bild 4.4 dargestellt. Bei größeren Werten von x_d geht der Verstärker jedoch wegen $V_p \gg 1$ an die Stellgrenze. Dann entspricht das Ausgangssignal y etwa der Versorgungsspannung U_s . Es kommt zu Sättigungserscheinungen im Verstärker, die eine zusätzliche Zeitkonstante zur Folge haben. D.h., bei einem Rückgang von x_d folgt nicht sofort ein Rückgang von y . Die Stellgrenze muß daher gemieden werden. Dies wird durch eine Begrenzerschaltung am Ausgang des Verstärkers erreicht, so daß $y \leq U_B < U_s$ wird (Bild 4.5). Zur Entkopplung der Begrenzerschaltung ist noch ein Spannungsfolger nachgeschaltet /2/.

Bei "schnellen" Regelungen ist außerdem der Frequenzgang des Verstärkers selbst zu beachten. Wie aus Bild 4.6 zu ersehen, bleibt die Verstärkung V_D nur bis zur 3-dB-Grenzfrequenz f_0 hin frequenzunabhängig. Darüber hinaus ergibt sich infolge des inneren Aufbaus ein Tiefpaßverhalten, d.h. eine abnehmende Verstärkung.

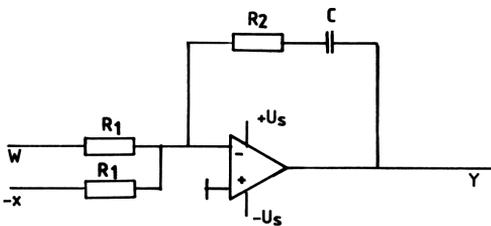


Bild 4.4 Einfache Operationsverstärker-Schaltung als PI-Regler

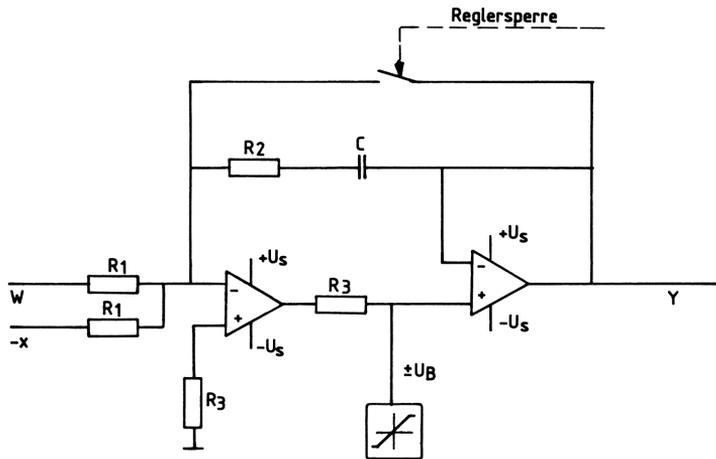


Bild 4.5 Operationsverstärker als PI-Regler mit Signalbegrenzung und Reglersperre

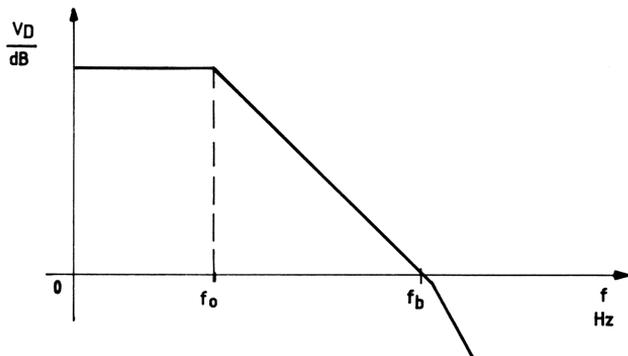


Bild 4.6 Frequenzgang der Differenzverstärkung V_D eines Operationsverstärkers

Ist eine Regelung außer Betrieb, z.B. Anlagenstillstand, muß bei Reglern mit I-Anteil "Reglersperre" gegeben werden. D.h. die Gegenkopplung wird mit einem Relais kurzgeschlossen, so daß entsprechend Gleichung (2.20) $y = 0$ wird. Dies ist notwendig, damit der Regler nicht, wegen der unvermeidbaren Verstärkerdrift und Offsetspannung, an die Stellgrenze integriert.

Der Einfluß der Integrationszeitkonstante $T_N = R_2 \cdot C$ auf die Dynamik des PI-Reglers ist am Beispiel einer PT_3 -Strecke bei einem Sollwertsprung dargestellt (Bild 4.7). Für $T_N \rightarrow \infty$ geht der PI- in den P-Regler über, für $T_N = 0$ wird die Regelung instabil.

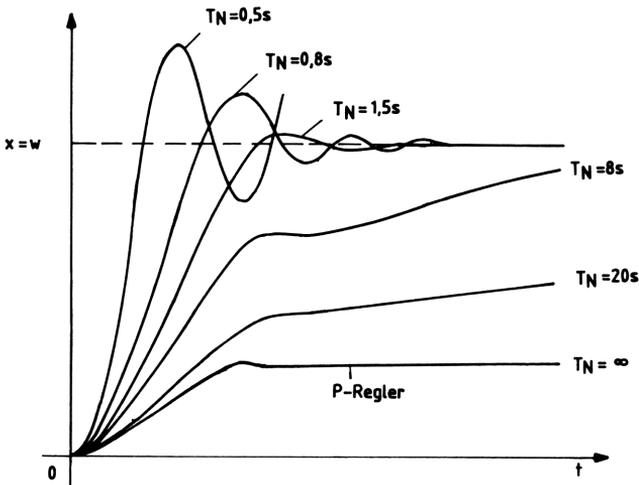


Bild 4.7 Einfluß der Nachstellzeit T_N eines PI-Reglers auf die Sprungantwort bei einer PT_3 -Strecke

4.2 Praktische Reglereinstellung

Den Einfluß von Störgrößen- und Führungsgrößenänderungen auf eine Regelung haben Chien, Hrones und Reswick /18/ für Regelstrecken höherer Ordnung untersucht. Dabei wird an eine experimentell ermittelte Übertragungsfunktion die Tangente durch den Wendepunkt gelegt (Bild 4.8), und die Verzugszeit T_u sowie die Ausgleichszeit T_g gemessen. Die sich daraus ableitenden Einstellwerte für den gewählten Regler sind in Tabelle 4.2 zusammengefaßt. Ein besonderer mathematischer Rechengang entfällt damit.

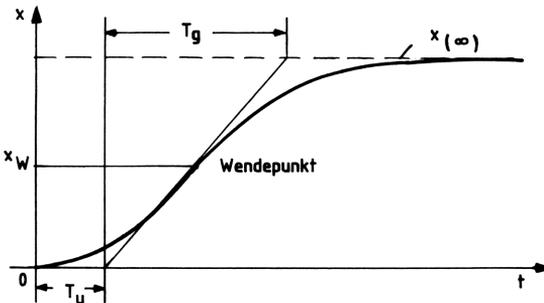


Bild 4.8 Beispiel für eine experimentell ermittelte Übertragungsfunktion einer Regelstrecke zur Bestimmung der Regler-Parameter

Tabelle 4.2 Tabelle zur Bestimmung der Regler-Parameter nach Chien, Hrones und Reswick

Regler	Parameter	Aperiodischer Fall bei		Regelgröße mit 20% Überschwingen bei	
		Störgrößen-sprung	Sollwert-sprung	Störgrößen-sprung	Sollwert-sprung
P	V_R	$0,3T_g/T_u$	$0,3T_g/T_u$	$0,7T_g/T_u$	$0,7T_g/T_u$
PI	V_R	$0,6T_g/T_u$	$0,35T_g/T_u$	$0,7T_g/T_u$	$0,6T_g/T_u$
	T_N	$4T_u$	$1,2T_g$	$2,3T_u$	$1T_g$
PID	V_R	$0,95T_g/T_u$	$0,6T_g/T_u$	$1,2T_g/T_u$	$0,95T_g/T_u$
	T_N	$2,4T_u$	$1T_g$	$2T_u$	$1,35T_g$
	T_V	$0,42T_u$	$0,5T_u$	$0,42T_u$	$0,47T_u$

Ziegler und Nichols /19/ geben Einstellregeln an, die darauf beruhen, daß sich viele Regelstrecken höherer Ordnung durch eine PT_1-T_t -Strecke ersetzen lassen, wenn die Sprungantwort den in Bild 4.8 gezeigten Verlauf hat.

Dann wird angenommen, daß

$$T_t = T_u \quad \text{und} \quad T_1 = T_g .$$

Die angegebenen Einstellwerte basieren auf der kritischen Verstärkung $V_{R_{Kr}}$ und der zugehörigen Zeitkonstanten T_{Kr} . Beide werden experimentell ermittelt, in dem man die Regelstrecke erst mit P-Reglern an die Stabilitätsgrenze bringt (Dauerschwingungen) und $V_{R_{Kr}}$ sowie T_{Kr} mißt. Dann lauten die Kenngrößen des zu dimensionierenden Reglers näherungsweise:

$$\begin{array}{ll}
 \text{P-Regler} & V_R = 0,5 \cdot V_{R_{Kr}} \\
 \text{PI-Regler} & V_R = 0,45 \cdot V_{R_{Kr}} \\
 & T_N = 0,83 \cdot T_{Kr} \\
 \text{PID-Regler} & V_R = 0,6 \cdot V_{R_{Kr}} \\
 & T_N = 0,5 \cdot T_{Kr} \\
 & T_V = 0,125 \cdot T_{Kr} .
 \end{array}$$

$V_{R_{Kr}}$ und T_{Kr} können auch aus den Stabilitätskriterien gewonnen werden (Abschnitt 5.3 und 5.4). Mit der Annahme, daß $T_t = T_u$ und $T_1 = T_g$ ist, lassen sich bei gegebenen Anlageparametern V_R und T_N bzw. T_V eines Reglers auch aus Tabelle 4.2 ermitteln.

Weitere Optimierungshinweise werden in /36/ und /37/ sowie Abschnitt 5.5 gegeben.

Aufgabe 4.1

Es ist eine PT_3 -Strecke bestehend aus drei PT_1 -Gliedern mit folgenden Daten gegeben.

$$V_{s1} = 1 \quad , \quad T_1 = 1,5s$$

$$V_{s2} = 1 \quad , \quad T_2 = 1s$$

$$V_{s3} = 1 \quad , \quad T_3 = 1s \quad .$$

Dazu ist eine Regelung als Operationsverstärkerschaltung mit PID-Regler zu zeichnen und das Führungs- sowie Störverhalten bei verschiedenen Reglern zu oszillographieren.

$$P \text{-Regler: } V_R = 1$$

$$PI \text{-Regler: } V_R = 1 \quad , \quad T_N = 1,5s$$

$$PD \text{-Regler: } V_R = 1 \quad , \quad T_V = 1,5s$$

$$PID\text{-Regler: } V_R = 1 \quad , \quad T_N = T_V = 1,5s \quad .$$

Als Führungssprung dient ein Schalter, der zwischen 0V und 10V schaltet; als Störgrößensprung ein Impuls von 2s Länge und 10V Amplitude.

4.3 Regelstrecken

Als Regelstrecke bezeichnet man den Teil eines Regelkreises, in dem die eigentliche Beeinflussung der Regelgröße x stattfindet. Die Regelstrecke ist, im Gegensatz zur Regeleinrichtung, vom Hauptenergiefluß durchsetzt. Theoretisch sind Regelstrecken nicht-lineare Netzwerke höherer Ordnung. In den meisten Fällen liefern die Verzögerungsglieder höherer Ordnung jedoch keinen merklichen Beitrag und können linearisiert werden.

Daher treten in der praktischen Regelungstechnik am häufigsten P-, I-, PT_1 -, PT_2 -, PT_t -Strecken sowie ihre Kombination auf.

Als wichtigster Parameter einer Regelstrecke ist die Zeitkonstante anzusehen, die den Hochlauf auf einen vorgegebenen Sollwert kennzeichnet. Für einige Anlagentypen sind in Tabelle 4.3 die zugehörigen Zeitkonstanten angegeben.

4.3.1 P-Strecken

P-Strecken sind solche, bei denen sich Ausgangs- und Eingangsgröße nur um einen konstanten Faktor, die Proportionalverstärkung,

Tabelle 4.3 Tabelle zur Abschätzung der Zeitkonstanten verschiedener Regelstrecken

Regelung der/des	Regelstrecke	Zeitkonstanten T_I bzw. T_1
Temperatur	Glühöfen, klein	5...15min
	Glühöfen, groß	20...120min
	Milcherhitzer	10...60min
	Raumheizung	10...60min
Druckes	Gasrohrleitung	100ms
	Druckbehälter (pneumatisch)	1...60s
	Faltenbälge	10ms
Drehzahl	Kleinmotoren	10...100ms
	Großmotoren	0,1...60s
	Turbinen ($n_{\text{Nenn}}=1000/\text{min}$)	10...20s
Wasserstand	Dampfkessel	10...60s
	Behälter ($V \approx 20 \text{dm}^3$)	5...20s
Netzspannung	Generatoren, klein	1...52
	Generatoren, groß	5...15s

voneinander unterscheiden. Einige Beispiele sind in Tabelle 4.4 aufgezeigt. Man nennt solche Regelstrecken auch P-Strecken ohne Ausgleich.

4.3.2 I-Strecken

Kennzeichen der I-Strecke ist die Zeitabhängigkeit der Ausgangsgröße. Sie ist das Integral der Eingangsgröße. D.h. bei $x_e > 0$ wächst x_a ständig an. Für $x_e = \text{konst.}$ ist dann

$$x_a = \frac{t}{T_I} \cdot x_e \cdot$$

Beispiele für I-Strecken sind in Tabelle 4.5 angegeben.

Tabelle 4.4 Beispiele für typische P-Strecken

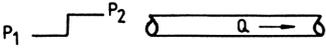
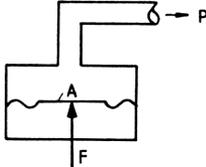
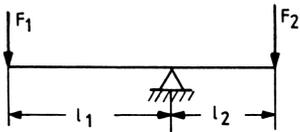
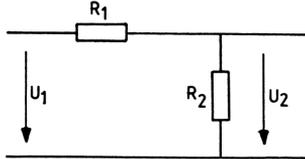
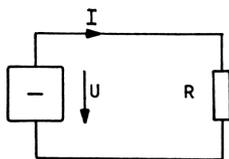
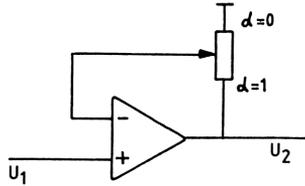
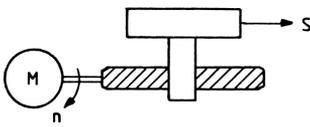
P-Strecken	
 <p>Druck und Durchfluß Q idealer Gase. Für $\vartheta = \text{Konst.}$ (Isotherme) ist $p_2 \cdot Q_2 = p_1 \cdot Q_1$</p>	 <p>Druck und Kraft mit einer Membran. $p = F/A$</p>
 <p>Kraftübertragung durch einen Hebelarm. $F_2 = \frac{l_1}{l_2} \cdot F_1$</p>	 <p>Ohmscher Spannungsteiler $U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_1$</p>
 <p>Ohmsche Netzwerke. $I = U/R$</p>	 <p>Operationsverstärker. $U_2 = U_1/\alpha$</p>

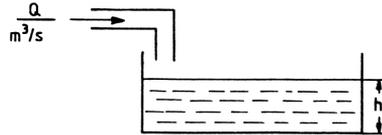
Tabelle 4.5 Beispiele für typische I-Strecken

I - Strecken



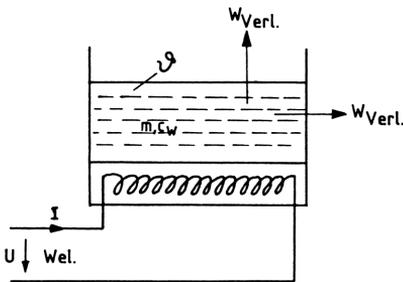
Eine motorgetriebene Spindel bewegt einen Tisch.

$$s = \alpha \int_0^t n \cdot dt$$



Flüssigkeitsstand eines Behälters.

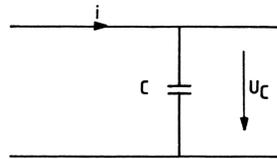
$$h = \frac{1}{A} \int_0^t Q \cdot dt + h_{(0)}$$



Flüssigkeitserwärmung mit einem Heizdraht.

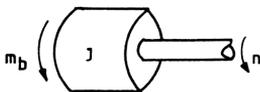
$$W_{\text{Nutz}} = W_{\text{el.}} - W_{\text{Verl.}} = \int_0^t P_{\text{Nutz}} \cdot dt$$

$$\vartheta = \frac{1}{m \cdot c_w} \int_0^t P_{\text{Nutz}} \cdot dt$$



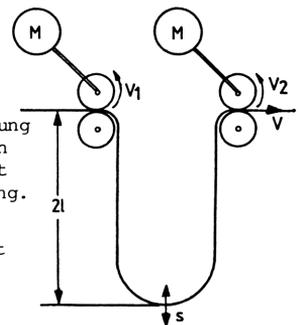
Ladestrom eines Kondensators mit $u_c(0) = 0$

$$u_c = \frac{1}{C} \int_0^t i \cdot dt$$



Beschleunigung einer trägen Masse.

$$n = \frac{1}{2\pi J} \int_0^t m_b \cdot dt$$



Schlingenregelung von elastischen Stoffbahnen mit großem Durchhang.

$$s = \frac{1}{2} \int_0^t (v_1 - v_2) dt$$

4.3.3 PT_1 -Strecken

Verzögerungsglieder erster Ordnung enthalten einen Energiespeicher und damit stellt sich erst nach einer Verzögerungszeit wieder Proportionalität zwischen Ein- und Ausgangsgröße ein. PT_1 -Glieder werden durch eine lineare Differentialgleichung erster Ordnung beschrieben, dessen Lösung dem Verlauf der e-Funktion entspricht. Theoretisch enthält jede Regelstrecke Verzögerungsglieder n-ter Ordnung, von denen die meisten jedoch nicht merklich in Erscheinung treten oder durch PT_1 -Strecken vereinfacht dargestellt werden können (siehe Abschnitt 5.5.3). Tabelle 4.6 zeigt einige Beispiele für PT_1 -Strecken.

4.3.4 PT_2 - und PT_n -Strecken

Verzögerungsglieder zweiter Ordnung werden durch lineare Differentialgleichungen zweiter Ordnung beschrieben; sie enthalten zwei voneinander unabhängige Energiespeicher (z.B. Feder und Masse oder Induktivität und Kapazität). Oft bestehen PT_2 - bzw. PT_n -Strecken aus in Reihe geschalteten PT_1 -Strecken (z.B. Motor und Mechanik). Typische Beispiele sind in Tabelle 4.7 angegeben.

4.3.5 PT_t -Strecken

Regelstrecken mit Totzeit wirken sich auf die Stabilität besonders negativ aus, da ihr Phasenwinkel bei merklichen Totzeiten recht schnell -180° durchläuft (siehe Tabelle 3.1). In der Praxis sind die Totzeiten gleich den Signallaufzeiten innerhalb eines Gerätes oder entlang eines Weges bis zur Meßwerterfassung. Meist treten Totzeiten in Verbindung mit Verzögerungsgliedern auf. Auch dazu sind in Tabelle 4.8 entsprechende Beispiele dargestellt.

Tabelle 4.6 Beispiele für typische PT₁-Strecken

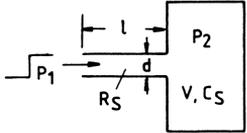
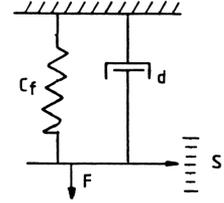
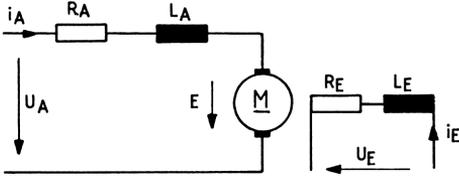
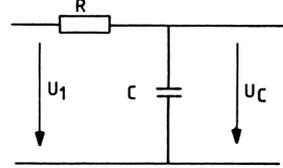
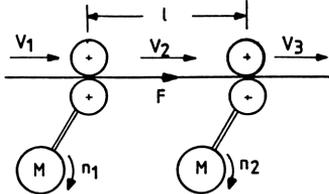
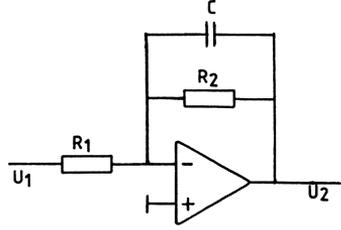
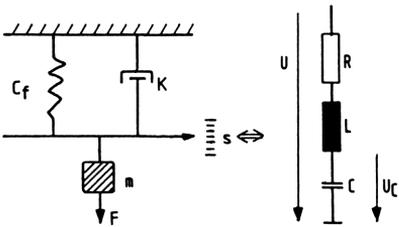
PT ₁ - Strecken	
 <p style="margin-top: 10px;">Gasdruck in einem Behälter mit der Speicherkapazität C_S und dem Strömungswiderstand R_S. $-t/T_1$ $P_2 = P_1 (1 - e^{-t/T_1})$ mit $T_1 = R_S C_S$ und $l \gg d$</p>	 <p style="margin-top: 10px;">Feder mit Dämpfung und vernachlässigbar kleiner Masse. $s = \frac{F}{c_f} (1 - e^{-t/T_1})$ mit $T_1 = d/c_f$</p>
 <p style="margin-top: 10px;">Anker- und Feldstrom eines fremderregten Gleichstrommotors bei sprunghafter Änderung der Spannung U_A bzw. U_E und $\phi = \text{konst.}$ $i_A = \frac{U_A - E}{R_A} (1 - e^{-t/T_A})$ mit $T_A = L_A/R_A$ $i_E = \frac{U_E}{R_E} (1 - e^{-t/T_E})$ mit $T_E = L_E/R_E$</p>	 <p style="margin-top: 10px;">Laden eines Kondensators an Gleichspannung. $u_C = U_1 (1 - e^{-t/T_1})$ mit $T_1 = RC$</p>
 <p style="margin-top: 10px;">Regelung des Bandzuges einer Stoffbahn zwischen zwei angetriebenen Klemmstellen bei $v_1 \approx v_2 \approx v_3 \approx v$. $F = \frac{\epsilon \cdot v \cdot \text{Nenn} \cdot \Delta n}{v \cdot F \cdot \text{Nenn}} (1 - e^{-t/T})$ mit $T = l/v$ und $\Delta n = n_2 - n_1$</p>	 <p style="margin-top: 10px;">Aktiver Tiefpaß (PT₁-Glied). $u_2 = -v_p U_1 (1 - e^{-t/T_1})$ mit $T_1 = R_2 C$ und $v_p = R_2/R_1$</p>

Tabelle 4.7 Beispiele für typische PT₂-Strecken

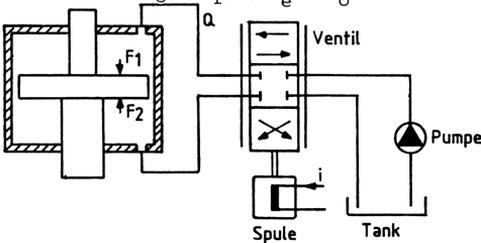
PT₂-Strecken



Gedämpftes Feder-Masse-System mit der erregenden Kraft F oder dual dazu der Reihenschwingkreis mit der erregenden Spannung U (d.h. der Weg s ist dual zur Kondensatorspannung u_c).

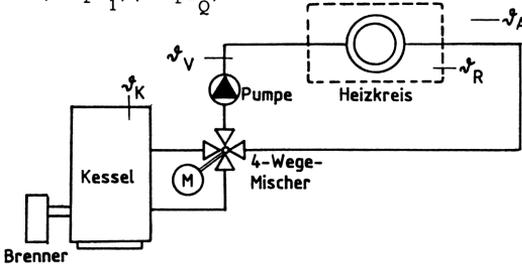
$$s = F [1 - e^{-\alpha t} (\cos \omega_e t + \frac{\alpha}{\omega_e} \sin \omega_e t)]$$

mit $2\alpha = k/m$; $\omega_o^2 = C_f/m$; $\omega_e^2 = \omega_o^2 - \alpha^2$



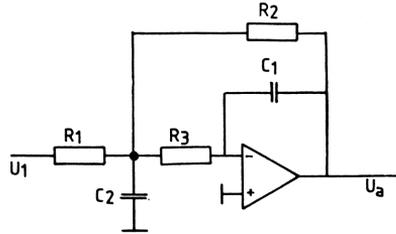
Hydraulik-Zylinder mit Servoventil gesteuert (zwei in Reihe liegende PT₁-Glieder mit der elektrischen Zeitkonstanten T_1 und der mechanischen Zeitkonstanten T_Q).

$$\overset{\circ}{Q} \sim \frac{1}{(1 + pT_1)(1 + pT_Q)}$$



Außentemperaturabhängige (ϑ_A) raumtemperaturabhängige (ϑ_R) Ölheizung mit Vier-Wege-Mischer. Man erhält für die Vorlaufstrecke ($\overset{\circ}{F}_R$) PT₇-Verhalten und für die Fühler der Vorlauf- und Außentemperatur ($\overset{\circ}{F}_V$, $\overset{\circ}{F}_A$) jeweils PT₂-Verhalten.

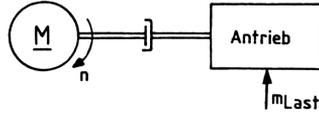
$$\overset{\circ}{F}_R \sim \frac{1}{(1 + pT_M)^7} \quad \overset{\circ}{F}_V \sim \frac{1}{(1 + pT_V)^2}$$



Operationsverstärker zur Nachbildung einer PT₂-Strecke.

$$u_a = -V_P U_1 [1 - e^{-\alpha t} (\cos \omega_e t + \frac{\alpha}{\omega_e} \sin \omega_e t)]$$

mit $V_P = R_2/R_1$; $T_1 = C_1(R_2 + R_3 + R_2R_3/R_1)$;
 $T_2 = \sqrt{R_2R_3C_1C_2} = 1/\omega_o$; $\alpha = T_1/2T_2^2$;
 $\omega_e^2 = \omega_o^2 - \alpha^2$



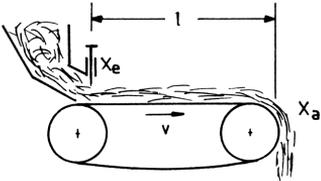
Fremderregter Gleichstrommotor an einer Last m_L . Für $T_M \geq 4T_A$ und $T_1, T_2 = f(T_M, T_A)$ kann dieses System näherungsweise als PT₂-Glied dargestellt werden [20].

$$\overset{\circ}{n} = \frac{\overset{\circ}{u}_A V_A \vartheta - \overset{\circ}{m}_L (1 + pT_A)}{V_A \vartheta^2 (1 + pT_1)(1 + pT_2)} \quad \text{mit } T_A = L_A/R_A$$

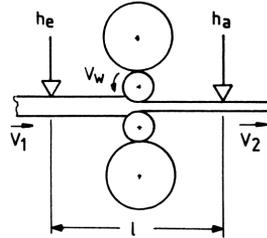
$$T_M = T_H/V_A$$

Tabelle 4.8 Beispiele für typische Strecken mit Totzeit

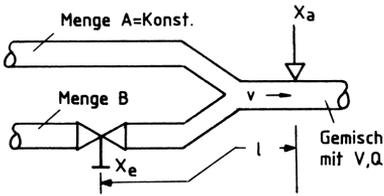
PT_t - Strecken



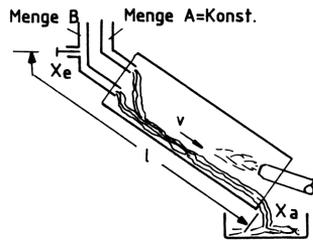
Materialtransport mit einem Förderband.
 $T_t = l/v$



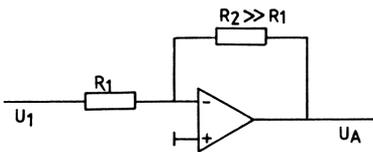
Walzprozeß mit geringer Dickenabnahme $\Delta h = h_e - h_a$.



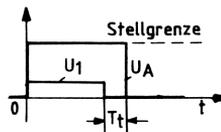
Gemischregelung für zwei Mengen mit Verzögerungs- und Totzeit.
 $T_1 = v/Q$ $T_t = l/v$



Gemischregelung für zwei Mengen in einem Trommelofen.
 $T_t = l/v$



Ein Operationsverstärker, der an die Stellgrenze geht, kehrt bei Umschalten der Eingangsspannung U_1 erst nach einer Totzeit in seine Ausgangslage zurück. Diese Totzeit hängt von der Verweildauer der Spannung u_a an der Stellgrenze ab und kann Sekunden dauern.



4.4 Stellglieder

Die Stellglieder sind das Bindeglied zwischen Regler und Regelstrecke, obwohl sie oft auch der Regelstrecke zugeordnet werden. Sie übertragen die stellende Wirkung auf die Regelstrecke und bewirken so eine Änderung der Regelgröße. Man kann ein Stellglied auch als eine Art Wandler ansehen, der die vom Regler ausgegebene Stellgröße in die erforderliche physikalische Größe der Regelstrecke umwandelt. Der Stromrichter z.B. wandelt die vom Regler vorgegebene Stellgröße Steuerspannung in den Ankerstrom für einen Gleichstrommotor um. Da der Stromrichter mit einer kleinen Steuerspannung große Ströme erzeugt, wird er oftmals als "Stromverstärker" bezeichnet. Nicht zuletzt deshalb, weil die Stellglieder direkt in den Massen- oder Energiefluß der Regelstrecke eingreifen.

4.4.1 Stromrichter

Der gebräuchlichste Stromrichter zur Regelung von Gleichstromantrieben ist die vollgesteuerte dreipulsige Drehstrombrückenschaltung. In Bild 2.22 ist sie für eine Stromrichtung bereits dargestellt. Bei nur einer Stromrichtung kann ein entsprechender Stromrichterantrieb im Rechtslauf treiben und im Linkslauf bremsen (II-Quadranten-Betrieb). Bei diesem Stromrichter wird aus den verketteten Spannungen des Drehstromnetzes die pulsierende Gleichspannung $U_{di\alpha}$ gewonnen. Diese kann mit Hilfe der Thyristoren in ihrer Größe und Richtung geändert werden /4/. Zwischen dem Steuerwinkel α und der Gleichspannung $U_{di\alpha}$ und der ideellen Leerlaufgleichspannung U_{dio} besteht die Beziehung.

$$U_{di\alpha} = U_{dio} \cdot \cos\alpha \stackrel{\Delta}{=} U_A \quad , \quad (4.1)$$

bzw. in Abhängigkeit von der Drehstromleiterspannung U_L /4/

$$U_{di\alpha} = 1,35 \cdot U_L \cdot \cos\alpha \stackrel{\Delta}{=} U_A \quad .$$

Diese Gleichungen gelten für den nichtlückenden Betrieb (keine Strompausen). In Bild 4.9 ist der Verlauf von $U_{di\alpha}$ für verschiedene Steuerwinkel α dargestellt. Es ist zu beachten, daß wegen der Freiwerdezeit der Thyristoren $\alpha_{\max} = 150^\circ$ und zur Vermeidung des sog. Leerlaufpendels eines Stromrichterantriebes $\alpha_{\min} = 10^\circ$ beträgt.

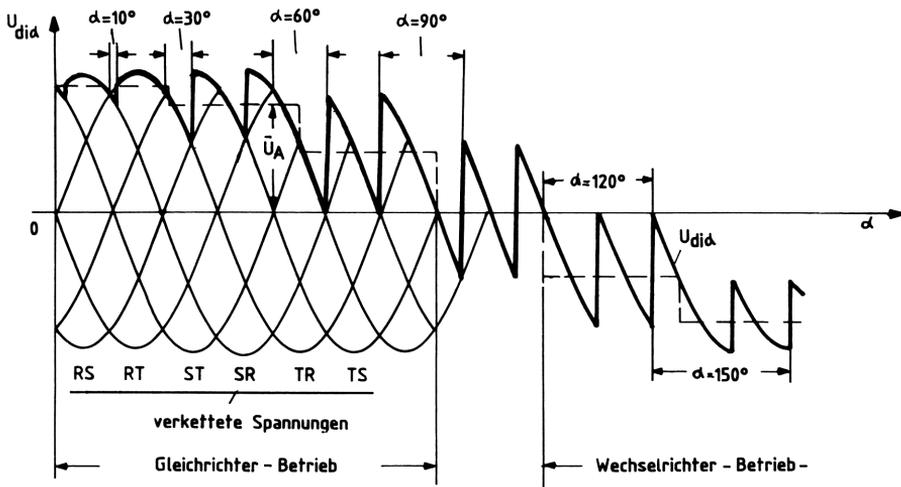


Bild 4.9 Verlauf der Spannung $U_{dj\alpha}$ bei verschiedenen Steuerwinkeln im Gleich- und Wechselrichterbetrieb

Die Kennwerte auch anderer Stromrichter für Gleichstrommaschinen sind in Tabelle 4.9 angegeben.

Die hier weiter betrachtete vollgesteuerte dreipulsige Drehstrombrückenschaltung stellt regeltechnisch ein Totzeitglied dar. Es kann nämlich nur nach jeder Halperiode der Drehspannungen (also nach $T/2$) der Steuerwinkel geändert werden. Außerdem ist die Totzeit von der Pulszahl p (Zahl der nicht gleichzeitig kommutierenden Thyristoren) abhängig.

Es gilt:

$$T_t = \frac{T}{2p} \quad (4.2)$$

Entsprechend Gleichung (4.2) ergibt sich bei 50 Hz Netzfrequenz für einen 3-pulsigen Stromrichter eine Totzeit von 3,33 ms.

Zur Berechnung einer Regelung mit Stromrichter ist eine Aussage über seine Verstärkung notwendig. Wie Bild 4.10 zeigt, werden die Zündzeitpunkte (α) durch die Größe der Steuerspannung U_{st} festgelegt. Dieser Zusammenhang ist linear (Bild 4.11). Setzt man voraus, daß zwischen α und $U_{dj\alpha}$ entsprechend Gleichung (4.1) im nichtlückenden Betrieb ein quasi linearer Zusammenhang besteht, wenn man die starken Krümmungen der Kosinus-Funktion meidet, gilt mit Bild 4.12:

$$V_P = \frac{\Delta\alpha}{\alpha_1 - \alpha_2} \quad (4.3)$$

Tabelle 4.9 Einige Schaltungen der Stromrichter-Technik

Schaltung	Kurzzeichen BBC-Typ	Gleichsp.		Ventilsp.		Ventilstrom		Stromflußwinkel α in $^\circ$ el	Transformator-Bauleistung $S_{Tr}/U_{dio} \cdot I_d$	Steuerkennlinie
		$\frac{U_{dio}}{U_s}$	$\frac{U_{dio}}{U_L}$	$\frac{\hat{u}_A}{U_s}$	$\frac{\hat{u}_A}{U_L}$	$\frac{\bar{I}_A}{I_d}$	$\frac{I_{Aeff}}{I_d}$			
	B2 GCB	1,8	0,9	2,828	$\sqrt{2}$	0,5	0,707	180	1,111	$U_{dia} = U_{dio} \frac{1 + \cos \alpha}{2}$
	B6 ZSD	2,34	1,35	2,449	$\sqrt{2}$	0,333	0,577	120	1,05	$U_{dia} = U_{dio} \cdot \cos \alpha$ nicht lückend lückend, wie B2
	M2	0,9	0,45	2,828	$\sqrt{2}$	0,5	0,707	180	1,34	$U_{dia} = U_{dio} \cdot \cos \alpha$ nicht lückend lückend, wie B2
	M3	1,17	0,675	2,449	$\sqrt{2}$	0,333	0,577	120	1,345 Dy 1,460 Dz, Yz	$U_{dia} = U_{dio} \cdot \cos \alpha$ nicht lückend lückend, wie B2
	M6	mit 1,17	0,675	2,449	1,225	0,167	0,289	120	1,26	$U_{dia} = U_{dio} \cdot \cos \alpha$ nicht lückend lückend, wie B2

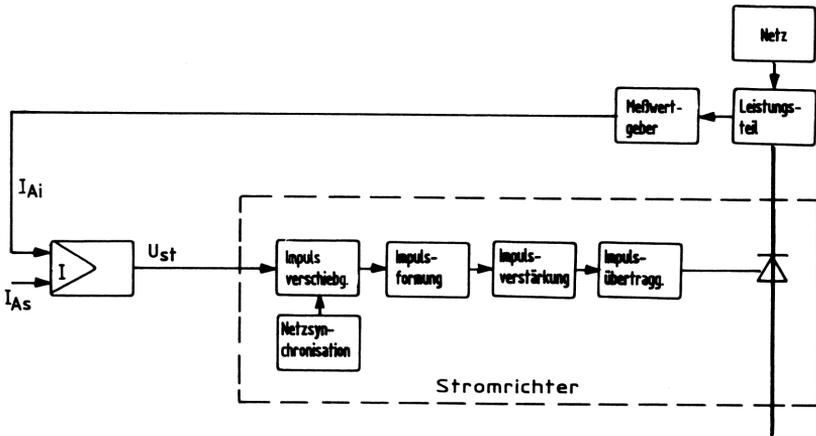


Bild 4.10 Stromregelkreis eines Gleichstromantriebs mit symbolischer Darstellung der einzelnen Stromrichter-komponenten

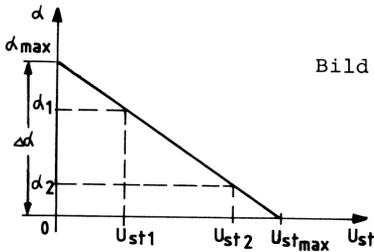


Bild 4.11 Abhängigkeit der Steuergleichspannung U_{st} vom Steuerwinkel α

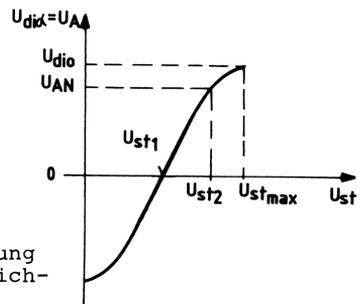


Bild 4.12 Abhängigkeit der Ankerspannung $U_{di\alpha} = U_A$ von der Steuergleichspannung U_{st}

Darin ist $\Delta\alpha$ der Steuerwinkelstellbereich, α_1 ist der Steuerwinkel, bei dem $U_{di\alpha} = 0$ wird und α_2 entspricht dem Steuerwinkel, bei dem $U_{di\alpha} = U_{AN} < U_{dio}$ ist. Für die vollgesteuerte dreipulsige Dreh-

strombrückenschaltung wird dann $\Delta\alpha = 140^\circ$, $\varphi_1 = 90^\circ$ (für eine Drehrichtung des Motors) und $\varphi_2 \approx 30^\circ$, also $V_p = 2,33$.

Die Regelung eines Drehstromasynchronmotors kleiner Leistung (0,2 ... 50 kW) läßt sich mit dem Drehstromsteller erreichen (Bild 4.13). In jeder Phase des Drehstromnetzes befindet sich ein antiparalleles Thyristorpaar für beide Halbwellen der Drehspannungen. Der Steuerwinkel α kann von 0° bis 180° verstellt werden und es gilt für ohmsche Last (Bild 4.14).

$$U_{S\alpha} = U_S \cdot \frac{1 + \cos\alpha}{2}$$

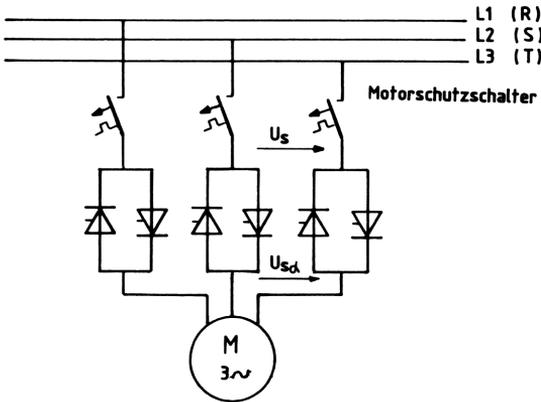


Bild 4.13 Schema eines Asynchronantriebs mit Drehstromsteller

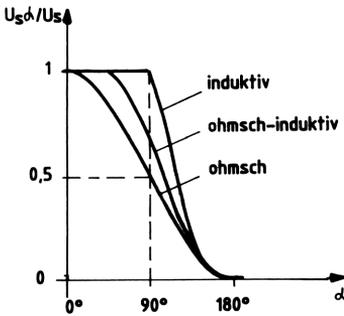


Bild 4.14 Abhängigkeit der Spannung $U_{S\alpha}$ vom Steuerwinkel α bei verschiedenen Lasten

In Bild 4.15 ist der Verlauf von $U_{S\alpha}$ für verschiedene Steuerwinkel bei ohmscher Last dargestellt. Die Totzeit eines vollgesteuerten Drehstromstellers beträgt

$$T_t = \frac{T}{p}, \tag{4.4}$$

denn der Steuerwinkel kann nur einmal pro Periode T verstellt werden. Bei 50 Hz Netzfrequenz ergibt sich mit $p = 3$ eine Totzeit von

$T_t = 6,67$ ms. Da jeder Motor eine ohmsch-induktive Last darstellt, beträgt der Steuerwinkelstellbereich nur $\Delta\alpha = 90^\circ$. Dann erhält man im quasi-linearen Bereich der Kosinus-Funktion ($U_{S\alpha} = f(\alpha)$) für $\alpha_1 = 90^\circ$ und $\alpha_2 \approx 30^\circ$ also ist die Verstärkung nach Gleichung (4.3) $V_p = 1,5$.

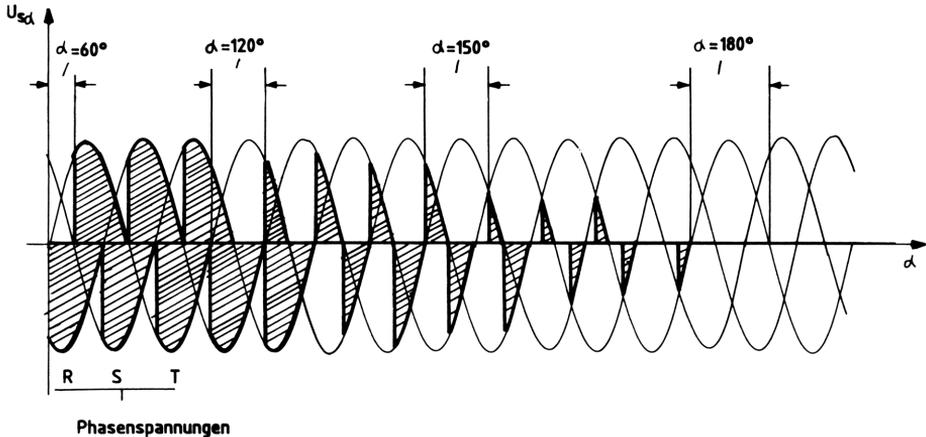


Bild 4.15 Verlauf der Spannung $U_{S\alpha}$ bei verschiedenen Steuerwinkeln

4.4.2 Ventile

In den Fällen, wo Massen- oder Gasströme geregelt werden sollen, wirkt die Stellgröße über ein Ventil auf die Regelstrecke ein. Ist die betreffende Regelung eine elektronische, benutzt man elektromechanische Stellglieder. Für kleine Hübe eignet sich besonders das Magnetventil (Bild 4.16). Die Kraftübertragung auf den Kolben erfolgt mit Hilfe der magnetischen Induktion (also berührungslos). Die Gleichung des elektrischen Kreises lautet

$$u_e = i \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt} + B \cdot l \cdot N \cdot \frac{ds}{dt} \quad (4.5)$$

Darin ist $B l N \cdot \frac{ds}{dt}$ der Anteil der Wegänderung des Kolbens. Für die Kraftwirkung eines Elektromagneten gilt:

$$F = B \cdot l \cdot N \cdot i \quad (4.6)$$

Diese ist aber auch gleich der Gegenkraft des mechanischen Kreises.

$$F = r \cdot \frac{ds}{dt} + m \cdot \frac{d^2s}{dt^2} = r \cdot v + m \cdot \frac{dv}{dt} \quad (4.7)$$

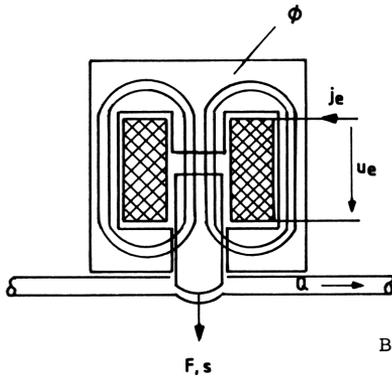


Bild 4.16 Schema eines Magnetventils für kleine Hübe

Setzt man Gleichung (4.6) mit (4.7) gleich, ergibt sich als Bildgleichung (mit $p = d/dt$):

$$\overset{\circ}{i} = \frac{\overset{\circ}{v} \cdot (r + pm)}{B \cdot l \cdot N}.$$

In Gleichung (4.5) eingesetzt erhält man

$$\overset{\circ}{u}_e = \frac{(R + pL) \cdot (r + pm) \cdot \overset{\circ}{v}}{B \cdot l \cdot N} + B \cdot l \cdot N \cdot \overset{\circ}{v}.$$

Multipliziert man diese Gleichung mit dem freien Querschnitt A , folgt daraus der Frequenzgang des Magnetventils.

$$F(p) = \frac{\overset{\circ}{v} \cdot A}{\overset{\circ}{u}_e} = \frac{\overset{\circ}{Q}}{\overset{\circ}{u}_e} = \frac{A}{B \cdot l \cdot N} \cdot \frac{\frac{(B \cdot l \cdot N)^2}{L \cdot m}}{p^2 + p \cdot \left(\frac{R}{L} + \frac{r}{m}\right) + \frac{R \cdot r + (B \cdot l \cdot N)^2}{L \cdot m}} \quad (4.8)$$

Also stellt der Durchfluß $Q = x_a$ bezogen auf die angelegte Spannung $u_e = x_e$ ein Verzögerungsglied II. Ordnung dar.

$$F(p) = \frac{\overset{\circ}{Q}}{\overset{\circ}{u}_e} = \frac{1}{V_P} \cdot \frac{\omega_o^2}{p^2 + 2\alpha p + \omega_o^2}, \quad (4.9)$$

$$\text{mit } \omega_o^2 = \frac{(B \cdot l \cdot N)^2}{L \cdot m}, \quad 2\alpha = \frac{R}{L} + \frac{r}{m}, \quad \omega_e^2 = \omega_o^2 - \alpha^2,$$

$$V_P = B \cdot l \cdot N/A, \quad Rr \ll (BlN)^2,$$

sowie die elektrische und mechanische Zeitkonstante

$$T_1 = L/R, \quad T_2 = \frac{m}{r}.$$

Die Übertragungsfunktion der Gleichung (4.9) kann aus Tabelle 2.3 Korrespondenz Nr. 23 für $U_e = \text{konstant}$ und Korrespondent 28 für $u_e = \hat{u}_e \cdot \sin \omega t$ entnommen werden. Die Verwendung als elektrohydraulisches Servoventil unterliegt den gleichen physikalischen Bedingungen wie das Magnetventil, wird also auch durch Gleichung (4.9) beschrieben /22/; obwohl Servoventile meist eine Vorsteuer- und Hauptstufe besitzen (Bild 4.17). Die Verstärkung V_p wird dann als Druckdifferenz bezogen auf den zugehörigen Stromanstieg angegeben. Es wird mit Gleichung (4.6)

$$V_p = \frac{B \cdot l \cdot N}{A} = \frac{\Delta F \cdot B \cdot l \cdot N}{\Delta F \cdot A} = \frac{\Delta p}{\Delta i} .$$

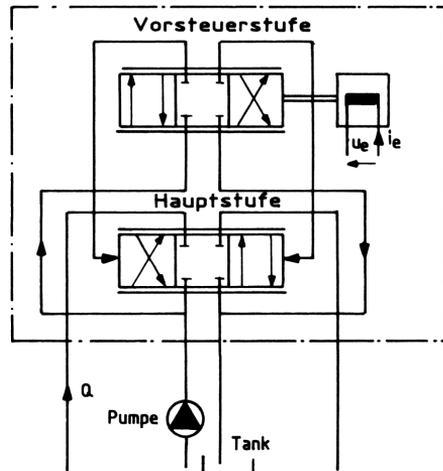


Bild 4.17 Schema eines Servoventils mit Haupt- und Vorsteuerstufe

V_p ist in Gleichung (4.9) als konstant angenommen worden (PT_2 -Verhalten), daher muß $\Delta p / \Delta i$ auch unverändert bleiben. Diese Bedingung wird von realen Servoventilen in weiten Grenzen erfüllt, wie Bild 4.18 zeigt.

4.4.3 Schütze, Relais

Relais und Schütze sind ebenfalls elektromechanische Stellglieder (Bild 4.19). Schütze werden beispielsweise als Ankerschalter für Gleichstrommotoren eingesetzt, während Relais nur für kleine Leistungen vorgesehen sind. Regeltechnisch sind sie einem Totzeit-

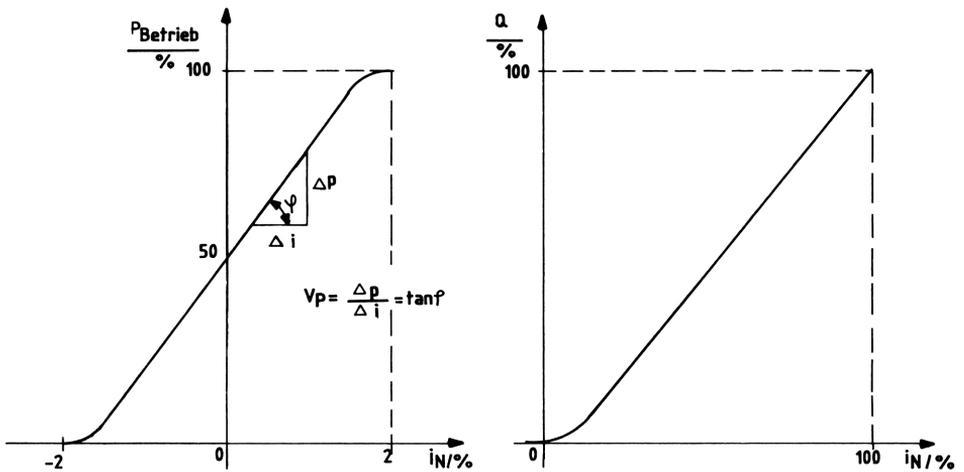


Bild 4.18 Definition der Verstärkung eines Servoventils mit der Druck-Strom-Kennlinie und des Durchflusses

glied gleichzusetzen. Die Totzeit ist dabei abhängig von den mechanischen Kennwerten m , r und c_f , den elektrischen Kennwerten L und R sowie dem Weg s vom Anker zum Joch. Wegen des begrenzten Schaltspiels und möglichen Prellens der Arbeitskontakte infolge mechanischer Bauteilermüdung sind diese Stellglieder nicht für schnelle Vorgänge geeignet.

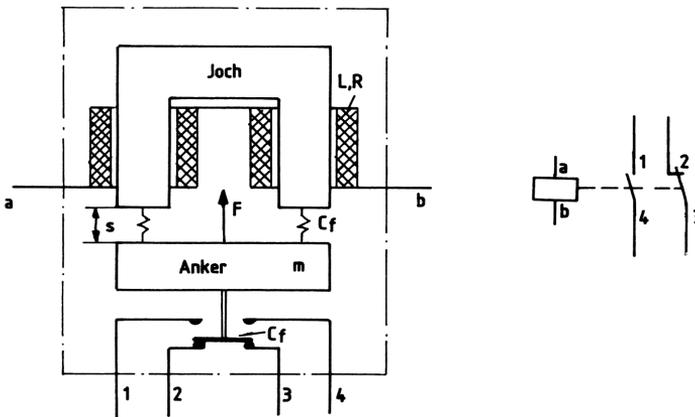


Bild 4.19 Schema eines Schützes oder Relais

4.5 Sollwertgeber

Die einfachste Sollwertvorgabe ist die mittels Schalter. Dabei wird die Führungsgröße sprunghaft zugeschaltet. Diese Art der Sollwertaufschaltung (sprunghaft) ist jedoch bei vielen Regelungen nicht angebracht. Bessere Ergebnisse bringt da die kontinuierliche Sollwertvorgabe mit einem Potentiometer das von Hand oder motorisch betätigt wird.

Beim Anfahren und Bremsen von Schienenfahrzeugen, Förderanlagen und Bandanlagen kommt es zusätzlich darauf an, die kontinuierliche Sollwertvorgabe entlang einer sog. Fahrkurve ohne Unstetigkeitsstellen zu realisieren. Nur so ist ein "weiches" Anfahren und Bremsen möglich (Bild 4.20).

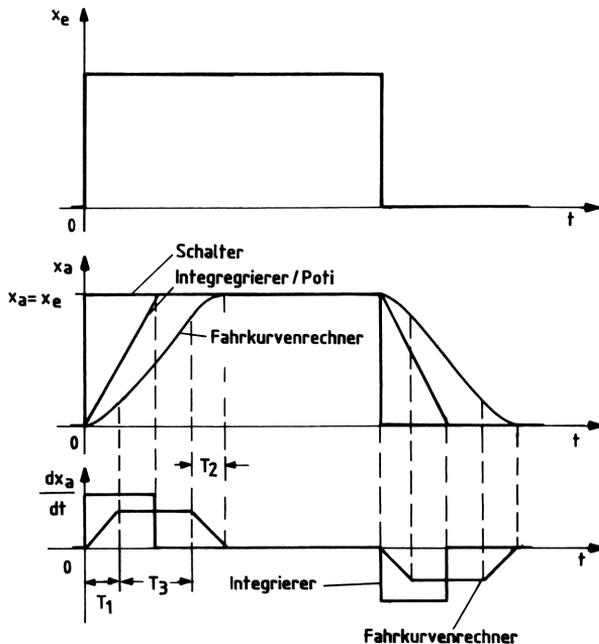


Bild 4.20 Verlauf der Ein- und Ausgangsgrößen bei Vorgabe der Führungsgröße mit Sollwertgebern

Fahrkurvenrechner lassen sich analog oder digital aufbauen. Bei der analogen Version wird der "Verschliff" der Knickpunkte durch zwei PT_1 -Glieder innerhalb der Schaltung realisiert (Bild 4.21). Die Übertragungsfunktion ist die eines $I-T_1$ -Gliedes mit einem PT_1 -Glied (siehe Tabelle 3.2) und für das Anfahren gilt:

$$u_a = U_{sch} \left[\frac{t}{2T_3} + \frac{T_1}{4T_3} \left(e^{-\frac{2t}{T_1}} - 1 \right) \right]_0^{T_1 + T_3} + \left[u_a(T_1 + T_3) + U_{sch} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t + T_1 + T_3}{2T_1 + T_3}} \right) \right]_{T_1 + T_3}^{\infty} \quad (4.10)$$

darin ist $T_1 = T_2 = R_2 \cdot C_2 = R_5 \cdot C_1$ und

$$T_3 = R_6 \cdot C_3 \text{ und } U_{sch} = \alpha \cdot U_{max} .$$

Mit den in Bild 4.21 angegebenen Werten wird $T_1 = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} \cdot C_1 \approx 0,43s$,

$T_2 = R_2 \cdot C_2 = 0,47s$, $T_3 = (R_5 + R_6) \cdot C_3 = 11s$ (bei $\alpha = 1$).

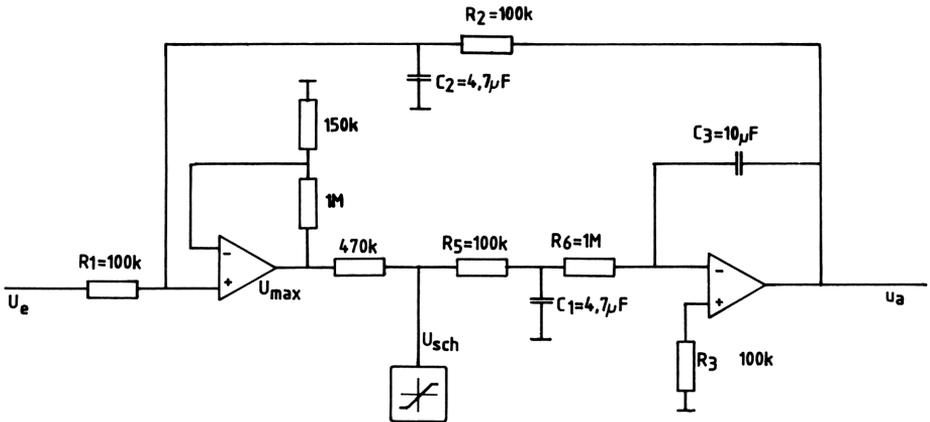


Bild 4.21 Aufbau eines analogen Sollwertgebers mit Operationsverstärkern

Theoretisch ist u_a , wegen der ansteigenden e-Funktion am Ende des Anfahrens, erst für $t \rightarrow \infty$ gleich dem vorgegebenen Endwert U_e . Doch in der Praxis ist $T_3 \gg T_1, T_2$, so daß u_a nach kurzer Zeit nur noch unmerklich vom Sollwert U_e abweicht.

Bei digitalen Fahrkurvenrechnungen wird der "Verschleiß" der Knickpunkte durch Parabelstücke nachgebildet (Bild 4.22).

Die Übertragungsfunktion entspricht zunächst einem I^2 -Glieder (zwei I-Glieder in Reihe liegend) und lautet mit $x_e = f_e$ und $x_a = z_a/14/$.

$$z_a = f_e \cdot \iint_{00}^{tt} dt = \frac{1}{T_e} \cdot \iint_{00}^{tt} dt . \quad (4.11)$$

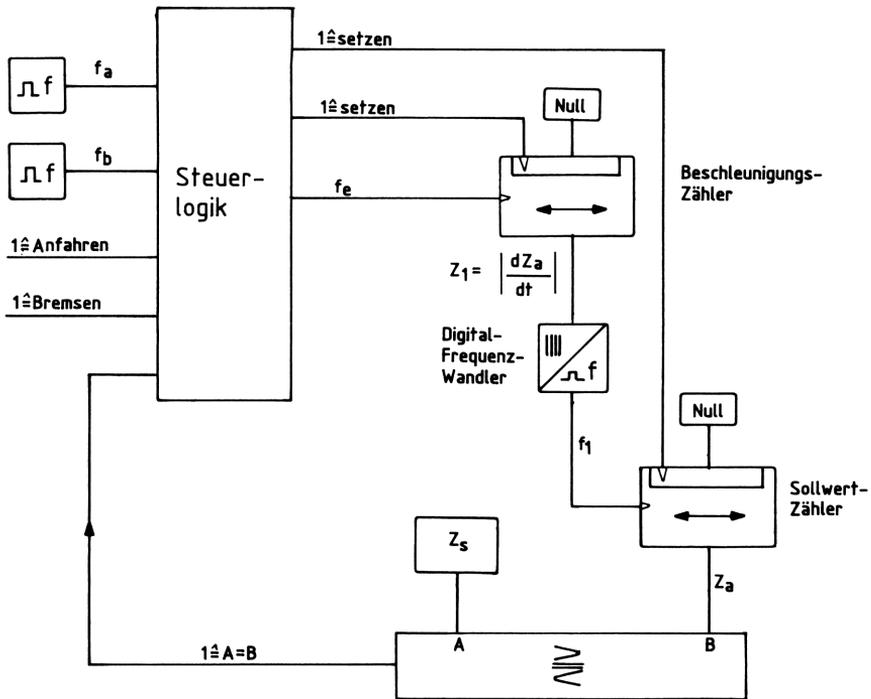


Bild 4.22 Aufbau eines digitalen Sollwertgebers (Fahrkurvenrechner) mit Hardware

f_e ist die konstante Eingangsfrequenz für den Beschleunigungszähler. Sie wird von einer Steuerlogik ausgegeben und hängt von der gewünschten Anfahr- bzw. Bremsbeschleunigung ab. Diese erzeugt man mit den Frequenzen f_a und f_b . In Bild 4.23 sei $f_b > f_a$.

Am Ausgang des Beschleunigungszählers erhält man den Zählerstand:

$$z_1 = \frac{1}{T_e} \cdot \int_0^t dt = \left| \frac{dz_a}{dt} \right|. \quad (4.12)$$

Mit einem Digital-Frequenz-Wandler wird z_1 in die proportionale Frequenz f_1 für den Sollwert- oder Fahrkurvenzähler umgewandelt. Dessen Zählerstand ist dann:

$$z_a = \int_0^t z_1 dt = \frac{1}{T_e} \cdot \iint_{00}^{tt} dt. \quad (4.13)$$

Die gewünschte Fahrkurve (z_a) für das Anfahren erhält man dann mit Hilfe der Steuerlogik. Es wird:

$$z_a = \begin{cases} \frac{t^2}{2T_e} & \text{für } t = [0, T_1] & \text{mit } f_e = \text{konst.} \\ \frac{t}{T_e} & \text{für } t = [T_1, T_1 + T_3] & \text{mit } f_e = 0 \\ -\frac{t^2}{2T_e} & \text{für } t = [T_1 + T_3, T_1 + T_2 + T_3] & \text{mit } f_e = \text{konst.} \\ \text{konst.} & \text{für } t \geq T_1 + T_2 + T_3 & \text{mit } f_e = 0 \text{ und } f_2 = 0. \end{cases}$$

Der Bremsvorgang ergibt sich in Analogie zum Anfahren.

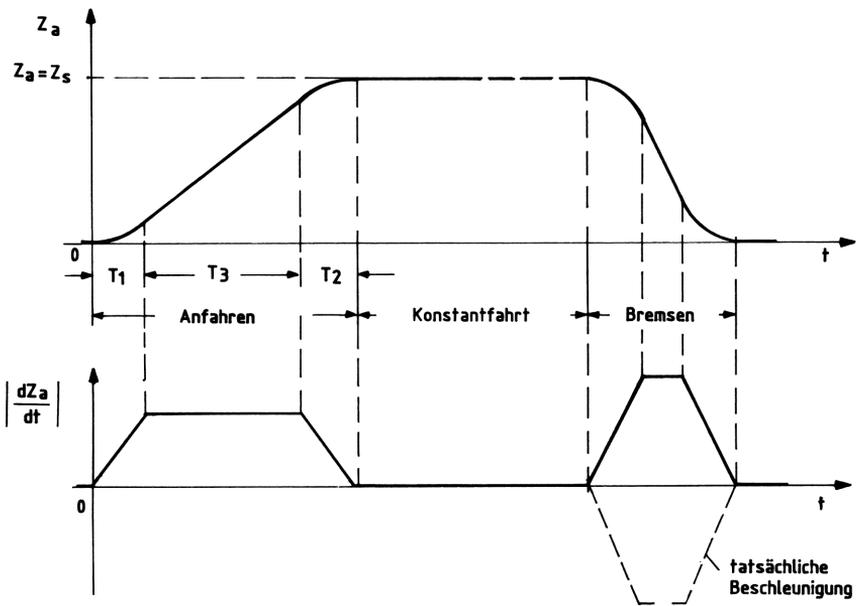


Bild 4.23 Gewünschter Verlauf des Sollwertes und der Beschleunigung bei einem Fahrkurvenrechner

Ein Vorteil des digitalen Fahrkurvenrechners ist, daß der zur Bildung des Beschleunigungsmoments notwendige Wert dz_a/dt sich sozusagen als "Abfallprodukt" der Schaltung ergibt.

Wenn in einer Regelung Fahrkurvenrechner für die Sollwertvorgabe eingesetzt werden, entspricht die Führungsgröße w allerdings nicht mehr dem Einheitssprung $\delta o(t)$. Daher wird die Stabilität solcher Regelungen meist durch Simulation auf einem Rechner untersucht /23/, /41/.

4.6 Meßwertgeber

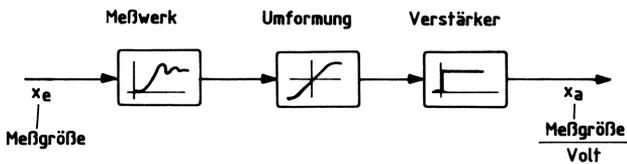
Meßwertgeber oder -Umformer sind Geräte, die ein Eingangssignal möglichst verzögerungsfrei in ein dazu proportionales Ausgangssignal umformen sollen. Die Umformung des Meßwertes erfordert oft die Ausnutzung eines oder mehrerer physikalischer Effekte. Innerhalb eines festen Meßbereichs gelten dann folgende Forderungen an den Meßwertgeber. Es sollen möglichst klein sein /2/:

Linearitätsfehler
Maximalwertfehler
Nullpunktfehler
Temperaturdrift
Umsetzzeit.

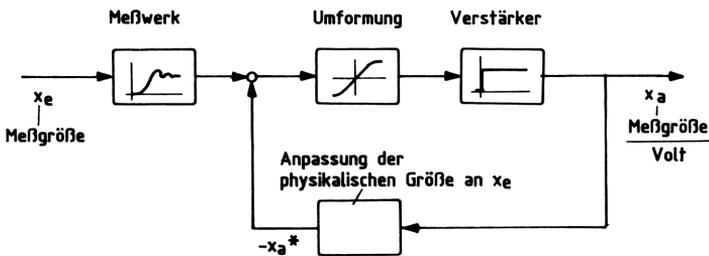
Die dynamischen Eigenschaften eines Meßwertgebers können die gesamte Regelung negativ beeinflussen. Liegt nämlich die Eigenzeitkonstante der Geber in der Größenordnung der Regelkreis konstanten, ist ein Regeln praktisch unmöglich. Das gilt sowohl bei mechanischen als auch elektro-mechanischen Gebern. Da sie meist PT_2 -Verhalten zeigen (siehe Tabelle 3.1), muß die Resonanzfrequenz ω_0 sehr viel größer sein als die Eckfrequenzen ω_n der Regelung ($\omega_0 \geq 10 \omega_n$); d.h. der Frequenzgang des Meßwertgebers zeigt im ausgenutzten Frequenzbereich nur P-Verhalten.

In vielen Anordnungen wird zur Messung das Ausschlag- oder das Kompensationsverfahren benutzt /16/, /24/. Während das Ausschlagverfahren einer Steuerstrecke vergleichbar ist, stellt das Kompensationsverfahren einen Regelkreis dar, bei dem die Ausgangsgröße des Regelkreises dem umgeformten Meßwert entspricht (Bild 4.24).

In Tabelle 4.10 sind einige elektrische Meßwertgeber nach dem Ausschlagverfahren dargestellt. Dazu gehören auch sämtliche A/D-, D/A-, f/U- und U/f-Wandler. Vorteile des Ausschlagverfahrens sind die gute Überschaubarkeit der Meßwernerfassung und das stabile Betriebsverhalten (keine Rückführung). Nachteilig wirken sich Übertragungsfehler der Umformung und des Verstärkers aus. In dieser Hinsicht bringt das Kompensationsverfahren, wegen seines geschlossenen Regelkreises bessere Ergebnisse. Mit ihm können Verstärker- und Umformungsfehler vermieden werden, da im stationären Zustand die physikalische Meßgröße x_e gleich der bezogenen Meßgröße x_a^* ist. Als Nachteil des Kompensationsverfahrens muß ge-



Ausschlagverfahren



Kompensationsverfahren

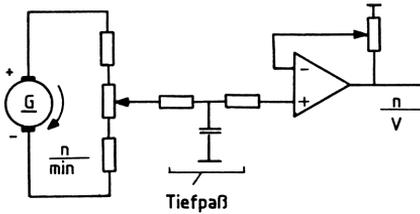
Bild 4.24 Blockschaltbild für Meßwertgeber nach dem Ausschlagverfahren und Kompensationsverfahren

wertet werden, daß so aufgebaute Meßwertgeber hinsichtlich ihrer Stabilität zu untersuchen sind.

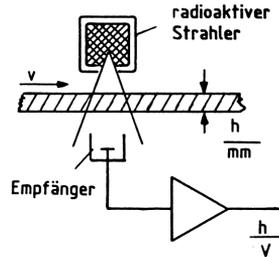
In Tabelle 4.11 sind einige elektrische Meßwertgeber nach dem Kompensationsverfahren dargestellt. Einen Sonderfall stellt der XY-Schreiber dar. Er gibt den umgeformten Meßwert nicht an eine Regelung weiter, sondern stellt ihn graphisch dar. Trotzdem arbeitet der XY-Schreiber nach dem Kompensationsverfahren, weil eine Verstellung (Wegänderung auf dem Papier) solange erfolgt, bis $\Delta U = U_e - U_a = 0$ ist. D.h., die zu schreibende Größe U_e entspricht der graphisch abgebildeten Größe U_a .

Tabelle 4.10 Beispiele für elektrische Meßwertgeber nach dem Ausschlagverfahren

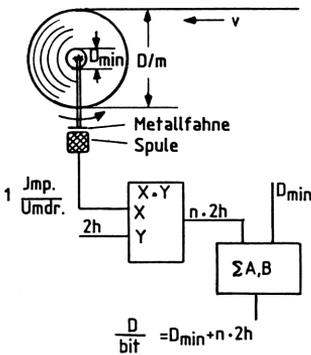
Elektrische Meßwertgeber nach dem Ausschlagverfahren



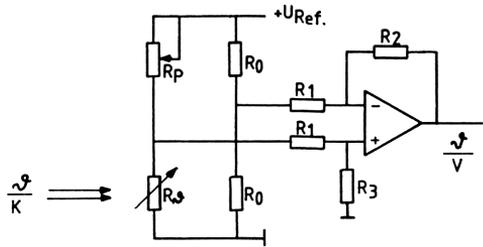
Drehzahlerfassung mit einem Tachodynamo und Tiefpaß zur Dämpfung von mechanischen und elektrischen Schwingungen des Nutzsingals.



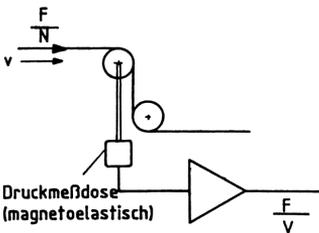
Erfassung der Dicke h von Stoffbahnen mit radioaktivem Strahler.



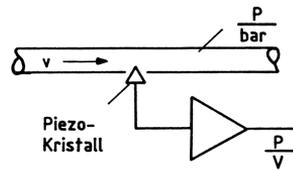
Durchmesserrechner mit Impulsgeber und Banddickenmeßwert an gewickelten Stoffbahnen.



Temperaturerfassung mit einem Heißleiter R_T in einer Wheatstoneschen Meßbrücke.



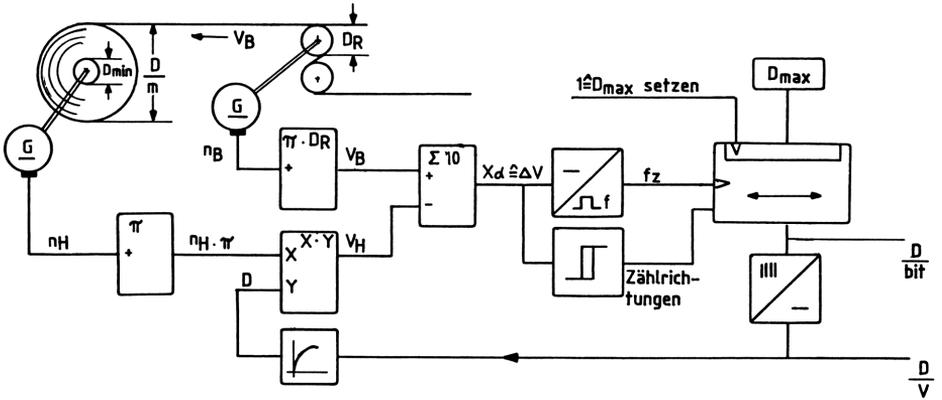
Zugkrafteffassung von Stoffbahnen mit Druckmeßdose. Dabei wird die Permeabilität eines Ferromagneten infolge der Kräfteinwirkung verändert [25].



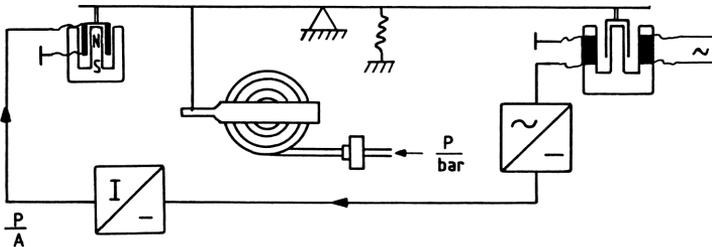
Druckeffassung in Rohrleitungen mit dem piezoelektrischen Effekt und einem Ladungsverstärker.

Tabelle 4.11 Beispiele für elektrische Meßwertgeber nach dem Kompensationsverfahren

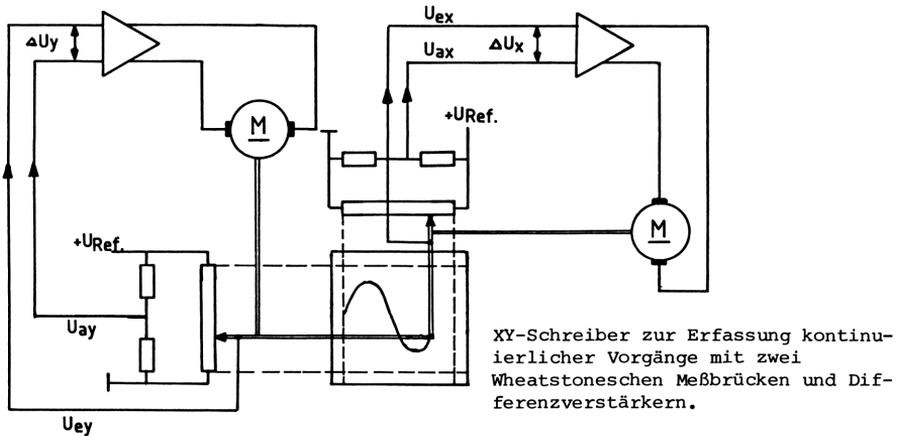
Elektrische Meßwertgeber nach dem Kompensationsverfahren



Durchmessererfassung von gewickelten Stoffbahnen mit zwei Tachodynamos und einer analog-digitalen Rechenschaltung.



Druckerfassung mit einer Rohrfeder und Tauchspulen an einem Waagebalken.



XY-Schreiber zur Erfassung kontinuierlicher Vorgänge mit zwei Wheatstoneschen Meßbrücken und Differenzverstärkern.

4.7 Umformen von Blockschaltbildern

Das Blockschaltbild zeigt, gelöst von gerätetechnischen Einzelheiten, den strukturellen Zusammenhang der Regelkreisglieder unter Berücksichtigung des Signalflusses. Da zu jedem Block eines Regelkreisgliedes die Frequenzganggleichung gehört, entsprechen allen Umformungen des Blockschaltbildes auch Umformungen des Frequenzganges.

4.7.1 Umformungsregeln für lineare Regelkreisglieder

Sinn der Umformungen soll es sein, einen Regelkreis überschaubar zu machen; überschaubarer als dies mit mathematischen Umformungen der Fall wäre. Trotzdem besteht zwischen den graphischen und mathematischen Umformungen eines Blockschaltbildes ein kausaler Zusammenhang. Tabelle 4.12 gibt die wichtigsten Regeln wieder.

Aufgabe 4.2

Es ist der Frequenzgang des PID-Gliedes als Summe aus P-, I- und D-Anteil im Blockschaltbild darzustellen.

Aufgabe 4.3

Der Frequenzgang des PT_1 -Gliedes ist für $V_p = 2$ nach Umformungsregel 11, Tabelle 4.12, als Blockschaltbild zu zeichnen.

Aufgabe 4.4

Welches Regelkreisglied entsteht, wenn man ein I-Glied um die Gegenkopplung 1 erweitert?

Aufgabe 4.5

Der Ankerkreis eines fremderregten Gleichstrommotors im Leerlauf besteht für $\varnothing = \text{konstant}$ aus der Reihenschaltung eines PT_1 - mit einem I-Glied, einschließlich einer Gegenkopplung. Für ein solches Blockschaltbild ist mit Umformregel 12, Tabelle 4.12, ein Ersatzblockschaltbild zu zeichnen.

4.7.2 Umformungsregeln für nichtlineare Regelkreisglieder

Die in Tabelle 4.12 angegebenen Umformungsregeln lassen sich auf nichtlineare bzw. nichtrationale Regelkreisglieder nur bedingt anwenden. Die Inversion oder Umkehrfunktion eines Totzeitgliedes

Tabelle 4.12 Umformregeln für lineare Regelkreisglieder

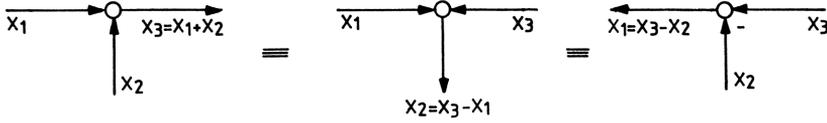
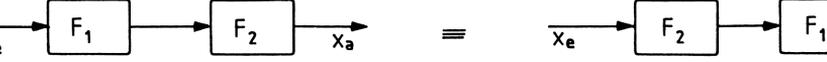
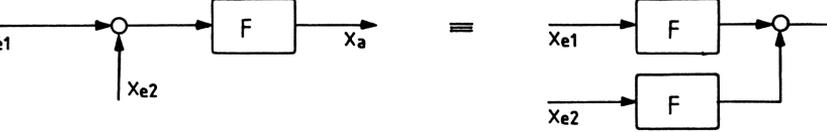
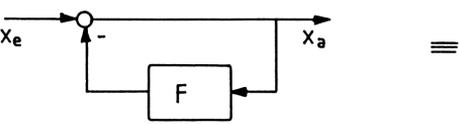
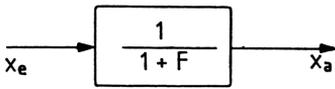
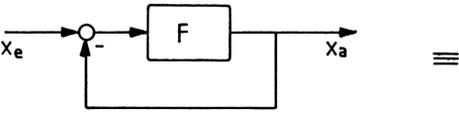
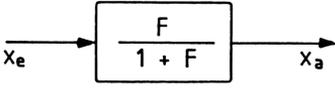
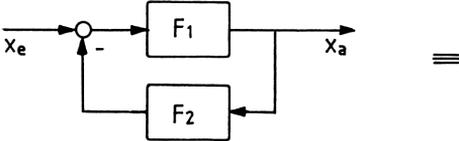
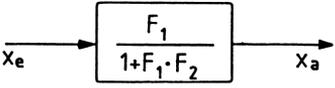
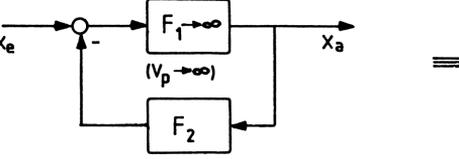
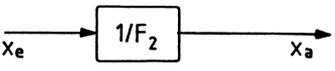
Umformungsregeln für lineare Regelkreisglieder	
	<p>Vertauschen von Verzweigungsstellen</p>
	<p>Vertauschen von Summationsstellen</p>
	<p>Vertauschen der Signalflußrichtung entsprechend $\sum_i x_i = 0$</p>
	<p>Vertauschen zweier linearer Regelkreisglieder</p>
	<p>Verlegen eines Regelkreisgliedes vor eine Summationsstelle</p>

Tabelle 4.12 (Forts.)

<p>6</p>  <p>Verlegen eines Regelkreisgliedes hinter eine Summationsstelle</p>
<p>7</p>  <p>Verlegen eines Regelkreisgliedes vor eine Verzweigungsstelle</p>
<p>8</p>  <p>Verlegen eines Regelkreisgliedes hinter eine Verzweigungsstelle</p>
<p>9</p>  <p>Zusammenfassen in Reihe liegender Regelkreisglieder</p>
<p>10</p>  <p>Zusammenfassen parallel liegender Regelkreisglieder</p>

Tabelle 4.12 (Forts.)

<p>11</p>  <p style="text-align: center;">≡</p>  <p>Regelkreisglied in der Gegenkopplung</p>
<p>12</p>  <p style="text-align: center;">≡</p>  <p>Regelkreisglied mit Gegenkopplung 1</p>
<p>13</p>  <p style="text-align: center;">≡</p>  <p>Regelkreisglied mit Gegenkopplung F_2</p>
<p>14</p>  <p style="text-align: center;">≡</p>  <p>Regelkreisglied mit $V_p \rightarrow \infty$ und Gegenkopplung F_2</p>

beispielsweise, ist nicht realisierbar. Um die Wirkung der Totzeit aufzuheben, müßte das inverse Glied eine Totzeit vor $t = 0$ haben; das hieße, die Wirkung kommt vor der Ursache. Das Totzeitglied und einige andere nichtlineare Regelkreisglieder lassen sich unter bestimmten Voraussetzungen jedoch linearisieren (siehe Abschnitt (2.1.4) und (3.11.1)).

Der wesentliche Unterschied der Inversion eines nichtlinearen Regelkreisgliedes zu einem linearen, läßt sich an drei Beispielen verdeutlichen.

Die Funktionen

$$x_a = e^{x_e} \quad \text{und} \quad x_a = \sqrt{x_e} \quad \text{und} \quad x_a = \sin x_e$$

haben die Umkehrfunktionen oder Inversionen (Bild 4.25).

$$x_a^{-1} = \ln x_e \quad \text{und} \quad x_a^{-1} = x_e^2 \quad \text{und} \quad x_a^{-1} = \arcsin x_e .$$

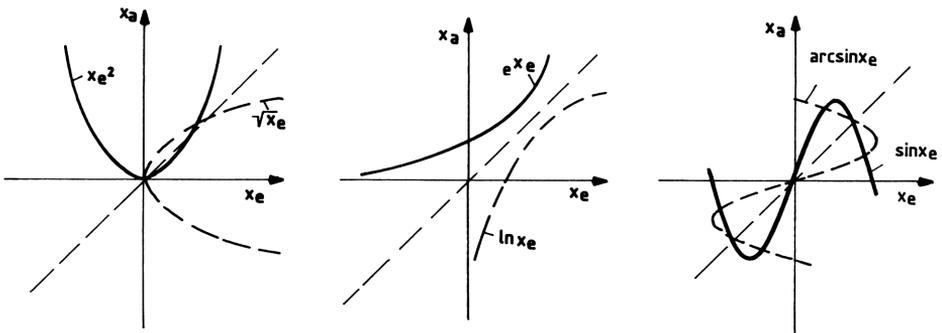


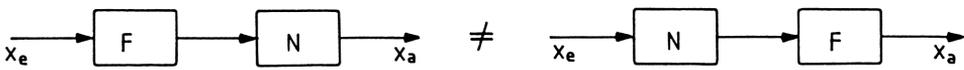
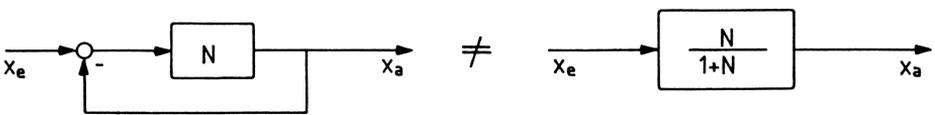
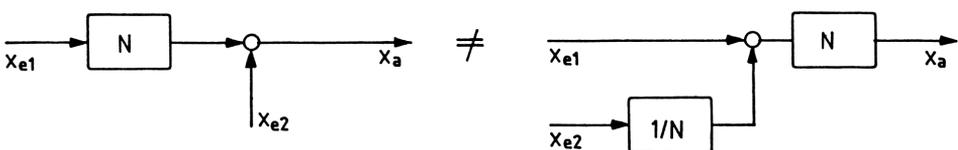
Bild 4.25 Beispiele für Umkehrfunktionen

Die inverse Funktion entspricht also dem Vertauschen der Variablen x_e mit x_a ; aus der Beschreibungsfunktion $N = \frac{x_a}{x_e}$ wird $N^{-1} = \frac{x_e}{x_a}$.

Daraus folgt, daß die Anordnung in Reihe liegender linearer und nichtlinearer Regelkreisglieder nicht vertauschbar ist. Es dürfen nichtlineare Glieder mit Gegenkopplung nicht zu einem Block zusammengefaßt werden. Das Verschieben eines nichtlinearen Regelkreisgliedes vor eine Summationsstrecke ist nicht möglich.

Lediglich das Verschieben einer Verzweigungsstelle vor oder hinter ein nichtlineares Regelkreisglied ist erlaubt (Tabelle 4.13).

Tabelle 4.13 Umformregeln für nichtlineare Regelkreisglieder

Umformungsregeln für nichtlineare Regelkreisglieder	
1	 <p>Verlegen eines nichtlinearen Regelkreisgliedes vor eine Verzweigungsstelle</p>
2	 <p>Verlegen eines nichtlinearen Regelkreisgliedes hinter eine Verzweigungsstelle</p>
3	 <p>Keine Vertauschbarkeit in Reihe liegender linearer mit nichtlinearen Regelkreisgliedern</p>
4	 <p>Keine Zusammenfassung gegengekoppelter nichtlinearer Regelkreisglieder</p>
5	 <p>Kein Verlegen einer Summationsstelle bei einem nichtlinearen Regelkreisglied</p>

5. Stabilitätskriterien

Im Gegensatz zur Steuerung muß eine Regelung auf Stabilität untersucht werden, weil sie ein schwingungsfähiges System darstellt. So kann es bei falscher Wahl des Reglers oder seiner Kenngrößen, für eine vorgegebene Strecke, zur Instabilität kommen.

Es muß daher Ziel der Stabilitätsbetrachtung sein, eine vorhandene Regelstrecke mit der passenden Regeleinrichtung zu versehen und deren Parameter optimal einzustellen. Dazu wurden in Abschnitt 4.1 und 4.3 für bestimmte Regelstrecken brauchbare Regeln angegeben, die leicht zu handhaben sind. Dieses Thema behandeln auch ausführlich /16/, /24/, /26/, /36/, /40/ und /41/.

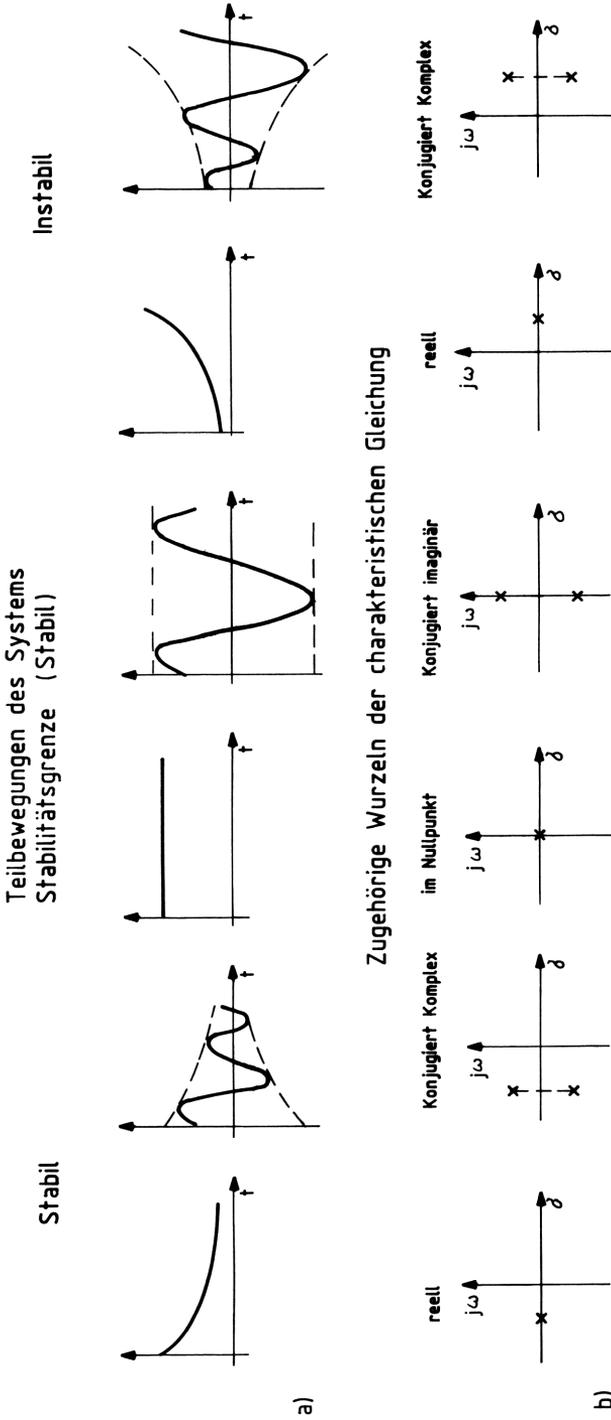
Ist man bestrebt, zuverlässige Aussagen über Stabilität oder Instabilität beliebiger Regelkreise zu erlangen, sind Kenntnisse der Stabilitätskriterien unumgänglich. Der Praktiker entscheidet sich dann für ein Stabilitätskriterium, das bei gegebener Problemstellung mit geringem Aufwand zur Lösung führt.

5.1 Stabilitätsbegriff

Es ist sinnvoll sich zunächst klar zu machen, was die Stabilität eines Regelkreises ist. Dazu einige Definitionen.

Ein System ist stabil, wenn die angeregten Systemgrößen von einem eingeschwungenen Zustand nach endlicher Zeit in einen anderen eingeschwungenen Zustand übergehen. Das System befindet sich an der Stabilitätsgrenze, wenn die Systemgrößen Dauerschwingungen ausführen.

Diese Definition ist in Bild 5.1a veranschaulicht. Es zeigt sich, daß bei Instabilität die Systemgrößen (theoretisch) über alle Grenzen gehen.



Zugehörige Wurzeln der charakteristischen Gleichung

Bild 5.1 Teilbewegungen von Systemen und deren Wurzelverteilung zur Deutung des Begriffs der Stabilität

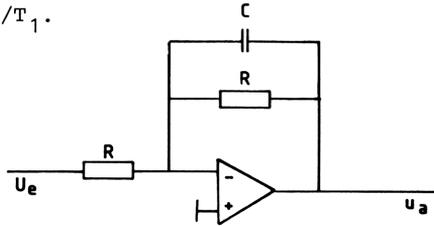
Ein Beispiel soll den Stabilitätsbegriff verdeutlichen helfen. Ausgangspunkt ist das Blockschaltbild eines PT_1 -Gliedes als Operationsverstärkerschaltung mit $V_P = 1$ (Bild 5.2a). Erreicht nun die Phasenverschiebung zwischen Ein- und Ausgangssignal mit wachsender Frequenz ω den Wert $\varphi = -180^\circ$, verhalten sich die Amplituden der Signale x_a und x_e umgekehrt zueinander. D.h., das Vorzeichen des gegengekoppelten Netzwerkes PT_1 kehrt sich um. Errechnet man aus dem veränderten Blockschaltbild (Bild 5.2b) den Frequenzgang, so folgt:

$$\overset{\circ}{x}_a = pT_1 \overset{\circ}{x}_a - x_e \quad \text{für} \quad \left. \begin{array}{l} V_P = 1 \\ \varphi = -180^\circ \end{array} \right\}$$

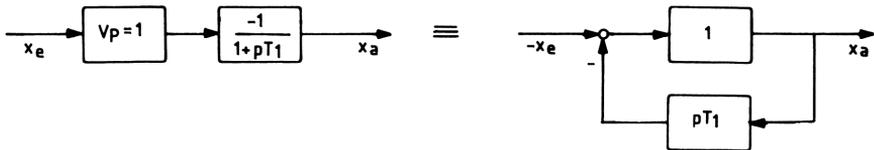
also

$$F(p) = \frac{\overset{\circ}{x}_a}{x_e} = -\frac{1}{1-pT_1} = \alpha_1 \cdot \frac{1}{p-\alpha_1} \quad (5.1)$$

mit $\alpha_1 = 1/T_1$.



a)



b)

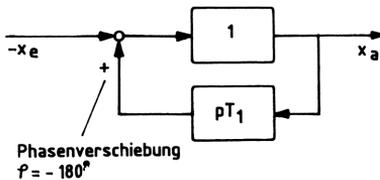


Bild 5.2 Blockschaltbilder zur Stabilitätsbetrachtung an einem PT_1 -Glied als Operationsverstärker-Schaltung

Die Sprungantwort erhält man mit Korrespondenz Nr. 55, Tabelle 2.3, nämlich:

$$x_a(t) = x_e (e^{t/T_1} - 1) \quad (5.2)$$

Sie ist in Bild 5.3 dargestellt und zeigt, daß bei $\varphi = -180^\circ$ und $V_p = 1$ das PT_1 -Glied instabil wird. Der Phasenwinkel φ und die Proportionalverstärkung V_p spielen also sicherlich eine wichtige Rolle bei der Beurteilung der Stabilität. Dies wird beim Bode-Diagramm besonders deutlich (Abschnitt 5.2).

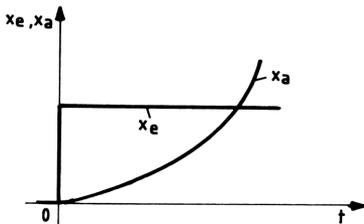


Bild 5.3 Verlauf der Sprungantwort eines instabilen PT_1 -Gliedes

Eine andere Definition der Stabilität bezieht sich auf die Pole des Frequenzgangs.

Es sei

$$F(p) = \frac{Z(p)}{N(p)} = \frac{Z(p)}{a_0 + a_1 p + \dots + a_n p^n}, \quad (5.3)$$

der Frequenzgang eines ungestörten Regelkreises mit den Polen $p_i = \sigma_i + j\omega_i$ (Wurzeln des Nennerpolynoms). Zerlegt in Wurzelfaktoren wird

$$N(p) = a_n (p - p_1) \cdot (p - p_2) \dots (p - p_n).$$

Dieses Nennerpolynom $N(p)$ stellt das Nennerpolynom eines PT_n -Gliedes dar und bestimmt die Stabilität eines Systems. Dabei hängt die Stabilität von der Lage der Pole in der komplexen p -Ebene ab. Zur Bestimmung der Pole genügt es, die Wurzeln p_i der charakteristischen Gleichung

$$a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n = 0 \quad (5.4)$$

zu bestimmen /26/. Sie stellt eine homogene Differentialgleichung in Bildschreibweise dar. In Bild 5.1b sind die Pole der zugehörigen Teilbewegungen eines Systems aufgetragen. Daraus läßt sich folgende Definition ableiten.

Ein lineares zeitvariantes Übertragungssystem ist genau dann stabil, wenn alle Pole p_i seiner Übertragungsfunktion in der linken p -Halbebene

liegen, d.h. $\operatorname{Re} p_i < 0$. Das System befindet sich an der Stabilitätsgrenze, wenn alle Pole p_i auf der imaginären Achse liegen, d.h. $\operatorname{Re} p_i = 0$.

Untersucht man die Frequenzganggleichung (5.1) nun auf die Verteilung der Pole des Nennerpolynoms, ergibt sich

$$p_i = p_1 = \alpha_1 > 0 ,$$

d.h., der Pol p_1 befindet sich in der rechten p -Halbebene. Damit ist das System, wie schon mit Gleichung (5.2) gezeigt, instabil.

Die zuvor genannte Stabilitätsdefinition läßt eine Vereinfachung zu. Es ist nicht notwendig, die Wurzeln im einzelnen zu berechnen, sondern es genügt ihre Verteilung in der p -Ebene festzulegen. Dazu gibt es einige Stabilitätskriterien, die teils algebraisch, teils graphisch angewendet werden.

5.2 Bode-Diagramm

Obwohl die Stabilitätsuntersuchung mit dem Bode-Diagramm aus dem Nyquist-Kriterium abgeleitet wird (Abschnitt 5.3), soll mit dem Bode-Diagramm begonnen werden. Es bietet besonders für den nicht ständig mit der Regeltechnik befaßten Praktiker sowie für den "Einstieg" in die Thematik der Stabilitätsuntersuchung einige Vorteile.

Die graphische Darstellung des Frequenzgangs einer Regelung ist einfach, da sie in logarithmischer Form geschieht. Es wird aus der Multiplikation des Frequenzgangs der einzelnen Regelkreisglieder

$$|F_o| = |F_1| \cdot |F_2| \cdots |F_n|$$

in logarithmischem Maßstab die Addition der entsprechenden Frequenzgänge

$$\lg |F_o| = \lg(|F_1| \cdot |F_2| \cdots |F_n|) = \lg |F_1| + \lg |F_2| + \dots + \lg |F_n| .$$

Außerdem lassen sich durch die Aufteilung des Frequenzgangs in Betrag $|F_o|$ und Phasenwinkel φ_o Parametereinflüsse auf die Stabilität besser erkennen.

Bei den Stabilitätsbetrachtungen wird die Stabilität des offenen Regelkreises auf die des geschlossenen Regelkreises bezogen. Man schneidet daher den Regelkreis in der Rückführung auf und erhält eine Wirkungskette aus Regler und Strecke.

Es wird aus dem Frequenzgang des geschlossenen Kreises der des offenen Regelkreises (Bild 5.4b).

$$F_{\text{O}}(p) = \frac{x_a}{x_e} = - F_{\text{R}}(p) \cdot F_{\text{S}}(p) \cdot$$

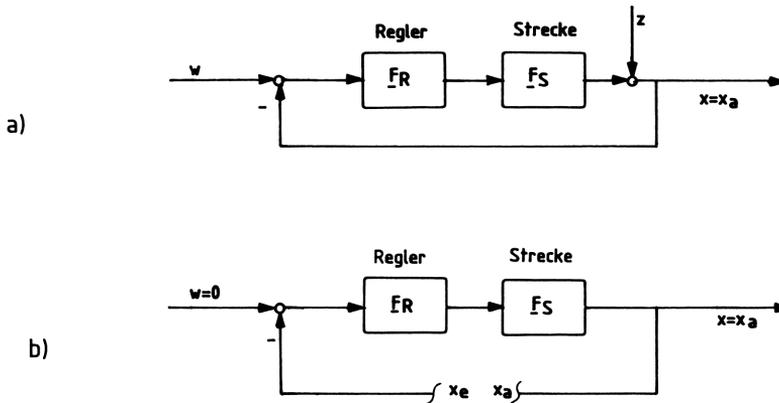


Bild 5.4 Allgemeines Blockschaltbild eines geschlossenen und eines aufgeschnittenen Regelkreises

Da sich die Stabilitätsbetrachtung im Bode-Diagramm am Betrag des Frequenzgangs $F_{\text{O}}(p)$ orientiert, gilt:

$$|F_{\text{O}}|(\omega) = |F_{\text{R}}|(\omega) \cdot |F_{\text{S}}|(\omega) \cdot$$

bzw.

$$\frac{|F_{\text{O}}|(\omega)}{\text{dB}} = 20 \cdot [\lg |F_{\text{R}}|(\omega) + \lg |F_{\text{S}}|(\omega)] \cdot$$

Die aus dem Nyquist-Kriterium abgeleitete Stabilitätsbedingung für das Bode-Diagramm läßt sich sehr vereinfachen, wenn man praxisnah annimmt, daß Frequenzgänge $F_{\text{O}}(p)$ mit Polen in der rechten p -Halbebene äußerst selten sind. Zulässig sei *höchstens ein Doppelpol im Ursprung und Pole in der linken p -Halbebene*. Das so vereinfachte Nyquist-Kriterium angewandt auf das Bode-Diagramm lautet:

Ein geschlossener Regelkreis ist genau dann stabil, wenn der Frequenzgang $F_{\text{O}}(p)$ des offenen

Kreises bei der Durchtrittsfrequenz ω_D (dort ist $V_O = 1$ bzw. $|\underline{F}_O| = 0$ dB) den Phasenwinkel $\varphi_O(\omega_D) > -180^\circ$ hat.

$$\varphi_O(\omega_D) > -180^\circ \text{ bei } |\underline{F}_O| = 0 \text{ dB} . \quad (5.5)$$

Dieses Stabilitätskriterium läßt auch eine Abschätzung der Stabilitätsgüte zu (Bild 5.5), die sich als Phasenrand oder Phasenreserve α_R

$$\alpha_R = 180^\circ + \varphi_O(\omega_D) \quad (5.6)$$

und Amplitudenrand oder Amplitudenreserve A_R

$$\frac{A_R}{\text{dB}} = - \frac{|\underline{F}_O|(\omega_z)}{\text{dB}} \quad (5.7)$$

definieren läßt.

Die Durchtrittsfrequenz ω_D ist ein Maß für die Reaktionsfähigkeit einer Regelung auf Führungs- und Störgrößenänderungen. Sie sollte möglichst groß sein.

Der Phasenrand α_R gibt den Winkelabstand zwischen der Phasenkennlinie $\varphi_O(\omega_D)$ und der Stabilitätsgrenze $\varphi = -180^\circ$ an.

Der Amplitudenrand A_R ist ein Maß für die Verstärkungsreserve der Regelung bis zum Erreichen der Stabilitätsgrenze bei $\omega = \omega_z$.

In vielen Fällen setzt sich eine Regelstrecke aus mehreren in Reihe geschalteten PT_1 -Gliedern zusammen, so daß das vereinfachte Nyquist-Kriterium ausreicht. Dies soll am Beispiel einer mit PID-Regler geregelten PT_3 -I-Strecke gezeigt werden (Bild 5.6).

Es ist der Frequenzgang $F_O(p)$ des offenen Regelkreises

$$F_O(p) = -F_R(p) \cdot F_S(p)$$

gegeben. Also

$$F_O(p) = -V_R V_S \cdot (1 + pT_V + \frac{1}{pT_N}) \cdot \frac{1}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)(1 + pT_3) \cdot pT_I}$$

mit

$$V_O = V_R \cdot V_S, \quad \alpha_1 = 1/T_1, \quad \alpha_2 = 1/T_2 \quad \text{und} \quad \alpha_3 = 1/T_3 \quad \text{folgt}$$

$$F_O(p) = -V_O \cdot \frac{(1 + pT_N + p^2 T_N T_V) \cdot \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3}{p^2 T_I T_N \cdot (p + \alpha_1)(p + \alpha_2)(p + \alpha_3)} .$$

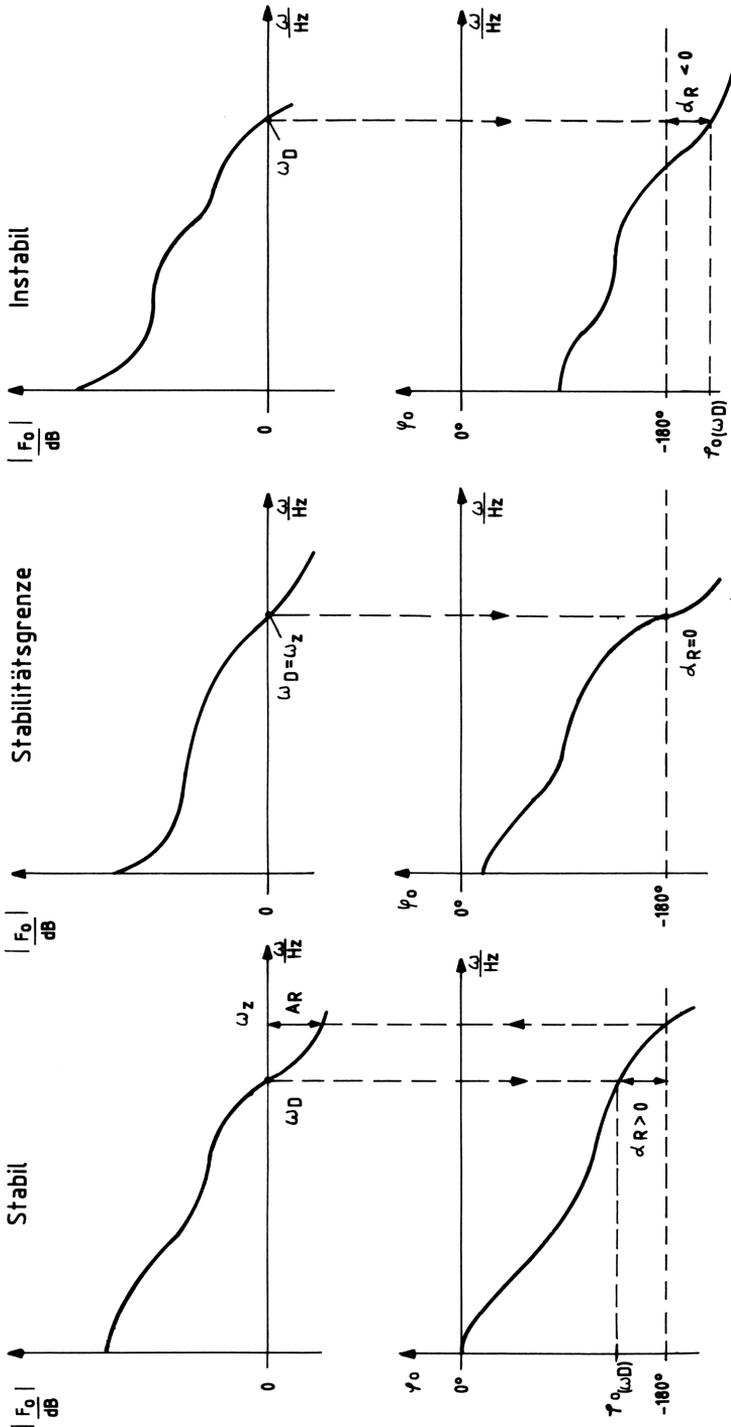


Bild 5.5 Beispiele für Frequenzgangbetrag und Phasenwinkel im Bode-Diagramm zur Definition der Stabilität

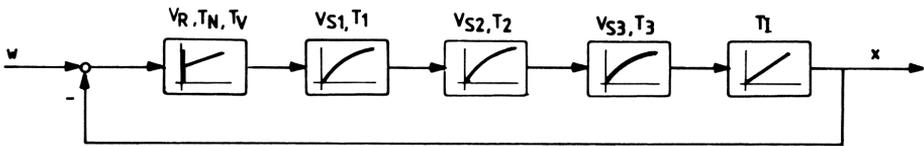


Bild 5.6 Blockschaltbild eines Regelkreises aus PI-Regler und einer I-PT₃-Strecke

Man erkennt, daß die Pole

$$p_1 = -\alpha_1, p_2 = -\alpha_2 \text{ und } p_3 = -\alpha_3$$

reell sind und in der linken p-Halbebene liegen; und daß es einen Doppelpol

$$p_4 = p_5 = 0$$

im Ursprung der p-Ebene gibt. Damit ist der Regelkreis für einen bestimmten Verstärkungsbereich V_O stabil und läßt sich im Bode-Diagramm mit dem vereinfachten Nyquist-Kriterium untersuchen.

Besitzt der Frequenzgang eines offenen Regelkreises Pole in der rechten p-Halbebene und höchstens zwei Pole im Ursprung der p-Ebene, so gilt das vollständige Nyquist-Kriterium. Es läßt sich aus den Schnittpunkten des Phasenwinkels mit der Linie $\varphi = -180^\circ$ definieren (Ableitung in Abschnitt 5.3).

S_p sei die Anzahl der positiven und S_n die Anzahl der negativen Schnittpunkte des Phasenwinkels $\varphi_O(\omega)$ mit der Linie $\varphi = -180^\circ$ für den Fall, daß $|\underline{F}_O|(\omega) > 0$ dB ist. Dann ist der geschlossene Regelkreis genau dann stabil, wenn die Beziehung erfüllt ist:

$$S_p - S_n \stackrel{!}{=} \frac{n_r}{2} \quad \text{für 0 oder 1 Pol im Ursprung} \quad (5.8)$$

der p-Ebene ($n_i = [0, 1]$)

$$S_p - S_n \stackrel{!}{=} \frac{n_r + 1}{2} \quad \text{für einen Doppelpol im Ursprung}$$

der p-Ebene ($n_i = 2$)

$$\text{mit } n_r = 0 \quad \text{für } \operatorname{Re} p_i < 0$$

$$n_r \neq 0 \quad \text{für } \operatorname{Re} p_i > 0. \quad (5.9)$$

Zur Erläuterung der sog. Schnittpunktform des allgemeinen Nyquist-Kriteriums sind in Bild 5.7 einige Beispiele aufgezeigt. Daraus

Bode - Diagramm	Stabilitätsaussage für $\text{Re } p_i > 0$
	$S_p = 1; S_n = 2$ $S_p - S_n = -1$ für $n_i = [0;1]$ gilt: $S_p - S_n \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} \neq -1$ <u>instabil</u>
	$S_p = 2; S_n = 1,5$ $S_p - S_n = \frac{1}{2}$ für $n_i = [0;1]$ gilt: $S_p - S_n \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ <u>stabil</u>
	$S_p = 1,5; S_n = 2$ $S_p - S_n = -\frac{1}{2}$ für $n_i = 2$ gilt: $S_p - S_n \stackrel{!}{=} 1 \neq -\frac{1}{2}$ <u>instabil</u>
	$S_p = 1; S_n = 1$ $S_p - S_n = 0$ für $n_i = [0;1]$ gilt: $S_p - S_n \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} \neq 0$ <u>instabil</u>

Bild 5.7 Verschiedene Bode-Diagramme zur Bestimmung der Stabilität mit dem Schnittpunkt-Kriterium

geht hervor, daß nur Schnittpunkte gezählt werden, für die $|\underline{E}_O| > 0$ dB ist. Ein halber positiver Schnittpunkt ergibt sich bei von -180° ansteigendem $\varphi_{O(\omega)}$; ein halber negativer bei von -180° abfallendem $\varphi_{O(\omega)}$.

Selbst wenn bei der Durchtrittsfrequenz ω_D der Phasenwinkel $\varphi_{O(\omega_D)} > -180^\circ$ ist, kann der Regelkreis Instabilität zeigen, weil für eine exakte Stabilitätsaussage nur die Verteilung der Pole p_i in der p-Ebene maßgebend ist.

Das vereinfachte Nyquist-Kriterium gilt, wie erwähnt, für $n_r = 0$ (nur Pole in der linken p-Halbebene) und $n_i = [0, 1, 2]$ (0, 1 oder 2 Pole im Ursprung der p-Ebene).

Es lautet in Schnittpunktform für $|\underline{E}_O|_{(\omega)} > 0$ dB

$$\begin{aligned} S_p - S_n &\stackrel{!}{=} 0 && \text{für } n_i = [0, 1] \\ S_p - S_n &\stackrel{!}{=} \frac{1}{2} && \text{für } n_i = 2 \end{aligned}$$

und läßt sich als Stabilitätsbedingung leicht im Bode-Diagramm anwenden.

5.2.1 Graphische Auswertung

In Abschnitt 3 wurde bereits gezeigt, wie der Frequenzgang einzelner Regelkreisglieder exakt und asymptotisch gezeichnet wird. Eine Zusammenfassung der Frequenzgang- und Phasenwinkelkurven ist in Tabelle 3.1 enthalten.

Zur Beurteilung der Stabilität eines Regelkreises hat man nur die Kurvenverläufe des Frequenzgangs und Phasenwinkels von Regler und Strecke ins Bode-Diagramm einzutragen. Die Summen $\lg|\underline{E}_O| = \lg|\underline{E}_R| + \lg|\underline{E}_S|$ und $\varphi_O = \varphi_R + \varphi_S$ erbringen die Gesamtdarstellung des offenen Regelkreises. Mit dem vereinfachten Stabilitätskriterium nach Gleichung (5.5) oder (5.10) ist dann die Stabilität graphisch abzulesen.

In vielen Fällen genügt sogar die asymptotische Darstellung von Frequenzgang und Phasenwinkel. Ausnahmen sind das PT_2 - und PT_t -Glied.

Dies bringt eine erhebliche Vereinfachung der Stabilitätsbetrachtung mit sich, wie ein Beispiel zeigt.

Beispiel

Der Druck eines Gasbehälters soll über eine Pumpe mit einem PI-Regler auf einen konstanten Wert geregelt werden. Bild 5.8 zeigt das zugehörige Blockschaltbild.

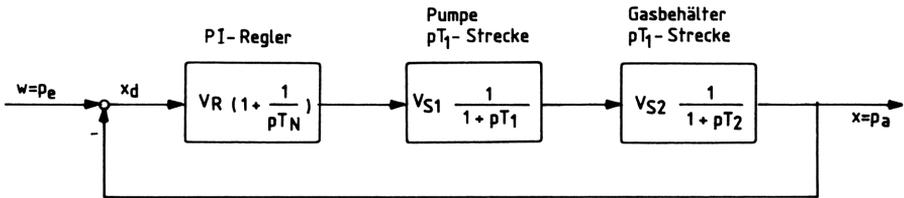


Bild 5.8 Blockschaltbild einer Regelung aus PI-Regler und zwei PT_1 -Strecken

Wie in Abschnitt 3 gezeigt, besteht die Regelstrecke aus zwei PT_1 -Gliedern.

Gegeben sind folgende Parameter:

$$V_R = 10, \quad \omega_N = 15 \text{ Hz}, \quad \omega_1 = V_P \cdot \omega_N = 150 \text{ Hz}$$

$$V_{S1} = 1, \quad \omega_{E1} = 50 \text{ Hz}$$

$$V_{S2} = 1, \quad \omega_{E2} = 100 \text{ Hz}.$$

Zunächst muß man sich klar machen, in welchem Frequenzbereich die Regelung untersucht werden soll, denn mit $\omega = 0$ kann in logarithmischem Maßstab nicht begonnen werden. Dazu ein Hinweis. Man wählt für die kleinste Frequenz auf der Abszisse etwa ein Zehntel der kleinsten, als Parameter gegebenen Frequenz.

Es wird hier

$$\omega_{\min} \approx 0,1 \cdot \omega_N = 1,5 \text{ Hz}.$$

Damit beginnt die Abszisse bei 1 Hz. In Bild 5.9 ist das entsprechende Bode-Diagramm dargestellt. Es ergibt sich eine Phasenreserve von $\alpha_R \approx 39^\circ$, d.h. die Regelung ist stabil, siehe Gleichung (5.5). Die Amplitudenreserve beträgt $A_R \approx 22 \text{ dB}$ oder als reiner Zahlenwert $A_R \approx 12,6$.

Die Stabilitätsbetrachtung mit dem Schnittpunktkriterium nach Gleichung (5.10) ergibt für diese Regelung folgendes:

$$F_O(p) = V_O \cdot \frac{1 + PT_N}{PT_N \cdot (1 + PT_1) (1 + PT_2)}$$

daraus folgt $n_i = 1$, $n_r = 0$ und aus Bild 5.9 $S_p = 0$, $S_n = 0$.
(Keine Schnittpunkte mit -180°). Damit ist die Stabilitätsbedingung

$$S_p = S_n \stackrel{!}{=} 0$$

erfüllt, die Regelung ist stabil.

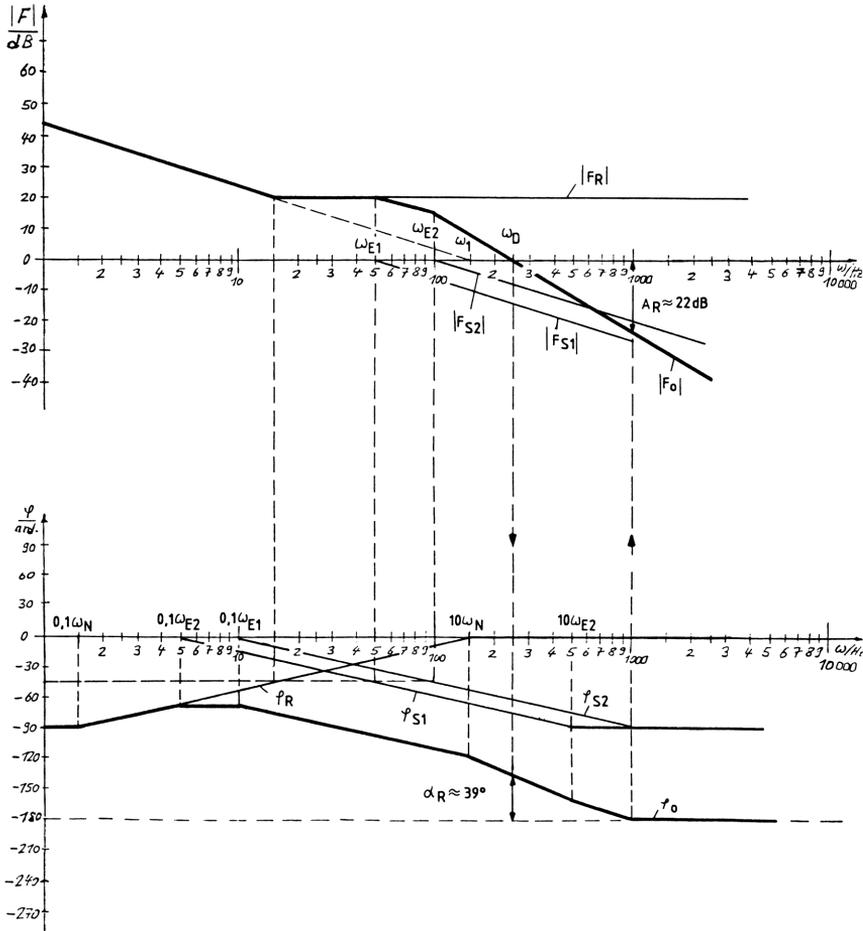


Bild 5.9 Bode-Diagramm für die Regelung aus Bild 5.8

Wie aus den Gleichungen für die einzelnen Phasenwinkel zu entnehmen ist, hat eine Verstärkungsänderung ΔV_0 keinen Einfluß auf den Verlauf der Phasenwinkel.

Eine Änderung der Verstärkung kann jedoch eine Regelung vom instabilen in den stabilen Zustand überführen. Dies wird im Bode-Diagramm besonders deutlich. Bei einer Verstärkungsänderung bleibt der Verlauf von φ_0 erhalten, es ändert sich nur der Verlauf von

$|F_o|$. Da die Streckenverstärkungen meist festliegen, läßt sich mit der Reglerverstärkung V_R der Regelkreis stabilisieren. Dies wird anhand einer Regelung aus PI-Regler und PT_1 - T_t -Strecke gezeigt (Bild 5.10).

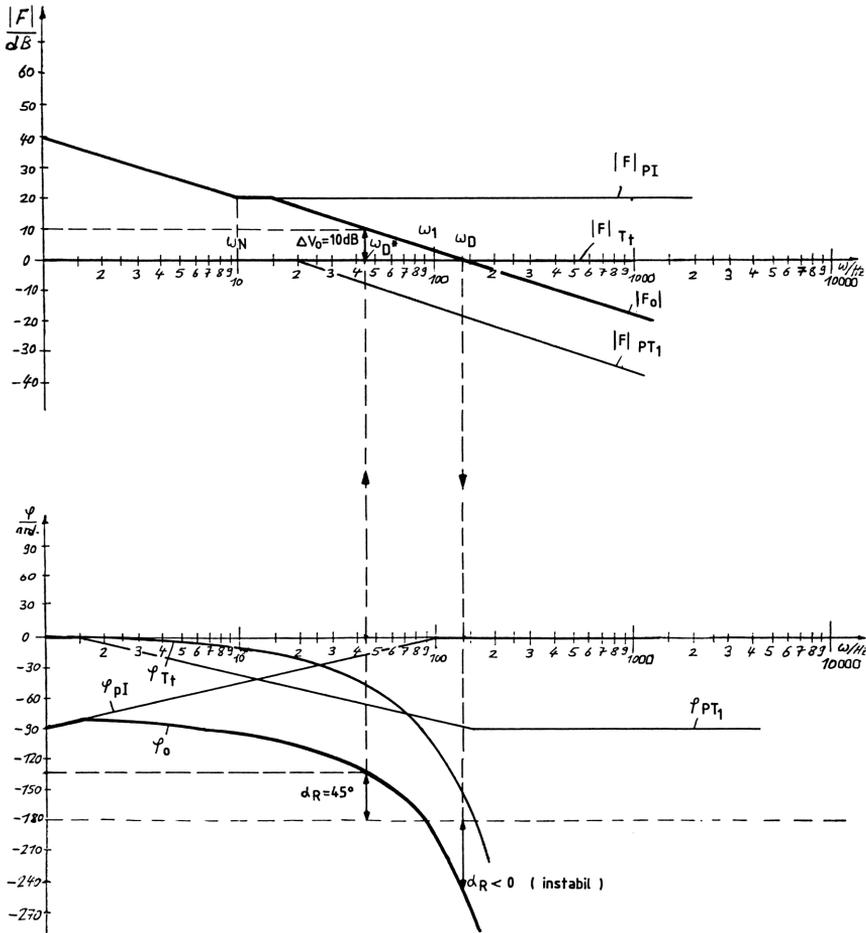


Bild 5.10 Bode-Diagramm einer Regelung aus PI-Regler und einer PT_1 - T_t -Strecke

Bei der Durchtrittsfrequenz $\omega_D \approx 140$ Hz ist die Regelung instabil ($\alpha_R < 0$). Erst wenn die Verstärkung um $\Delta V_0 = \Delta V_R = 10$ dB verringert wird, ergibt sich bei der neuen Durchtrittsfrequenz $\omega_D^* \approx 45$ Hz eine stabile Regelung mit $\alpha_R = 45^\circ$ Phasenrand.

Dabei wird angenommen, daß ein Vermindern der Verstärkung um ΔV_R einem Parallelverschieben des Frequenzgangs $|F_o|$ von ω_D nach

$\omega_D^* \approx 45 \text{ Hz}$ hin gleichkommt. Diese Vereinfachung erspart ein erneutes Zeichnen von $|\underline{F}_O|(\omega)$ mit der veränderten Verstärkung

$$V_O^* = V_O - \Delta V_O.$$

Für Amplituden- und Phasenrand sind optimale Werte

$$\left. \begin{array}{l} A_R = 4 (12 \text{ dB}) \dots 10 (20 \text{ dB}) \\ \alpha_R = 40^\circ \dots 60^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{bei Führungsverhalten} \\ \text{(nach Gleichung (5.11))} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} A_R = 1,5 (3,5 \text{ dB}) \dots 3 (9,5 \text{ dB}) \\ \alpha_R = 20^\circ \dots 50^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{bei Störverhalten} \\ \text{(nach Gleichung (5.12))} \end{array}$$

Aufgabe 5.1

Die Temperatur einer Flüssigkeit soll mit einem Wärmetauscher über ein Stellventil mittels PI-Regler geregelt werden (Bild 5.11).

Der Wärmetauscher zeigt PT_1 -Verhalten; der Ventilstellantrieb I-Verhalten (siehe Abschnitt 3). Die Totzeit des Stromrichters sei vernachlässigt.

Die Anlagenparameter sind:

$$\text{PI-Regler: } V_R = 10, \quad T_N = 20 \text{ ms}, \quad T_1 = 2 \text{ ms}$$

$$\text{PT}_1\text{-Strecke: } V_S = 1, \quad T_{E1} = 6,67 \text{ ms}$$

$$\text{I-Strecke: } T_I = 0,1 \text{ s.}$$

Es ist das Blockschaltbild zu zeichnen und die Stabilität im Bode-Diagramm zu untersuchen (auch mit dem Schnittpunktkriterium).

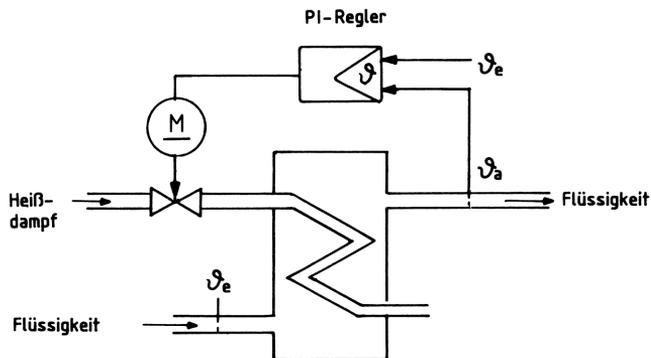


Bild 5.11 Schema eines Wärmetauschers zur Temperaturregelung einer Flüssigkeit

Aufgabe 5.2

Ein Förderkorb soll mit einem Stromrichterantrieb auf bestimmte Höhen positioniert werden. Der Regler habe PID-Verhalten (Bild 5.12). Der mechanische Teil der Anlage zeigt, ebenso wie der Motor, PT_1 -Verhalten.

Ein Stromrichter entspricht einem Totzeitglied.
Die Anlagenparameter sind:

PID-Regler: $V_R = 10$, $T_N = 125$ ms , $T_V = 6,67$ ms

Motor: $V_{S1} = 1$, $T_{E1} = 33$ ms

Mechanik: $V_{S2} = 1$, $T_{E2} = 100$ ms

Stromrichter: $V_{S3} = 2$, $T_t = 15$ ms.

Gesucht ist das Blockschaltbild sowie die Stabilitätsaussage im Bode-Diagramm (auch mit dem Schnittpunktkriterium).

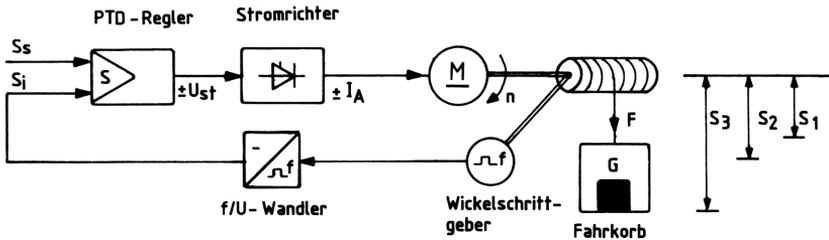


Bild 5.12 Schema einer einfachen Positionsregelung für einen Förderkorb

Aufgabe 5.3

Für jeden Freiheitsgrad x , y , z , r und φ eines Industrieroboters ist eine Regelung erforderlich. Diese soll jeweils mit einem PI-Regler erfolgen (Bild 5.13). Der gesamte Roboterantrieb habe PT_2 -Verhalten und ist Istwertfassung PT_1 -Verhalten. Die Totzeit der einzelnen Stromrichter sei vernachlässigbar.

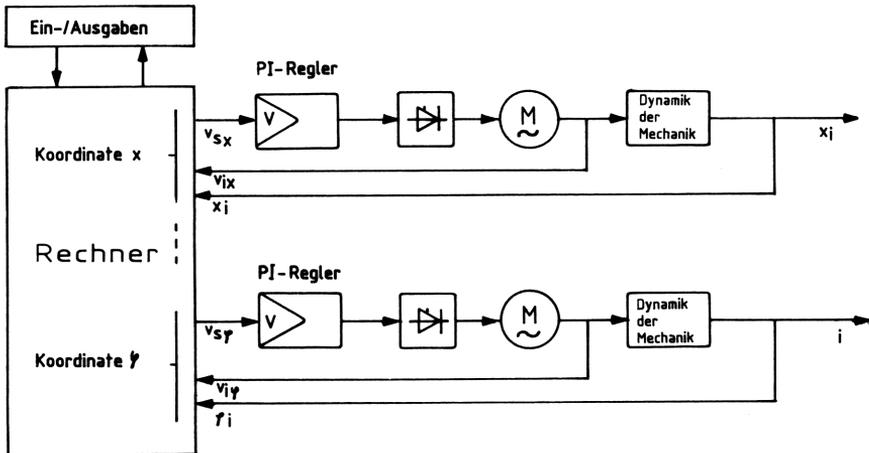


Bild 5.13 Schema eines vereinfachten Industrieroboter-Antriebes für fünf Freiheitsgrade

Die Parameter sind:

PI-Regler: $V_R = 56$, $\omega_N = 20$ Hz ,

PT₁-Strecke: $V_{S1} = 1$, $\omega_{E1} = 10$ Hz ,

PT₂-Strecke: $V_{S2} = 0,316$, $\omega_O = 40$ Hz , $d = 1$

Es sind ω_D und α_R im Bode-Diagramm zu bestimmen, sowie die Verstärkungen für $\alpha_R = 0^\circ$ und $\alpha_R = 45^\circ$ anzugeben.

Aufgabe 5.4

Ein Regelkreis bestehe aus dem PI-Regler, einer PT₃-Strecke (zusammengesetzt aus drei PT₁-Strecken) und einem Totzeitglied.

Die Kenngrößen sind:

PI-Regler: $V_R = 100$, $\omega_N = 15$ Hz , $\omega_1 = 1.500$ Hz

PT₁-Strecke 1: $V_{S1} = 1$, $\omega_{E1} = 10$ Hz

PT₁-Strecke 2: $V_{S2} = 1$, $\omega_{E2} = 20$ Hz

PT₁-Strecke 3: $V_{S3} = 1$, $\omega_{E3} = 40$ Hz

PT_t-Strecke: $V_{S4} = 1$, $T_t = 10$ ms.

Es ist die Stabilität im Bode-Diagramm zu untersuchen und anschließend der PI - durch einen PD-Regler mit den Kenngrößen $V_R = 100$, $\omega_V = 30$ Hz und $\omega_2 = 0,3$ Hz zu ersetzen.

5.2.2 Rechner-Auswertung

Eine exakte Stabilitätsuntersuchung ist nur mit den in Abschnitt 3 bzw. Tabelle 3.1 angegebenen Frequenzgang- und Phasenwinkel-Gleichungen möglich.

Dazu sind in Abschnitt 7.2.2 verschiedene Beispiele mit dem Taschenrechner HP 41 CV abgedruckt. Die Rechenprogramme erheben keinen Anspruch auf "Ausgefeiltheit" bis ins Kleinste. Wichtig ist, daß sie die gewünschten Ergebnisse liefern, wie das der Ausdruck für einen Regelkreis aus PD-Regler und PT₁-T_t-Strecke zeigt (Bild 5.14).

Für diesen Regelkreis läßt sich das Bode-Diagramm zeichnen. Es ergibt bei den gegebenen Parametern eine stabile Regelung (Bild 5.15). Zur Kopplung von Taschenrechnern an einen Plotter sind in /27/ einige Hinweise gegeben.

Das graphische Verfahren der Stabilitätsuntersuchung im Bode-Diagramm läßt sich ohne Schwierigkeiten auch mit einem Rechner behandeln. Dieser sollte über einen Bildschirm verfügen und an einen

	XEO "BODE 2"		W/HZ=1.0		WD/HZ=114.9	
PD-PT1-TT			/F0/IN dB=20.0		/F0/IN dB=0.0	
VR=?			PHI-0/GRAD=-5.5		PHI-0/GRAD=-61.7	
	10.0	RUN	---		---	
TV/S=?			W/HZ=5.0		WV/HZ=200.0	
	0.005	RUN	/F0/IN dB=19.0		/F0/IN dB=-3.0	
VS-T1=?			PHI-0/GRAD=-25.4		PHI-0/GRAD=-53.6	
	1.0	RUN	---		---	
T1/S=?			W/HZ=25.0		W1/HZ=10.0	
	0.1	RUN	/F0/IN dB=11.5		/F0/IN dB=17.0	
VS-TT=?			PHI-0/GRAD=-62.5		PHI-0/GRAD=-42.7	
	1.0	RUN	---		---	
TT/S=?			W/HZ=125.0		aR/GRAD=118.3	
	0.001	RUN	/F0/IN dB=-0.5		---	
W-MIN/HZ=?			PHI-0/GRAD=-60.6		WZ1=?	
	1.0	RUN	---		3.000.0	RUN
W-MAX/HZ=?			W/HZ=625.0		WZ2=?	
	10.000.0	RUN	/F0/IN dB=-5.6		3.200.0	RUN
			PHI-0/GRAD=-52.6		---	
			---		WZ/HZ=3.000.0	
			W/HZ=3.125.0		/F0/IN dB=-6.0	
			/F0/IN dB=-6.0		PHI-0/GRAD=-100.0	
			PHI-0/GRAD=-182.5		---	
			---		AR=2.0	
			W/HZ=15.625.0		---	
			/F0/IN dB=-6.0		REGELG. STABIL	
			PHI-0/GRAD=-395.9			

Bild 5.14 Taschenrechner-Ausdruck der Werte einer Regelung aus PD-Regler und PT₁-T_t-Strecke für das Bode-Diagramm

Plotter angeschlossen sein. Mit Rechnerunterstützung ist es möglich, nicht nur Aufgaben im Bode-Diagramm zu lösen, sondern allgemein die Parametereinflüsse auf eine Regelung sichtbar zu machen. Außerdem kann die Vermittlung von Lehrinhalten der Regeltechnik im Rechner-Dialog zur besseren Durchschaubarkeit des angebotenen Stoffes beitragen /28/. Auch wegen der zunehmenden Synthese kontinuierlicher Regelsysteme durch Software, ist der vermehrte Einsatz von Rechnern in der Lehre unumgänglich. Dementsprechend sind in Abschnitt 6.2 einige Beispiele industrieller digitaler Regelungen mit Rechner aufgezeigt.

Programme für die meisten regeltechnischen Probleme werden von /29/ bereitgestellt und enthalten auch Subroutinen für die logarithmische Darstellung des Bode-Diagramms. Weitere Programme zur rechnergestützten Darstellung von Frequenzgängen und Sprungantworten sind in /30/, /31/, /32/, /33/ und /34/ enthalten. Das in diesem Buch benutzte BASIC-Programm für das Bode-Diagramm ist in Abschnitt 7.1.2 abgedruckt. Es enthält alle Graphikroutinen und zeichnet Frequenzgangbetrag sowie Phasenwinkel (auf Diskette erhältlich /88/).

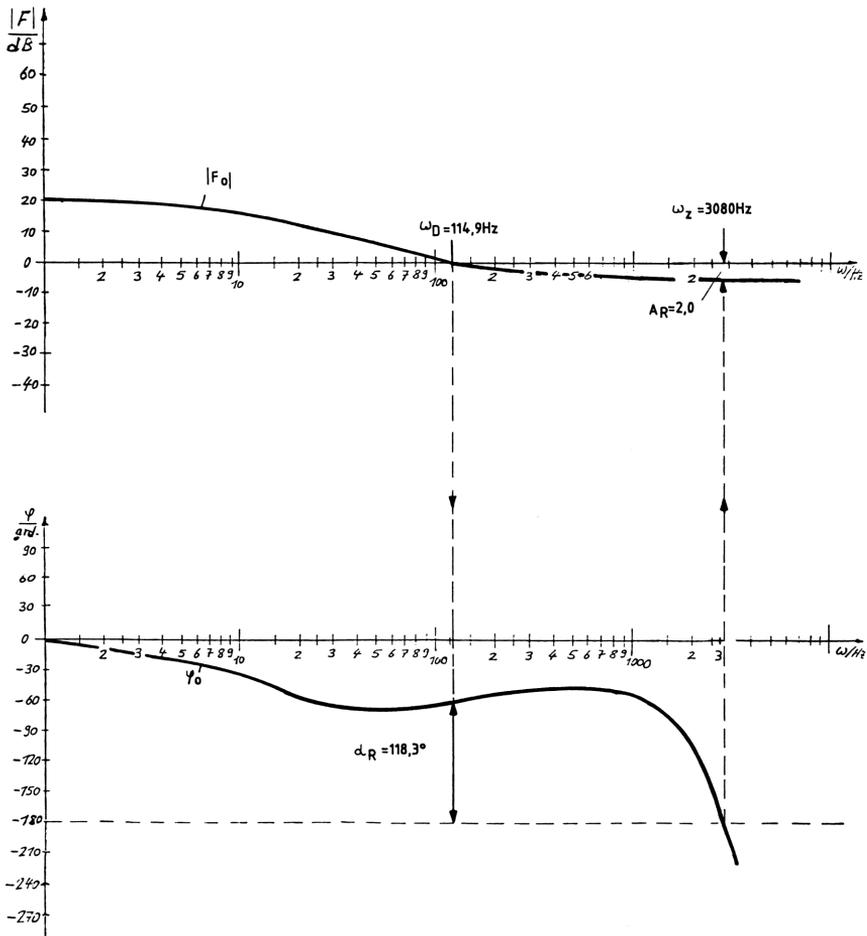


Bild 5.15 Bode-Diagramm der Regelung PD-Regler, PT_1 - T_t -Strecke mit den Rechnerwerten aus Bild 5.14

In einem kleinen Rechnerdialog kann der Benutzer Regelungen auswählen und Parameteränderungen mit Hilfe von Plot's des Bode-Diagramms deuten lernen.

5.3 Nyquist-Kriterium

Das Nyquist-Kriterium /35/ ermöglicht, ausgehend vom komplexen Frequenzgang $F_O(j\omega)$ des offenen Regelkreises, eine Stabilitätsaussage über den geschlossenen Regelkreis. Es lässt sich in Ortskurven-Darstellung und Frequenzgang-Darstellung behandeln. Die Frequenzgang-Darstellung entspricht dem bereits in Abschnitt 5.2 gezeigten Bo-

de-Diagramm. Die Darstellung in Ortskurvenform ist sowohl graphisch als auch rein algebraisch möglich. Dazu benutzt man die in Abschnitt 3 angegebenen komplexen Frequenzganggleichungen der Regelkreisglieder. Ihre Darstellung in der komplexen Ebene nennt man Ortskurven.

5.3.1 Ortskurven-Darstellung

Die wichtigsten Ortskurven und die zugehörigen Gleichungen linearer Regelkreisglieder sind in Tabelle 5.1 bzw. Tabelle 3.1 und 3.2 dargestellt. Bei der Herleitung des Nyquist-Kriteriums geht man davon aus, daß der Gesamtfrequenzgang aus der Multiplikation der Einzelfrequenzgänge besteht und eine gebrochene rationale Funktion ist. Dann wird entsprechend Gleichung (5.3)

$$F(p) = \frac{Z(p)}{N(p)} = \frac{Z(p)}{a_0 + a_1 \cdot p + a_2 \cdot p^2 + \dots + a_n \cdot p^n} .$$

Aus Bild 5.4a geht für den geschlossenen Regelkreis hervor, daß bei Führungsverhalten ($z = 0$)

$$F_w(p) = \frac{\overset{0}{x}}{\underset{w}{0}} = \frac{-F_o(p)}{1 - F_o(p)} \quad (5.11)$$

und bei Störverhalten ($w = 0$)

$$F_z(p) = \frac{\overset{0}{x}}{\underset{z}{0}} = \frac{1}{1 - F_o(p)} \quad (5.12)$$

gilt; mit $F_o(p) = -F_R(p) \cdot F_S(p)$, dem Frequenzgang des offenen Regelkreises.

Zur Bestimmung des Übertragungsverhaltens von $F(p)$ ist die Gleichung $N(p) = 0$ zu lösen, die für $p = d/dt$ einer homogenen Differentialgleichung entspricht. Voraussetzung ist, das $Z(p)$ und $N(p)$ teilerfremd und daß der Grad von $Z(p)$ kleiner als der von $N(p)$ ist.

Es genügt nun zur Lösung der Differentialgleichung die Wurzeln p_i des Nennerpolynoms $N(p)$ bzw. deren Verteilung in der p -Ebene zu bestimmen.

Für den geschlossenen Regelkreis ist demnach bei Führungs- oder Störverhalten das gleiche Nennerpolynom Null zu setzen, also

$$1 - F_o(p) = N(p) = 0 . \quad (5.13)$$

Tabelle 5.1 Frequenzgang und Ortskurve der wichtigsten Regelkreisglieder

Regelkreisverhalten	Frequenzgang	Ortskurve
P	$F(p) = F(j\omega) = V_P$	
I	$F(p) = \frac{1}{pT_I}$ $F(j\omega) = -j \frac{1}{\omega T_I}$	
D	$F(p) = pT_D$ $F(j\omega) = j\omega T_D$	
PI	$F(p) = V_P \left(1 + \frac{1}{pT_N}\right)$ $F(j\omega) = V_P \left(1 - j \frac{1}{\omega T_N}\right)$	
PD	$F(p) = V_P (1 + pT_V)$ $F(j\omega) = V_P (1 + j\omega T_V)$	
PID	$F(p) = V_P \left(1 + pT_V + \frac{1}{pT_N}\right)$ $F(j\omega) = V_P \left[1 + j \left(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N}\right)\right]$	
PT_1	$F(p) = V_P \frac{1}{1 + pT_1}$ $F(j\omega) = V_P \frac{1 - j\omega T_1}{1 + \omega^2 T_1^2}$	

Tabelle 5.1 (Forts.)

Regelkreis- verhalten	Frequenzgang	Ortskurve $F(j\omega)$
PT_2	$F(p) = V_P \frac{1}{1 + 2dpT_2 + p^2T_2^2}$ $F(j\omega) = V_P \frac{1 - \omega^2T_2^2 - j2d\omega T_2}{(1 - \omega^2T_2^2)^2 + 4d^2 \cdot \omega^2 \cdot T_2^2}$	
PT_n	$F(p) = V_P^* \frac{1}{(1+pT_1^*)(1+pT_2^*) \dots (1+pT_n^*)}$ $F(j\omega) = V_P \frac{1}{1+j\omega T_1 + (j\omega)^2 T_2^2 + \dots + (j\omega)^n T_n^n}$	
$D-T_1$	$F(p) = \frac{pT_D}{1 + pT_1}$ $F(j\omega) = \frac{\omega T_D (\omega T_1 + j)}{1 + \omega^2 T_1^2}$	
$I-T_1$	$F(p) = \frac{1}{pT_1(1 + pT_1)}$ $F(j\omega) = \frac{-\omega T_1 - j}{\omega T_1(1 + \omega^2 T_1^2)}$	
PT_t	$F(p) = V_P \cdot e^{-pT_t}$ $F(j\omega) = V_P (\cos\omega T_t - j\sin\omega T_t)$	
$I-T_t$	$F(p) = \frac{e^{-pT_t}}{pT_I}$ $F(j\omega) = \frac{-\sin\omega T_t - j\cos\omega T_t}{\omega T_I}$	
PT_1-T_t	$F(p) = V_P \frac{e^{-pT_t}}{1 + pT_1}$ $F(j\omega) = V_P \frac{(1 - j\omega T_1)e^{-j\omega T_t}}{1 + \omega^2 T_1^2}$	

Andere Literaturstellen geben für die charakteristische Gleichung $1 + F_O(p) = 0$ an, mit $F_O(p) = F_R(p) \cdot F_S(p)$. Beide führen auf gleiche Ergebnisse.

Es sind die Pole des geschlossenen Regelkreises gleich denen des offenen Regelkreises. Nach Nyquist ist die Polstellenverteilung von der Winkeländerung $\Delta\varphi(\omega)$ des Polynoms $N(p) = N(j\omega)$ abhängig. Jede Wurzel des Polynoms liefert einen Beitrag $\Delta\varphi = \pi/2$, wenn sie in der linken p-Halbebene liegt und einen von $\Delta\varphi = -\pi/2$, wenn sie in der rechten p-Halbebene liegt. Die Winkeländerung wird durch einen Fahrstrahl im kritischen Punkt $P_K = +1$ für den Bereich $\omega = 0 \dots \infty$ beschrieben (Bild 5.16). Nimmt man für n_r die Anzahl der Pole in der rechten p-Halbebene an ($\text{Re} p_i > 0$), für n_l die Anzahl der Pole in der linken p-Halbebene ($\text{Re} p_i < 0$ oder $n_r = 0$), sowie n_i die Anzahl der Pole auf der imaginären Achse, ergibt sich eine allgemeine Fassung des Nyquistkriteriums. Die Stabilitätsbedingung für geschlossene Regelkreise lautet dann:

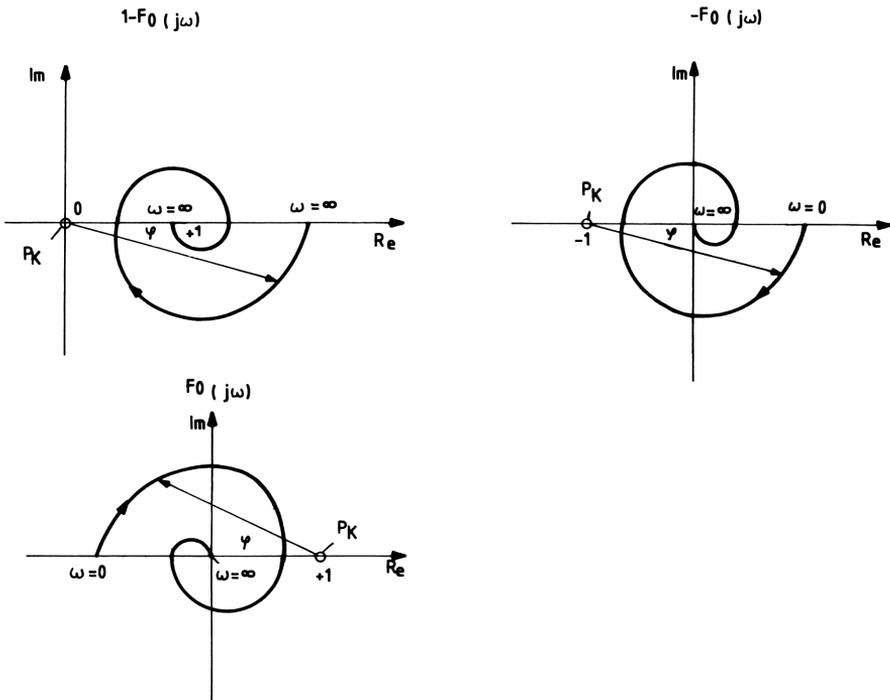


Bild 5.16 Darstellung des Fahrstrahls an den Ortskurven $1 - \underline{F}_O$ und \underline{F}_O zur Deutung der Winkeländerung $\Delta\varphi$

Ein geschlossener Regelkreis ist genau dann stabil, wenn der im kritischen Punkt P_K an die Ortskurve $F_O(j\omega)$ des offenen Kreises gelegte Fahrstrahl im Bereich von $\omega = 0 \dots \infty$ die stetige Winkeländerung

$$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} \pi n_r + \frac{\pi}{2} \cdot n_i \quad (5.14)$$

beschreibt.

Zur Veranschaulichung des Nyquist-Kriteriums, das auch für Systeme mit Totzeit gilt, sind in Bild 5.17 einige Beispiele gezeigt.

Hat $F_O(p)$ keine Pole auf der imaginären Achse ($n_i = 0$), beginnt die Ortskurve für $\omega = 0$ auf der reellen Achse und endet für $\omega = \infty$ im Ursprung der komplexen Ebene. Hat $F_O(p)$ Pole im Ursprung ($n_i > 0$), dies deutet auf das I-Verhalten hin, beginnt die Ortskurve für $\omega = 0$ im Unendlichen und endet für $\omega = \infty$ im Ursprung.

Hat $F_O(p)$ unendlich viele Schnittpunkte mit der reellen Achse, dies deutet auf ein zusätzliches Totzeitverhalten hin, endet die Ortskurve für $\omega = \infty$ im Ursprung bzw. geht in einen Kreis um den Ursprung über.

Beim vereinfachten Nyquist-Kriterium, das für viele Fälle völlig ausreicht, betrachtet man nur Regelkreise, die keine Pole in der rechten p-Halbebene aufweisen und maximal zwei Pole im Ursprung besitzen ($n_r = 0$, $n_i = 0, 1, 2$).

Dann lautet die Stabilitätsbedingung:

Gilt für die Polverteilung des aufgeschnittenen Regelkreises $n_r = 0$ und $n_i = [0, 1, 2]$, so ist der geschlossene Regelkreis genau dann stabil, wenn der Fahrstrahl in P_K an die Ortskurve $F_O(j\omega)$ gelegt, im Bereich $\omega = 0 \dots \infty$ die stetige Winkeländerung

$$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{2} \cdot n_i \quad (5.15)$$

beschreibt.

Oder anders ausgedrückt:

Hat der offene Regelkreis die Polverteilung $n_r = 0$ und $n_i = [0, 1, 2]$, so ist der geschlossene Regelkreis genau dann stabil, wenn der kritische Punkt $P_K = [1, j0]$

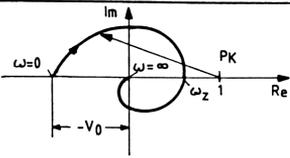
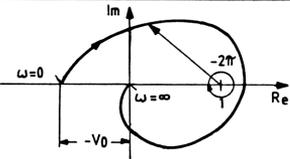
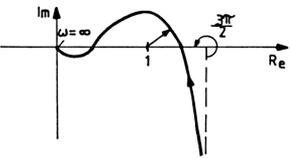
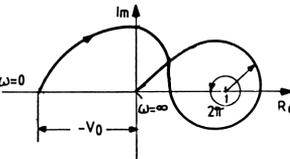
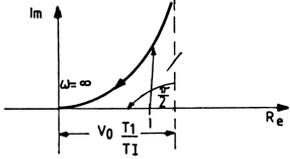
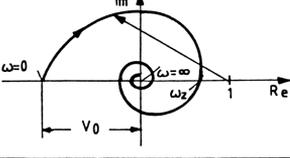
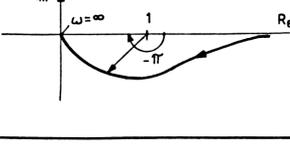
Ortskurve	$F_0(j\omega)$	Polverteilung von $F_0(p)$	Stabilitätsaussage
	$F_0(p) = \frac{-v_0}{(1+pT_1)(1+pT_2)}$ $n_r = 0; n_i = 0$	$P - PT_2$	$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} 0 = 0$ <u>stabil</u>
	$F_0(p) = \frac{-v_0}{(1+pT_1)(1+pT_2)}$ $n_r = 0; n_i = 0$	$P - PT_2$	$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} 0 = -2$ <u>instabil</u>
	$F_0(p) = \frac{-v_0(1+pT_3)}{pT_1(1+pT_1)(1+pT_2)(pT_4-1)}$ $n_i = 1; n_r = 1$		$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} \frac{3\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$ <u>stabil</u>
	$F_0(p) = \frac{-v_0}{(pT_a-1)(pT_b-1)}$ $n_r = 2; n_i = 0$		$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} 2\pi = 2\pi$ <u>stabil</u>
	$F_0(p) = \frac{-v_0}{pT_I(1+pT_1)}$ $n_r = 0; n_i = 1$	$P - I - PT_1$	$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$ <u>stabil</u>
	$F_0(p) = \frac{-v_0 \cdot e^{-pT_t}}{1+pT_1}$ $n_r = 0; n_i = 0$	$P - PT_1 - T_t$	$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} 0 = 0$ <u>stabil</u>
	$F_0(p) = \frac{-v_0}{p^2 T_I^2 (1+pT_1)}$ $n_r = 0; n_i = 2$	$P - PT_1 - I^2$	$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} \pi = -\pi$ <u>instabil</u>

Bild 5.17 Ortskurve, Polverteilung und Stabilitätsaussage verschiedener typischer Regelkreise

im Sinne wachsender ω -Werte rechts von der Ortskurve $F_O(j\omega)$ liegt und $\alpha_R > 0$ ist, also

$$\underline{F}_O = - \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S \stackrel{!}{<} 1 \text{ für } \alpha_R > 0 \tag{5.16}$$

bzw.

$$\text{Re}[\underline{F}_O(\omega_Z)] \stackrel{!}{<} 1 \text{ bei } \text{Im}[\underline{F}_O(\omega_Z)] \stackrel{!}{=} 0$$

Maßgebend ist also der Teil der Ortskurve, der dem kritischen Punkt am nächsten liegt.

Genau so wie beim Bode-Diagramm läßt sich auch aus der Ortskurve von $F_O(j\omega)$ der Phasenrand α_R und der Amplitudenrand A_R ablesen (Bild 5.18). Damit ergibt sich ω_Z für den Fall, daß $\text{Im}\underline{F}_O = 0$ ist.

Es entspricht dann die Strecke vom Schnittpunkt ($\omega = \omega_Z$) bis zur imaginären Achse dem reziproken Wert des Amplitudenrandes.

Schlägt man einen Kreis mit dem Radius 1 um den Ursprung, so ergibt sein Schnittpunkt mit der Ortskurve die Durchtrittsfrequenz ω_D ($|\underline{F}_O| \stackrel{!}{=} 1 = 0 \text{ dB}$). Der Winkel, welcher von der Linie $0 - \omega_D$ und der Abszisse eingeschlossen wird, entspricht der Phasenreserve α_R .

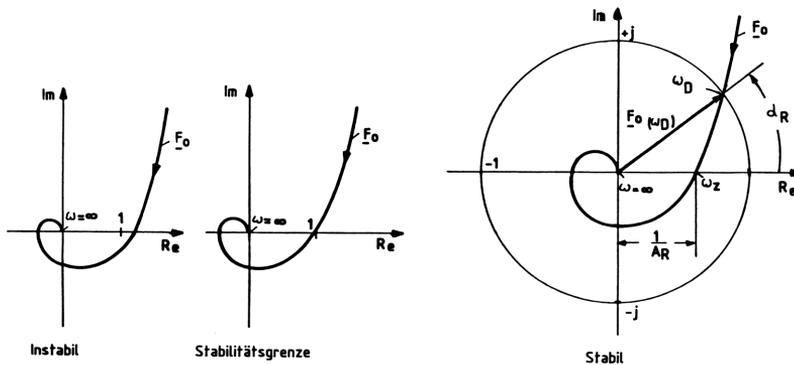


Bild 5.18 Ortskurven-Darstellung zur Definition der Stabilität nach dem Nyquist-Kriterium

Da die Werte von ω_D und ω_Z aus der graphischen Darstellung nicht ablesbar sind, muß die exakte Stabilitätsaussage algebraisch gefunden werden.

Dazu lassen sich sofort die notwendigen Gleichungen angeben.

$$\text{Im } \underline{F}_O \stackrel{!}{=} 0 \quad \longrightarrow \quad \omega_Z$$

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re} \left[\underline{F}_O(\omega_Z) \right] &\stackrel{!}{<} 1 && \longrightarrow \text{Regelung stabil} \\
 \operatorname{Re} \left[\underline{F}_O(\omega_Z) \right] &= 1 && \longrightarrow V_{\text{okr}}, \text{ Stabilitätsgrenze} \\
 \operatorname{Re} \left[\underline{F}_O(\omega_Z) \right] &= \frac{1}{A_R} && \longrightarrow A_R \\
 \left| \underline{F}_O \right| &= \left| \underline{F}_R \right| \cdot \left| \underline{F}_S \right| \stackrel{!}{=} 1 && \longrightarrow \omega_D \\
 \alpha_R &= \arctan \frac{\operatorname{Im} \left[\underline{F}_O(\omega_D) \right]}{\operatorname{Re} \left[\underline{F}_O(\omega_D) \right]}
 \end{aligned} \tag{5.17}$$

5.3.2 Graphische Auswertung

Beispiel

Am Beispiel einer Regelung aus P-Regler und I-PT₁-Strecke soll das Nyquist-Kriterium veranschaulicht werden. Zunächst ist der komplexe Frequenzgang $F_{O(j\omega)}$ des offenen Regelkreises zu ermitteln.

Mit den Gleichungen (3.2), (3.6) und (3.30) folgt

$$\begin{aligned}
 \underline{F}_R &= V_R \\
 \underline{F}_S &= V_S \cdot \frac{-\omega T_1 - j}{\omega T_I \cdot (1 + \omega^2 T_1^2)}, \quad F(p) = \frac{V_S}{p T_I \cdot (1 + p T_1)}
 \end{aligned}$$

damit wird

$$\underline{F}_O = -\underline{F}_R \cdot \underline{F}_S = V_O \cdot \frac{\omega T_1 + j}{\omega T_I \cdot (1 + \omega^2 T_1^2)} \tag{5.18}$$

Aus dem Gleichungssatz (5.17) ergibt sich

$$\operatorname{Im} \underline{F}_O \stackrel{!}{=} 0 = V_O \cdot \frac{1}{\omega_Z T_I \cdot (1 + \omega_Z^2 T_1^2)},$$

daraus folgt

$$\omega_Z = \infty$$

und weiter

$$\operatorname{Re} \left[\underline{F}_O(\omega_Z) \right] = V_O \cdot \frac{\omega_Z T_1}{\omega_Z T_I \cdot (1 + \omega_Z^2 T_1^2)} \Bigg|_{\omega_Z \rightarrow \infty} = 0,$$

also ist

$$\operatorname{Re} \left[\underline{F}_O(\omega_Z) \right] < 1.$$

Außerdem wird mit derselben Gleichung

$$\frac{1}{A_R} = 0,$$

somit ist $A_R = \infty$.

Die Durchtrittsfrequenz ω_D ergibt sich aus

$$|E_O|^{\frac{1}{2}} = 1 = v_o^2 \cdot \frac{1}{\omega_D^2 T_I^2 \cdot (1 + \omega_D^2 T_1^2)}$$

Es ist demnach die Gleichung zu lösen

$$\omega_D^4 + \frac{\omega_D^2}{T_1^2} - \frac{v_o^2}{T_1^2 T_I^2} = 0$$

mit der Substitution $z = \omega_D^2$ erhält man eine gemischt quadratische Gleichung, deren Lösung für $v_R = 100$, $v_S = 1$, $T_1 = 0,1s$ und $T_I = 1s$ ist:

$$\omega_D = 30,842 \text{ Hz.}$$

Damit ergibt sich der Phasenrand zu

$$\alpha_R = \arctan \frac{1}{\omega_D T_1} = 17,14^\circ$$

Diese Werte lassen sich durch die graphische Darstellung veranschaulichen (Bild 5.19). Der Taschenrechner erbringt folgende Werttabelle:

ω/Hz	0	5	10	20	ω_D	40	60	100	∞
$\text{Re}F_O$	$v_o \frac{T_1}{T_I} = 10$	+ 8,0	+ 5,0	+ 2,1	+ 0,951	+ 0,59	+ 0,18	+ 0,1	0
$\text{Im}F_O$	+ ∞	+ 16,0	+ 5,0	+ 1	+ 0,308	+ 0,15	+ 0,045	+ 0,01	0

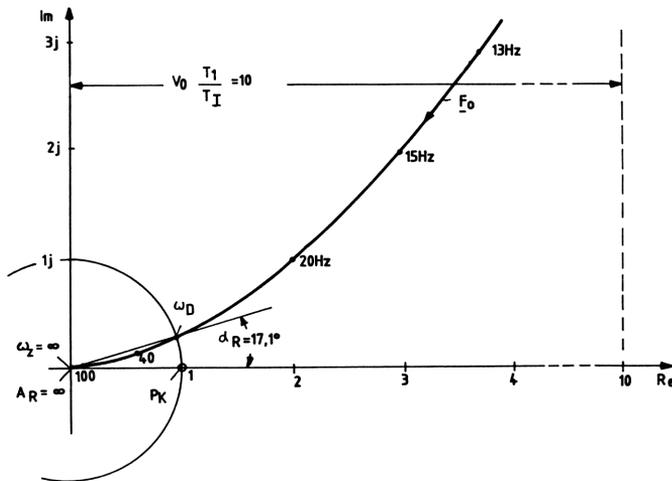


Bild 5.19 Graphische Auswertung der Ortskurven-Darstellung einer Regelung mit P-Regler und PT_1 -I-Strecke nach dem vereinfachten Nyquist-Kriterium

Die Zeichnung zeigt, daß der Frequenzgang \underline{F}_O für $\omega = 0$ gegen die Asymptote $V_O \cdot T_1/T_I$ läuft und für $\omega = \infty$ im Ursprung endet. Es läßt sich die Phasen- und Amplitudenreserve ablesen.

Für die Stabilitätsaussage erhält man aus dem Frequenzgang $F(p)$ mit $n_r = 0$ und $n_i = 1$ nach Gleichung (5.14) oder (5.15)

$$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2},$$

d.h. die Regelung ist stabil. Ebenso ist Stabilität nach dem vereinfachten Nyquist-Kriterium Gleichung (5.16) gegeben, denn es ist:

$$\underline{F}_O < 1 \quad \text{bzw.} \quad \text{Re} [\underline{F}_O(\omega_2)] < 1.$$

Mit der in Gleichung (5.14) bzw. (5.15) angegebenen Form ist das Nyquist-Kriterium nicht direkt ins Bode-Diagramm übertragbar, da dort der Frequenzgang in Betrag und Phase aufgeteilt erscheint.

Es soll nun gezeigt werden, daß aus der Anzahl und Art der Schnittpunkte von $F_O(j\omega)$ mit der reellen Achse auf die stetige Winkeländerung $\Delta\varphi$ geschlossen werden kann.

Dabei werden nur Schnittpunkte gezählt, die im Bereich $\text{Re} = [1, \infty]$ bzw. (für das Bode-Diagramm) die im Bereich $|\underline{F}_O| > 0$ dB liegen. Ein positiver Schnittpunkt sei der Übergang der Ortskurve von der unteren in die obere Halbebene, ein negativer Schnittpunkt entspricht dem umgekehrten Übergang der Ortskurve mit zunehmender Frequenz ω . Für Doppelpole im Ursprung wird der Beginn der Ortskurve bei $\omega = 0$ als halber positiver Schnittpunkt definiert, wenn $\text{Re} \underline{F}_O > 0$ ist, als halber negativer Schnittpunkt, wenn $\text{Re} \underline{F}_O < 0$ ist.

Nennt man S_p die Anzahl der positiven und S_n die Anzahl der negativen Schnittpunkte, ergibt sich anschaulich aus Bild 5.20, daß sich die stetige Winkeländerung in Schnittpunktform ermitteln läßt zu:

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot (S_p - S_n) + \frac{\pi}{2} \cdot n_i \quad \text{für } n_i = [0, 1] \quad (5.19)$$

$$\text{und} \quad \Delta\varphi = 2\pi \cdot (S_p - S_n) \quad \text{für } n_i = 2.$$

Durch Gleichsetzen der Gleichung (5.14) des vollständigen Nyquist-Kriteriums mit dem Gleichungspaar (5.19) erhält man die für das Bode-Diagramm bereits verwendete Stabilitätsbedingung (siehe Abschnitt 5.2 Gleichung (5.8) in Schnittpunktform.

Ortskurve $F_0(j\omega)$	Polverteilung	Stabilitätsaussage nach Gleichung (5.14) und (5.20)
	$n_r = 0$ $n_i = 0$	$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} 0 = -2\pi$ $S_p - S_n \stackrel{!}{=} -1$ <u>instabil</u>
	$n_r = 0$ $n_i = 1$	$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{2} = \begin{cases} -\frac{3\pi}{2} & \text{bei } P_{Ka} \\ \frac{\pi}{2} & \text{bei } P_{Kb} \end{cases}$ $S_p - S_n \stackrel{!}{=} 0 = \begin{cases} -1 & \text{bei } P_{Ka} \\ 0 & \text{bei } P_{Kb} \end{cases}$ <u>stabil für $P_K = P_{Kb}$</u>
	$n_r = 0$ $n_i = 2$	$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} \pi - \pi$ $S_p - S_n \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$ <u>instabil</u>
	$n_r = 0$ $n_i = 1$	$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$ $S_p - S_n \stackrel{!}{=} 0 = 0$ <u>stabil</u>
	$n_r = 1$ $n_i = 2$	$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} 2\pi = 2\pi$ $S_p - S_n \stackrel{!}{=} 1 = 1$ <u>stabil</u>
	$n_r = 0$ $n_i = 2$	$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} \pi = \pi$ $S_p - S_n \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ <u>stabil</u>
	$n_r = 0$ $n_i = 0$	$\Delta\varphi \stackrel{!}{=} 0 = \begin{cases} 0 & \text{bei } P_{Ka} \\ -2\pi & \text{bei } P_{Kb} \end{cases}$ $S_p - S_n \stackrel{!}{=} 0 = \begin{cases} 0 & \text{bei } P_{Ka} \\ -1 & \text{bei } P_{Kb} \end{cases}$ <u>stabil bei $P_K = P_{Ka}$</u>

Bild 5.20 Ortskurve, Polverteilung und Stabilitätsaussage verschiedener Regelkreise nach der Schnittpunktform des Nyquist-Kriteriums

Hat der aufgeschnittene Regelkreis n_r Pole in der rechten p-Halbebene bei $n_i = [0, 1, 2]$, so ist der geschlossene Regelkreis genau dann stabil, wenn die Beziehung gilt:

$$S_p - S_n \stackrel{!}{=} \begin{cases} \frac{n_r}{2} & \text{für } n_i = [0, 1] \\ \frac{n_r + 1}{2} & \text{für } n_i = 2 \end{cases} \quad (5.20)$$

Für $n_r = 0$ (keine Pole in der rechten p-Halbebene) ergibt sich das bereits mit Gleichung (5.10) dokumentierte vereinfachte Nyquist-Kriterium in Schnittpunktform.

Aufgabe 5.5

Es soll die in Abschnitt 5.2.2, Bild 15, mit dem Bode-Diagramm untersuchte Regelung aus PD-Regler und PT_1 - T_t -Strecke nach dem Nyquist-Kriterium in Ortskurven-Darstellung betrachtet werden.

Die Parameter sind dieselben, wie in Abschnitt 5.2.2, sie lauten:

$$\begin{aligned} V_R &= 10, & T_V &= 0,005s \\ V_{S1} &= 1, & T_1 &= 0,1s \\ V_{S2} &= 1, & T_t &= 0,001s. \end{aligned}$$

Aufgabe 5.6

Für einen Regelkreis aus PID-Regler und PT_1 -Strecke ist die Stabilität nach Nyquist in Ortskurven-Darstellung zu untersuchen.

Die Parameter sind:

$$\begin{aligned} V_R &= 5, & T_N &= 0,1s, & T_V &= 0,008s \\ V_S &= 1, & T_1 &= 0,05s. \end{aligned}$$

Aufgabe 5.7

Eine Regelung bestehe aus dem PD-Regler und einer PT_1 - I^2 -Strecke. Es ist die Ortskurve nach dem vereinfachten und vollständigen Nyquist-Kriterium zu untersuchen.

Gegeben sind die Werte:

$$\begin{aligned} V_R &= 10, & T_V &= 0,008s \\ V_S &= 1, & T_1 &= 0,02s \\ T_I &= 0,1s. \end{aligned}$$

Aufgabe 5.8

Ein PI-Regler soll eine P-I- T_t -Strecke regeln. Es ist die Ortskurve des offenen Regelkreises zu zeichnen und nach dem Nyquist-Kriterium die Stabilität zu bestimmen.

Gegeben sind:

$$V_R = 100, \quad T_N = 0,25s$$

$$V_S = 1,2, \quad T_I = 1,2s, \quad T_t = 0,01s.$$

5.3.3 Rechner-Auswertung

Mit den in Abschnitt 7.2.1 beispielhaft angegebenen Taschenrechnerprogrammen lassen sich nach dem vereinfachten Nyquist-Kriterium einschleifige Regelungen auf Stabilität untersuchen. Die Stabilität wird entsprechend Gleichung (5.16) bestimmt und beruht auf der Auswertung des Gleichungssatzes (5.17). Je nach Art der Gleichung für ω_z und ω_D wird Regula Falsi oder ein Nullstellenprogramm zur näherungsweise Lösung benutzt (falls keine explizite Lösung möglich ist). Es sind dann Real- und Imaginärteil des Frequenzgangs F_O ausgedrückt, so daß man die Ortskurve darstellen kann. Bei Anschluß des Taschenrechners an einen Plotter oder Drucker erspart man sich den Zeichenaufwand.

Für die Wahl des optimalen Reglers kann man dann mit Hilfe der in Abschnitt 4.2 angegebenen Einstellwerte die Reglerparameter als Funktion von V_{PKr} und T_{kr} durch das Taschenrechnerprogramm bestimmen.

Beispiel

In Abschnitt 7.2.1 ist ein Programm für einen P-Regler mit einer PT_1-T_t -Strecke angegeben. Zur Berechnung der kritischen Verstärkung muß entsprechend dem Gleichungssatz (5.17) gelten, daß

$$\operatorname{Re} [F_O(\omega_z)] \stackrel{!}{=} 1 \rightarrow V_{OKr}$$

$$\text{und} \quad \alpha_R = 0$$

ist. Dies entspricht der Stabilitätsgrenze. Es ist hier

$$\operatorname{Re} [F_O(\omega_z)] = 1 = \frac{V_{OKr}}{1 + \omega_z^2 T_1^2} (\omega_z T_1 \cdot \sin \omega_z T_t - \cos \omega_z T_t) .$$

Daraus ergibt sich mit den gegebenen Werten $T_1 = 0,05s$ und $T_t = 0,016s$ sowie $\omega_z = 109,469$ Hz:

$$V_{OKr} = 5,564 \quad \text{bzw.} \quad V_{RKr} = 5,564 \quad \text{für} \quad V_S = 1 .$$

Macht man einen Rechnerlauf mit $V_O = V_{OKr}$, so ergibt sich, wie aus dem Rechnerausdruck zu ersehen, daß:

$$\omega_D = \omega_z = \omega_{kr} .$$

XEQ "NYQU 3"		F0 FOR W/HZ	
P-REGLER		0,000	RUN
PT1-TT-STRECKE		RE=-5,564	
		IM=0,000	
V0=?			20,000
	5,564 RUN	RE=-1,766	
T1/S=?		IM=3,516	
	0,050 RUN		40,000
TT/S=?		RE=0,437	
	0,016 RUN	IM=2,450	
WD/HZ=109,468			60,000
RE=1,000		RE=1,048	
IM=1,740E-5		IM=1,413	
aR=0,001°			80,000
WZ1/HZ=?		RE=1,160	
	109,400 RUN	IM=0,689	
WZ2/HZ=?			100,000
	109,500 RUN	RE=1,076	
WZ/HZ=109,469		IM=0,183	
RE=1,000			STOP
IM=-3,000E-6			
REG: STABIL			
AR=1,000			

Denn bei der kritischen Verstärkung geht die Ortskurve durch den kritischen Punkt $P_k = [1, j0]$ (Bild 5.21). Daher ist

$$\alpha_R = 0^\circ.$$

Die Zeit T_{Kr} erhält man dann aus ω_z , sie ist

$$T_{Kr} = \frac{1}{\omega_z} = \frac{1}{\omega_{Kr}} = 9,14 \text{ ms.}$$

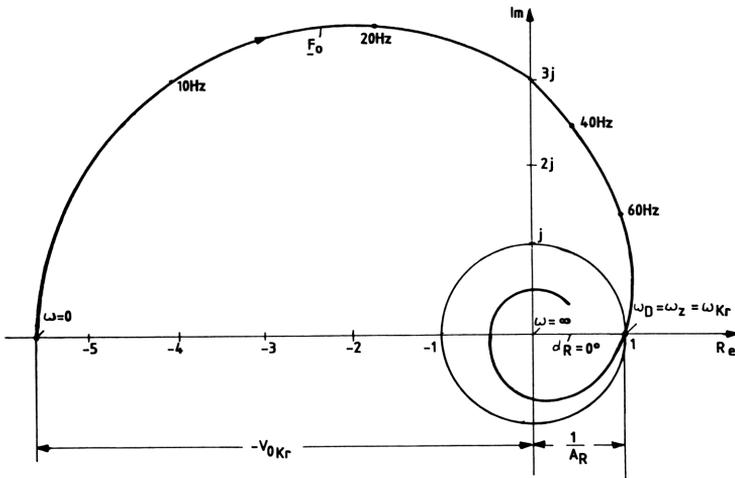


Bild 5.21 Graphische Auswertung der Ortskurve einer Regelung aus P-Regler und PT₁-T_t-Strecke mit einem Taschenrechnerprogramm

Wählt man für die PT_1 - T_t -Strecke einen PI-Regler, so ergeben sich seine Parameter zu entsprechend Abschnitt 4.2 zu:

$$V_R = 0,45 \cdot V_{RKr} = 2,503$$

$$T_N = 0,83 \cdot T_{Kr} = 7,58 \text{ ms.}$$

Ein BASIC-Programm mit Beispielen für das Nyquist-Kriterium ist in Abschnitt 7.1.1 gezeigt.

5.4 Zwei-Ortskurven-Verfahren (Z.O.V.)

Das Zwei-Ortskurven-Verfahren beruht auf der Stabilitätsbetrachtung nach Nyquist und ist daher auch auf Totzeitglieder anwendbar. Gerade bei Regelkreisen mit Nichtlinearitäten zeigt sich der Vorteil des Z.O.V.'s. Er liegt in der Hauptsache darin, daß nicht die Gesamtortskurve F_O des offenen Regelkreises zu zeichnen ist, sondern eine Aufteilung in zwei Ortskurven erfolgt, und zwar die des Reglers F_R und die in der Regelstrecke $-1/F_S$. Die Konstruktion der negativen inversen Ortskurve $-1/F_S$ ist nicht sonderlich schwierig, wenn man zur Ableitung der entsprechenden Frequenzganggleichungen jeweils von der Bildfunktion ausgeht.

Beispiel

Der Frequenzgang der PT_2 -Strecke lautet mit der Dämpfung d

$$F(p) = V_S \frac{1}{1 + 2dpT_2 + p^2T_2^2} .$$

Daraus folgt sofort für die negative inverse Ortskurve

$$-\frac{1}{F(p)} = -\frac{1 + 2dpT_2 + p^2T_2^2}{V_S}$$

und in der benötigten komplexen Schreibweise mit $p = j\omega$

$$-\frac{1}{F(j\omega)} = \frac{1}{V_S} \cdot (\omega^2T_2^2 - 1 - j2d\omega T_2) .$$

Praxisnah genügt für das Z.O.V. die Anwendung des vereinfachten Nyquist-Kriteriums nach den Gleichungen (5.5), (5.6) und (5.16).

Danach gibt es zwei Möglichkeiten die Stabilität einer Regelung festzustellen.

A:

Man ermittelt zunächst die Durchtrittsfrequenz ω_D . Es gilt aus dem Gleichungssatz (5.17), daß der Frequenzgangbetrag $|F_O|$ für ω_D gleich Eins wird, also mit

$$\begin{aligned}
 |\underline{F}_O| &= |-\underline{F}_R \cdot \underline{F}_S| = |\underline{F}_R| |\underline{F}_S| \stackrel{!}{=} 1 \\
 |\underline{F}_R| &= \left| \frac{-1}{\underline{F}_S} \right| + \omega_D \cdot
 \end{aligned} \tag{5.21}$$

Des Weiteren war für den Phasenrand nach Gleichung (5.6)

$$\begin{aligned}
 \alpha_R &= \varphi_{O(\omega_D)} + 180^\circ \\
 \alpha_R &= \varphi_{R(\omega_D)} + \varphi_{S(\omega_D)} + 180^\circ .
 \end{aligned}$$

Für den Phasenrand α_R nach dem Z.O.V. benötigt man nicht den Phasenwinkel $\varphi_{S(\omega_D)}$ des Frequenzgangs \underline{F}_S , sondern den Phasenwinkel $\bar{\varphi}_{S(\omega_D)}$ des negativen inversen Frequenzgangs $-1/\underline{F}_S$.

Dieser ist

$$\bar{\varphi}_{S(\omega_D)} = - (180^\circ + \varphi_{S(\omega_D)}) ,$$

so daß für α_R und die Stabilität beim Z.O.V. gilt:

$$\alpha_R = \varphi_{R'(\omega_D)} - \bar{\varphi}_{S(\omega_D)} \stackrel{!}{>} 0 . \tag{5.22}$$

Eine andere Möglichkeit eine Stabilitätsaussage zu machen ist die folgende.

B:

Setzt man voraus, daß der Frequenzgang $|\underline{F}_O|$ und sein Phasenwinkel φ_O mit wachsender Frequenz kleiner werden und bei $\omega = \omega_D$ der Phasenrand $\alpha_R > 0$ ist, dann wird bei $\omega = \omega_z > \omega_D$ $\alpha_R = 0$ und es gilt:

$$\varphi_{R(\omega_z)} - \bar{\varphi}_{S(\omega_z)} = 0 ,$$

bzw.

$$\varphi_R = \bar{\varphi}_S$$

sowie

$$\tan \varphi_R = \tan \bar{\varphi}_S \quad \Big| \rightarrow \omega_z . \tag{5.23}$$

Mit dieser Bestimmungsgleichung für ω_z läßt sich die Stabilität nach Gleichung (5.17) feststellen, denn die Stabilitätsaussage für $\text{Im } \underline{F}_O = 0$ lautete

$$\text{Re} \left[\underline{F}_O(\omega_z) \right] \stackrel{!}{<} 1$$

d.h.
$$\text{Re} \left[-\underline{F}_R \cdot \underline{F}_S \right]_{\omega_z} \stackrel{!}{<} 1 ,$$

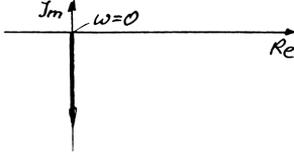
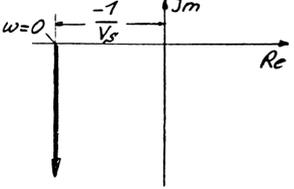
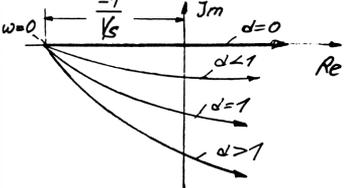
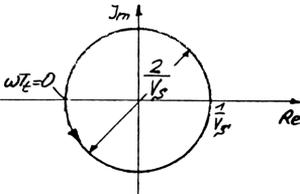
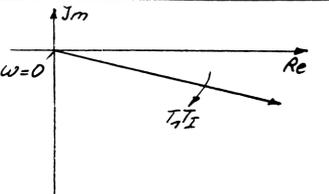
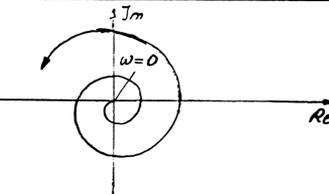
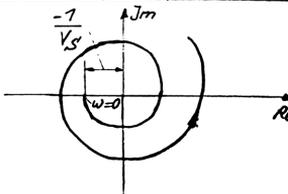
also gilt beim Z.O.V., daß eine stabile Regelung vorliegt, wenn entweder

$$\text{Re} \left[\underline{F}_R(\omega_z) \right] \stackrel{!}{<} \text{Re} \left[\frac{-1}{\underline{F}_S} \right]_{\omega_z} \tag{5.24}$$

oder
$$\text{Im} \left[\underline{F}_R(\omega_z) \right] \stackrel{!}{<} \text{Im} \left[\frac{-1}{\underline{F}_S} \right]_{\omega_z}$$

ist. Dabei bezieht sich diese Stabilitätsaussage auf die Länge der Zeiger der Real- und Imaginärteile. Für die in der Praxis am häufigsten vorkommen

Tabelle 5.2 Negative inverse Ortskurve und zugehöriger Frequenzgang der wichtigsten Regelstrecken

Regelstrecke	Frequenzgang $\frac{-1}{F_S} \hat{=} \frac{F_S}{F_S}$	negative inverse Ortskurve
I	$\frac{F_S}{F_S} = -j\omega T_I$	
PT ₁	$\frac{F_S}{F_S} = \frac{-1 - j\omega T_1}{V_S}$	
PT ₂	$\frac{F_S}{F_S} = \frac{\omega^2 T_2^2 - 1 - j2d\omega T_2}{V_S}$	
PT _t	$\frac{F_S}{F_S} = \frac{-\cos\omega T_t - j\sin\omega T_t}{V_S}$	
I-T ₁	$\frac{F_S}{F_S} = \omega^2 T_1 T_I - j\omega T_I$	
I-T _t	$\frac{F_S}{F_S} = \omega T_I (\sin\omega T_t - j\cos\omega T_t)$	
PT ₁ -T _t	$\text{Re } \frac{F_S}{F_S} = \frac{\omega T_1 \sin\omega T_t - \cos\omega T_t}{V_S}$ $\text{Im } \frac{F_S}{F_S} = \frac{-\omega T_1 \cos\omega T_t - \sin\omega T_t}{V_S}$	

den Regelstrecken sind die negativen inversen Ortskurven und ihre zugehörigen Frequenzgänge in Tabelle 5.2 zusammengestellt.

Aus dem Gleichungssatz (5.17) läßt sich entnehmen, wie man beim Z.O.V. die Amplitudenreserve A_R berechnet; es wird

$$A_R = \operatorname{Re} \left[\frac{-1/\underline{F}_S}{\underline{F}_R} \right]_{\omega_Z} \quad (5.25)$$

Bei Regelkreisen, die Nichtlinearitäten enthalten, ermittelt man zunächst die negative inverse Ortskurve der linearen Regelkreisglieder (Regler und Strecke).

$$\frac{-1}{\underline{F}_G} = \frac{1}{\underline{F}_O} = \frac{-1}{\underline{F}_R \cdot \underline{F}_S} \cdot$$

Anschließend wird die Ortskurve der Beschreibungsfunktion $N(\hat{x}_e)$ des nichtlinearen Regelkreisgliedes gezeichnet. Die Stabilitätsaussage hängt dann von der Art der Nichtlinearität ab, die durch Angabe des Stabilitätsgebietes beschrieben wird.

Mit einer vorgewählten Kombination von Regler und Strecke, für die man den Frequenzgang $-1/\underline{F}_G$ bildet, läßt sich in einem Bild die Stabilität für verschiedene Nichtlinearitäten mit dem Z.O.V. bestimmen.

Es muß entsprechend Gleichung (5.24) gelten:

$$\operatorname{Re} [N(\hat{x}_e)] \stackrel{!}{<} \operatorname{Re} \left[\frac{-1}{\underline{F}_R \cdot \underline{F}_S} \right]_{\omega_Z} = \operatorname{Re} \frac{1}{\underline{F}_O} \quad \omega_Z$$

5.4.1 Graphische Auswertung

Beispiel

An einem Regelkreis aus PI-Regler und PT_2 -Strecke soll das Z.O.V. erläutert werden.

Die Bestimmungsgleichung für ω_D (5.21) ist:

$$|\underline{F}_R| = \left| \frac{-1}{\underline{F}_S} \right| \rightarrow \omega_D \cdot$$

Aus Tabelle 3.1 lassen sich die Betragsfrequenzgänge von Regler und Strecke entnehmen, so daß bei ω_D gilt:

$$v_R \sqrt{1 + \frac{1}{\omega_D^2 T_N^2}} = \frac{1}{v_S} \sqrt{(1 - \omega_D^2 T_2^2)^2 + 4d^2 \omega_D^2 T_2^2} \cdot$$

$$\text{Mit } V_o^2 \cdot \frac{1 + \frac{1}{\omega_D^2 T_N^2}}{(1 - \omega_D^2 T_2^2)^2 + 4d^2 \omega_D^2 T_2^2}$$

erhält man für $V_R = 1$, $V_S = 1$, $T_N = 0,08s$, $T_2 = 0,1s$ und $d = 0,5$ die Durchtrittsfrequenz

$$\omega_D \approx 12,672 \text{ Hz.}$$

Mit dieser Frequenz läßt sich die Phasenreserve α_R nach Gleichung (5.22) ermitteln. Es gilt für die Stabilitätsaussage:

$$\alpha_R = \varphi_{R(\omega_D)} - \bar{\varphi}_{S(\omega_D)} \stackrel{!}{>} 0.$$

Den Phasenwinkel $\bar{\varphi}_S$ erhält man aus dem negativen inversen Frequenzgang der PT_2 -Strecke (siehe Tabelle 5.2), also wird

$$\alpha_R = \arctan \frac{-1}{\omega_D T_N} - \arctan \frac{-2d\omega_D T_2}{\omega_D^2 T_2^2 - 1}$$

$$\alpha_R = -44,61^\circ + 64,45^\circ = 19,84^\circ > 0.$$

Damit ist die Regelung stabil.

Diese Aussage läßt sich mit Hilfe der Frequenz ω_z bestätigen. Dabei erhält man auch den Wert für die Amplitudenreserve A_R . Denn nach Gleichung (5.23) gilt bei ω_z .

$$\tan \varphi_R = \frac{-1}{\omega_z T_N} = \tan \bar{\varphi}_S = \frac{-2d\omega_z T_2}{\omega_z^2 T_2^2 - 1}$$

damit läßt sich ω_z angeben.

$$\omega_z = \frac{1}{\sqrt{T_2^2 - 2dT_2 T_N}} = 22,361 \text{ Hz.}$$

Entsprechend dem Gleichungssatz (5.24) erhält man nun die Stabilitätsaussage

$$\text{Re} \left[\frac{F_R(\omega_z)}{F_S} \right] = 1 < \text{Re} \left[\frac{-1}{F_S} \right]_{\omega_z} = 4,$$

$$\text{oder } \text{Im} \left[\frac{F_R(\omega_z)}{F_S} \right] = -0,56 < \text{Im} \left[\frac{-1}{F_S} \right]_{\omega_z} = -2,24,$$

d.h., ein stabiler Regelkreis liegt vor.

Mit der Gleichung (5.25) ergibt sich dann

$$A_R = \text{Re} \left[\frac{-1/F_S}{F_R} \right]_{\omega_z} = 4.$$

Die Ergebnisse dieses Beispiels sind in Bild 5.22 dargestellt und direkt mit einem Nyquist-Programm aus Abschnitt 7.2.1 vergleichbar.

Wenn bei der Frequenz ω_z gilt:

$$\left[\frac{F_R}{F_S} \right]_{\omega_z} = \left[\frac{-1}{F_S} \right]_{\omega_z} \longrightarrow V_{OkR}, V_{Rkr} \quad (5.26)$$

erhält man eine Gleichung für die Kritische Verstärkung V_{OkR} bzw. die kritische Reglerverstärkung V_{Rkr} bei der die Regelung die Stabilitätsgrenze V_{Rkr} ist im vorliegenden Beispiel bei den gegebenen Werten:

$$V_{Rkr} = \sqrt{\frac{(1 - \omega_z^2 T_2^2)^2 + 4d^2 \omega_z^2 T_2^2}{V_S^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{\omega_z^2 T_N^2}\right)}},$$

also $V_{Rkr} = 4$.

Dieser Wert ist auch aus Bild 5.22 zu ersehen.

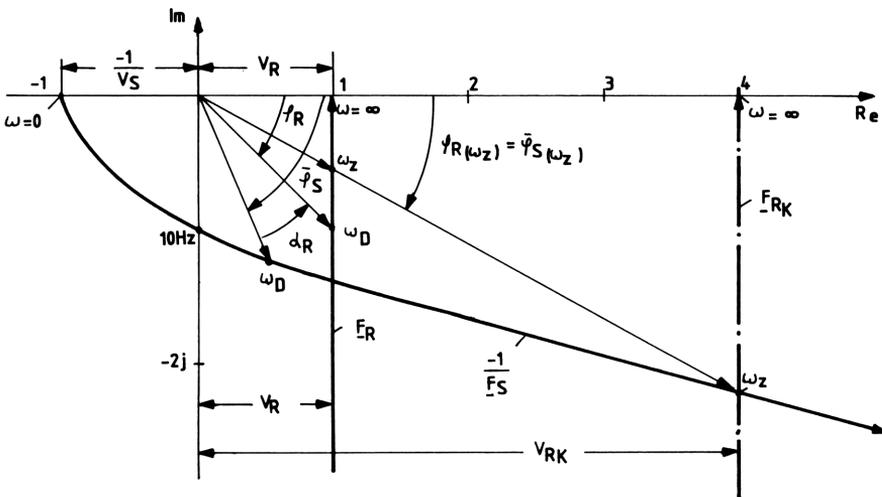


Bild 5.22 Graphische Auswertung der Regelung einer PT_2 -Strecke mit einem PI-Regler nach dem Zwei-Ortskurven-Verfahren

Aufgabe 5.9

Ein Regelkreis enthalte eine PT_1 -Strecke, die mit einem PID-Regler geregelt werden soll. Es ist die Stabilität nach dem Z.O.V. zu untersuchen und die kritische Reglerverstärkung V_{Rkr} zu bestimmen. Die Taschenrechnerprogramme für diese Aufgabe sind in Abschnitt 7.2.3 abgedruckt.

Die Parameter sind für

PID-Regler: $V_R = 10$, $T_N = 0,05s$, $T_V = 0,002s$

PT_1 - T_t -Strecke: $V_S = 0,5$, $T_1 = 0,08s$, $T_t = 0,01s$.

Aufgabe 5.10

Ein Regelkreis aus PD-Regler und I^2 - T_t -Strecke ist mit dem Z.O.V. auf Stabilität zu untersuchen. Das zugehörige Programm zur Lösung der Aufgabe

mit dem Taschenrechner ist in Abschnitt 7.2.3 abgebildet. Das Nullstellenprogramm entspricht dem der Aufgabe 5.9.

Die Parameter sind:

$$V_R = 30, \quad T_V = 8 \text{ ms}, \quad T_I = 96 \text{ ms}, \quad T_t = 5 \text{ ms}.$$

Aufgabe 5.11

Ein Regelkreis bestehe aus einer PT_2 -Strecke und dem nichtlinearen Glied "Ansprechschwelle" (siehe Tabelle 3.3). Diese Anordnung ist auf Stabilität nach dem Z.O.V. zu untersuchen mit den Varianten PD-, PI- und I-Regler (Bild 5.23). Die Parameter sind:

$$V_S = 1, \quad T_S = 0,2 \text{ s}, \quad T_I = 0,1 \text{ s}, \quad d = 0,5$$

$$\hat{x}_e = 10 \text{ V}.$$

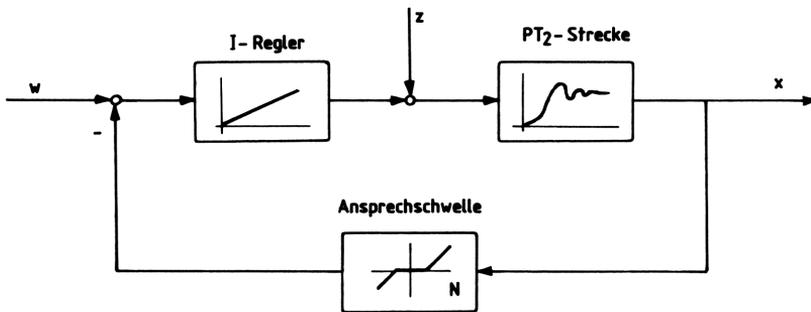


Bild 5.23 Blockschaltbild eines Regelkreises aus PD-/PI-/I-Regler und PT_2 -Strecke mit der Nichtlinearität Ansprechschwelle

Aufgabe 5.12

Eine PT_2 -I-Strecke soll von einem PD-Regler geregelt werden, der eine Signalbegrenzung auf x_s besitzt (Bild 5.24). Der Regelkreis ist nach dem Z.O.V. auf Stabilität zu untersuchen. Dabei ist die Regelkreisverstärkung zunächst $V_O = 8$, dann $V_O^* = 4$. Außerdem ist ω_z zu bestimmen.

Die restlichen Parameter sind:

$$T_2 = 0,2 \text{ s}, \quad T_I = 1 \text{ s}, \quad T_V = 0,002 \text{ s}, \quad d = 0,5, \quad \hat{x}_e = 10 \text{ V}.$$

Die Taschenrechner-Programme für diese Aufgabe sind in Abschnitt 7.2.3 angegeben.

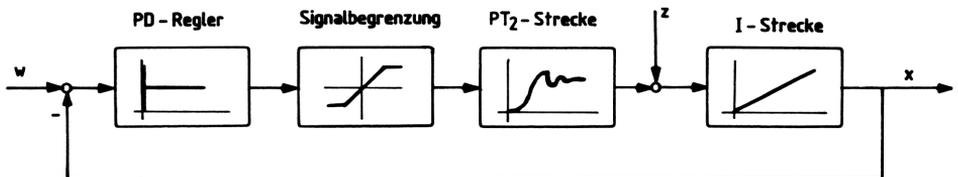


Bild 5.24 Blockschaltbild eines Regelkreises aus PD-Regler, PT_2 -I-Strecke und Signalbegrenzung

5.4.2 Rechner-Auswertung

Programme zur Lösung des Zwei-Ortskurven-Verfahrens mit dem Taschenrechner sind in Abschnitt 7.2.3 enthalten. Dabei wurde in den ersten drei Beispielen kein zusammenhängender Programmablauf gewählt, denn die Ortskurven der nichtlinearen Glieder bestehen nur aus einem Realteil.

Beispiel

Das folgende Beispiel eines Regelkreises mit Hysterese ist mit einem umfassenderen Taschenrechner-Programm gerechnet (Bild 5.25). Ein PI-Regler mit Hysterese führt eine PT_1 - T_t -Strecke.

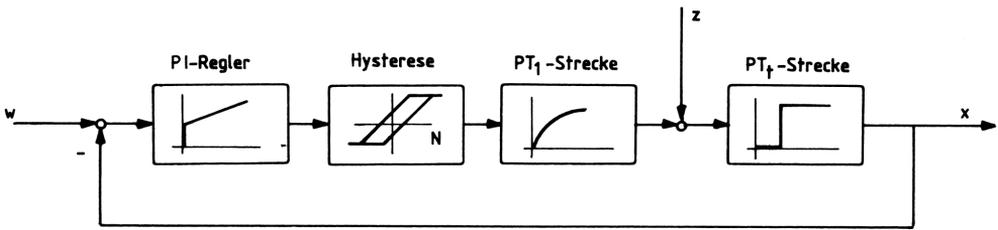


Bild 5.25 Blockschaltbild einer Regelung mit PI-Regler, PT_1 - T_t -Strecke und Hysterese

Die Zusammenfassung der linearen Regelkreisglieder ergibt die negative inverse Ortskurve.

$$\frac{1}{F_O} = \frac{\left(\frac{T_1}{T_N} - 1 \right) \cdot \cos \omega T_t + \left(\omega T_1 + \frac{1}{\omega T_N} \right) \cdot \sin \omega T_t + j \cdot \left[\left(\frac{T_1}{T_N} - 1 \right) \cdot \sin \omega T_t - \left(\omega T_1 + \frac{1}{\omega T_N} \right) \cdot \cos \omega T_t \right]}{V_O \cdot \left(1 + \frac{1}{\omega^2 T_N^2} \right)}$$

Mit Gleichung (3.68) erhält man für die Ortskurve der Hysterese

$$N(\hat{x}_e) = \frac{1}{2} + \frac{1}{180} \cdot \arcsin \alpha + \frac{\alpha}{\pi} \cdot \sqrt{1 - \alpha^2} + j \frac{1}{\pi} (\alpha^2 - 1)$$

mit
$$\alpha = 1 - \frac{2x_t}{\hat{x}_e}$$

Entsteht ein Schnittpunkt der beiden Ortskurven, sind die beiden Zeiger $N(\hat{x}_e)$ und $1/F_O$ gleich groß, dies muß für die Real- und Imaginärteile gelten. Der Vergleich der Imaginärteile erbringt eine gemischt quadratische Gleichung für x_t .

Es ist

$$x_t = \frac{\hat{x}_e}{2} + \sqrt{\frac{\hat{x}_e^2}{4} + \frac{\pi \cdot \hat{x}_e^2 \cdot \left[\left(\frac{T_1}{T_N} - 1 \right) \cdot \sin \omega T_t - \left(\omega T_1 + \frac{1}{\omega T_N} \right) \cdot \cos \omega T_t \right]}{4 V_O \left(1 + \frac{1}{\omega^2 T_N^2} \right)}}$$

Diese Gleichung setzt man in den Realteil von $N(\hat{x}_e)$ ein und erhält mit $\text{Re}[N(\hat{x}_e)] - \text{Re}[1/\underline{F}_O] = 0$ eine Nullstellenbestimmung, welche die Werte ω_z und x_t liefert, also

$$\frac{1}{2} + \frac{\alpha}{\pi} \sqrt{1 - \alpha^2} + \frac{\arcsin \alpha}{180} - \frac{\left(\frac{T_1}{T_N} - 1\right) \cdot \cos \omega T_t + \left(\omega T_1 + \frac{1}{\omega T_N}\right) \cdot \sin \omega T_t}{V_O \left(1 + \frac{1}{\omega^2 T_N^2}\right)} = 0,$$

mit $\alpha = 1 - \frac{2 \cdot x_t}{\hat{x}_e}.$

Daraus folgt mit $V_O = 5, T_1 = 0,1s, T_N = 0,2s, T_t = 1ms$ und $\hat{x}_e = 10V$

$\omega_z \approx 12,15112 \text{ Hz}$

und $x_t \approx 6,75192 \text{ V}.$

Für diese Werte sind die Real- und Imaginärteile von $N(\hat{x}_e)$ und $1/\underline{F}_O$ gleich groß. Die zugehörigen Ortskurven schneiden sich im Punkt P_1 , so daß der Regelkreis bei einer Hysterese von $x_t \approx 6,752 \text{ V}$ und $\hat{x}_e = 10 \text{ V}$ Dauerschwingungen mit der Frequenz $\omega_z \approx 12,15 \text{ Hz}$ ausführt (Bild 5.26).

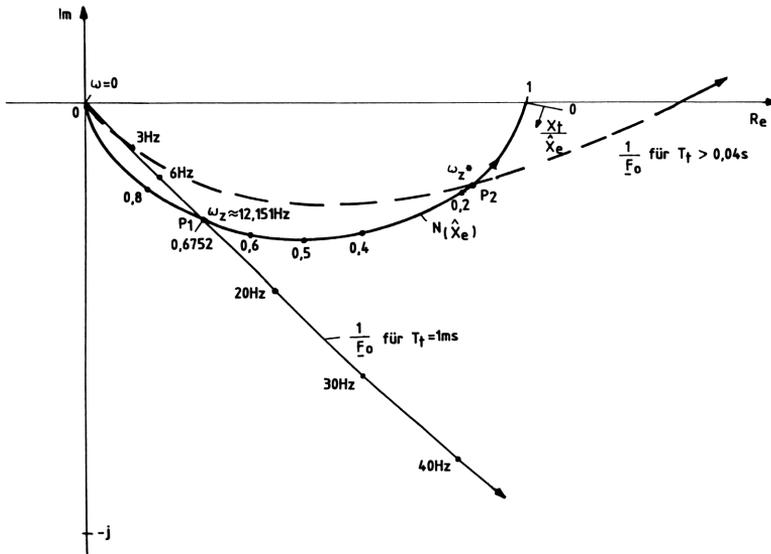


Bild 5.26 Auswertung des Zwei-Ortskurven-Verfahrens für die Regelung aus Bild 5.25

Wie die Betrachtung des Stabilitätsgebietes der Hysterese (Bild 3.56) zeigt führt eine Vergrößerung der Amplitude \hat{x}_e ins instabile Gebiet, weil dann der Zeiger von $N(\hat{x}_e) > 1/\underline{F}_O(\omega_z)$ ist. Nur wenn sich die beiden Ortskurven nicht schneiden, ist die Regelung unbegrenzt stabil (falls sie ohne Hysterese auch stabil war).

Dies ist für $T_t \ll T_1 \ll T_N$ der Fall /24/.

Beispiel

Ein weiteres Beispiel soll den Einfluß der Signalbegrenzung, Ansprechschwelle und Hysterese im Zusammenhang zeigen. Dies an einer Regelung aus PI-Regler mit drei nachgeschalteten PT₁-Strecken (Bild 5.27). Die entsprechende Analogschaltung zur Simulation der einzelnen Einflüsse ist in Bild 5.28 abgebildet.

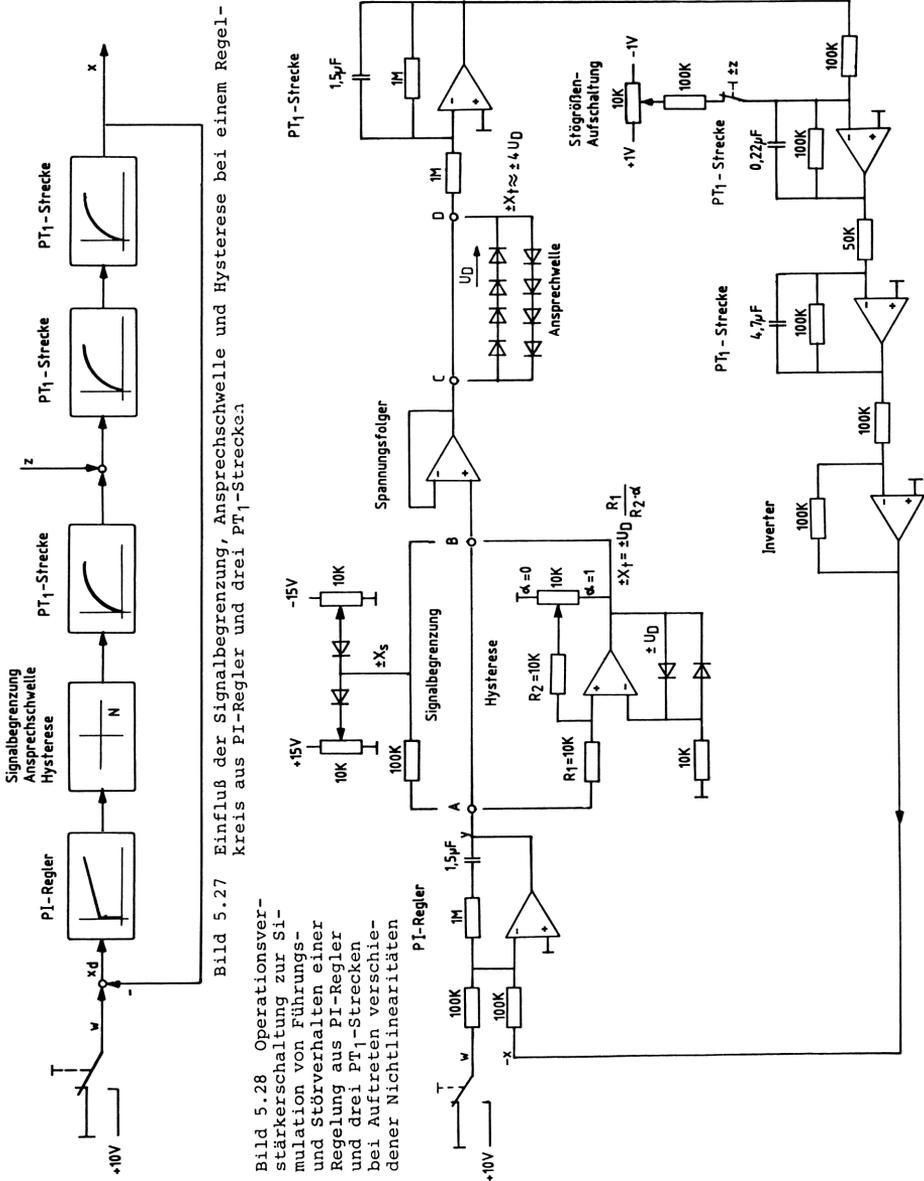


Bild 5.27 Einfluß der Signalbegrenzung, Ansprechschwelle und Hysterese bei einem Regelkreis aus PI-Regler und drei PT₁-Strecken

Bild 5.28 Operationsverstärkerschaltung zur Simulation von Führungsverhalten und Störverhalten einer Regelung aus PI-Regler und drei PT₁-Strecken bei Auftreten verschiedener Nichtlinearitäten

Die Ortskurvendarstellung ergibt sich mit der Gleichung $1/\underline{F}_O$ der linearen Glieder (Programm in Abschnitt 7.2.3.6).

$$\operatorname{Re} \frac{1}{\underline{F}_O} = \frac{\frac{1}{T_N}(T_1 + T_2 + T_3) - 1 - \omega^2 \left(\frac{T_1 T_2 T_3}{T_N} - T_1 T_2 - T_1 T_3 - T_2 T_3 \right)}{V_O \left(1 + \frac{1}{\omega^2 T_N^2} \right)}$$

$$\operatorname{Im} \frac{1}{\underline{F}_O} = \frac{\omega^3 T_1 T_2 T_3 - \omega (T_1 + T_2 + T_3 - \frac{T_1 T_2}{T_N} - \frac{T_1 T_3}{T_N} - \frac{T_2 T_3}{T_N}) - \frac{1}{\omega T_N}}{V_O \left(1 + \frac{1}{\omega^2 T_N^2} \right)}$$

und den Gleichungen der entsprechenden Nichtlinearität.

Mit den Parametern

$$\begin{aligned} V_R &= 10, & T_N &= 1,5 \text{ s}, & \hat{x}_e &= 10 \text{ V} \\ V_{S1} &= 1, & T_1 &= 1,5 \text{ s} \\ V_{S2} &= 1, & T_2 &= 22 \text{ ms} \\ V_{S3} &= 2, & T_3 &= 0,47 \text{ s} \end{aligned}$$

erhält man die in Bild 5.29 gezeichneten Ortskurven. Zunächst wird der Einfluß der Signalbegrenzung auf die Regelung betrachtet. Dazu ist in Bild 5.28 die Brücke A - B durch die Begrenzerschaltung zu ersetzen.

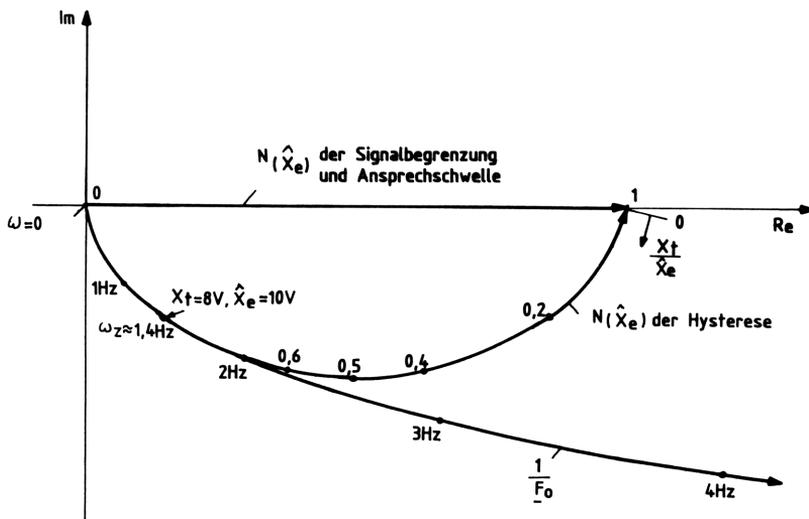


Bild 5.29 Auswertung des Zwei-Ortskurven-Verfahrens für die Regelung aus Bild 5.27

Aus Bild 5.29 ist zu ersehen, daß es zwischen der Ortskurve $1/\underline{F}_O$ und der Signalbegrenzung keinen Schnittpunkt gibt. Die Regelung einschließlich dieser Nichtlinearität ist demzufolge stabil. Es kommt allerdings zu einer bleibenden Regeldifferenz x_d , wenn die Signalbegrenzung x_s ungünstig gewählt wird. Dies ist der Fall für

$$V_S \cdot x_s < w.$$

Ein solches Verhalten läßt sich durch ein Oszillogramm bestätigen, wie Bild 5.30 zeigt. Für einen Sollwertsprung von 10 V wurde der Istwert x in Abhängigkeit von verschiedenen Signalbegrenzungen aufgezeichnet. Die Kurvenschar gibt von links nach rechts folgende Begrenzungen wieder:

$x_s = 15 \text{ V}; 7,5 \text{ V}; 6 \text{ V}; 5 \text{ V}; 4 \text{ V}$. Bei $x_s = 4 \text{ V}$ ergibt sich eine bleibende Regeldifferenz von $x_d = 2 \text{ V}$, das sind 20% des Sollwertes. In der Praxis werden jedoch Signalbegrenzungen meist auf den Maximalwert der zu regelnden Größe bezogen. Dieser beträgt häufig $x_s = 10 \text{ V}$ und ist damit unkritisch.

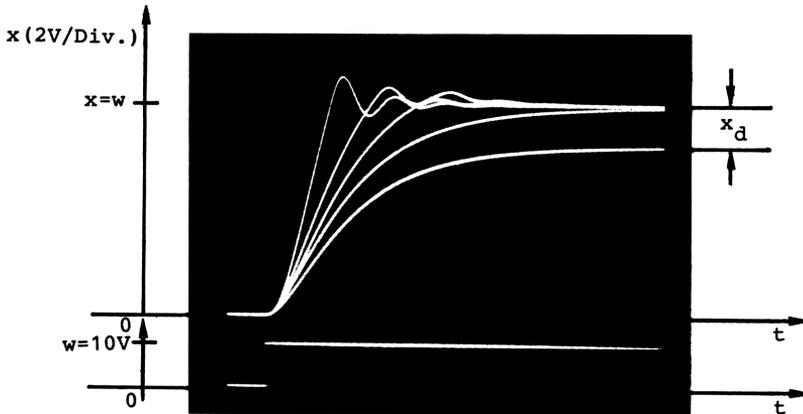


Bild 5.30 Einfluß der Signalbegrenzung auf die Sprungantwort eines Regelkreises aus PI-Regler und drei PT_1 -Strecken

Wie die Ortskurven zeigen, gibt es auch beim Vorhandensein einer Ansprechschwelle in der Regelung keine Instabilität, denn es liegt kein Schnittpunkt mit $1/F_0$ vor. Es stellt sich aber eine Verzugszeit ein, die die Reaktionsfähigkeit der Regelung auf Störungen herabsetzt. Bild 5.31 stellt die Sprungantwort der Regelung ohne und mit Ansprechschwelle $x_t = 1,1 \text{ V}$ dar. Dazu ist die Brücke C - D in Bild 5.28 durch die Diodenschaltung zu ersetzen. Die Ansprechschwelle ist sogar erwünscht, wenn infolge von Schwingungen in der Istwerterfassung bestimmte Stör-Amplituden ($z < x_t$) sozusagen "ausgeblendet" werden sollen.

Ohne Hysterese liegt die Stabilitätsgrenze der Regelung bei $\omega_z \approx 10 \text{ Hz}$. Aus Bild 5.29 geht hervor, daß der Regelkreis mit Hysterese ($x_t = 8 \text{ V}$, $\hat{x}_e = 10 \text{ V}$) bereits bei $\omega_z \approx 1,4 \text{ Hz}$ an der Stabilitätsgrenze liegt, da sich ein Schnittpunkt zwischen $1/F_0$ und $N(\hat{x}_e)$ ergibt. Dieser Schnittpunkt ist labil. Eine kleine Erhöhung von \hat{x}_e (Abnahme von x_t) führt zur Instabilität. Daher wurde eine Verringerung von \hat{x}_e (Zunahme von x_t auf 10 V) vorgenommen. Bild 5.32 gibt das zugehörige Oszillogramm der Sprungantwort mit und ohne Hysterese wieder. Dabei zeigt sich eine erhebliche Verschlechterung des Regelverhaltens, denn bei $w = 0$ (untere Kurve) schwingt der Istwert mit einer Amplitude von $x \approx 0,5 \text{ V}$. Nimmt man die Reaktion auf eine Störgrößenänderung $\pm z = \pm 0,4 \text{ V}$ hinzu (Bild 5.33), zeigt sich folgendes. Während die Sprungantwort des Regelkreises ohne

Hysterese jeden Wert von \pm z ausregelt (obere Kurve), ist das bei Vorhandensein der Hysterese (mittlere Kurve) nicht mehr der Fall; der Istwert schwingt um seinen stationären Wert mit einer Amplitude von $x \approx 0,5$ V.

Die Schalthysterese analoger und digitaler stetiger Regler ist jedoch sehr gering, so daß diese Nichtlinearität meist vernachlässigt wird.

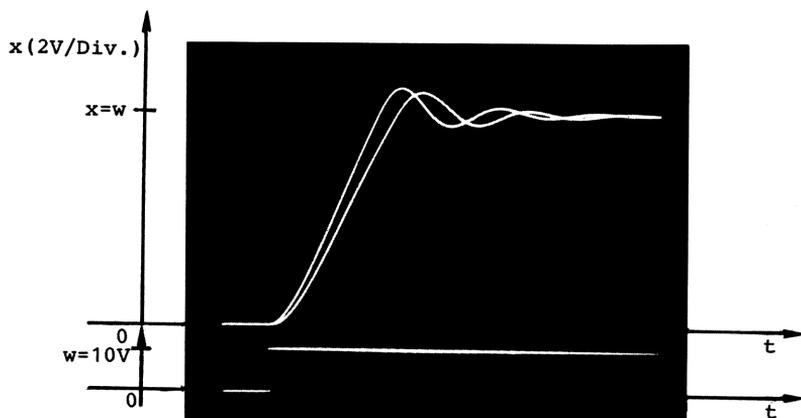


Bild 5.31 Einfluß der Ansprechschwelle auf die Sprungantwort einer Regelung aus PI-Regler und drei PT_1 -Strecken

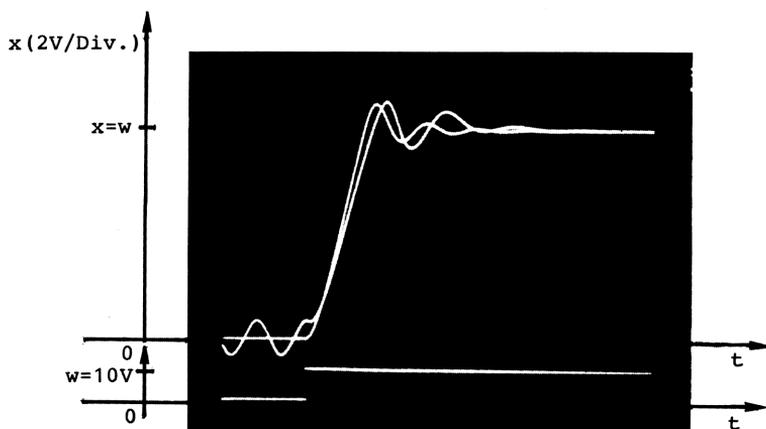


Bild 5.32 Einfluß der Hysterese auf die Sprungantwort einer Regelung aus PI-Regler und drei PT_1 -Strecken

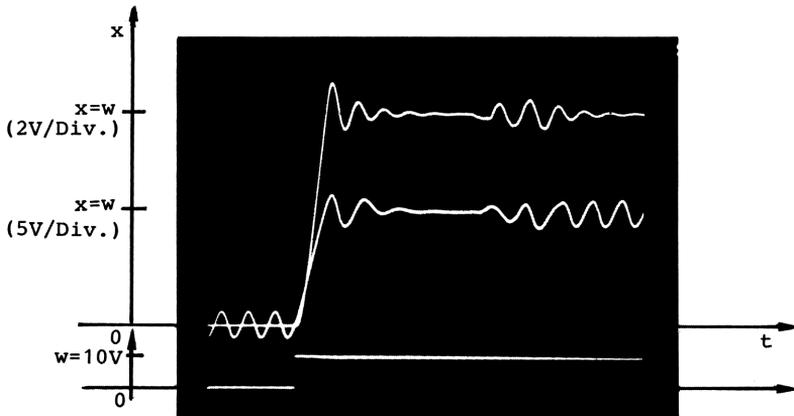


Bild 5.33 Einfluß der Hysterese auf eine Störgrößenänderung bei einer Regelung aus PI-Regler und drei PT_1 -Strecken

5.5 Optimierung von Regelkreisen

Zu den wichtigsten Aufgaben des Regeltechnikers gehört der Entwurf und die Synthese einer Regelung. Meist liegt die Regelstrecke vor, so daß es darauf ankommt, den passenden Regler zu finden. Zahlreiche Hinweise zu diesem Thema gibt W. Oppelt in seinem "Kleinen Handbuch technischer Regelvorgänge" auf den Seiten 462 bis 476. Die Regelkreisoptimierung hat folgende Forderungen zu erfüllen:

1. Der Regelkreis muß selbstverständlich stabil sein.
2. Störgrößenänderungen haben nur geringen Einfluß auf die Regelgröße.
3. Die Regelgröße folgt nach einem möglichst kurzen Einschwingvorgang genau der Führungsgröße.
4. Die Regelung läßt in weiten Grenzen Parameteränderungen zu.
5. Der Maximalwert der Stellgröße $y_{\max} = V_R \cdot x_d$ eines realen Reglers darf nicht die Stellgrenze erreichen (sonst nichtlineares Verhalten der Regelung).

Entsprechend diesen Forderungen gilt dann nach Gleichung (5.11) und (5.12) für das Führungs- und Störverhalten des geschlossenen Regelkreises im Idealfall:

$$\frac{O}{W} = \frac{1}{1 + F_R \cdot F_S} = 1 \quad \text{Führungsverhalten} \quad (5.27)$$

sowie

$$\frac{O}{Z} = \frac{1}{1 + F_R \cdot F_S} = 0 \quad \text{Störverhalten} \quad (5.28)$$

Die Gleichungen werden exakt nur für $F_R \cdot F_S \rightarrow \infty$ erfüllt. Dies wiederum heißt, daß die Regelkreisverstärkung $V_O \rightarrow \infty$ gehen muß. So große Werte von V_O führen jedoch meist zur Instabilität der Regelung und sind in technischen Regelkreisen nicht realisierbar. Es ist daher einzusehen, daß die genannten Forderungen in der praktischen Regeltechnik nur bedingt erfüllbar sind. Auf der Suche nach dem jeweils optimalen Kompromiß zwischen idealem und realem Regelkreis sind zahlreiche Entwurfsverfahren entstanden, die bei der Synthese von Regelkreisen gute Hilfe leisten können. Bei der Beurteilung einer Regelung geht man meist von der Sprungantwort bei Führungsverhalten aus, die allgemein den in Bild 5.34 dargestellten Verlauf nimmt. Diese Funktion läßt sich durch folgende Begriffe charakterisieren.

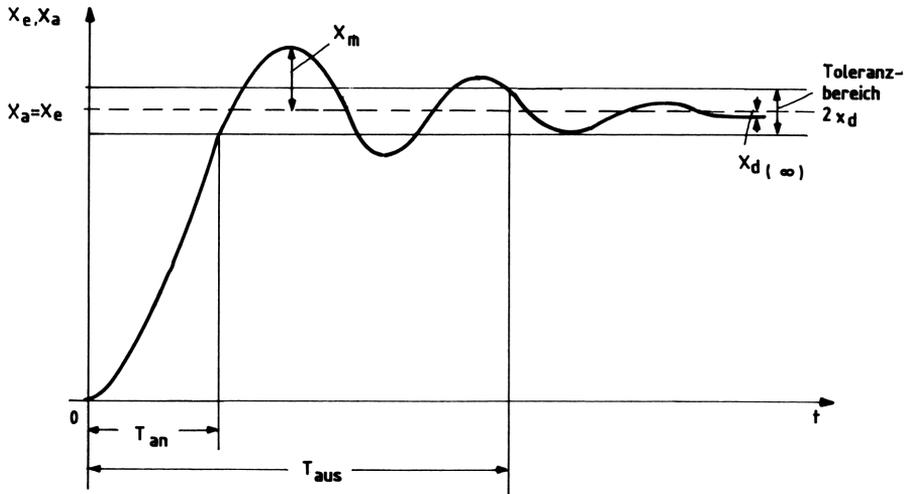


Bild 5.34 Übertragungsfunktion eines Regelkreises zur Definition der Anregelzeit und Ausregelzeit

1. Die Anregelzeit T_{an} ist die Zeit, bei der die Regelgröße erstmals den Toleranzbereich erreicht.
2. Die Ausregelzeit T_{aus} entspricht der Zeitspanne, nach der die Regelgröße den Toleranzbereich nicht mehr verläßt.

3. Die maximale Überschwingweite gibt den größten Betrag der Regelabweichung an, nach dem die Regelgröße den Toleranzbereich zum ersten mal verläßt.

Die Sprungantwort bei Störverhalten läßt sich auf analoge Weise beschreiben. Mit Rechner lassen sich, wie in Abschnitt 7.1 gezeigt, Regelkreise bezüglich der Parameter gut optimieren. Hier nun soll die Optimierung mit Hilfe von Gütekriterien erreicht werden.

5.5.1 Gütekriterien

Ein Maß für die Güte einer Regelung sind die Integralkriterien. Dabei wird die zeitliche Regelabweichung oder ihr Quadrat integriert.

Stellt dieses Integral ein Minimum dar, kann man von einem optimierten Regelkreis sprechen und die Parameter bestimmen.

Lineare Regelfläche

Das lineare Integral über der Differenz aus bleibender und augenblicklicher Regeldifferenz x_d , auch lineare Regelfläche genannt, lautet:

$$I_L = \int_0^{\infty} [x_{d(\infty)} - x_{d(t)}] dt \stackrel{!}{=} \text{MIN} . \quad (5.29)$$

Demnach besteht die lineare Regelfläche aus positiven und negativen Halbwellen einer abklingenden Schwingung (Bild 5.35). Entsprechend dieser Definition wird $I_L = 0$, wenn der Regelkreis Dauerschwingungen ausführt. Das Kriterium eignet sich also nur bei zusätzlicher Festlegung der Dämpfung D .

Eine Berechnung von I_L im Zeitbereich ist schwierig. Man weicht daher mit Hilfe der gleichdimensionalen Laplace-Transformation in den Bildbereich aus.

Aus Gleichung (2.53) folgt für die lineare Regelfläche:

$$\begin{aligned} I_L &= \lim_{p \rightarrow 0} \int_0^{\infty} [x_{d(\infty)} - x_{d(t)}] \cdot e^{-pt} \cdot dt \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \left[\underbrace{x_{d(\infty)} \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot dt}_{= \frac{1}{p}} - \underbrace{\int_0^{\infty} x_{d(t)} \cdot e^{-pt} \cdot dt}_{= \frac{x_d}{p}} \right] \end{aligned}$$

$$I_L = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p} [x_d(\infty) - \overset{\circ}{x}_d] \stackrel{!}{=} \text{MIN.} \quad (5.30)$$

Mit dem Grenzwertsatz (Korrespondenz Nr. 5, Tabelle 2.2) folgt schließlich:

$$I_L = \lim_{p \rightarrow 0} \left(\frac{1}{p} \lim_{p \rightarrow 0} \overset{\circ}{x}_d - \frac{\overset{\circ}{x}_d}{p} \right) \stackrel{!}{=} \text{MIN.} \quad (5.31)$$

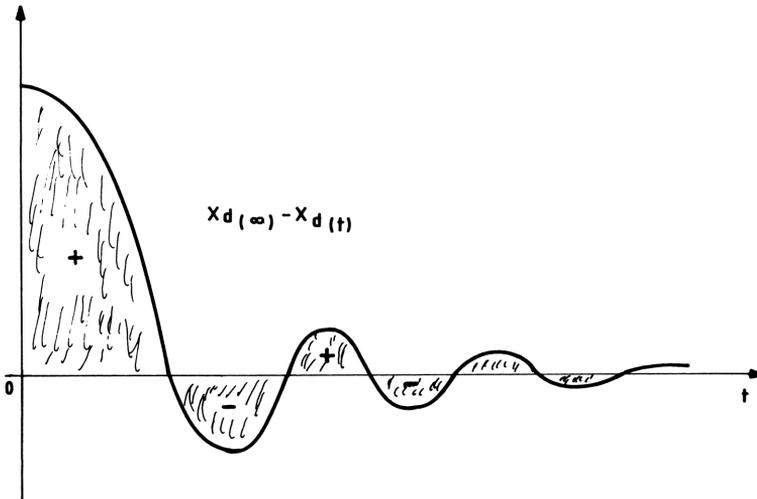


Bild 5.35 Zeitlicher Verlauf der Regeldifferenz x_d bei der linearen Regelfläche

Beispiel

Ein einfaches Beispiel soll zeigen, wie die lineare Regelfläche ermittelt wird.

Gegeben sei ein PD-Regler und eine PT_2 -Strecke, dann gilt

$$\overset{\circ}{F}_R = v_R \cdot (1 + pT_V) \quad \text{und} \quad \overset{\circ}{F}_S = v_S \cdot \frac{1}{1 + pT_1 + p^2T_2^2} .$$

Es soll das Störverhalten beurteilt werden. Nach Gleichung (5.12) ist dieses:

$$\overset{\circ}{x} = \overset{\circ}{z} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\overset{\circ}{F}_R \overset{\circ}{F}_S}{p}} .$$

Nimmt man für die Störgröße den Einheitssprung $\delta_o(t)$ an, also

$$z(t) = c \cdot \delta_o(t) \quad \text{bzw.} \quad \overset{\circ}{z} = c ,$$

so folgt für die Regeldifferenz $\overset{\circ}{x}_d = -\overset{\circ}{x}$ (wegen $w = 0$)

$$x_d^o = -C \cdot \frac{1 + pT_1 + p^2T_2^2}{1 + pT_1 + p^2T_2^2 + V_o(1 + pT_V)} .$$

Eingesetzt in Gleichung (5.31) ergibt sich:

$$I_L = -C \cdot \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p} \left[\frac{1}{1 + V_o} - \frac{1 + pT_1 + p^2T_2^2}{1 + pT_1 + p^2T_2^2 + V_o(1 + pT_V)} \right]$$

$$I_L = -C \cdot \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p} \left[\frac{pV_oT_V - pV_oT_1 - p^2V_oT_2^2}{(1 + V_o)(1 + pT_1 + p^2T_2^2 + pV_oT_V + V_o)} \right]$$

$$I_L = \frac{C \cdot V_o \cdot (T_1 - T_V)}{(1 + V_o)^2} \stackrel{!}{=} \text{MIN.}$$

Das absolute Minimum der linearen Regelfläche wird bei

$$I_L = 0 \quad \text{für} \quad \begin{cases} T_1 = T_V \\ V_o \rightarrow \infty \end{cases}$$

erreicht. Dies gilt auch, wenn zur Ableitung des Extremwertes $\partial I_L / \partial V_o = 0$ gebildet wird. Die Dämpfung des PT_2 -Gliedes ist

$$D = \frac{T_1}{2T_2 \sqrt{1 + V_o}} . \quad (5.32)$$

Setzt man in Gleichung (5.32) $V_o \rightarrow \infty$ ein, wird $D = 0$ - die Regelung wird instabil. Ein anderes Minimum von I_L ergibt sich für $D = 1/\sqrt{2}$. Dann erhält man V_o aus Gleichung (5.32).

$$V_o = \frac{T_1^2}{T_2^2} - 1 . \quad (5.33)$$

Diesen Wert der Regelkreisverstärkung setzt man in die gefundene Gleichung von I_L ein und es folgt

$$I_{L \min} = C \cdot \frac{(T_1^2 T_2^2 - T_2^4) \cdot (T_1 - T_V)}{T_1^4} .$$

Aufgabe 5.13

Gesucht ist lineare Regelfläche I_L , sowie die optimale Reglerverstärkung V_R einer Regelung aus PI-Regler und zwei PT_1 -Strecken bei Führungsverhaltenen.

Betrag der linearen Regelfläche

Es hat sich gezeigt, daß die lineare Regelfläche sich nur für gedämpfte Regelkreise eignet. Ohne die Angabe der Dämpfung D ist die Berechnung sinnlos. Ein anderes Integralkriterium bildet den Betrag der linearen Regelfläche (Bild 5.36).

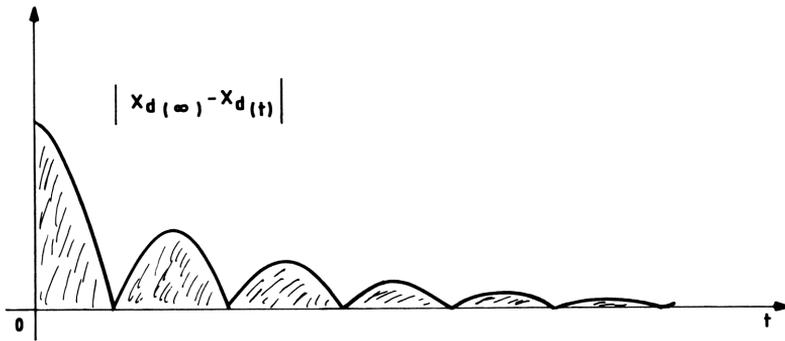


Bild 5.36 Zeitlicher Verlauf des Betrages der linearen Regelfläche

Es ist definiert als

$$I_B = \int_0^{\infty} |x_{d(\infty)} - x_{d(t)}| \cdot dt \stackrel{!}{=} \text{MIN.} \quad (5.34)$$

Aus Bild 5.36 ist zu ersehen, daß eine geschlossene Lösung des Integrals nicht möglich ist. Daher ist dieses Gütekriterium nur für die Behandlung mit Rechnern geeignet.

ITAE-Kriterium

Multipliziert man den Betrag der linearen Regelfläche mit der Zeit und bildet das Integral, ergibt sich das ITAE-Kriterium (Integrat of Time multiplied Absolute value of Error).

$$I_I = \int_0^{\infty} t \cdot |x_{d(\infty)} - x_{d(t)}| \cdot dt \stackrel{!}{=} \text{MIN.} \quad (5.35)$$

Auf diese Weise erreicht man, daß die mit zunehmender Zeit abnehmenden Beträge der Regelabweichung stärker berücksichtigt werden. Eine geschlossene Lösung des Integrals ist jedoch auch bei diesem Gütekriterium nicht möglich.

Quadratische Regelfläche

Es ist sicher ausgeschlossen, für alle technischen Regelkreise ein einziges Gütekriterium anzugeben. In der Praxis benutzt man jedoch oft das Minimum der quadratischen Regelfläche (Bild 5.37)

$$I_Q = \int_0^{\infty} [x_{d(\infty)} - x_{d(t)}]^2 \cdot dt \stackrel{!}{=} \text{MIN.}$$

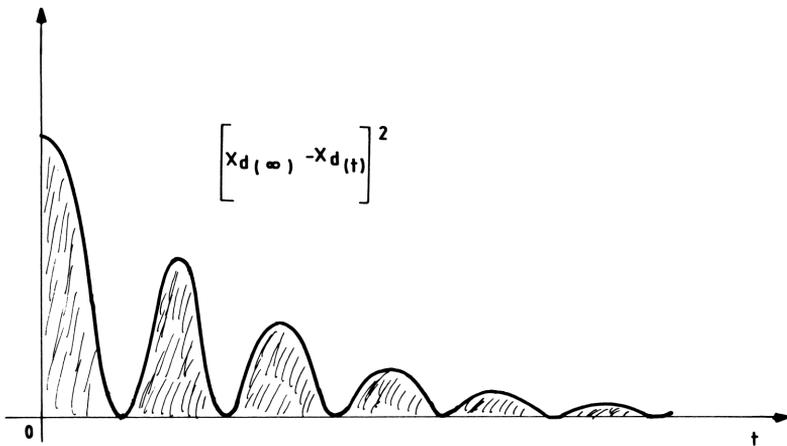


Bild 5.37 Zeitlicher Verlauf der quadratischen Regelfläche

Dieses Integral läßt sich für die meisten praktischen Anwendungsfälle lösen. Es hat aber den Nachteil, daß es starke Regelabweichungen, wie sie zu Beginn der Übertragungsfunktion von x auftreten, überbewertet.

Liegt die quadratische Regelfläche als

$$I = \int_0^{\infty} x(t)^2 \cdot dt$$

vor, läßt sich das Integral lösen.

Mit der Umkehrformel der gleichdimensionellen Laplace-Transformation, Gleichung (2.54) folgt:

$$\int_0^{\infty} x(t)^2 \cdot dt = \int_0^{\infty} x(t) \cdot \frac{p}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} x(p) \cdot e^{+pt} \cdot dp \cdot dt .$$

Mit $\sigma = 0$, d.h. $p = j\omega$ erhält man beim Vertauschen der Integrationsreihenfolge (möglich, falls beide Integrale konvergieren):

$$\int_0^{\infty} x(t)^2 \cdot dt = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} x(p) \cdot p \underbrace{\int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{+pt} \cdot dt \cdot dp}_{\downarrow x(-p)}$$

Die Lösung des Integrals entspricht der Parsevalschen Gleichung /13/ mit $x(t)^2 = [x_{d(\infty)} - x_{d(t)}]^2$ ist

$$I_Q = \int_0^{\infty} x(t)^2 \cdot dt = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} x(p) \cdot x(-p) \cdot dp \stackrel{!}{=} \text{MIN.} \quad (5.36)$$

Stellt $x(p)$ eine gebrochene rationale Funktion dar, deren Pole alle in der linken p -Halbebene liegen, läßt sich die quadratische Regelfläche durch den Residuensatz Gleichung (2.60) bestimmen.

Es muß also gelten

$$x(p) = \frac{a(p)}{b(p)} = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_{n-1} \cdot p^{n-1}}{b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_n \cdot p^n} \quad (5.37)$$

Für die Potenzen $n = 1 \dots 4$ ist die Lösung der Gleichung (5.36) in Tabelle 5.3 angegeben /38/. Unter der Voraussetzung, daß alle partiellen Ableitungen der Funktion I_Q Null sind, erhält man Bestimmungsgleichungen für die Regelkreisparameter, also

$$\frac{\partial I_Q}{\partial V_O} = 0, \quad \frac{\partial I_Q}{\partial T_I} = 0, \quad \frac{\partial I_Q}{\partial T_N} = 0 \quad \text{usw.}$$

Tabelle 5.3 Tabelle zur Lösung des Integrals der quadratischen Regelfläche

n	$I_Q = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \frac{a(s)a(-s)}{b(s)b(-s)} ds \quad \text{mit}$ $a(s) = a_0 + a_1 s + \dots + a_{n-1} s^{n-1}$ $b(s) = b_0 + b_1 s + \dots + b_n s^n$	$I_Q = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} \frac{c_n(s)}{d_n(s)d_n(-s)} ds \quad \text{mit}$ $c_n(s) = c_0 s^{2n-2} + c_1 s^{2n-4} + \dots + c_{n-1}$ $d_n(s) = d_0 s^n + d_1 s^{n-1} + \dots + d_n$
1	$\frac{a_0^2}{2b_0 b_1}$	$\frac{c_0}{2d_0 d_1}$
2	$\frac{a_1^2 b_0 + a_0^2 b_2}{2b_0 b_1 b_2}$	$\frac{c_1 d_0 - c_0 d_2}{2d_0 d_1 d_2}$
3	$\frac{a_2^2 b_0 b_1 + (a_1^2 - 2a_0 a_2) b_0 b_3 + a_0^2 b_2 b_3}{2b_0 b_3 (b_1 b_2 - b_0 b_3)}$	$\frac{d_2 d_3 c_0 - d_0 d_3 c_1 + d_0 d_1 c_2}{2d_0 d_3 (d_1 d_2 - d_0 d_3)}$
4	$\frac{a_3^2 (b_0 b_1 b_2 - b_0^2 b_3) + (a_2^2 - 2a_1 a_3) b_0 b_1 b_4}{2b_0 b_4 (b_1 b_2 b_3 - b_0^2 b_3^2 - b_1^2 b_4)}$ $+ \frac{(a_1^2 - 2a_0 a_2) b_0 b_3 b_4 + a_0^2 (b_2 b_3 b_4 - b_1 b_4^2)}{2b_0 b_4 (b_1 b_2 b_3 - b_0 b_3^2 - b_1^2 b_4)}$	$\frac{c_0 d_4 (d_2 d_3 - d_1 d_4) - c_1 d_0 d_3 d_4 + c_2 d_0 d_1 d_4 + c_3 d_0 (d_0 d_3 - d_1 d_2)}{2d_0 (d_0 d_3^2 + d_1^2 d_4 - d_1 d_2 d_3)}$

Beispiel

Diese Zusammenhänge sollen an einer Regelung aus I-Regler und PT_2 -Strecke klar gemacht werden. Es soll die optimale Integrationszeitkonstante T_I des Reglers bei Störverhalten ermittelt werden.

$$\frac{\overset{\circ}{F}}{\overset{\circ}{Z}} = \frac{\overset{\circ}{X}}{\overset{\circ}{Z}} = \frac{1}{1 + \frac{\overset{\circ}{F}}{\overset{\circ}{R}} \frac{\overset{\circ}{F}}{\overset{\circ}{S}}}$$

Mit $\overset{\circ}{Z} = C$ und $\overset{\circ}{X}_d = \overset{\circ}{W} - \overset{\circ}{X} = -\overset{\circ}{X}$ folgt

$$\overset{\circ}{X} = C \cdot \frac{pT_I + p^2 T_1 T_I + p^3 T_2^2 T_I}{V_S + pT_I + p^2 T_1 T_I + p^3 T_2^2 T_I}$$

Da $x_{d(\infty)} = \lim_{t \rightarrow \infty} x_d(t) = -\lim_{p \rightarrow \infty} \overset{\circ}{X} = 0$, erhält man mit Gleichung (5.36) aus Tabelle 5.3 für $n = 3$ die Koeffizienten

$$\begin{aligned} a_0 &= 0; & b_0 &= V_S \\ a_1 &= b_1 = T_I \\ a_2 &= b_2 = T_1 T_I \\ a_3 &= b_3 = T_2^2 T_I \end{aligned}$$

sowie

$$I_Q = C^2 \cdot \frac{T_I \cdot (T_1^2 + T_2^2)}{2 \cdot T_2^2 \cdot (T_1 T_I - V_S T_2^2)} \stackrel{!}{=} \text{MIN.}$$

Bildet man die partiellen Ableitungen nach T_I , T_1 und T_2 , ergeben sich drei Gleichungen für T_I .

$$\frac{\partial I_Q}{\partial T_I} = 0 = \frac{V_S \cdot (T_1^2 + T_2^2)}{T_1 T_I - V_S T_2^2}$$

Danach müßte $T_I \rightarrow \infty$ gehen. Dieser Wert ist unrealistisch, daher

$$\frac{\partial I_Q}{\partial T_1} = 0 = T_I \cdot (T_1^2 - T_2^2) - 2 \cdot V_S T_1 T_2^2$$

Dann wird

$$T_I = \frac{2 \cdot V_S T_1 T_2^2}{T_1^2 - T_2^2}$$

Diese Gleichung ist realisierbar, jedoch für den Fall $T_1 = T_2$ müßte $T_I \rightarrow \infty$ gehen. Wählt man

$$\frac{\partial I_Q}{\partial T_2} = 0 = T_1^3 T_I - 4 \cdot V_S T_2^2 \cdot (T_1^2 + T_2^2)$$

wird die optimale Integrationszeitkonstante des I-Reglers:

$$T_I = \frac{4 \cdot V_S T_2^2 \cdot (T_1^2 + T_2^2)}{T_1^3}$$

Für $T_1 = T_2$ erhält man hier

$$T_I = 8 \cdot V_S T_1$$

Die Bestimmung von I_Q mit der gefundenen Gleichung erübrigt sich.

Aufgabe 5.14

Es ist die optimale Integrationszeitkonstante T_I für Störverhalten zu bestimmen, wenn:

$$\overset{\circ}{F}_R = \frac{1}{pT_1} \quad \text{und} \quad \overset{\circ}{F}_S = \frac{V_S}{(1+pT_1)^2} \quad .$$

Aufgabe 5.15

Ein PI-Regler soll bei Störverhalten für eine PT_2 -Strecke mit

$$\overset{\circ}{F}_S = \frac{V_S}{(1+pT_1)^2}$$

optimiert werden. Gesucht ist die entsprechende Nachstellzeit T_N .

Aufgabe 5.16

Für eine Regelung aus PI-Regler und PT_3 -Strecke sollen die Reglerparameter V_R und T_N nach Gleichung (5.36) bei Störverhalten ermittelt werden. Es ist

$$\overset{\circ}{F}_R = \frac{V_R \cdot (1+pT_N)}{pT_N} \quad ; \quad \overset{\circ}{F}_S = \frac{V_S}{(1+pT_1)^3} \quad .$$

Die Störung greift zwischen Regler und Strecke an, so daß gilt:

$$\overset{\circ}{F}_Z = \frac{\overset{\circ}{F}_S}{1 + \overset{\circ}{F}_R \overset{\circ}{F}_S} = \frac{\overset{\circ}{X}}{\overset{\circ}{Z}}$$

5.5.2 Symmetrisches Optimum

Das Symmetrische Optimum ist eine Methode zur Bestimmung der Regelkreisparameter im Frequenzbereich. Es zielt darauf ab, bei der Durchtrittsfrequenz ω_D ein Maximum der Phasenreserve α_R zu erreichen.

C. Kessler hat von seinem "Betrags-Optimum" ausgehend dieses Verfahren entwickelt, unter der Voraussetzung, daß der Frequenzgangbetrag symmetrisch zur Durchtrittsfrequenz ω_D verläuft /39/.

Die Durchtrittsfrequenz sollte im Hinblick auf eine hohe Regelgeschwindigkeit möglichst groß sein. Dies bedingt eine kleine Phasenverschiebung zwischen w und x . Treten in einem Regelkreis mehrere Verzögerungsglieder auf, nimmt die Phasenverschiebung zu. Sie kann jedoch teilweise durch geschickte Wahl der Reglerparameter kompensiert werden. Der Frequenzgang des offenen Regelkreises soll dann in folgende Form übergehen.

$$\overset{\circ}{F}_O = V_O \cdot \frac{1 + pT_N}{p^2 T_1 T_N \cdot (1 + pT_2)} \quad . \quad (5.38)$$

Zur Dimensionierung der freien Reglerparameter einige grundlegende Betrachtungen.

Die am häufigsten angewandten Regler haben PI- oder PID-Verhalten. Soll bei einer Regelstrecke höherer Ordnung ein Verzögerungsglied durch den Frequenzgang des PI-Reglers kompensiert werden, dann sollte die Nachstellzeit kleiner oder gleich der größten Zeitkonstante der Strecke sein.

$$T_N \leq T_1 .$$

Für $T_N < T_1$ wird meist sogar eine bessere Ausregelung von Störgrößen erreicht.

Ein PID-Regler der Form

$$\frac{O}{R} = V_R \cdot \frac{(1 + pT_N) \cdot (1 + pT_V)}{pT_N} ,$$

der für $T_N > T_V$ gilt, läßt die totale Frequenzkompensation einer PT_1 -Strecke mit Hilfe des PD-Anteils zu. Man wählt

$$T_V = T_2$$

und erhält aus

$$\frac{O}{O} = V_O \frac{(1 + pT_N) \cdot (1 + pT_V)}{pT_N(1 + pT_2)} ,$$

nun

$$\frac{O}{O} = V_O \frac{1 + pT_N}{pT_N} .$$

Es bleibt also nur der P-Anteil V_S der Strecke übrig. Im interessanten Bereich der Stabilitätsbetrachtung, also um ω_D , ist eine weitere Vereinfachung bei Strecken höherer Ordnung zulässig.

Für $T_1 \gg T_2, T_3, \dots, T_n$ geht der Frequenzgang

$$\frac{O}{S} = \frac{V_S}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)(1 + pT_3) \dots (1 + pT_n)} ,$$

in die Form

$$\frac{O}{S} \frac{V_S}{pT_1 \cdot (1 + pT_K)}$$

über. Das Verzögerungsglied mit der größten Zeitkonstanten T_1 wird hier näherungsweise durch ein I-Glied dargestellt und die restlichen Verzögerungsglieder zu einem PT_1 -Glied zusammengefaßt.

Dabei ist

$$T_K = \sum_{i=2}^n T_i .$$

Führt man noch die Näherung ein, daß ein Totzeitglied in vielen Fällen als PT_1 -Glied dargestellt werden kann, also für $\omega T_t \ll 1$,

$$e^{-pT_t} \approx \frac{1}{1 + pT_t}$$

lassen sich die meisten Frequenzgänge F_O einer Regelung auf die Gleichung (5.38) zurückführen. Die daraus resultierenden Vorteile sollen an einem Beispiel aufgezeigt werden.

Beispiel

Liegt eine PT_3 -Strecke der Form

$$F_S^O = \frac{V_S}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)(1 + pT_3)}$$

vor, kann ein Verzögerungsglied durch einen PTD-Regler kompensiert werden, wenn $T_V = T_2$ gewählt wird. Dies ist angebracht bei $T_1 > T_2 \gg T_3$. Mit

$$F_R^O = \frac{V_R(1 + pT_V)(1 + pT_N)}{pT_N}$$

gilt dann

$$F_O^O = \frac{V_O \cdot (1 + pT_N)}{pT_N \cdot (1 + pT_1)(1 + pT_3)} .$$

Mit $T_1 \gg T_3$ erhält man dann analog zu Gleichung (5.38) in der Nähe der Durchtrittsfrequenz ω_D den Frequenzgang

$$F_O^O \approx V_O \cdot \frac{1 + pT_N}{p^2 T_1 T_N (1 + pT_3)} .$$

Für die allgemeine Anwendung wird nun für Gleichung (5.38) die maximale Phasenreserve ermittelt.

$$F_O(j\omega) = - \frac{V_O}{\omega^2 T_1 T_N} \cdot \frac{1 + \omega^2 T_3 T_N + j(\omega T_N - \omega T_3)}{1 + \omega^2 T_3^2}$$

$$|F_O(j\omega)| = \frac{V_O}{\omega^2 T_1 T_N} \sqrt{\frac{1 + \omega^2 T_N^2}{1 + \omega^2 T_3^2}} \quad (5.39)$$

Die Frequenz ω_M , bei der die Phasenreserve α_R ein Maximum oder bei der φ_O ein Maximum ist, erhält man durch Differenzieren.

$$\alpha_R = \arctan \cdot \frac{\omega(T_N - T_3)}{1 + \omega^2 T_3 T_N} ,$$

$$\frac{\partial \alpha_R}{\partial \omega} = 0 = \frac{\partial}{\partial z} \arctanz \cdot \frac{\partial z}{\partial \omega} ,$$

$$\text{mit } z = \frac{\omega(T_N - T_3)}{1 + \omega^2 T_3 T_N} \text{ folgt}$$

$$\omega_M^2 \cdot (T_3^2 T_N - T_3 T_N^2) - T_N - T_3 = 0 ,$$

$$\omega_M = \frac{1}{\sqrt{T_3 T_N}} .$$

Falls die Gleichung des komplexen Frequenzganges höheren Grades ist, ermittelt man ω_{M_2} aus der Summe der einzelnen Phasenwinkel, also hier $(PT_V - PT_1 - I^2)$

$$\varphi_O = \arctan \omega T_N - \arctan \omega T_3 - \pi ,$$

$$\text{mit } \frac{\partial \varphi_O}{\partial \omega} = 0 ,$$

folgt dann ebenfalls

$$\omega_M = \frac{1}{\sqrt{T_3 T_N}} . \quad (5.40)$$

Setzt man $\omega_M = \omega_D$ ergibt sich das gewünschte Maximum der Phasenreserve bei der Durchtrittsfrequenz.

Für ω_D ist

$$\left| F_O(j\omega_D) \right| = \left| F_O(j\omega_M) \right| = 1 .$$

Aus dieser Gleichung folgt durch Einsetzen von ω_M die Reglerverstärkung

$$V_R = \frac{T_1}{V_S \sqrt{T_3 T_N}} = \frac{\omega_D T_1}{V_S} . \quad (5.41)$$

Führt man bezüglich Gleichung (5.40) die Normierung

$$T_N = m^2 T_2 \quad (5.42)$$

ein, ergibt sich für die Phasenreserve der Gleichung (5.38)

$$\alpha_R = \varphi_O(\omega_D) + 180^\circ = \arctan \omega_D T_N - \arctan \omega_D T_2$$

$$\alpha_R = \arctan m - \arctan \frac{1}{m} .$$

Daraus folgt

$$\tan \alpha_R = \frac{m^2 - 1}{2m} ,$$

und für m schließlich

$$m = \tan \alpha_R + \sqrt{1 + (\tan \alpha_R)^2}$$

$$m = \frac{1 + \sin \alpha_R}{\cos \alpha_R} . \quad (5.43)$$

Setzt man die Phasenreserve zwischen $\alpha_{\text{Ropt}} = [30^\circ \dots 60^\circ]$ an, wird

$$m = [\sqrt{3} \dots 2 + \sqrt{3}].$$

Somit läßt sich T_N angeben mit

$$T_N = [3 \dots 14] \cdot T_2.$$

Für eine stabile Regelung muß außerdem gelten, daß die große Zeitkonstante $T_1 \geq T_N$ ist und die kleinen Zeitkonstanten $T_3 \dots T_n < T_N$ sind. Mit diesen Voraussetzungen ist eine gute Abschätzung von T_N möglich.

Bei Regelkreisen, die viele kleine Zeitkonstanten und höchstens zwei große Zeitkonstanten haben, läßt sich folgende Optimierung anwenden.

Es seien T_1 und T_2 die großen Zeitkonstanten der Regelstrecke ($T_1 > T_2 \gg T_3 \dots T_n$)

$$\overset{\circ}{F}_S = \frac{V_S}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)(1 + pT_3) \dots (1 + pT_n)}.$$

Die kleinen Zeitkonstanten $T_3 \dots T_n$ lassen sich zu der Summe T_K zusammenfassen, wenn im Betriebsfrequenzbereich ω_B der Regelung gilt:

$$\omega_B \ll \frac{1}{T_K},$$

so daß für die Regelstrecke um den Wert ω_D folgt:

$$\overset{\circ}{F}_S = \frac{V_S}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)(1 + pT_K)}.$$

Als Regeleinrichtung wählt man zweckmäßigerweise den PID-Regler, der in dieser Schreibweise für $T_N > T_V$ dem reinen PID-Regler entspricht.

$$\overset{\circ}{F}_R = V_R \cdot \frac{(1 + pT_V)(1 + pT_N)}{pT_N}.$$

Nun kompensiert man die großen Zeitkonstanten durch die Wahl von:

$$T_N = T_1 \quad \text{und} \quad T_V = T_2.$$

Für den Frequenzgang des offenen Kreises erhält man nun

$$\overset{\circ}{F}_O = \frac{V_O}{pT_1 \cdot (1 + pT_K)}. \quad (5.44)$$

Dann wird \underline{F}_O :

$$\underline{F}_O = - \frac{\omega^2 T_1 T_K + j\omega T_1}{\omega^2 T_1^2 \cdot (1 + \omega^2 T_K^2)} V_O \cdot \quad (5.45)$$

Für Phasenreserve ergibt sich

$$\alpha_R = \arctan \frac{1}{\omega T_K} \cdot$$

Daraus folgt, daß das Maximum der Phasenreserve ($\alpha_{R \max} = 90^\circ$) bei $\omega_M = 0$ zu erwarten ist. Dieser Wert ist nicht sinnvoll, da dann auch $\omega_D = 0$ ist. Ein Optimum liegt sicher bei $\alpha_R = 60^\circ$, so daß

$$\alpha_R = 60^\circ = \arctan \sqrt{3} = \arctan \frac{1}{\omega_{\text{opt}} \cdot T_K} \cdot,$$

also

$$\omega_D = \omega_{\text{opt}} = \frac{1}{\sqrt{3} \cdot T_K} \cdot, \quad (5.46)$$

und aus dem Betrag des Frequenzgangs erhält man bei der Durchtrittsfrequenz ω_D :

$$|\underline{F}_O| = 1 = \frac{V_O}{\omega_{\text{opt}} \cdot T_1 \cdot \sqrt{1 + \omega_{\text{opt}}^2 \cdot T_K^2}} \cdot$$

Damit liegt eine Bestimmungsgleichung für die Reglerverstärkung vor.

$$V_R = \frac{\omega_{\text{opt}} \cdot T_1}{V_S} \sqrt{1 + \omega_{\text{opt}}^2 \cdot T_K^2} \cdot \quad (5.47)$$

Aufgabe 5.17

Es sind die Reglerparameter eines PI-Reglers zu bestimmen, der auf eine PT_2 -Strecke wirkt.

$$\begin{aligned} T_1 &= 1,9\text{s} & V_S &= 3 \\ T_2 &= 0,01\text{s} & \alpha_R &\stackrel{!}{=} 55^\circ \cdot \end{aligned}$$

Aufgabe 5.18

Eine Regelung aus PID-Regler und vier PT_1 -Strecken soll mit Hilfe des symmetrischen Optimums entworfen werden.

Die Parameter sind:

$$\begin{aligned} T_1 &= 0,47\text{s} & V_{S1} &= 1 \\ T_2 &= 0,1\text{s} & V_{S2} &= 1 \\ T_3 &= T_4 = 0,01\text{s} & V_{S3} &= 1, \quad V_{S4} = 2 \cdot \end{aligned}$$

Zu bestimmen sind T_N , T_V und V_R bei einem Betriebsfrequenzbereich der Regelung von $\omega_B = [0, 100]$ Hz und $\alpha_R = 60^\circ$. Außerdem ist der Einfluß veränderter Verstärkung V_R und Nachstellzeit T_N zu untersuchen, sowie das Führungsverhalten anzugeben.

Aufgabe 5.19

Gegeben sei ein Regelkreis aus PI-Regler und zwei PT_1 -Strecken mit $T_1 = 10$ ms; $T_2 = 50$ ms; $T_N = 0,1$ s und $V_S = 0,1$. Es soll die optimale Reglerverstärkung mit dem symmetrischen Optimum bestimmt werden.

5.5.3 Kaskadenregelungen

Die bisher behandelten Regelkreise enthielten nur eine Rückführung, sie waren also einschleifig. Durch geeignete Wahl der freien Parameter konnte ein befriedigendes dynamisches Verhalten solcher Regelungen erzielt werden. Man mußte aber folgende Nachteile in Kauf nehmen:

1. Kompensation mehrerer großer Strecken-Zeitkonstanten erfordert einen PID-Regler.
2. Es kann nur die Regelgröße beeinflußt werden. Andere, das dynamische Verhalten des Regelkreises bestimmende Betriebsgrößen (z.B. Motorstrom, Zugkraft, Geschwindigkeit, Weg usw.), sind nicht regelbar.
3. Bei Regelstrecken höherer Ordnung ist nur eine mäßige Optimierung bezüglich des Führungs- und Störverhaltens möglich. Besonders schwierig wird die Dimensionierung der Reglerparameter, wenn die Strecken-Zeitkonstanten unbekannt sind.

Diese Nachteile sind bei Verwendung von vermaschten Regelkreisen vermeidbar. Dabei werden die verschiedenen Störungen oder Betriebsgrößen-Änderungen, an den Stellen, wo sie auftreten, durch unterlagerte Regelkreise oder Hilfsgrößen ausgeregelt. Es erfolgt also eine schrittweise Lösung des Regelablaufs durch die Aufteilung in einzelne einfache Regelkreise. Dabei steigt allerdings der Aufwand für die Meßwerterfassung und die Anzahl der Regler. Teilt man den gesamten Regelkreis in einzelne Teilregelkreise (unterlagerte Regelkreise) auf, spricht man von einer Kaskadenregelung (Bild 5.38).

Voraussetzung für die hier besprochenen Anwendungen ist eine Regelstrecke mit möglichst rückwirkungsfreien in Reihe geschalteten PT_1 -Gliedern. Die Dimensionierung nicht in Reihe liegender Regelstrecken-Strukturen und Mehrgrößenregelungen sind in /16/, /26/

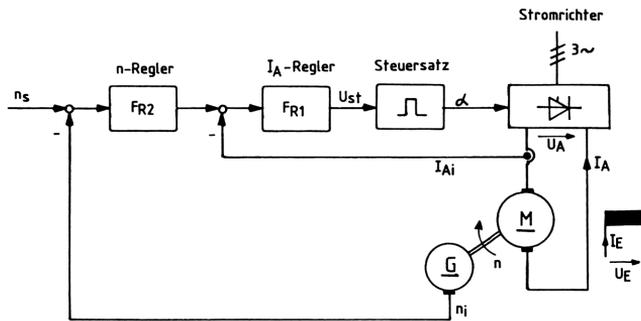


Bild 5.38 Kaskadenregelung eines Drehzahlregelkreises mit unterlagertem Stromregelung bei einem Gleichstromantrieb

und /40/ beschrieben. In der Praxis hat sich das Prinzip der Kaskadenregelung bestens bewährt, wie anhand zahlreicher Beispiele in Abschnitt 6 gezeigt wird. Der Grund dafür ist, daß sich Verstärkung, Begrenzung und Zeitverhalten jedes einzelnen unterlagerten Regelkreises unabhängig einstellen lassen. Damit erhöht sich die Dynamik der gesamten Regelung.

Eine Kaskadenregelung läßt sich mit Umformregel 12 Tabelle 4.12 auf einen einschleifigen Regelkreis zurückführen (Bild 5.39).

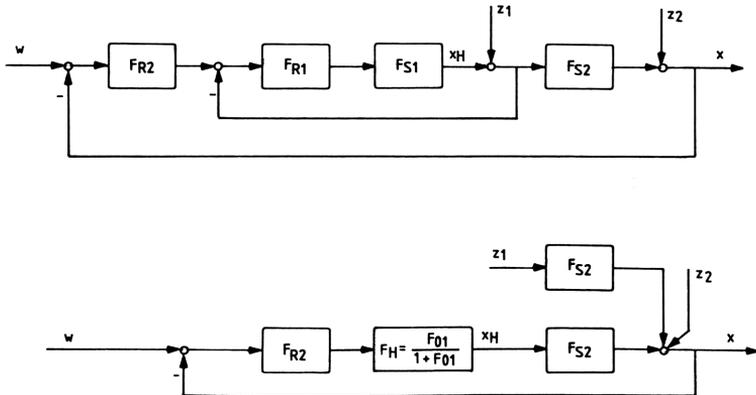


Bild 5.39 Umformung des Blockschaltbildes einer Kaskadenregelung in einen einfachen Regelkreis (hier für einen n-Regelkreis mit unterlagertem IA-Regelkreis)

Greifen auf die Hilfsregelgröße x_H und die Regelgröße x Störgrößen ein, erhält man in Analogie zu Gleichung (2.7)

$$x = \frac{F_{O1} \cdot F_{O2}}{1 + F_{O1} + F_{O1} \cdot F_{O2}} w + \frac{1 + F_{O2}}{1 + F_{O1} + F_{O1} \cdot F_{O2}} (z_2 + z_1 \cdot F_{S2}) \quad (5.48)$$

mit $\overset{\circ}{F}_{O1} = \overset{\circ}{F}_{R1} \cdot \overset{\circ}{F}_{S1}$ und $\overset{\circ}{F}_{O2} = \overset{\circ}{F}_{R2} \cdot \overset{\circ}{F}_H \cdot \overset{\circ}{F}_{S2}$

sowie $\overset{\circ}{F}_H = \frac{\overset{\circ}{F}_{O1}}{1 + \overset{\circ}{F}_{O1}}$.

Nun kann der unterlagerte Regelkreis F_H als Übertragungsglied aufgefaßt werden und es erfolgt die Optimierung der Regelung auf folgende Weise:

1. Entwurf des Reglers F_{R1} auf die Strecke F_{S1} unter Anwendung eines der gezeigten Optimierungsverfahren.
2. Entwurf des Reglers F_{R2} auf die "Strecke" $F_H \cdot F_{S2}$ nach dem selben Verfahren.

Beispiel

Ein praktisches Beispiel aus der Antriebstechnik. Die Drehzahl-Regelung eines fremderregten Gleichstrommotors nach Bild 5.38 soll mit dem symmetrischen Optimum dimensioniert werden. Das zugehörige Blockschaltbild (Bild 5.40) erhält man aus den Gleichungen des mechanischen und elektrischen Kreises. Es wurde auf eine Istwert- und Sollwertglättung durch ein PT_1 -Glied (Tiefpaß) verzichtet. Aus der Ankerkreisgleichung für motorischen Rechtslaufbetrieb folgt PT_1 -Verhalten für den Ankerstrom.

$$\overset{\circ}{I}_A = \frac{U_A - E}{R_A} \cdot \frac{1}{1 + pT_A} \quad (5.49)$$

mit $E = C_1 \cdot \phi_{\max} \cdot n$ und $T_A = L_A/R_A$.

Für das Motormoment gilt mit $\phi = \phi_{\max}$

$$\overset{\circ}{M}_M = C_2 \cdot \phi_{\max} \cdot \overset{\circ}{I}_A$$

Das Beschleunigungsmoment ist dann

$$\overset{\circ}{M}_D = \overset{\circ}{M}_M - \overset{\circ}{M}_L = 2\pi \cdot J \cdot p \cdot \overset{\circ}{n}$$

Aus dieser Gleichung erhält man mit der Leerlaufdrehzahl n_0 bei Nennmoment M_N die Hochlaufzeit des Motors.

$$T_H = \frac{2\pi J \cdot n_0}{M_N} \quad (5.50)$$

Dabei ist J das gesamte auf die Motorwelle bezogene Trägheitsmoment. Damit ergibt sich I-Verhalten für die Drehzahl und für Leerlauf ($M_L = 0$) gilt

$$\overset{\circ}{n} = \frac{\overset{\circ}{M}_b}{2\pi J \cdot p} = \frac{M_M \cdot n_0}{M_N \cdot pT_H} \quad (5.51)$$

Der Stromrichter, hier eine vollgesteuerte Drehstrom-Brückenschaltung, hat PT_t -Verhalten (Abschnitt 4.4.1).

Mit den Streckenkonstanten

$$V_{S1} = \frac{\Delta\alpha}{\alpha_1 - \alpha_2} = 1 \quad T_t = \frac{T}{2p} \approx 0,002s$$

$$V_{S2} = \frac{U_{AN}}{I_{AN} \cdot R_A} = 2 \quad T_A = \frac{L_A}{R_A} = 0,2s$$

$$V_{S3} = C_1 \cdot \emptyset_{\max} = \frac{1}{2\pi} \quad T_H = \frac{2\pi J \cdot n_O}{M_N} = 5s$$

$$V_{S4} = C_2 \emptyset_{\max} = 1,$$

sowie den Uniformregeln 7, 8 und 12, Tabelle 4.12, ergibt sich ein vereinfachter Stromregelkreis (Bild 5.41a und 5.41b), dessen Regelstrecke lautet:

$$\overset{\circ}{F}_{S1} = \frac{V_{S1} \cdot V_{S2} \cdot pT_H}{(1 + pT_t) \cdot [pT_H(1 + pT_A) + V_{S2} \cdot V_{S3} \cdot V_{S4}]},$$

mit $e^{-T_t} \approx (1 + pT_t)^{-1}$ (erlaubte Näherung für $\omega_{D1}T_t \ll 1$).

Setzt man für diese Strecke einen PI-Regler ein, errechnet sich der Frequenzgang des offenen Stromregelkreises zu

$$\overset{\circ}{F}_{O1} = \overset{\circ}{F}_{R1} \cdot \overset{\circ}{F}_{S1} \approx \frac{V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2} \cdot (1 + pT_{N1}) \cdot T_H}{T_{N1} \cdot (1 + pT_t) \cdot [pT_H(1 + pT_A) + V_{S2} \cdot V_{S3} \cdot V_{S4}]} \quad (5.52)$$

wählt man für die Stromregler-Zeitkonstante

$$T_{N1} = T_A,$$

ergibt sich

$$\overset{\circ}{F}_{O1} \approx \frac{V_{R1} V_{S1} (1 + pT_A) T_H / T_A}{V_{S3} \cdot V_{S4} (1 + pT_t) [1 + p \frac{T_H}{V_{S2} V_{S3} V_{S4}} (1 + pT_A)]}.$$

Da gewöhnlich $T_H > T_A \gg T_t$ ist, gilt im Bereich um ω_{D1} mit einem Fehler von ca. 10% die Näherung:

$$p^2 \cdot \frac{T_A T_H}{V_{S2} \cdot V_{S3} \cdot V_{S4}} \approx 1 + p \cdot \frac{T_H}{V_{S2} \cdot V_{S3} \cdot V_{S4}} \cdot (1 + pT_A).$$

Auf diese Weise wird der Frequenzgang des Stromregelkreises auf die Gleichung (5.38) des symmetrischen Optimums zurückgeführt.

$$\overset{\circ}{F}_{O1} \approx \frac{V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2} \cdot (1 + pT_A)}{p^2 T_A T_A \cdot (1 + pT_t)}. \quad (5.53)$$

Mit den nun anwendbaren Gleichungen (5.40) und (5.41) läßt sich die Durchtrittsfrequenz ω_{D1} sowie die Stromreglerverstärkung V_{R1} angeben, bei der die Phasenreserve ein Maximum hat.

$$\omega_{D1} \approx \frac{1}{\sqrt{T_A T_t}} \quad (5.54)$$

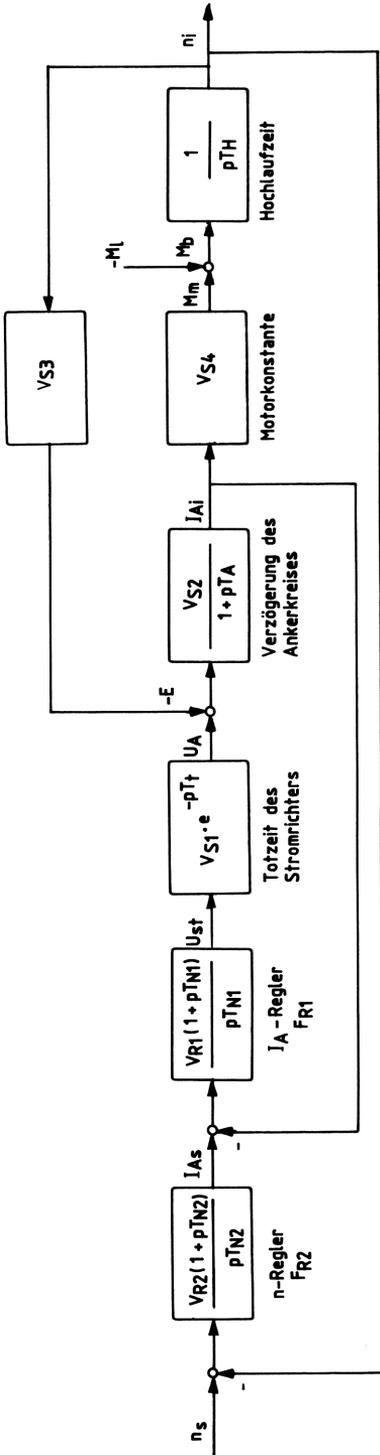


Bild 5.40 Vollständiges Blockschaltbild eines Stromrichterantriebs mit fremderregtem Gleichstrommotor und Belastung bei Drehzahl-Regelung und unterlagertter Strom-Regelung

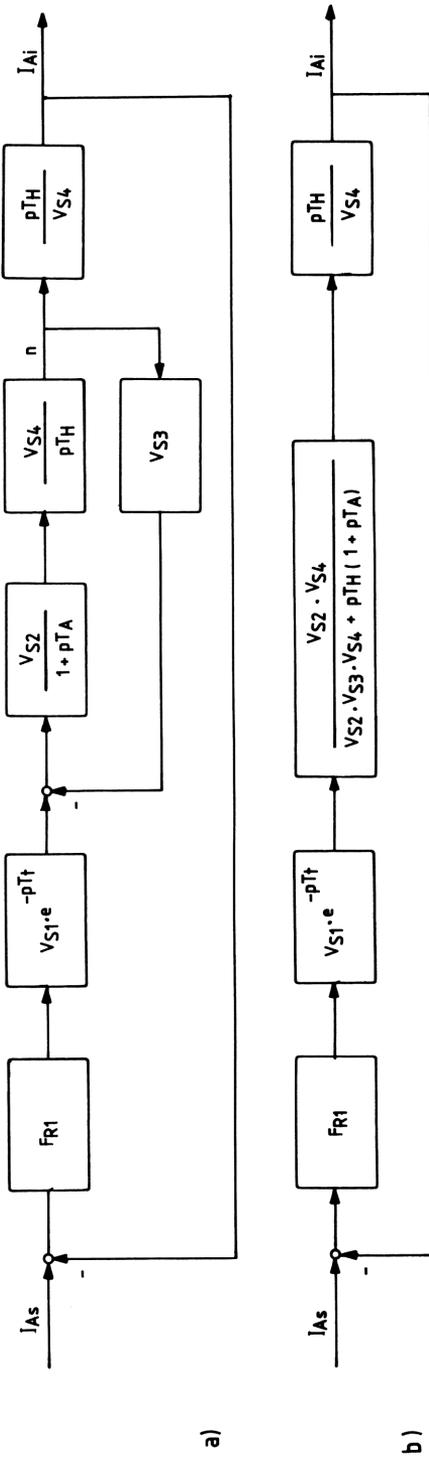


Bild 5.41 Umformung des Stromregelkreises aus Bild 5.40

und

$$V_{R1} \approx \frac{T_A}{V_{S1} V_{S2} \sqrt{T_A T_t}} \quad (5.55)$$

Mit den gegebenen Werten erhält man eine Durchtrittsfrequenz von

$\omega_{D1} \approx 50$ Hz mit einer Reglerverstärkung von $V_{R1} \approx 5$.

Ähnliche Dimensionierungshinweise werden in /42/ angegeben. Entsprechend Bild 5.39 errechnet sich die Drehzahlregelstrecke aus:

$$\overset{\circ}{F}_H \cdot \overset{\circ}{F}_{S2} = \frac{\overset{\circ}{F}_{O1}}{1 + \overset{\circ}{F}_{O1}} \cdot \overset{\circ}{F}_{S2}$$

Mit Gleichung (5.53) und $\overset{\circ}{F}_{S2} = V_{S4}/pT_H$ folgt dann

$$\overset{\circ}{F}_H \cdot \overset{\circ}{F}_{S2} \approx \frac{V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2} \cdot V_{S4} \cdot (1 + pT_A)}{p^3 T_A^2 T_H \cdot (1 + pT_t) + V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2} \cdot (1 + pT_A) \cdot pT_H}$$

In der Nähe der Durchtrittsfrequenz sei es zulässig, anzunehmen, daß $1 + pT_A \approx pT_A$ entspricht. Dann gilt:

$$\overset{\circ}{F}_H \cdot \overset{\circ}{F}_{S2} \approx \frac{V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2} \cdot V_{S4}}{pT_H \cdot [V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2} + pT_A \cdot (1 + pT_t)]} \quad (5.56)$$

Auch für den Drehzahlregelkreis wird der PI-Regler eingesetzt und man erhält das in Bild 5.42a und 5.42b dargestellte Blockschaltbild. Der Frequenzgang des offenen Drehzahlregelkreises entspricht nun:

$$\overset{\circ}{F}_{O2} = \overset{\circ}{F}_{R2} \cdot \overset{\circ}{F}_H \cdot \overset{\circ}{F}_{S2}$$

also

$$\overset{\circ}{F}_{O2} \approx \frac{V_{R1} \cdot V_{R2} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2} \cdot V_{S4} \cdot (1 + pT_{N2})}{p^2 T_H T_{N2} [V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2} + pT_A \cdot (1 + pT_t)]} \quad (5.57)$$

wählt man für die Drehzahlregler-Zeitkonstante

$$T_{N2} = m^2 T_K \quad (5.58)$$

mit m nach Gleichung (5.43) und T_K als Summe aller kleinen Zeitkonstanten also $T_{N2} = 2,813$ s. Für $\overset{\circ}{F}_{O2}$ folgt dann:

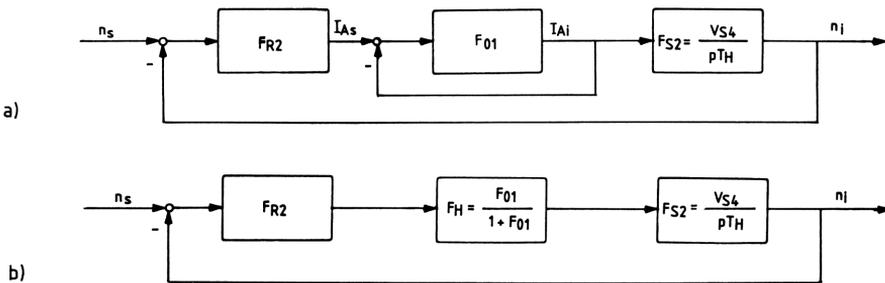


Bild 5.42 Umformung des Drehzahl-Regelkreises aus Bild 5.40

$$\overset{O}{F}_{O2} \approx \frac{V_{R2} \cdot V_{S4} \cdot (1 + pm^2 T_K)}{p^2 m^2 T_K T_H \left[1 + p \frac{T_A}{V_{R1} V_{S1} V_{S2}} (1 + p T_t) \right]}$$

Setzt man $p \cdot \frac{T_A}{V_{R1} V_{S1} V_{S2}} \approx 1 + p \cdot \frac{T_A}{V_{R1} V_{S1} V_{S2}}$ wird

$$\overset{O}{F}_{O2} \approx \frac{V_{R2} \cdot V_{S4} \cdot (1 + pm^2 T_K)}{p^2 m^2 T_K T_H \cdot (1 + p T_K')} \quad (5.59)$$

mit $T_K' = \frac{T_A}{V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2}} + T_t$. (5.59)

Der genäherte Frequenzgang $\overset{O}{F}_{O2}$ entspricht der Gleichung (5.38) des symmetrischen Optimums. Damit erhält man bei analoger Anwendung der Gleichungen (5.40) und (5.41) die Dimensionierung für die Drehzahlreglerverstärkung V_{R2} :

$$\omega_{D2} \approx \frac{1}{m \sqrt{T_K T_K'}} \quad (5.60)$$

und

$$V_{R2} \approx \frac{T_H}{V_{S4} \cdot m \sqrt{T_K T_K'}} \quad (5.61)$$

Mit den hier gegebenen Werten $T_K = T_A + T_t = 0,202s$, $T_K' = T_A / (V_{R1} V_{S1} V_{S2}) + T_t = 0,022s$ und $m = 2 + \sqrt{3}$ wird

$$V_{R2} \approx 20,1 \quad \text{und} \quad \omega_{D2} \approx 4 \text{ Hz.}$$

Das Lastverhalten von Gleichstromantrieben mit Feldschwächung wird ausführlich von F. Kümmel /36/ beschrieben.

Bei jedem technisch realisierbaren Regler ist das maximale Ausgangssignal begrenzt. Dieser Grenzwert ist sogar oft erwünscht, wenn damit beispielsweise der Maximalwert des Ankerstroms festgelegt wird. Eine gewollte oder physikalisch unabdingbare Signalbegrenzung stellt aber ein nichtlineares Verhalten dar, welches bei der Stabilitätsbetrachtung der Regelung berücksichtigt werden muß (siehe auch Abschnitt 4.1). Die Reglerverstärkung sollte daher nie so hoch angesetzt werden, daß Führungs- und Strögrößenänderungen bereits zu $x_d \cdot V_R > y_{\max}$ führen.

Für das gerechnete Beispiel sind in Bild 5.43 und 5.44 oben die Regelgröße $x = n$; und unten die Stellgröße $y_1 = I_{AS}$ des Drehzahlreglers aufgetragen. Es zeigt sich (Bild 5.43), daß der Reglerausgang bei kleinen Sollwerten (hier wurde $w = 1V$ aufgeschaltet) kurzzeitig an die Stellgrenze geht. Setzt man eine Signalbegrenzung von $U_z = 10V$ ein, ergibt sich keine sichtbare Änderung des Vorlaufes von n_1 .

Dies ändert sich jedoch, wenn der Sollwertsprung zu hoch ist. In Bild 5.44 wurden bei $U_z = 10V$ zunächst $w = 0,25V$ und dann $w = 2,5V$ aufgeschaltet. Wie man sieht, geht der Drehzahlregler bei Vorgabe des kleinen Sollwertes nicht an die Stellgrenze. Die Ausregelzeit beträgt hier $T_{Aus} \approx 1s$. Schaltet man jedoch den Sollwert $w = 2,5V$ auf die Regelung, bleibt der Drehzahlregler längere Zeit an der Stellgrenze; seine berechnete Verstärkung von

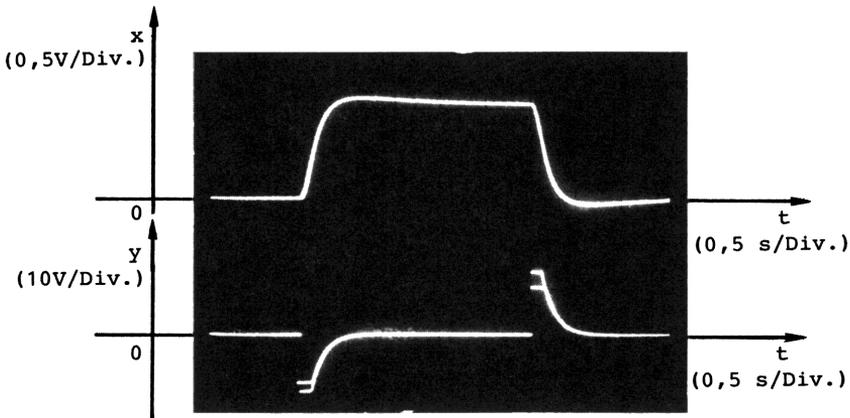


Bild 5.43 Oszillogramme der Regelgröße x (oben) und der Stellgröße $y_1 = I_{AS}$ (unten) bei Vorgabe von $w = 1V$ mit und ohne Signalbegrenzung für die Kaskadenregelung aus Bild 5.40

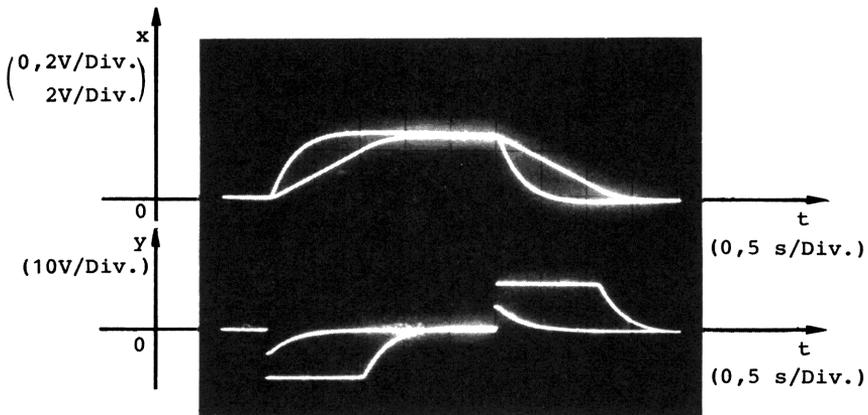


Bild 5.44 Oszillogramme der Regelgröße x (oben) und der Stellgröße $y_1 = I_{AS}$ (unten) bei Vorgabe von $w = 0,25/2,5 V$ mit Signalbegrenzung auf $U_z = 10V$ für die Kaskadenregelung aus Bild 5.40

$V_{R2} \approx 20,1$ wird nicht erreicht. So erklärt sich, daß die Dynamik der Regelung nachläßt, denn nun beträgt die Ausregelzeit $T_{Aus} \approx 2s$.

Damit der Regler im Normalbetrieb nicht an die Stellgrenze geht, sollte grundsätzlich gelten, daß die Relativverstärkung $V_{rel.}$ größer als die errechnete Verstärkung ist, also

$$V_{rel.} = \frac{U_Z}{w} \stackrel{!}{>} V_R . \quad (5.62)$$

5.5.4 Abtastregelungen

Es besteht ein prinzipieller Unterschied zwischen kontinuierlicher und diskreter Signalverarbeitung einer Regelung (Bild 5.45). Bei kontinuierlicher Arbeitsweise sind die Systemgrößen zu jedem beliebigen Zeitpunkt gegeben. Werden die Systemgrößen nur zu bestimmten diskreten äquidistanten Zeiten erfaßt oder erzeugt, spricht man von einer diskret arbeitenden Abtastregelung. Solche Anordnungen findet man häufig bei digitalen Regelungen mit Software. Dabei läuft innerhalb der Abtastzeit T_z ein Regelalgorithmus ab, der dann z.B. die Stellgröße y errechnet. Aus diesem Grunde ist die Abtastzeit von der Schnelligkeit des Rechners und der Länge auch seines Programms abhängig. Die Abtastzeit wird allgemein durch das Shannonsche Abtasttheorem /43/ beschrieben. Darin wird angenommen, daß die Fouriertransformierte $F(j\omega)$ einer Zeitfunktion $f(t)$ nur ein begrenztes Frequenzspektrum besitzt, d.h. $F(j\omega) = 0$ für $\omega > \omega_B$. Die höchste Frequenz ist dann $f_B = \omega_B/2\pi$. Tastet man diese höchste Schwingung mindestens zweimal pro Periode ab, so erhält man ein Maß für die Abtastzeit. Es muß demnach gelten:

$$T_z \leq \frac{T_B}{2} = \frac{\pi}{\omega_B} . \quad (5.63)$$

Das Prinzip einer Abtastregelung ist in Bild 5.46 dargestellt. Die Augenblickswerte von Soll- und Istwert werden nach jedem Zeitintervall T_z abgetastet und kurzzeitig in Analogspeichern festgehalten (SH), in sogenannten Sample-Hold-Schaltkreisen /2/. Danach erfolgt die Bildung der Regeldifferenz \bar{x}_d und die Abarbeitung des Regleralgorithmus. Ausgegeben an die Strecke wird die Stellgröße \bar{y} , die ebenso wie \bar{x}_d , einer Treppenfunktion entspricht.

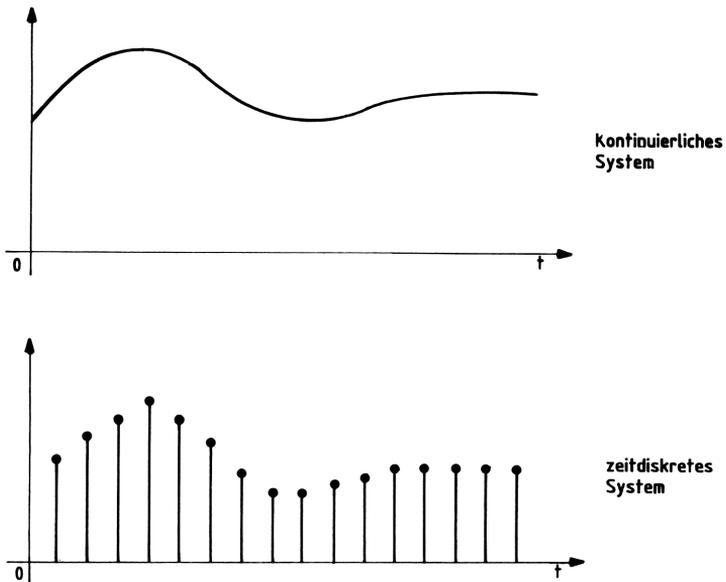


Bild 5.45 Beispiel für eine kontinuierliche und diskrete Signalverarbeitung

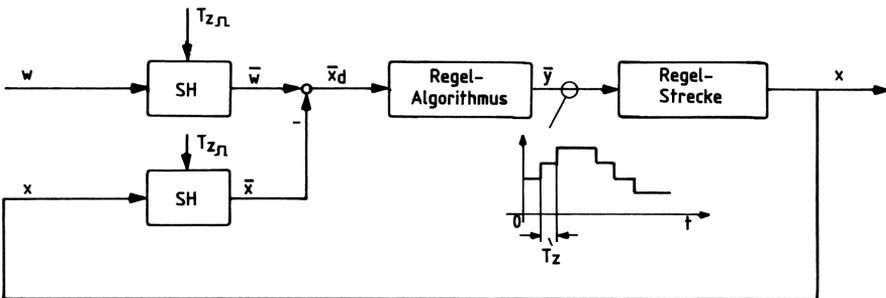


Bild 5.46 Prinzipielles Blockschaltbild einer Abtastregelung

Die Berechnung von Abtastregelkreisen verlangt nach einer mathematischen Definition des "Sample-and-Hold-Verhaltens". D.h., nach einer Funktion, die den Übergang der Zeitfunktion $f(t)$ in die Treppenfunktion $\bar{f}(t)$ beschreibt (Bild 5.47). Schaut man sich einen Sample-and-Hold-Schaltkreis an, so besteht er aus einem Schalter, der das Eingangssignal jeweils nach der Zeit T_z kurzzeitig (im Idealfall als Impuls) auf den Speicher (meist ein RC-Glied) schaltet (Bild 5.48).

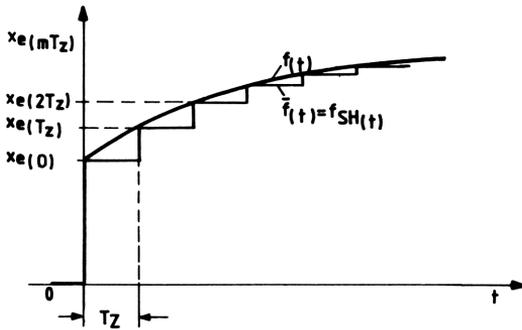


Bild 5.47 Zeitlicher Verlauf einer Funktion $f(t)$ und der zugehörigen abgetasteten Funktion $f_{SH}(t)$

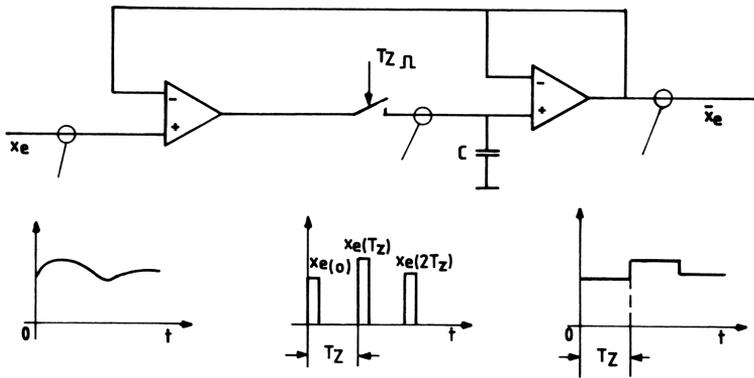


Bild 5.48 Schaltung eines Abtast-Halte-Gliedes (Sample-Hold-Schaltkreis) mit Operationsverstärker

Die Treppenfunktion $f_{SH}(t) = \bar{f}(t)$ kann daher als unendliche Reihe von Einheitsimpulsen (Korrespondenz Nr. 2, Tabelle 2.3) der Amplitude $x_e(mT_z)$ mit $m = 0, 1, 2 \dots$ angesehen werden.

Dabei hat der Einheitsimpuls genau die "Breite" der Abtastzeit $t_1 = T_z$. Die mathematische Formulierung lautet also:

$$f_{SH}(t) = \sum_{m=0}^{\infty} x_e(mT_z) \cdot \left[\delta_0(t - mT_z) - \delta_0(t - (m+1)T_z) \right] \quad (5.64)$$

Mit Korrespondenz Nr. 1 und 4, Tabelle 2.3 erhält man sofort die Bildfunktion

$$F_{SH}^0 = \sum_{m=0}^{\infty} x_e(mT_z) \cdot \left(e^{-pmT_z} - e^{-p(m+1)T_z} \right)$$

und schließlich

$$\overset{\circ}{F}_{SH} = \left(1 - e^{-pT_z}\right) \cdot \sum_{m=0}^{\infty} x_e(mT_z) \cdot e^{-pmT_z} \quad (5.65)$$

Die Funktion $\overset{\circ}{F}_H = 1 - e^{-pT_z}$ aus der Gleichung (5.65) ist nun ein Impuls der "Breite" T_z , wie er sich aus der Korrespondenz Nr. 2, Tabelle 2.3 sofort ergibt; also im Zeitbereich:

$$f_H(t) = \delta_o(t) - \delta_o(t - T_z)$$

Vergleicht man $f_H(t)$ mit der Gleichung (5.64), fällt auf, daß zur Nachbildung der Treppenfunktion $f_{SH}(t)$ nur noch die Gewichtung der einzelnen Impulse $f_H(t)$ fehlt.

Genau diese Gewichtung $x_e(mT_z)$ bildet die Funktion

$$\overset{\circ}{F}_S = \sum_{m=0}^{\infty} x_e(mT_z) \cdot e^{-pmT_z}$$

im Bildbereich nach. Die Realisierung von $\overset{\circ}{F}_S$ ist demnach ein Taster, der jeweils nach der Zeit T_z den Augenblickswert $x_e(mT_z)$ der ursprünglichen Originalfunktion $f(t)$ abspeichert.

Nun läßt sich das Blockschaltbild einer Abtastregelung wie in Bild 5.49 darstellen. Hier entspricht die Eingangsgröße des Sample-Hold-Gliedes der Regeldifferenz x_d .

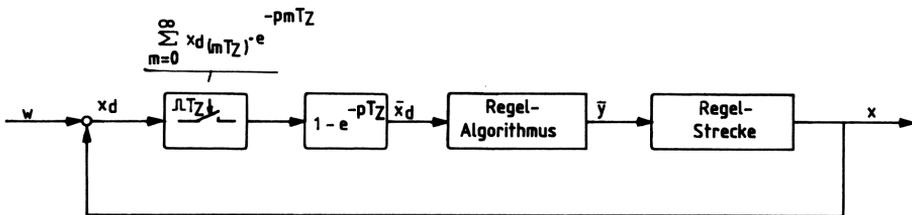


Bild 5.49 Allgemeine Darstellung des Blockschaltbildes einer Abtastregelung mit dem Frequenzgang des Sample-Hold-Gliedes

Setzt man für einen Abtastregler Mikrorechner /44/, /45/, /46/ oder Prozeßrechner /47/, /48/ ein, wird die Regeldifferenz und der Regelalgorithmus vom Rechner nachgebildet (Bild 5.50). Über einen Multiplexer (MUX), das Sample-Hold-Glied und den Analog-Digital-Wandler gelangen die Meßwerte (hier nur x) sequentiell in den Rechner. Dort erfolgt, von den Ein/Ausgabeeinheiten (E/A) gesteuert,

die Nachbildung und Speicherung der Stellgröße \bar{y} . Die errechneten Werte der Stellgröße werden dann über den Digital-Analog-Wandler und Multiplexer an die Regelstrecke ausgegeben.

Für einen PI-Regler mit

$$y = v_R \left(x_d + \frac{1}{T_N} \int_0^t x_d \cdot dt \right)$$

ist ein möglicher Algorithmus

$$\bar{y} = v_R \left[x_d(mT_Z) + \frac{T_Z}{T_N} \sum_{\nu=0}^m x_d(\nu T_Z) \right]. \quad (5.66)$$

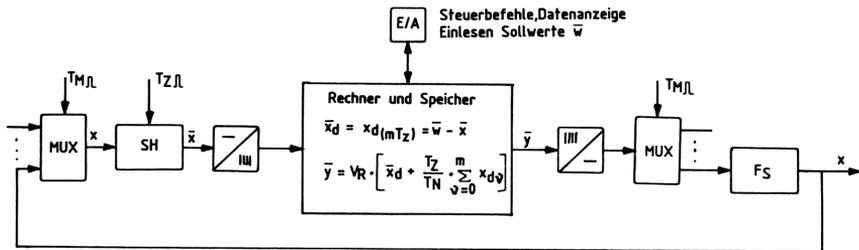


Bild 5.50 Abtastregelkreis bei Verwendung eines Mikrorechners zur Nachbildung des Regler-Algorithmus und der Regeldifferenz

Der Einsatz von Mikrorechnern innerhalb einer Abtastregelung hat folgende Vorteile:

1. Die Parameter des Reglers sind durch ein Programm und nicht durch gerätetechnische Anordnungen festgelegt. Ein Programm läßt sich kostengünstiger ändern und braucht erst bei Inbetriebnahme der Regelung eingegeben werden.
2. Störgrößenaufschaltungen und mathematische Operationen (z.B. Nachbildung einer nichtlinearen Funktion) sind mittels Unterprogramm problemlos durchführbar.
3. Parameteränderungen erfordern keinen kostenintensiven Eingriff in die Schaltung (Umverdrahten), sondern lediglich eine Programmänderung.
4. Die Langzeitspeicherung von Daten ist infolge der digitalen Struktur der Regelung völlig problemlos.
5. Service und Fehlerdiagnose lassen sich mit geeigneten Datenschnittstellen und Programmiergeräten leicht durchführen.

Bezüglich der Stabilitätsbetrachtung einer Abtastregelung sind folgende Fakten von Bedeutung:

1. Die Zykluszeit T_M des Multiplexers, also der Zeitraum zwischen zwei Übernahmen der physikalischen Größen, muß sehr viel kleiner sein, als die kleinste Regelstreckenzeitkonstante.
2. Die Abtastzeit T_Z muß ebenfalls sehr viel kleiner sein als die kleinste Streckenzeitkonstante. Als Faustregel gilt /55/, daß $T_Z \leq 1/8 \omega_e$ sein sollte (ω_e : Regelkreiseigenfrequenz).
3. Die Umsetzzeiten der Analog-Digital- und Digital-Analog-Wandler sollen vernachlässigbar klein sein. Andernfalls sind sie als Totzeiten zu berücksichtigen. Die digitale Abbildung der Analogwerte sollte um den Faktor 10 größer sein, als der kleinste Wert der Regelgröße (z.B. Positionsregelung von $x = [1 \text{ mm} \dots 10 \text{ mm}]$, dann entspricht 1 bit = 0,1 mm).
4. Der Regelalgorithmus muß eine ausreichend genaue Approximation des tatsächlichen Zeitverhaltens eines Reglers darstellen. Die erforderliche Rechenzeit darf nicht die Größenordnung der kleinsten Streckenkonstante annehmen.

Die meisten der genannten Forderungen sind bei Regelungen der Verfahrenstechnik kein Problem. In der Antriebstechnik, wo die Abtastperioden oft im ms-Bereich liegen, können jedoch bei der Realisierung digitaler Regelungen Schwierigkeiten auftreten.

Stabilität von Abtastregelkreisen

Die Frage nach der Stabilität einer Regelung ist bekanntlich von zentraler Bedeutung. Bei einem Abtastregelkreis sind die bisher behandelten Stabilitätskriterien nur anwendbar, wenn es gelingt, das Sample-Hold-Verhalten in die Stabilitätsaussage mit einzubeziehen. Dies geschieht meist unter Anwendung der z-Transformation /9/. Diese Thematik sprengt jedoch den Rahmen eines "Praxis-Buches". Es sollte genügen, auf entsprechende Bücher von J.Ackermann /53/ und O.Föllinger /44/ hinzuweisen, die ausführlich auf die mathematische Behandlung von Abtastsystemen eingehen.

Trotzdem läßt sich unter bestimmten Voraussetzungen eine vereinfachte Stabilitätsuntersuchung durchführen.

Die Bildfunktion des Haltegliedes

$$\frac{O}{F_H} = 1 - e^{-pT_Z}$$

kann für ein Verhältnis von $T_F/T_Z > 6$ auf die Form

$$\frac{0}{F_H} \approx e^{-p \cdot \frac{T_Z}{2}} \quad (5.67)$$

reduziert werden. Dabei stellt T_F die Periodendauer der Grundschwingung der abgetasteten Funktion dar. Auf diese Weise können Abtastregelungen als quasi kontinuierliche Regelungen behandelt werden.

Beispiel

Es soll für eine Abtastregelung mit PI-Regelalgorithmus und PT_1 - T_t -Strecke (Bild 5.51) die Reglerverstärkung V_R nach dem vereinfachten Nyquist-Kriterium gesucht; also:

$$\frac{0}{F_R} = V_R \cdot \frac{1 + pT_N}{pT_N},$$

$$\frac{0}{F_S} = V_S \frac{e^{-pT_t}}{1 + pT_1},$$

und mit Gleichung (5.67) für $T_F/T_Z > 6$

$$\frac{0}{F_H} \approx e^{-pT_Z/2}.$$

Daraus erhält man den komplexen Frequenzgang des offenen Regelkreises.

$$\underline{F}_O = -\underline{F}_R \cdot \underline{F}_S \cdot \underline{F}_H \approx \frac{V_O (j - \omega T_N) (1 - j\omega T_1)}{\omega T_N \cdot (1 + \omega^2 T_1^2)} \cdot e^{-j\omega \cdot (T_t + T_Z/2)}.$$

Wählt man

$$T_N = T_1 \quad \text{und} \quad T_Z = \frac{T_t}{2}, \quad (5.68)$$

vereinfacht sich \underline{F}_O . Es gilt nun:

$$\underline{F}_O \approx \frac{V_O}{\omega T_1} \cdot (\sin \omega T^* + j \cos \omega T^*),$$

$$\text{mit } T^* = \frac{5T_Z}{2}.$$

Aus dem Gleichungssatz (5.17) läßt sich die Stabilität dieser Abtastregelung bestimmen.

$$\text{Im } \underline{F}_O \stackrel{!}{=} 0 \quad \longrightarrow \quad \omega_Z,$$

also

$$0 \approx \cos \omega_Z T^* = \cos \left(\omega_Z \frac{5T_Z}{2} \right),$$

daraus folgt

$$\omega_Z \approx \frac{\pi}{5T_Z}.$$

Der Regelkreis ist stabil, wenn

$$\operatorname{Re}[\underline{F}_O(\omega_z)] \stackrel{!}{<} 1 ,$$

$$\operatorname{Re}[\underline{F}_O(\omega_z)] = \frac{V_O \cdot 5 \cdot T_Z}{\pi \cdot T_1} \stackrel{!}{<} 1 .$$

Mit dieser Stabilitätsbedingung läßt sich eine Ungleichung für die Reglerverstärkung angeben; sie lautet:

$$V_R \stackrel{!}{<} \frac{\pi T_1}{5 \cdot V_S \cdot T_Z} . \quad (5.69)$$

Desweiteren ergibt sich die Phasenreserve α_R aus dem Frequenzgangbetrag. Es wird mit

$$|\underline{F}_O| \stackrel{!}{=} 1 \approx \frac{V_O}{\omega_D T_1} ,$$

$$\omega_D \approx \frac{V_O}{T_1} ,$$

und damit

$$\alpha_R \approx \arctan \frac{\cos \omega_D T_1^*}{\sin \omega_D T_1^*} \stackrel{!}{>} 0 ,$$

$$\hat{\alpha}_R \approx \frac{\pi}{2} - \frac{5 \cdot V_O \cdot T_Z}{2 \cdot T_1} \stackrel{!}{>} 0 .$$

Soll $\alpha_R = 60^\circ = \pi/3$ betragen, erhält man eine einschränkendere Gleichung für die Reglerverstärkung.

$$\frac{\pi}{3} \approx \frac{\pi}{2} - \frac{5 \cdot V_O \cdot T_Z}{2 \cdot T_1} ,$$

also

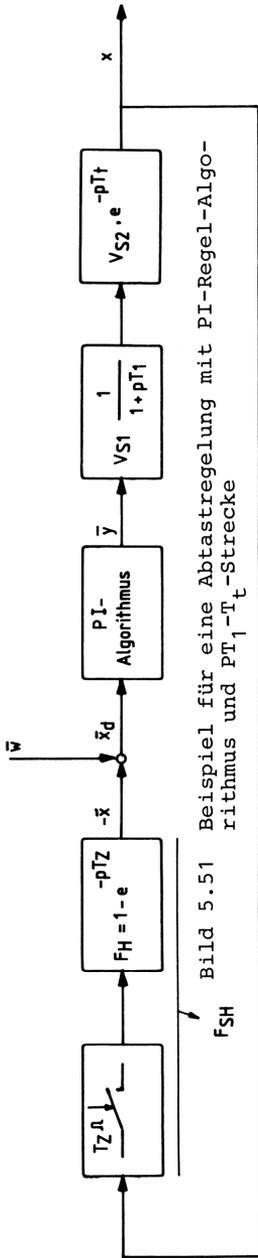
$$V_R \approx \frac{\pi T_1}{15 \cdot T_Z \cdot V_S} . \quad (5.70)$$

Die Gleichungen (5.68) und (5.70) sind damit zur Bestimmung der Parameter des PI-Regelalgorithmus näherungsweise geeignet.

Die Simulation dieser Abtastregelung mit Operationsverstärkern ist in Bild 5.52 dargestellt. Das Totzeitglied wird hier durch einen Allpaß zweiter Ordnung nachgebildet /54/; dessen Frequenzgang lautet:

$$F_S = V_P e^{-pT_t} \approx V_P \left[\frac{1 - p \cdot \frac{T_t}{4}}{1 + p \cdot \frac{T_t}{4}} \right]^2$$

mit $T_t = R_1 C$; $V_P = R_5 / R_4$ und $R_3 = R_4 / 4$.



PI-Regler
 $V_R=4, T_N=0,1s$

PT_1 -Strecke
 $V_S=1, T_1=0,1s$

Allpaß II. Ordnung
 $V_S=1, T_1=4ms$

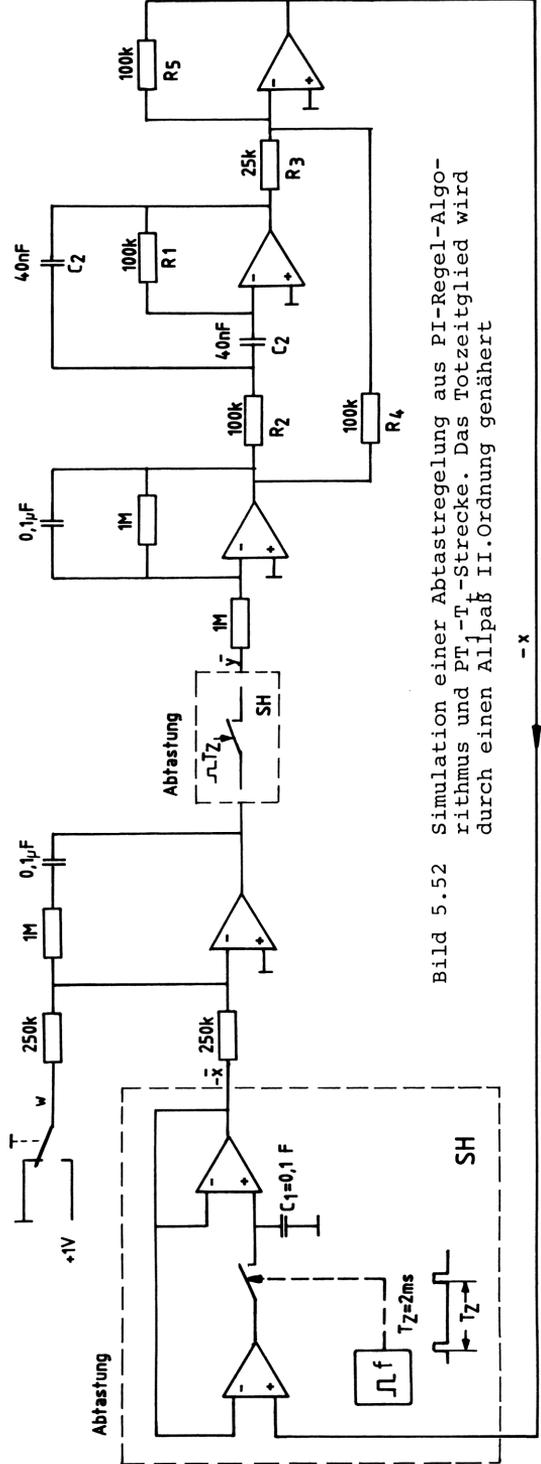


Bild 5.52 Simulation einer Abtastregelung aus PI-Regel-Algorithmus und PT_1 -Strecke. Das Totzeitglied wird durch einen Allpaß II. Ordnung genähert

Für folgende Parameter ist das Führungsverhalten ermittelt worden.

$$\begin{aligned} V_R &= 4 & T_N &= T_1 = 0,1\text{s} \\ V_{S1} &= V_{S2} = 1 & T_t &= 2T_z = 0,004\text{s}. \end{aligned}$$

Es ist darauf zu achten, daß der Impuls, mit dem nach der Zeit T_z jeweils die Regelgröße übernommen wird, auf den Speicherkondensator C_1 optimiert ist.

Da große Kapazitäten von C_1 nicht sinnvoll sind, weil sie ein zusätzliches PT_1 -Verhalten in die Regelung bringen, wurde hier der Wert auf $0,1 \mu\text{F}$ festgelegt.

Mit $T_z = 2 \text{ ms}$ erhält man eine Durchtrittsfrequenz von $\omega_D \approx V_O/T_1 \approx 40 \text{ Hz}$. Steigt die Abtastzeit an, wird sich die Stellgröße erhöhen, da der Istwert x nicht mehr genügend genau nachgebildet wird. Die Folge ist schließlich, daß der Istwert an die Stellgrenze geht, da $x_d = w - x$ nicht mehr erreicht werden kann. Es muß daher die Abtastzeit immer wesentlich kleiner sein als die kleinste Regelkreiszeitkonstante (siehe Abschnitt 5.6.4).

6. Ausgewählte Beispiele der praktischen Regeltechnik

In den zuvor behandelten Abschnitten wurden die grundlegenden Voraussetzungen zur Behandlung regelungstechnischer Probleme geschaffen. Hier nun sollen die gewonnenen Erkenntnisse anhand ausgewählter Beispiele industrieller Regelungen angewendet werden.

6.1 Kontinuierliche Regelungen

6.1.1 Temperaturregelungen

Zunächst soll die Temperaturregelung eines gastbeheizten Glühofens betrachtet werden (Bild 6.1). Die Beeinflussung der Temperatur erfolgt im einfachsten Fall über einen Stellantrieb, der den Gasstrom Q steuert. Der zugehörige Motor hat bekanntlich PT_1 -Verhalten, während das I-Verhalten der Ventilspindel vernachlässigt werden soll. Die Parameter dieser Regelstrecke sind dann:

$$\frac{\overset{\circ}{O}}{\overset{\circ}{U}} = \frac{\overset{\circ}{Q}}{\overset{\circ}{U}_{st}} = \frac{V_{S1}}{1 + pT_1} \quad \text{z.B. } V_{S1} = 0,2 \frac{\text{m}^3}{\text{V} \cdot \text{min}}$$

$$T_1 = 0,1 \text{ s.}$$

Zwischen Brenner und zu erhitzendem Gut erfolgt die Wärmeübertragung hauptsächlich durch Strahlung. Mit guter Näherung läßt sich für diese Art des Heizens PT_1 -Verhalten ansetzen. Eine ausführliche Betrachtung dieses Sachverhalts bringt W. Oppelt /16/ in seinem Buch "Kleines Handbuch technischer Regelvorgänge" auf den Seiten 184 - 187. Infolge der Entfernung zwischen Brenner und Gut ergibt sich zusätzlich eine Totzeit. Die Regelstrecke "Glühofen" hat daher den Frequenzgang:

$$\frac{\overset{\circ}{O}}{\overset{\circ}{U}} = \frac{\overset{\circ}{Q}}{\overset{\circ}{U}} = \frac{V_{S2} \cdot e^{-pT_t}}{1 + pT_2} \quad \text{z.B. } V_{S2} = \frac{10^3 \text{ K} \cdot \text{min}}{\text{m}^3}$$

$$T_2 = 5 \text{ min}$$

$$T_t = 10 \text{ s.}$$

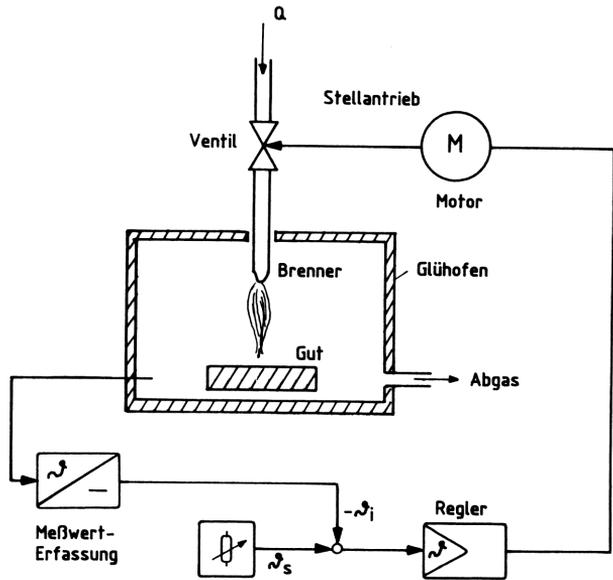


Bild 6.1 Schema einer Temperaturregelung für einen gasbeheizten Glühofen

Die Meßwert erfassung der Temperatur soll über Heißleiter und Meßbrücke erfolgen (siehe Tabelle 4.10). Der Meßfühler ist ein PT_1 -Glied. Bezieht sich die Temperaturregelung auf die Ofentemperatur, kommt es zu keiner Totzeit der Messung. Der Frequenzgang des Meßumformers ist daher:

$$F_{S3} = \frac{U_i}{\vartheta_i} = \frac{V_{S3}}{1 + pT_3} \quad \text{z.B.} \quad V_{S3} = \frac{10 \text{ V}}{10^3 \text{ K}},$$

$$T_3 = 2 \text{ s.}$$

Das zugehörige Blockschaltbild bei Verwendung eines PI-Reglers zeigt Bild 6.2. Ist man bestrebt, die Reglerparameter zu bestimmen, empfiehlt sich die näherungsweise Zusammenfassung der kleinen Zeitkonstante (hier ist $T_2 \gg T_1, T_3, T_t$).

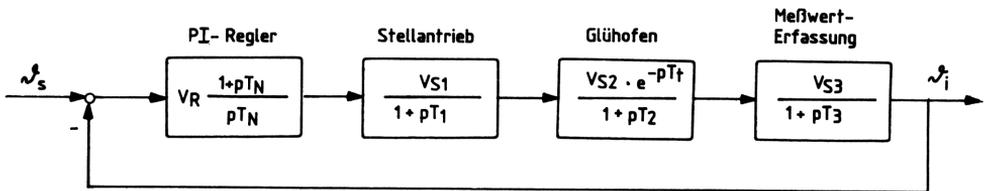


Bild 6.2 Blockschaltbild zur Temperaturregelung eines gasbeheizten Glühofens

Aus

$$\underline{F}_O \approx \frac{V_O \cdot (1 + pT_N) \cdot e^{-pT_t}}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)(1 + pT_3) \cdot pT_N} ,$$

wird bei kleinen Werten von pT_t bzw. $\omega_D T_t$

$$e^{-pT_t} \approx \frac{1}{1 + pT_t} ,$$

und damit $T_K = T_1 + T_3 + T_t = 12,1s$ (siehe Abschnitt 5.6.2).

Der Ersatzfrequenzgang lautet nun

$$\underline{F}_O \approx \frac{V_O \cdot (1 + pT_N)}{pT_N(1 + pT_2)(1 + pT_K)} .$$

Es bietet sich eine weitere sinnvolle Vereinfachung an, wenn man

$$T_N = T_2$$

wählt. Also bleibt

$$\underline{F}_O \approx \frac{V_O}{pT_2 \cdot (1 + pT_K)} .$$

Für einen Phasenrand von $\alpha_R = 60^\circ$ erhält man den Phasenwinkel

$$\varphi_O(\omega_D) = -120^\circ \approx -\arctan \omega_D T_K - 90^\circ ,$$

oder

$$-\arctan \omega_D T_K \approx -30^\circ = -\arctan \frac{1}{\sqrt{3}} .$$

Es ergibt sich so eine optimale Durchtrittsfrequenz von

$$\omega_D \approx \frac{1}{T_K \cdot \sqrt{3}} \approx 0,048 \text{ Hz} .$$

Mit $|\underline{F}_O| = 1$ bei ω_D läßt sich eine Gleichung für die Reglerverstärkung angeben.

$$|\underline{F}_O| = 1 \approx \frac{V_O}{\omega_D T_2 \sqrt{1 + \omega_D^2 T_K^2}} ,$$

setzt man in diese Gleichung ω_D ein, wird

$$V_R \approx \frac{2 \cdot T_2}{3 \cdot V_{S1} \cdot V_{S2} \cdot V_{S3} \cdot T_K} \approx 8,3 .$$

Ein zweites Beispiel zum Thema Temperaturregelung ist die witterungsabhängige Raumtemperatur-Regelung mittels Ölbrenner und Heiz-

kessen (Bild 6.3). Grundsätzlich ist dem Raumtemperatur-Regelkreis der der Vorlauftemperatur zu unterlagern. Auf diese Weise wird die Einschaltdauer des Brenners verkürzt und eine eventuelle Kesselüberhitzung vermieden. Daher muß die Stellgröße y am Ausgang des Kesseltemperatur-Reglers mit einem Temperaturwächter (TW) begrenzt werden /49/. Es handelt sich somit um eine Kaskadenregelung, deren

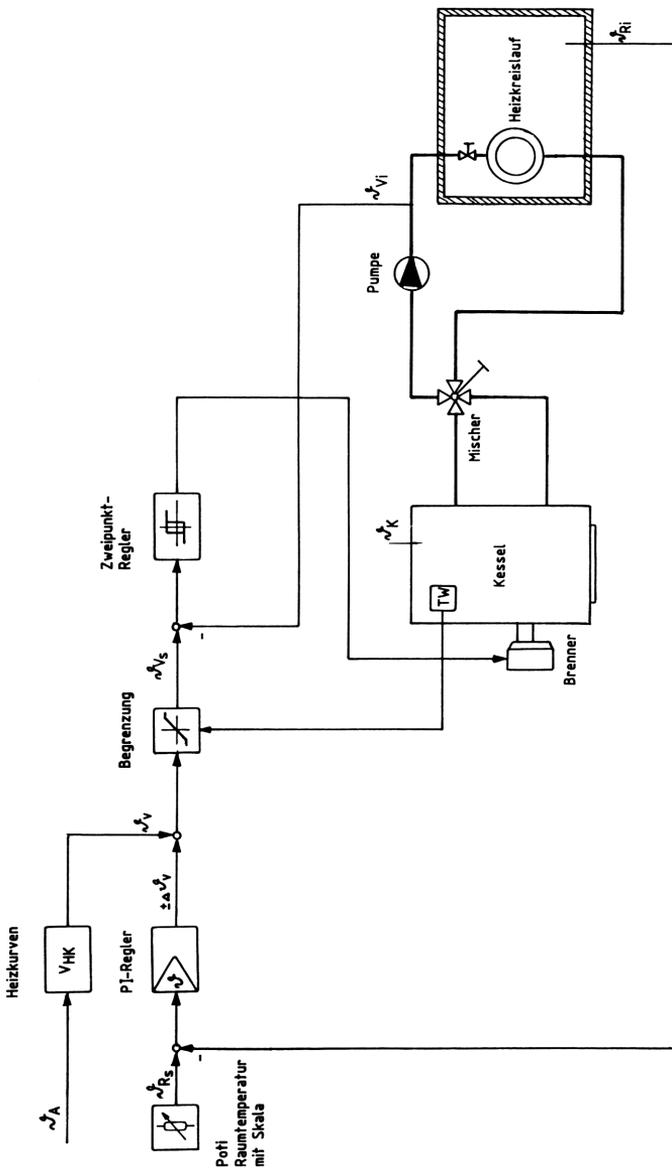


Bild 6.3 Schema einer witterungsabhängigen Raumtemperatur-Regelung mit Ölbrenner und Heizkessel

innerer Vorlauftemperatur-Regelkreis von der Raumtemperaturabweichung und der Außentemperatur beeinflusst wird (Bild 6.4). Die hier gewählte Variante steuert über einen Zweipunktregler direkt den Brenner an, während für die Anpassung des Heizsystems an das subjektive Empfinden des Benutzers die Steilheit der Heizkurven und die Mischerstellung verändert werden können. Der Sollwert der Vor-

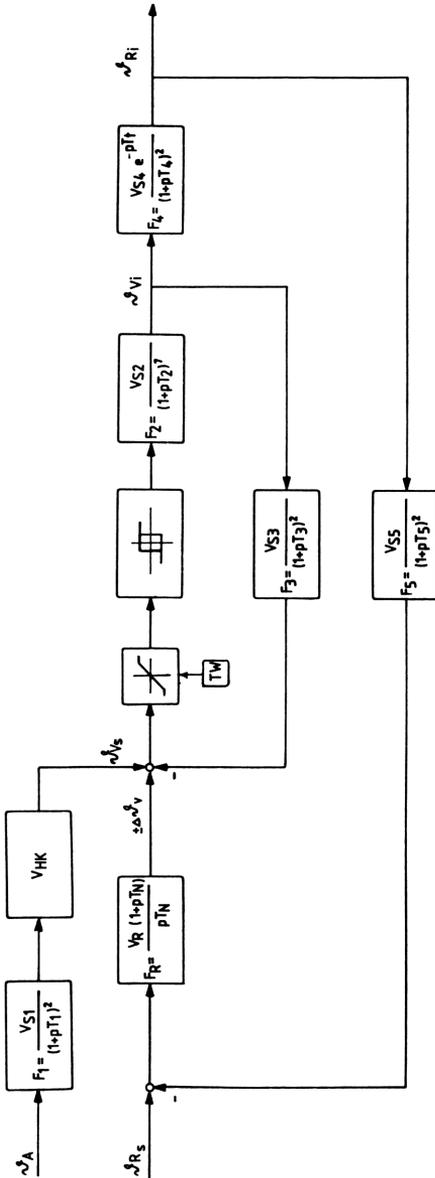


Bild 6.4 Blockschaubild der Raumtemperatur-Regelung aus Bild 6.3

lauftemperatur ϑ_{v_s} ist von der Außentemperatur abhängig. Beide sind über die Heizkurven (Bild 6.5) miteinander verknüpft. Desweiteren wird ϑ_{v_s} durch die übergeordnete Raumtemperatur-Regelung beeinflusst. Aus dem Blockschaltbild der gesamten Regelung ist zu entnehmen, daß die Regelstrecken höherer Ordnung sind. Es ist daher sinnvoll, die Strecken- und Meßfühlerparameter empirisch zu ermitteln. In einer vom Bundesministerium für Forschung und Technologie geförderten Arbeit, gibt H.O. Arend /21/ dazu einige Hinweise.

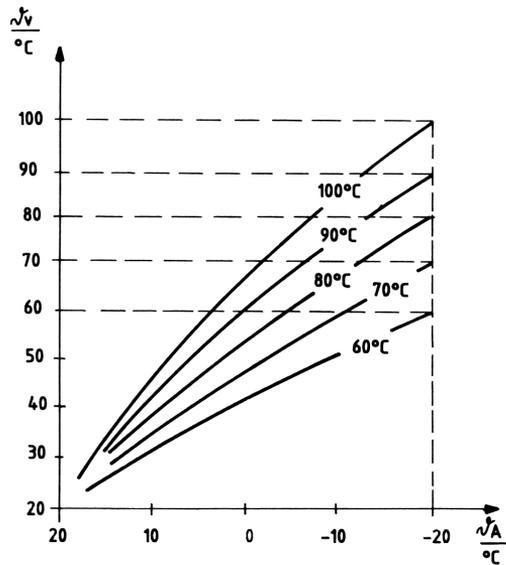


Bild 6.5 Verschiedene Heizkurven, die die Abhängigkeit der Vorlauftemperatur von der Außentemperatur wiedergeben

Der Frequenzgang der Meßfühler ist angeben mit:

$$\overset{\circ}{F}_1 = \overset{\circ}{F}_3 = \overset{\circ}{F}_5 = \frac{V_{S1}}{(1 + pT_1)^2} \quad V_{S1} = V_{S3} = V_{S5} = 1$$

$$T_1 = T_3 = T_5 = 3,61s.$$

Die Bildfunktion der Strecke aus Mischer und Vorlaufkreis lautet:

$$\overset{\circ}{F}_2 = \frac{V_{S2}}{(1 + pT_2)^7} \quad V_{S2} = 3,6$$

$$T_2 = 6,12s.$$

Das Proportionalglied V_{HK} ist ein Abbild der Heizkurve und ergibt sich aus ihrer Steilheit $\Delta\vartheta_v/\Delta\vartheta_A$ und dem gewählten Arbeitspunkt A_P der Regelung.

$$V_{HK} = \frac{\Delta \vartheta_V}{\Delta \vartheta_A} \left(\frac{A_p}{512^\circ \text{C}} - 0,1 \right) .$$

Der Arbeitspunkt bei dem $V_{HK} = 0$ ist, beträgt $A_p = 51,2^\circ$. Er wird auf $\vartheta_A = +20^\circ \text{C}$ bezogen.

Mit diesem Parameter ergibt sich der in Bild 6.6 gezeigte Verlauf der Temperaturen ϑ_K , ϑ_V und ϑ_R als Funktion der Zeit.

Weiterführende Literatur ist besonders in /96/ enthalten.

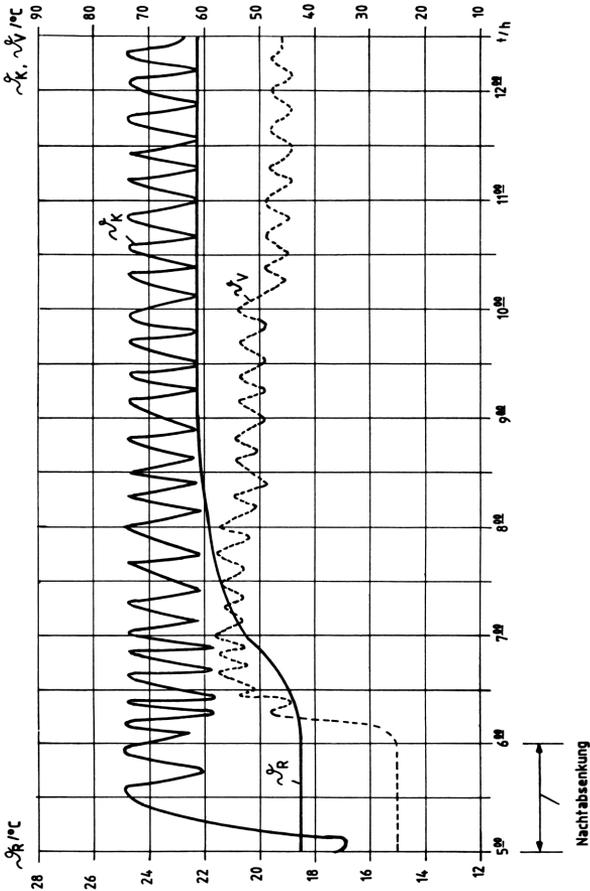


Bild 6.6 Zeitlicher Verlauf der Kesseltemperatur ϑ_K , Vorlauftemperatur ϑ_V und der Raumtemperatur ϑ_R nach Abschalten der Nachtabsenkung

6.1.2 Stoffgemischregelungen

Die Mischung von Stoffströmen in einem bestimmten Verhältnis zueinander oder einer bestimmten Konzentration ist über die Beeinflussung der Durchflüsse möglich. Soll der Mischungsvorgang kontinuierlich verlaufen, ist eine Regelung unumgänglich.

Im einfachsten Falle besteht eine Mischungsregelung aus einem Kessel mit Rührwerk und zwei Zuflüssen (Bild 6.7). Damit läßt sich eine einfache Konzentrationsregelung aufbauen.

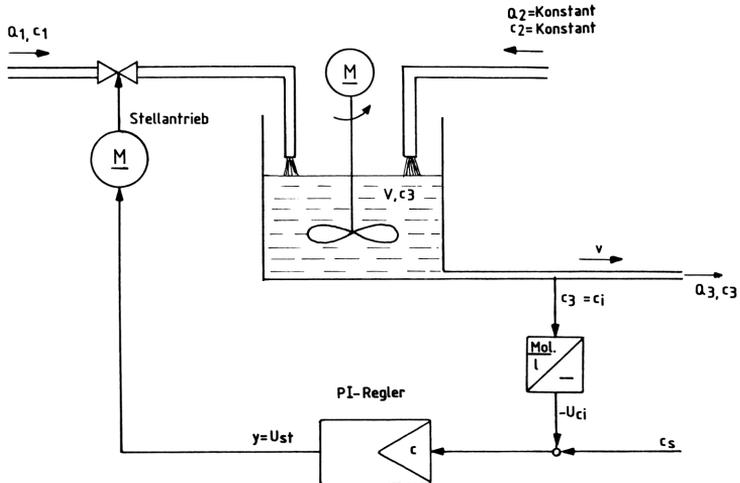


Bild 6.7 Schema einer Stoffgemischregelung mit Kessel und Rührwerk zur Beeinflussung der Flüssigkeits-Konzentration c

Setzt man voraus, daß der Zufluß Q_2 konstant ist und daß

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

sei, erhält man für die Änderung der Konzentration $c_1(t)$ und $c_3(t)$ am Ausgang des Kessels die Bildgleichung:

$$Q_1 \cdot \overset{\circ}{c}_1 + Q_2 \cdot c_2 - Q_3 \cdot \overset{\circ}{c}_3 = pV\overset{\circ}{c}_3 .$$

Differenziert man diese Gleichung nach der Zeit, ergibt sich der Frequenzgang dieser Regelstrecke.

Es wird

$$pQ_1\overset{\circ}{c}_1 - pQ_3\overset{\circ}{c}_3 = p^2V\overset{\circ}{c}_3 ,$$

und schließlich

$$\overset{\circ}{F}_{S1} = \frac{\overset{\circ}{c}_3}{\overset{\circ}{c}_1} = \frac{V_{S1}}{1 + pT_1} ,$$

mit

$$V_{S1} = \frac{Q_1}{Q_3} ; \quad T_1 = \frac{V}{Q_3} .$$

Die Meßwerterfassung der zu regelnden Konzentration c_3 ist meist in einiger Entfernung vom eigentlichen Mischvorgang angebracht.

Daraus resultiert eine Totzeit, die von der Entfernung l und der Fließgeschwindigkeit v abhängt.

$$\frac{O}{F_{S2}} = e^{-pT_t} ,$$

mit $T_t = l/v$.

Außerdem entsteht näherungsweise ein PT_1 -Verhalten durch den Meßfühler, also

$$\frac{O}{F_{S3}} = \frac{V_{S3}}{1 + pT_3} ,$$

mit

$$V_{S3} = \frac{U_{st}}{c} .$$

Die Stellgröße y am Ausgang des PI-Reglers wirkt auf einen Stellantrieb, der den Durchfluß Q_1 steuert. Näherungsweise erhält man für den Stellantrieb den Frequenzgang

$$\frac{O}{F_{S4}} = \frac{V_{S4}}{1 + pT_4} ,$$

mit

$$V_{S4} = \frac{c_i}{U_{ci}} .$$

Das Blockschaltbild der Regelung (Bild 6.8) führt auf den Frequenzgang des offenen Regelkreises. Er lautet:

$$\frac{O}{F_O} = \frac{V_O \cdot (1 + pT_N) \cdot e^{-pT_t}}{pT_N \cdot (1 + pT_1) (1 + pT_3) (1 + pT_4)} .$$

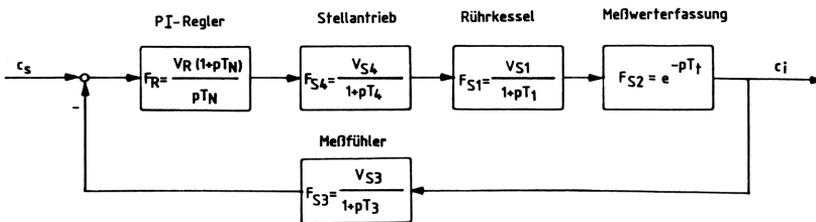


Bild 6.8 Blockschaltbild der Mischungsregelung aus Bild 6.7

Für die Verstärkungen und Zeitkonstanten seien folgende Werte angenommen:

Mit $V = 1 \text{ m}^3$, $Q_1 = 6 \text{ l/s}$, $Q_2 = 2 \text{ l/s}$, $Q_3 = 8 \text{ l/s}$, $v = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und $l = 1 \text{ m}$ wird:

$$\begin{aligned}
 v_{S1} &= \frac{6 \text{ l/s}}{8 \text{ l/s}} = 0,75 & T_1 &= \frac{1 \text{ m}^3}{8 \text{ l/s}} = 125 \text{ s} , \\
 v_{S3} &= \frac{0,1 \text{ V}}{\text{Mol./l}} & T_3 &= 2 \text{ s} , \\
 v_{S4} &= \frac{10 \text{ Mol./l}}{\text{V}} & T_4 &= 1 \text{ s} , \\
 & & T_t &= \frac{1 \text{ m}}{0,6 \text{ m/s}} = 1,67 \text{ s} .
 \end{aligned}$$

Nun läßt sich der Frequenzgang vereinfachen. Mit $T_1 \gg T_3, T_4, T_t$ folgt $\omega_D T_1 \gg 1$ und $\omega_D T_t \ll 1$

$$\begin{aligned}
 p^{T_1} &\approx 1 + p^{T_1} , \\
 e^{-p^{T_t}} &\approx \frac{1}{1 + p^{T_t}} ,
 \end{aligned}$$

so daß

$$\frac{O}{F_O} \approx V_O \frac{1 + p^{T_N}}{p^{T_1 T_N} \cdot (1 + p^{T_K})} ,$$

mit $T_K = T_3 + T_4 + T_t = 4,67 \text{ s}$.

Auf diese Weise ist der Frequenzgang mit der Gleichung (5.38) des symmetrischen Optimums identisch. Man erhält dann für

$$T_N = T_1$$

eine Durchtrittsfrequenz von

$$\omega_D \approx \frac{1}{\sqrt{T_1 T_K}} = 0,041 \text{ Hz} ,$$

und kann für die Reglerverstärkung angeben:

$$v_R \approx \frac{T_1}{v_{S1} \cdot v_{S3} \cdot v_{S4} \sqrt{T_1 T_K}} = 6,9 .$$

Damit ist die Konzentrationsregelung dimensioniert.

Oft ist es erforderlich, bei einem Stoffgemisch mehr als eine Regelgröße zu beeinflussen. Man bezeichnet solche Regelungen als Mehrgrößen- oder Mehrfachregelungen. Ist beispielsweise der Durchfluß Q und die Temperatur ϑ einer Mischung zu regeln, erhält man eine Zweigrößenregelung, bei denen die Übertragungsfunktionen miteinander gekoppelt sind (Bild 6.9).

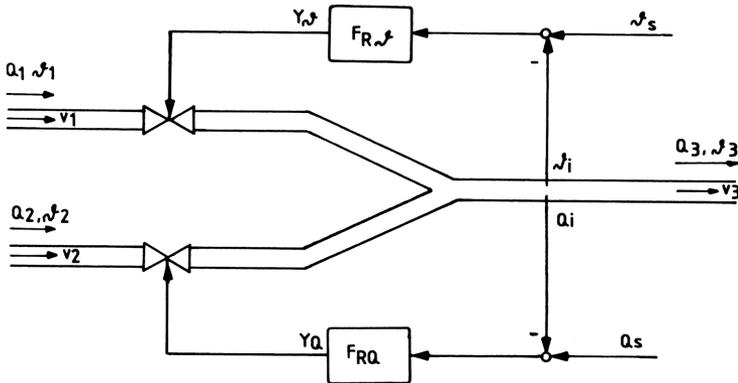


Bild 6.9 Zweigrößen-Mischungsregelung zur Beeinflussung des Durchflusses Q und der Temperatur ϑ einer Flüssigkeit

Wenn $\vartheta_1 < \vartheta_2$ ist, kann die Temperatur des Gemisches im Bereich $\vartheta_3 = [\vartheta_1, \vartheta_2]$ geregelt werden. Dabei ist gleichzeitig der zu regelnde Durchfluß $Q_3 = Q_1 + Q_2$. Ventilverstellungen wirken sich erst nach den Totzeiten T_{t1} und T_{t2} an den Meßstellen für ϑ_i und Q_i aus.

Der Mischvorgang kann durch das PT_1 -Verhalten genähert werden (T_1 und T_3). Die Meßwerterfassung habe ebenfalls PT_1 -Verhalten (T_2 und T_4).

Insgesamt ergeben sich so die Beziehungen

$$\overset{\circ}{\vartheta} = v_{S11} \frac{e^{-pT_{t1}}}{(1+pT_1)(1+pT_2)} \overset{\circ}{Y}_\vartheta + v_{S12} \frac{e^{-pT_{t2}}}{(1+pT_3)(1+pT_4)} \overset{\circ}{Y}_Q,$$

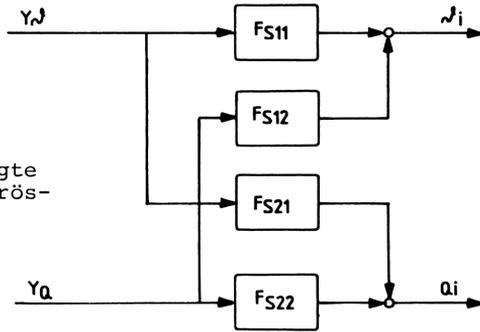
$$\overset{\circ}{Q} = -v_{S21} \frac{1}{1+pT_2} \overset{\circ}{Y}_\vartheta + v_{S22} \frac{1}{1+pT_4} \overset{\circ}{Y}_Q,$$

mit $\frac{\overset{\circ}{\vartheta}}{\overset{\circ}{Y}_\vartheta} = \overset{\circ}{F}_{S11}$; $\frac{\overset{\circ}{\vartheta}}{\overset{\circ}{Y}_Q} = \overset{\circ}{F}_{S12}$; $\frac{\overset{\circ}{Q}}{\overset{\circ}{Y}_\vartheta} = \overset{\circ}{F}_{S21}$; $\frac{\overset{\circ}{Q}}{\overset{\circ}{Y}_Q} = \overset{\circ}{F}_{S22}$.

Aus Bild 6.10 läßt sich die Regelstrecken-Kopplung erkennen. Diese ist wegen ihrer physikalischen Verknüpfung nicht auflösbar. Um wieder auf zwei einzelne entkoppelte Regelkreise für die Regelgröße ϑ und Q zu kommen, ist der Strecke ein ebenso vermaschtes System aus Hauptregeln (hier F_{R11} , F_{R22}) und Korrekturreglern (hier F_{R12} , F_{R21}) vorzuschalten /50/, /51/, wie dies Bild 6.11a zeigt.

Mit Hilfe der Matrizenrechnung gelangt man zu einem Satz von Gleichungen, der die Entkopplung einer Zweifachregelung beschreibt /52/.

Bild 6.10 Physikalisch bedingte Kopplung der Zweigrößen-Regelstrecke



Es wird

$$\overset{\circ}{F}_{R11} = \overset{\circ}{F}_{K1} \cdot \overset{\circ}{F}_S(o)$$

$$\overset{\circ}{F}_{R22} = \overset{\circ}{F}_{K2} \cdot \overset{\circ}{F}_S(o)$$

$$\overset{\circ}{F}_{R12} = \frac{\overset{\circ}{F}_{S12}}{\overset{\circ}{F}_{S11}} \cdot \overset{\circ}{F}_{K2} \cdot \overset{\circ}{F}_S(o)$$

$$\overset{\circ}{F}_{R21} = - \frac{\overset{\circ}{F}_{S21}}{\overset{\circ}{F}_{S22}} \cdot \overset{\circ}{F}_{K1} \cdot \overset{\circ}{F}_S(o)$$

mit

$$\overset{\circ}{F}_S = 1 / \left(1 - \frac{\overset{\circ}{F}_{S12} \overset{\circ}{F}_{S21}}{\overset{\circ}{F}_{S11} \overset{\circ}{F}_{S22}} \right) .$$

(6.1)

Für $\overset{\circ}{F}_S$ erhält man bei dieser Regelung mit der zulässigen Annahme, daß $T_{t1} = T_{t2}$ ist:

$$\overset{\circ}{F}_S = \frac{1}{1 + \frac{V_{S12} \cdot V_{S21} (1 + pT_1)}{V_{S11} \cdot V_{S22} (1 + pT_3)}} ,$$

und dann für $p = 0$

$$\overset{\circ}{F}_S(o) = \frac{1}{1 + \frac{V_{S12} \cdot V_{S21}}{V_{S11} \cdot V_{S22}}} = v_p .$$

(6.2)

Die Regelstrecken der Mischungsregelung lassen sich teilweise vereinfachen. Da in der Verfahrenstechnik die Durchtrittsfrequenzen meist $\omega_D < 1$ Hz sind, ist es zulässig zu schreiben:

$$\overset{\circ}{F}_{S11} \approx \frac{V_{S11}}{pT_1 \cdot (1 + pT_{K1})} ,$$

(6.3)

mit $T_1 \gg T_2, T_{t1}$ und $T_{K1} = T_2 + T_{t1}$,

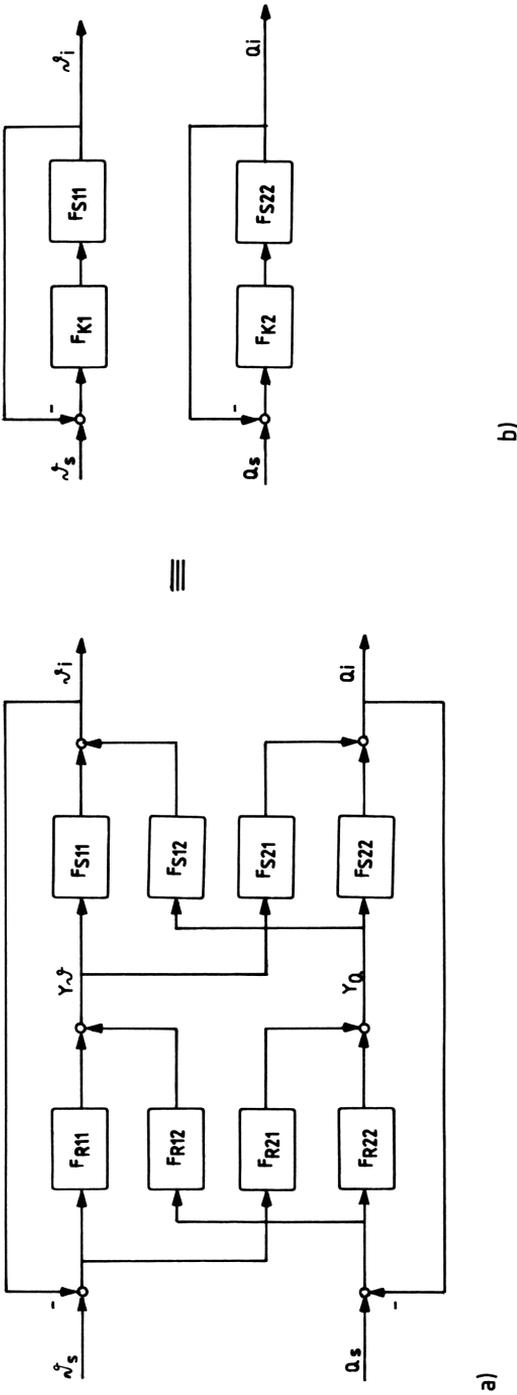


Bild 6.11 Vermaschter Regelkreis einer Zweigrößen-Mischungsregelung. Zur Vereinfachung auf zwei einfache Regelkreise sind sog. Korrekturregler F_{R12} und F_{R21} erforderlich

$$\frac{O}{F}_{S12} \approx \frac{V_{S12}}{pT_3 \cdot (1 + pT_{K2})} \quad , \quad (6.4)$$

mit $T_3 \gg T_4$, T_{t2} und $T_{K2} = T_4 + T_{t2}$.

Die restlichen zwei Frequenzgänge bleiben unverändert und lauten:

$$\frac{O}{F}_{S21} = - \frac{V_{S21}}{1 + pT_2} \quad ,$$

$$\frac{O}{F}_{S22} = \frac{V_{S22}}{1 + pT_4} \quad .$$

Wählt man nun für die Korrekturfrequenzgänge F_{K1} und F_{K2} PI-Verhalten, ergeben sich folgende Beziehungen für die Haupt- und Korrekturregler.

Also

$$\frac{O}{F}_{K1} = V_{K1} \cdot \frac{1 + pT_{N1}}{pT_{N1}} \quad , \quad \frac{O}{F}_{K2} = V_{K2} \cdot \frac{1 + pT_{N2}}{pT_{N2}} \quad . \quad (6.5)$$

Setzt man die vereinfachten Strecken-Frequenzgänge Gleichung (6.3) und (6.4) in den Gleichungssatz (6.1) ein, folgt für die Korrekturregler

$$\frac{O}{F}_{R12} \approx - \frac{V_{K2} \cdot V_{S12} \cdot pT_1 \cdot (1 + pT_{K1}) \cdot (1 + pT_{N2}) \cdot V_p}{V_{S11} \cdot pT_3 \cdot (1 + pT_{K2}) \cdot pT_{N2}} \quad .$$

Es ist sofort zu erkennen, daß für die Nachstellzeit des Reglers gelten muß

$$T_{N2} = T_{K2} \quad . \quad (6.6)$$

Somit ergibt sich endgültig der PI-Korrekturregler

$$\frac{O}{F}_{R12} \approx \frac{V_{K2} \cdot V_p \cdot V_{S12} \cdot T_1}{V_{S11} \cdot T_{K2}} \cdot \frac{1 + pT_{K1}}{pT_3} \quad . \quad (6.7)$$

Genau so für

$$\frac{O}{F}_{R21} \approx \frac{V_{K1} \cdot V_{S21} \cdot (1 + pT_4) \cdot (1 + pT_{N1}) \cdot V_p}{V_{S22} \cdot (1 + pT_2) \cdot pT_{N1}} \quad .$$

Mit

$$T_{N1} = T_2 \quad (6.8)$$

folgt für den zweiten PI-Korrekturregler

$$\frac{O}{F}_{R21} \approx \frac{V_{K1} \cdot V_p \cdot V_{S21}}{V_{S22}} \cdot \frac{1 + pT_4}{pT_2} \quad . \quad (6.9)$$

Die Hauptregler erhält man nun sofort aus dem Gleichungssatz (6.1) mit den in Gleichung (6.6) und (6.8) angesetzten Dimensionierungen.

$$\overset{0}{F}_{R11} \approx V_{K1} \cdot V_p \cdot \frac{1 + pT_2}{pT_2} \quad (6.10)$$

und

$$\overset{0}{F}_{R22} \approx V_{K2} \cdot V_p \cdot \frac{1 + pT_{K2}}{pT_{K2}} \quad (6.11)$$

Die Verstärkungen V_{K1} und V_{K2} sind nach der gewünschten Phasenreserve α_R zu wählen.

Damit ist die Entkopplung abgeschlossen (Bild 6.11b) und die beiden Einzelregelkreise können nach den bekannten Verfahren auf Stabilität untersucht werden.

6.1.3 Zweipunktregelungen

Bei einem stetigen Regler wird das stationäre Übertragungsverhalten durch die Verstärkung bestimmt ($y = V_R \cdot x_d$). Diese Beziehung ist linear. Ein Zweipunktregler hingegen besitzt in der einfachsten Form (ohne Hysterese) eine Sprungstelle bei $x_d = 0$, so daß

$$y = \begin{cases} 0 & \text{für } x_d < 0 \\ y_{\max} & \text{für } x_d \geq 0 \end{cases} .$$

Dieses unstetige Verhalten ist typisch für Relais, Bimetallschalter, Endschalter, Schalttransistoren usw. Einfache Regelungen dieser Art findet man bei Kühlschränken, Automatikherdplatten, Durchlauferhitzern und Bügeleisen zur Beeinflussung der Temperatur. Aber auch bei komplexeren Systemen, wie z.B. der Kesseltemperatur-Regelung einer Heizung, wird der Zweipunktregler eingesetzt.

Die Unstetigkeit einer Zweipunktregelung zeigt sich immer in einer periodischen Schwankung des Istwertes um den Sollwert. Eine einfache Regelung ist in Bild 6.12 dargestellt. Sie dient zur Niveau-Regelung eines Elektrolyts. Der Zweipunktregler ist mit einem Operationsverstärker realisiert, in dessen Gegenkopplung eine Diode liegt. Die Stellgröße nimmt die Werte $y = [U_D \approx 0,7V; U_{\max} \approx 30V]$ an. Der OP-Ausgang steuert ein Magnetventil, welches den Flüssigkeitszustrom regelt. Es öffnet bei $h_s > h_i$ und schließt bei $h_s < h_i$. Die Regelstrecke läßt sich annähernd als PT_1 - T_t -Strecke angeben. Daraus resultiert das in Bild 6.13 gezeigte Blockschaltbild.

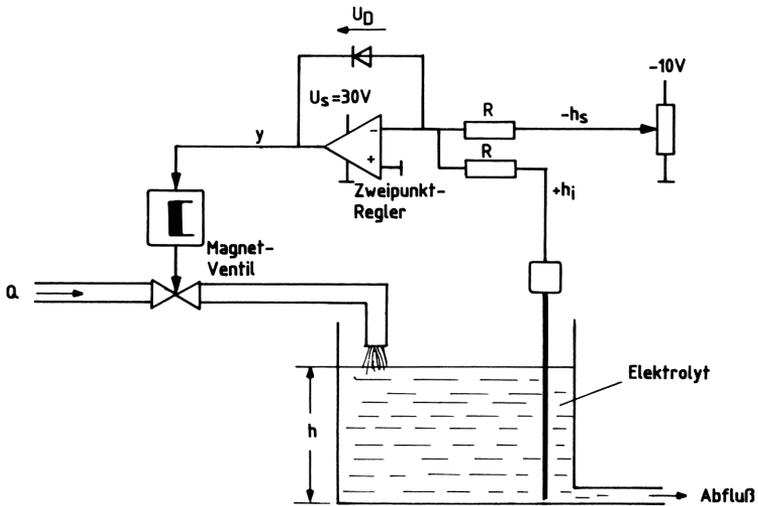


Bild 6.12 Niveau-Regelung eines Elektrolyts mit einem einfachen Zweipunktregler

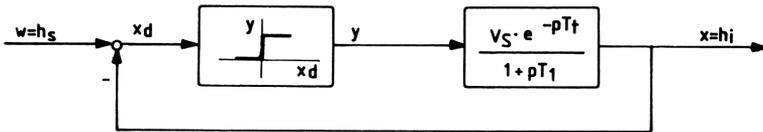


Bild 6.13 Blockschaltbild der Zweipunktregelung zur Führung des Elektrolyt-Niveaus

Die Sprungantwort dieser Regelung (Bild 6.14) läßt sich sofort aus der Anschauung erklären. Bei sprunghafter Vorgabe eines Sollwertes wird $w > x$, so daß $y = y_{\max}$ zum Öffnen des Magnetventils führt. Erst nach Ablauf der Totzeit T_t steigt dann das Niveau des Elektrolyten ($x = hi$) mit der Zeitkonstanten T_1 an. Der Endwert des Niveaus x_E wird jedoch nicht angestrebt, da beim Erreichen von $x = w$ der Zweipunktregler infolge $y \approx 0$ das Magnetventil schließt. Diese Stellgrößenänderung wirkt sich aber erst nach der Totzeit T_t auf den Niveauistwert x aus, so daß zeitweise $x > w$ vorliegt. Nun nimmt x zwangsläufig ab (Magnetventil geschlossen, Abfluß geöffnet). Bei erneutem Erreichen von $x = w$ öffnet der Zweipunktregler das Magnetventil wieder. Eine Niveauzunahme macht sich auch hier erst nach T_t bemerkbar.

Es ist erkennbar, daß die Schwankungsbreite $2x_0$, innerhalb derer der Istwert um den Sollwert "pendelt", von der Totzeit und der Zeitkonstanten T_1 abhängt. Dieser Zusammenhang läßt sich leicht ableiten.

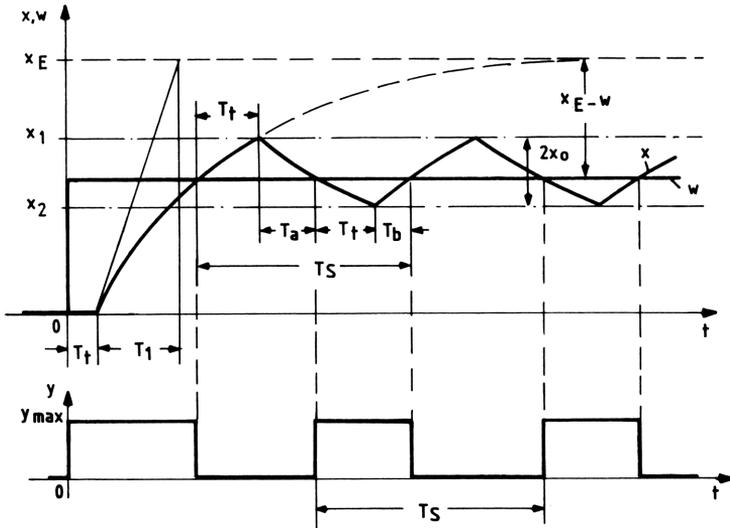


Bild 6.14 Sprungantwort und Stellgröße einer einfachen Zweipunktregelung nach Bild 6.13

Mit

$$x_E = y_{\max} \cdot V_S \quad .$$

erhält man für $t = T_t$ die Werte

$$x_1 = w + (x_E - w) \cdot (1 - e^{-T_t/T_1})$$

$$x_2 = w \cdot e^{-T_t/T_1} \quad .$$

Subtrahiert man x_2 von x_1 , ergibt sich die Schwankungsbreite

$$2 \cdot x_0 = x_E \cdot (1 - e^{-T_t/T_1}) \quad . \quad (6.12)$$

Sie ist unabhängig vom Sollwert w und nimmt mit wachsender Totzeit bzw. abfallender Zeitkonstante T_1 zu.

Die Schaltfrequenz $f_S = 1/T_S$ des Zweipunktreglers ist ebenfalls von der Totzeit und der Zeitkonstanten T_1 abhängig, sie ist

$$f_S = \frac{1}{2T_t + T_a + T_b} = \frac{1}{2T_t + T_1 \cdot \ln \left[\frac{x_E^2}{w(x_E - w)} (1 - e^{-T_t/T_1}) + e^{-2T_t/T_1} \right]} \quad (6.13)$$

für $x_E > w$.

Zweipunktregler mit Hysterese haben praktisch die gleiche Auswirkung auf den Verlauf von x wie der vorher gezeigte Einfluß der Totzeit. Die in Bild 6.15 dargestellte Sprungantwort macht dies bei einer Zweipunktregelung mit PT_1 -Strecke deutlich.

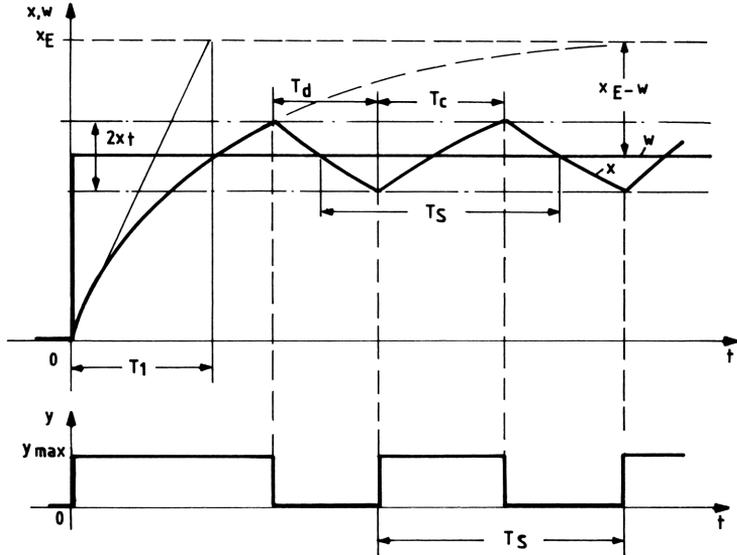


Bild 6.15 Sprungantwort einer Zweipunktregelung mit Hysterese und PT_1 -Strecke

Mit

$$x_E = y_{\max} \cdot V_S$$

erhält man für $t = T_c$ die Hysteresebreite

$$2x_t = (x_E - w + x_t) \cdot (1 - e^{-T_c/T_1}) \quad (6.14)$$

Damit ist die Hysteresebreite der Sprungantwort nicht nur von der Zeitkonstanten T_1 und dem Sollwert w abhängig, sondern auch von der Hysterese des Zweipunktreglers (siehe Tabelle 3.3). Die Schaltfrequenz des Reglers ist

$$f_S = \frac{1}{T_c + T_d} = \frac{1}{T_1 \left(\ln \frac{x_E - w + x_t}{x_E - w - x_t} + \ln \frac{w + x_t}{w - x_t} \right)} \quad (6.15)$$

für $x_E > w$.

Der Zweipunktregler schaltet hier jedoch erst bei $x = w + x_t$ ab (infolge der Hysterese). Demzufolge schaltet er auf $y = y_{\max}$, wenn

der Istwert auf $x = w - x_t$ abgefallen ist. Dieser Vorgang wiederholt sich mit der Periodendauer T_S .

Das Schema einer Preßluft-Druckregelung ist in Bild 6.16 dargestellt und soll auf Stabilität untersucht werden. Es zeigt einen Zweipunktregler mit Hysterese, der über einen Leistungstreiber die Speicherpumpe regelt. Mit einem Potentiometer kann die Hysteresebreite $2x_t$ verändert werden (siehe /2/, S.82 und S. 132), es gilt:

$$2x_t = 2\alpha |y_{\max}|$$

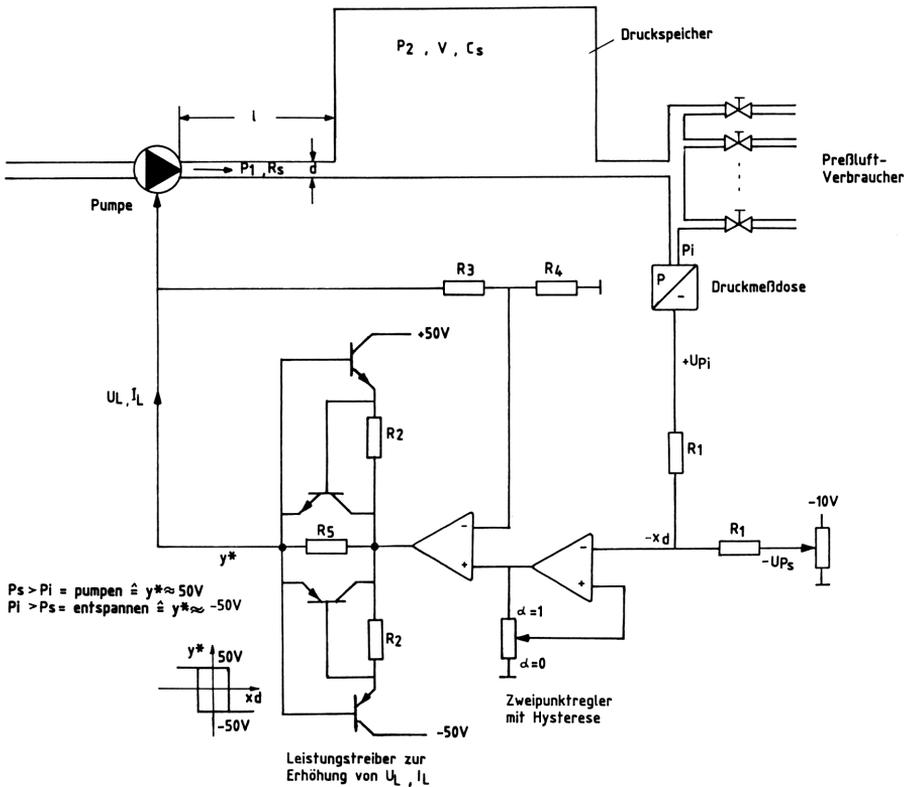


Bild 6.16 Schema einer Regelung für den Preßluftdruck p mit hysteresebehaftetem Zweipunktregler

Bei Vorgabe eines Sollwertes $p_s > p_i$ bzw. bei Preßluftentnahme der Verbraucher beträgt $y^* \approx +60V$; es folgt ein Druckanstieg im Speicher. Nach Überschreiten des Sollwertes $p_i > p_s$ ergibt sich $y^* \approx -60V$, so daß infolge des Drehrichtungswechsels der Pumpe der Speicherdruck abnimmt.

Pumpe und Druckspeicher sind jeweils Verzögerungsglieder erster Ordnung. Die Meßwerterfassung mit Druckmeßdose habe ebenfalls PT_1 -Verhalten. Die Totzeit und Hysterese des Leistungstreibers sei vernachlässigbar.

Man erhält das in Bild 6.17 gezeigte Blockschaltbild. Der Frequenzgang der Strecke lautet insgesamt

$$\frac{O}{F_S} = \frac{V_{S1} \cdot V_{S2} \cdot V_{S3}}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)(1 + pT_3)} \cdot$$

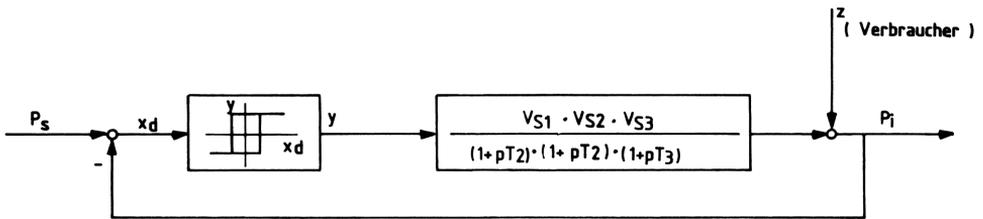


Bild 6.17 Blockschaltbild der Zweipunktregelung zur Führung des Preßluftdruckes nach Bild 6.16

Die einzelnen Parameter ergeben sich teilweise aus Tabelle 4.3 und 4.6. Es soll ein Druck von 10 bar erreicht werden, damit sind für die Pumpe

$$V_{S1} = \frac{P_1}{U_L} = \frac{10 \text{ bar}}{50 \text{ V}} = 0,2 \cdot \frac{\text{bar}}{\text{V}} \quad T_1 = 2 \text{ s} \quad (\text{Tabelle 4.3})$$

für den Druckspeicher

$$V_{S2} = \frac{P_2}{p_1} = \frac{10 \text{ bar}}{10 \text{ bar}} = 1 \quad T_2 = R_S \cdot C_S = 9,185 \text{ s}$$

mit

$$R_S = \frac{k \cdot l}{d^4} \quad \text{bei } \vartheta = 293 \text{ K}$$

$$k = 7,44 \cdot 10^{-3} \frac{\text{mm}^3 \cdot \text{bar} \cdot \text{s}}{\text{N} \cdot \text{l}}$$

$$l = 10 \text{ m}$$

$$d = 30 \text{ mm}$$

$$V = 100.000 \text{ l}$$

$$C_S = \frac{100.000 \text{ N} \cdot \text{l}}{\text{bar}}$$

und für die Meßwerterfassung mittels Druckmeßdose

$$V_{S3} = \frac{U_{pi}}{p_i} = \frac{10 \text{ V}}{10 \text{ bar}} = 1 \frac{\text{V}}{\text{bar}} \quad T_3 = 10 \text{ ms}$$

(Tabelle 4.3).

Die Hysterese des Zweipunktreglers sei zunächst $x_t = 0,5 \text{ V}$.

Der Zweipunktregler mit Hysterese ist durch die Beschreibungsfunktion (siehe Tabelle 3.3) definiert.

Es ist für $x_s = 50 \text{ V}$ und $\hat{x}_e = 10 \text{ V}$, so daß

$$N(\hat{x}_e) = \frac{20}{\pi} \sqrt{1 - \frac{x_t^2}{x_e^2}} - j \frac{20x_t}{\pi \hat{x}_e} .$$

Die Stabilität von nichtlinearen Regelkreisen läßt sich, wie in Abschnitt 5.4 gezeigt, anschaulich mit dem Zwei-Ortskurven-Verfahren untersuchen.

Dazu bildet man die negative inverse Ortskurve der Regelstrecke, also

$$-\frac{1}{F_S} = -\frac{1}{V_{S1}V_{S2}V_{S3}}(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)(1 + j\omega T_3)$$

$$-\frac{1}{F_S} = \frac{\omega^2(T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3) - 1 + j[\omega^3T_1T_2T_3 - \omega(T_1 + T_2 + T_3)]}{V_{S1}V_{S2}V_{S3}} .$$

Mit Gleichung (5.23) erhält man die Frequenz ω_z an der Stabilitätsgrenze.

$$\tan \varphi_N = \tan \varphi_S \longrightarrow \omega_z$$

$$-\frac{x_t}{\hat{x}_e \sqrt{1 - \left(\frac{x_t}{\hat{x}_e}\right)^2}} = -0,05 = \frac{\omega_z^3 T_1 T_2 T_3 - \omega_z (T_1 + T_2 + T_3)}{\omega_z^2 (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) - 1} .$$

Daraus folgt

$$\omega_z \approx 5,687 \text{ Hz} .$$

Die Regelung ist stabil, wenn entsprechend Gleichung (5.24) gilt:

$$\operatorname{Re} [N(\hat{x}_e)]_{x_t} \stackrel{!}{<} \operatorname{Re} \left[\frac{-1}{F_S} \right]_{\omega_z} .$$

Diese Bedingung ist erfüllt, denn es ist

$$\operatorname{Re} [N(\hat{x}_e)]_{x_t} = 6,358 < \operatorname{Re} \left[\frac{-1}{F_S} \right]_{\omega_z} = 2983,931 .$$

Aus Bild 6.18 ist zu ersehen, daß die beiden Ortskurven $N(\hat{x}_e)$ und $-1/F_S$ sich nicht schneiden. Daher ist die Regelung unbegrenzt stabil, d.h. für jeden Wert von x_t und x_s .

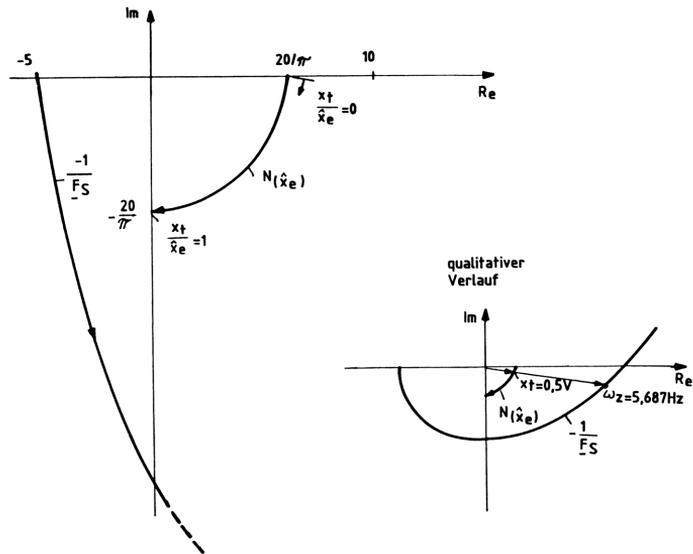


Bild 6.18 Ortskurven-Auswertung der Zweipunktregelung nach Bild 6.16 mit dem Zwei-Ortskurven-Verfahren

Die Sprungantwort dieser Regelung wird Dauerschwingungen um den Sollwert ausführen. Diese enthalten keine Sprungstellen, da die Regelstrecke, ähnlich wie in Bild 6.6 höherer Ordnung ist. Die Schwingungen lassen sich durch Überlagerung von Ein- und Ausschaltvorgängen der Regelgröße y_{\max} zusammensetzen (Bild 6.19). Zweipunktregler mit Rückführung, zur Vermeidung der Dauerschwingungen um den Sollwert, sind in /41/ näher erläutert.

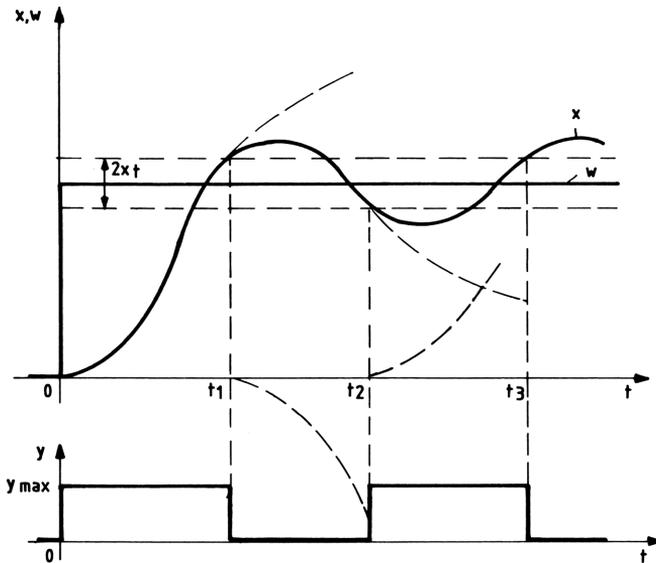


Bild 6.19 Sprungantwort und Stellgröße der Zweipunktregelung aus Bild 6.16

6.1.4 Regelung von Gleichstromantrieben für Feder-Masse-Systeme

In den bisher behandelten Drehzahlregelungen war der mechanische Teil des Antriebs durch ein I-Glied mit der Hochlaufzeitkonstanten T_H dargestellt. Dies ist nur dann zulässig, wenn zwischen Wellen, Kupplungen, Getriebe und Last eine starre Verbindung besteht. Bei vielen Antrieben (Schachtförderanlagen, Aufzüge, Bandanlagen) besteht der Mechanikteil jedoch aus einem gedämpften Feder-Masse-System höherer Ordnung.

Der Regelkreis ist daher mit einem erweiterten Blockschaltbild, welches den schwingungsfähigen Mechanikteil berücksichtigt, zu dimensionieren. Am Beispiel eines rotierenden Mehr-Massen-Systems mit Federkonstante und Dämpfung soll der aufgezeigte Sachverhalt untersucht werden. In Bild 6.20 ist ein solches System in Form einer Bergbau-Schachtförderanlage dargestellt. Wegen der großen Förderhöhen sind die Seilschwingungen besonders ausgeprägt und werden nur schwach gedämpft durch den Luftwiderstand und die Seilreibung. Wenn die Masse der Seiltrommel m_{ST} erheblich kleiner ist als die der Körbe und des Seils, sind die beiden Massen m_1 und m_2 über m_{ST} miteinander gekoppelt. Die Folge ist ein

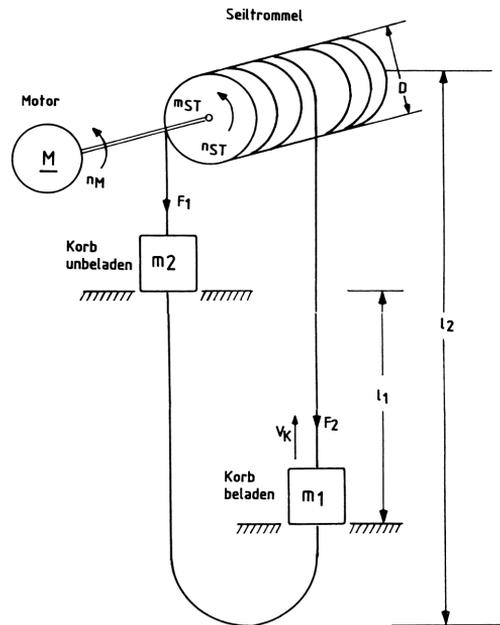


Bild 6.20 Prinzip einer Bergbau-Schachtförderanlage als Feder-Masse-System mit Gleichstromantrieb

Feder-Masse-System mit fünf Energiespeichern (Bild 6.21a). Dieses System läßt sich jedoch vereinfachen, wenn man praxisnah annimmt, daß ein Rutschen des Seils ausgeschlossen ist. Damit sind beide Feder-Masse-Systeme ($m_1 - c_{f1}$, $m_2 - c_{f2}$) entkoppelt (Bild 6.21b) und lassen sich getrennt voneinander betrachten. Diese Entkopplung gelingt ebenfalls, wenn $m_{ST} \gg m_1 + m_2$ ist.

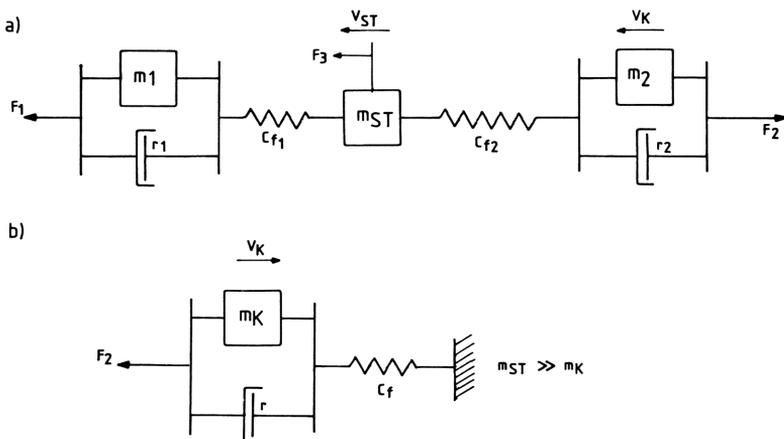


Bild 6.21 Feder-Masse-System einer Schachtförderanlage mit fünf Energiespeichern a) und als Vereinfachung für $m_{ST} \gg m_K$ mit zwei Energiespeichern b)

Es soll nun eine Geschwindigkeitsregelung mit unterlagerter Stromregelung für einen am langen Seil hängenden Förderkorb dimensioniert werden.

Die Differentialgleichung der Geschwindigkeit des Förderkorbes lautet (siehe dazu auch Abschnitt 2.2.2)

$$m_K \frac{d^2 v_K}{dt^2} + r \frac{dv_K}{dt} + c_f v_K = c_f \cdot v_{St}$$

und die Bildfunktion ist

$$\overset{\circ}{v}_K \cdot (p^2 + p \frac{r}{m_K} + \frac{c_f}{m_K}) = \overset{\circ}{v}_{ST} \cdot \frac{c_f}{m_K} \quad .$$

Mit $\omega_o^2 = 1/T_2^2 = c_f/m_K$ und $d = \frac{r}{2\sqrt{c_f m_K}}$ erhält man den Frequenzgang eines PT_2 -Gliedes.

$$\overset{\circ}{F} = \frac{\overset{\circ}{v}_K}{\overset{\circ}{v}_{ST}} = \frac{1}{1 + p \cdot \frac{r}{m_K \cdot \omega_o^2} + p^2 \cdot \frac{1}{\omega_o^2}} = \frac{1}{1 + 2dpT_2 + p^2 T_2^2}$$

Das gesamte Blockschaltbild der Geschwindigkeitsregelung mit unterlagerter Stromregelung für einen fremderregten Gleichstrommotor und sechspulsiger Drehstrombrückenschaltung ist in Bild 6.22 dargestellt (vgl. mit Bild 5.40).

Die einzelnen Strecken-Parameter (Verstärkungen auf 10V Signalspannung bezogen) sind:

$$V_{S1} = \frac{\Delta d}{\alpha_1 - \alpha_2} = 1$$

$$T_t = \frac{T}{2p} \approx 2 \text{ ms}$$

$$V_{S2} = \frac{U_{AN}}{I_{AN} \cdot R_A} = 2$$

$$T_A = 0,1 \text{ s}$$

$$V_{S3} = C_1 \cdot \phi_{\max} = \frac{1}{2\pi}$$

$$T_H = \frac{2\pi J n_O}{M_N} = 5 \text{ s}$$

$$V_{S4} = C_2 \cdot \phi_{\max} = 1$$

$$T_2 = \frac{1}{\omega_o} = \sqrt{\frac{m_K}{c_f}} = 0,124 \text{ s}$$

$$V_{S5} = D\pi = 1,257$$

$$d = \frac{r}{2\sqrt{c_f \cdot m_K}} = 0,061$$

$$V_{S6} = 1$$

Die Anlagenparameter lauten:

$$D = 4 \text{ m}, \quad l_1 = 400 \text{ m}, \quad l_2 = 500 \text{ m}, \quad \text{Korbgewicht } G_K = 10^4 \text{ N}$$

$$c_f = 6,667 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$m_K = \frac{G_K}{g} = \frac{10^4 \text{ kg}}{9,81} = 1,02 \cdot 10^3 \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$$

$$r = 10^3 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}}$$

$$v_N = 20 \text{ m/s.}$$

Zunächst soll der Stromregelkreis dimensioniert werden. Er läßt sich mit Umformregel 7, 8 und 12, Tabelle 4.12, auf die in Bild 6.23 dargestellte Form bringen. Durch Verlegen von $M_L + M_R$ an den Anfang der Regelschleife läßt sich die Belastung aus dem Stromregelkreis herausnehmen. Mit den gleichen Vereinfachungen, wie in Abschnitt 5.6.3 an einem ähnlichen Regelkreis gezeigt, erhält man den Frequenzgang F_{O1} des offenen Stromregelkreises.

Mit

$$T_H > T_A \gg T_t$$

und

$$e^{-pT_t} \approx (1 + pT_t)^{-1}$$

sowie

$$T_{N1} = T_A$$

erhält man

$$F_{O1} \approx \frac{V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2} \cdot (1 + pT_A)}{p^2 T_A^2 \cdot (1 + pT_t)}.$$

Aus dem Symmetrischen Optimum ergibt sich dann die Stromregler-Verstärkung nach Gleichung (5.41)

$$V_{R1} \approx \frac{T_A}{V_{S1} \cdot V_{S2} \cdot \sqrt{T_A \cdot T_t}} \approx 3,5$$

Der Geschwindigkeitsregelkreis nimmt nun die in Bild 6.24 dargestellte Form an. Er enthält auch die Belastung $M_L + M_R$.

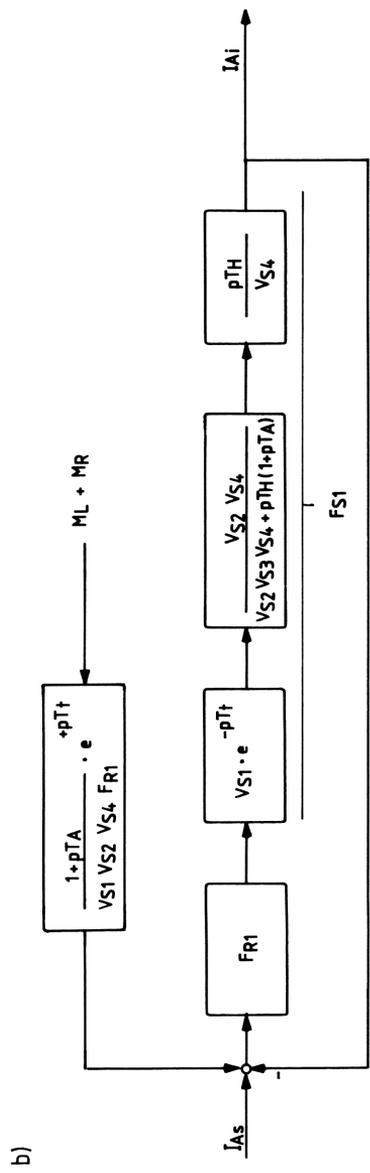
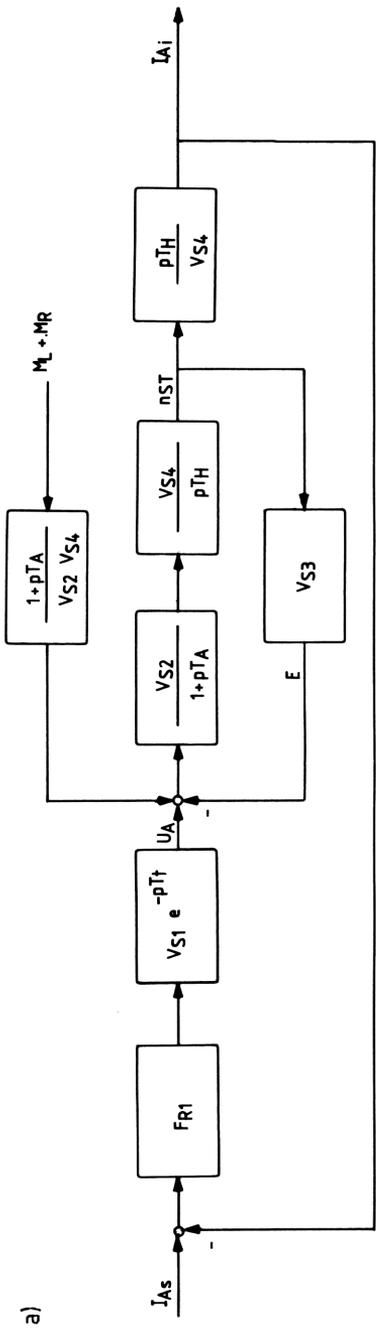


Bild 6.23 Umgeformtes Blockschaltbild der Förderkorb-Geschwindigkeitsregelung aus Bild 6.22 (Stromregelkreis)

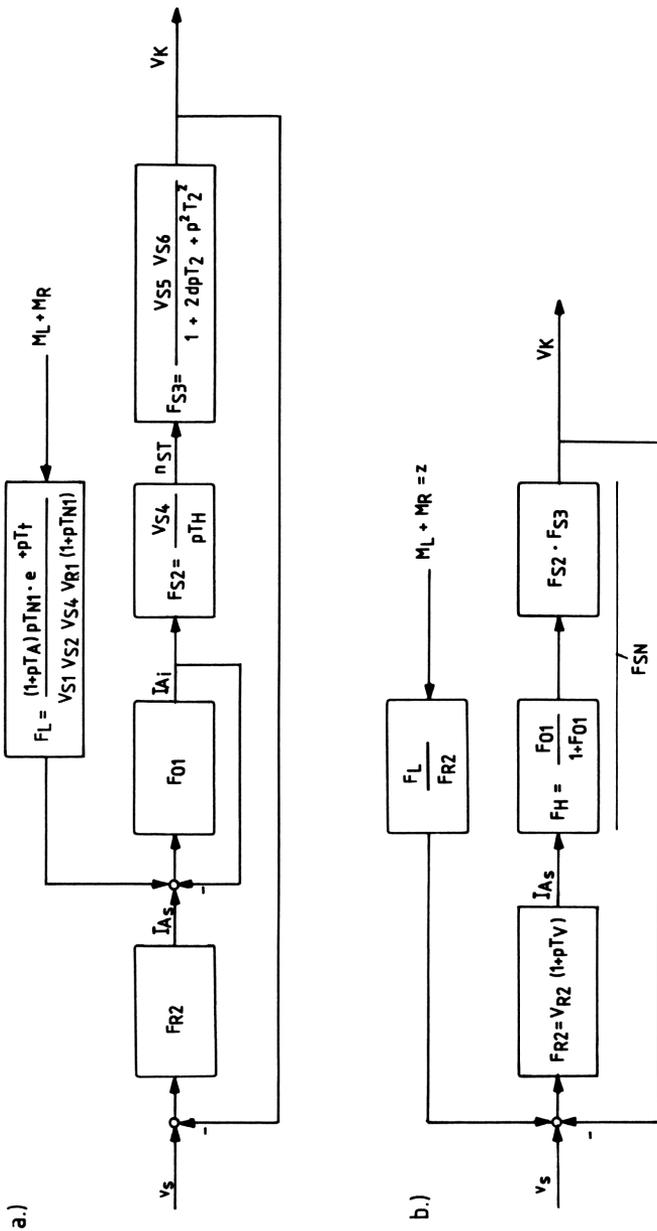


Bild 6.24 Umgeformtes Blockschaltbild der Förderkorb-Geschwindigkeitsregelung aus Bild 6.22 (Geschwindigkeitsregelkreis)

Es läßt sich der Frequenzgang der Strecke mit $pT_A \approx 1 + pT_A$ angeben zu:

$$\overset{O}{F}_{SN} = \overset{O}{F}_H \cdot \overset{O}{F}_{S2} \cdot \overset{O}{F}_{S3} \approx \frac{V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2} \cdot V_{S4} \cdot V_{S5} \cdot V_{S6}}{pT_H \cdot [V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2} + pT_A \cdot (1 + pT_t)] \cdot (1 + 2dpT_2 + p^2T_2^2)}$$

Durch $V_B = V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2}$ geteilt und mit $V_{SN} = V_{S4} \cdot V_{S5} \cdot V_{S6}$ erhält man für $pT_A/V_B \approx 1 + pT_A/V_B$

$$\overset{O}{F}_{SN} \approx \frac{V_{SN}}{pT_H \cdot (1 + pT_K') \cdot (1 + 2dpT_2 + p^2T_2^2)}$$

mit $T_K' = T_A/V_B + T_t$.

Bei der Wahl des Geschwindigkeitsreglers ist darauf zu achten, daß der Phasenwinkel der Regelstrecke für große ω -Werte und kleine Dämpfung sehr schnell über -180° läuft, da es sich um eine PT_1 - PT_2 -I-Strecke handelt. Es empfiehlt sich daher ein PD-Regler. Der Frequenzgang des offenen Geschwindigkeitsregelkreises lautet dann:

$$\overset{O}{F}_{O2} = \overset{O}{F}_{R2} \cdot \overset{O}{F}_{SN} \approx \frac{V_{R2} \cdot V_{SN} \cdot (1 + pT_V)}{pT_H \cdot (1 + pT_K') \cdot (1 + 2dpT_2 + p^2T_2^2)}$$

Wählt man

$$T_V = T_2 = \frac{1}{\omega_0}$$

und

$$V_{R2} = 10$$

ergibt sich aus dem Bode-Diagramm (Bild 6.25) eine Durchtrittsfrequenz von $\omega_D \approx 9,8$ Hz bei einer Phasenreserve von $\alpha_R \approx 21^\circ$.

Das Lastverhalten (Störverhalten) wird durch die Bildfunktion

$$\overset{O}{F}_Z = \frac{\overset{O}{V}_K}{Z} = \frac{\overset{O}{V}_K}{M_L + M_R} = \frac{\overset{O}{F}_{O2} \cdot \overset{O}{F}_L}{\overset{O}{F}_{R2} \cdot (1 + \overset{O}{F}_{O2})}$$

beschrieben und ist für $w = 0$ direkt aus Bild 6.24b zu errechnen.

$$\overset{O}{F}_Z \approx \frac{V_{S5} V_{S6} \cdot pT_A \cdot e^{+pT_t}}{V_{S1} V_{S2} V_{R1} \cdot [V_{R2} V_{SN} (1 + pT_2) + pT_H \cdot (1 + pT_K') (1 + 2dpT_2 + p^2T_2^2)]}$$

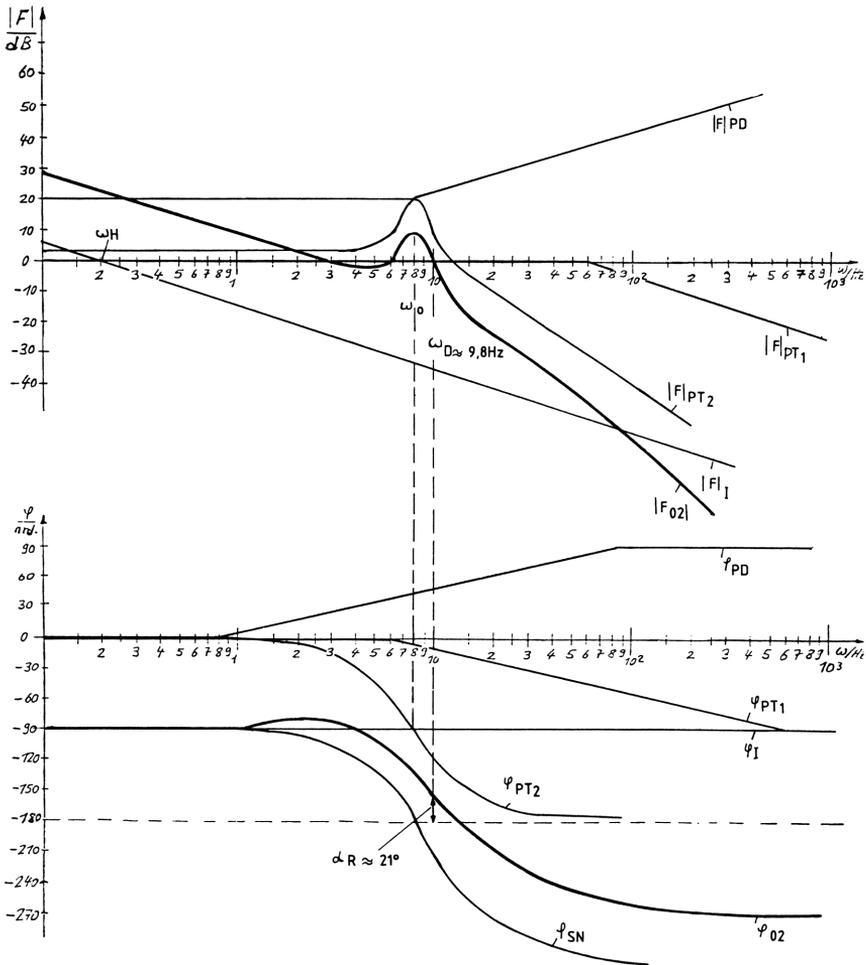


Bild 6.25 Bode-Diagramm der Förderkorb-Geschwindigkeitsregelung

Die Übertragungsfunktion dieses Frequenzgangs ist nur mit groben Vereinfachungen anzugeben, die das tatsächliche Störverhalten verfälschen. Hier kann nur eine Simulation auf dem Rechner konkrete Ergebnisse bringen. Man kann jedoch davon ausgehen, daß Lastveränderungen durch eine Kaskadenregelung besser ausgeregelt werden als durch einen einfachen Regelkreis. Denn gerade für das Störverhalten ist in erster Linie der Stromregler eingesetzt worden.

Da die meisten Momentenänderungen ohnehin auf Reibungsabweichungen (M_R) beim Anfahren und Bremsen zurückzuführen sind, ist es

sinnvoll, den Geschwindigkeitssollwert v_S mit einem Sollwertgeber vorzugeben. Entsprechende Schaltungen sind in Abschnitt 4.5 und 6.3.1 beschrieben. Auf diese Weise ist ein sanftes Anfahren/Bremsen möglich und die Eigenkreisfrequenzen der Mechanik werden unkritisch /56/. Gleichzeitig wird das Führungsverhalten verbessert, welches hauptsächlich durch die Haltegenauigkeit des Fahrkorbs und (bei Personentransport) den Fahrkomfort bestimmt wird.

Zum Thema Schachtförderanlagen ist in den BBC-Nachrichten /57/ ein Beitrag erschienen, der u.a. auch die Sicherheitseinrichtungen solcher Systeme in die Antriebsregelung einbezieht. Weiterführende Betrachtungen geregelter Feder-Masse-Systeme sind in /92/ enthalten.

6.1.5 Drehzahlregelung von Asynchronmaschinen

Die Asynchronmaschine mit Kurzschlußläufer zeichnet sich durch ihre einfache und robuste Bauweise aus. Ihre kurze Baulänge (kein Kollektor) hat ein geringes Trägheitsmoment zur Folge. Als direkt vom Netz gespeiste Maschine ist sie am weitesten verbreitet (z.B. mit y - Δ -Anlauf für Scheren, Stanzen, Kreissägen usw.). Die Regelung von Asynchronmaschinen mit der den Gleichstromantrieben vergleichbarer Positioniergenauigkeit und Drehzahlstabilität bedingt jedoch einen höheren Aufwand an Elektronik.

Die Läuferdrehzahl n ist von der Netzfrequenz f_1 , der Polpaarzahl p und dem Schlupf s der Maschine abhängig, sie ist beschrieben durch die Gleichung

$$n = \frac{60 \cdot f_1 (1 - s)}{p} \text{ min}^{-1} \quad (6.16)$$

mit $s = \frac{n_1 - n}{n_1}$ und $n_1 = \frac{60 \cdot f_1}{p} \text{ min}^{-1}$. (6.17)

Aus Gleichung (6.16) ist zu ersehen, welche Möglichkeiten zur Steuerung bzw. Regelung der Drehzahl bestehen. Man kann die Polpaarzahl mit einer Dahlander-Schützschaltung verändern. Eine Variante, die nur noch bei einfachen Drehzahlsteuerungen eingesetzt wird.

Die Beeinflussung des Schlupfes, der Ständerspannung und der Ständerfrequenz haben zur Entwicklung zahlreicher Stromrichterschalt-

tungen geführt, die eine optimale Drehzahlsteuerung und -regelung ermöglichen. Einen Überblick geben die Literaturstellen /58/, /59/, /60/, /61/ und /62/ sowie Tabelle 6.1.

Tabelle 6.1 Einsatz von Stromrichtern für Drehstromantriebe

Stellgröße	Stromrichter	Leistungsbereich	Anwendungen
Ständer- spannung	Drehstromsteller mit Käfigläufer	0,2...50kW	Lüfter, Pumpen, Hebezeuge, Förder- bänder, Seilwinden
Ständer- spannung, Ständer- frequenz	Direktumrichter mit Käfigläufer	400...10 ⁴ kW	Zementmühlen, gros- se Gebläse, Roll- gänge
Ständer- strom	Schwingkreis- wechselrichter mit Käfigläufer	15...150kW	Zentrifugen, Schleifmaschinen, Spinnturbinen
Ständer- strom, Ständer- frequenz	Zwischenkreisum- richter mit ein- geprägtem Strom	60...2500kW	Prüfstände, Geblä- se, Rührwerke, Lüf- ter, Mühlen, För- derantriebe
Läufer- strom	Untersynchrone Stromrichter- kaskade mit Schleifring- läufer	10...25000kW	Pumpen, Gebläse, Verdichter, Schau- felräder, Prüfstän- de, Drehöfen

Der Asynchronmotor stellt seine Drehzahl so ein, daß sein Drehmoment genau dem Lastmoment entspricht (Bild 6.26). Dies ist im Arbeitspunkt A der Fall. Soll der Arbeitspunkt B eingestellt werden, muß die Momentenkennlinie z.B. durch Verändern der Ständerspannungen beeinflusst werden. Es ist, ähnlich wie bei einem Gleichstrommotor, das Moment bestimmt durch die Gleichung:

$$M = C_3 \cdot \varnothing \cdot I \cdot \sin\beta = \frac{P}{2\pi n} \quad .$$

Darin ist C_3 eine Maschinen-Konstante und β der Phasenwinkel zwischen \varnothing und I . Für $M \sim \varnothing \cdot I$ und $P \sim U_2 I$ erhält man einen Zusammenhang zwischen Ständerspannung und Drehzahl.

$$n \sim \frac{U_2}{\varnothing} \quad \text{mit } \varnothing = \text{konstant.}$$

Die einfachste Stromrichterschaltung zur Steuerung der Ständerspannung ist der Drehstromsteller (Bild 4.13 bis 4.15). Mit die-

ser Schaltung können die Spannungszeitflächen durch Verändern der Zündwinkel (Phasenschnitt) vermindert werden. Ein Problem sind die hohen Läuferverluste P_{V2} . Sie sind durch die Gleichung

$$P_{V2} = s \cdot P_L = 2 \cdot \pi \cdot (n_1 - n) \cdot M \quad (6.18)$$

gegeben und stellen die Verlustleistung durch Stromwärme dar. Wie man sieht, ist P_{V2} am größten bei Stillstand ($n = 0$). Dem Einsatz des Drehstromstellers sind daher Grenzen gesetzt. Für Drehzahlregelungen sollte die Nennleistung der Maschine 20 kW nicht überschreiten.

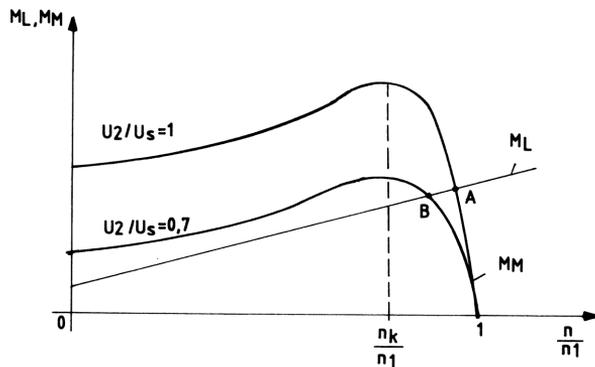


Bild 6.26 Momenten-Kennlinien eines Drehstrom-Asynchronmotors und eine Last-Kennlinie für die Arbeitspunkte A und B

Für sehr große Leistungen und große Anfahrmomente eignet sich besonders der Direktumrichter (Tabelle 6.1). Er besteht aus drei sechspulsigen Stromrichtern in antiparalleler Drehstrombrückenschaltung (Bild 6.27). Jede Phase der Ständerwicklung wird demnach über eine Drehstrombrückenschaltung angesteuert. Die Ständerspannung wird so abschnittsweise aus der Netzspannung nachgebildet und hat eine veränderliche Frequenz f_2 . Der Zusammenhang zwischen Drehzahl und Frequenz ist aus Gleichung (6.16) ersichtlich, so daß

$$n \sim f_2$$

wird (Bild 6.28). Es gilt jedoch für den Stellbereich der Ständerfrequenz $f_2 = [0, f_1 \cdot p/12]$. D.h. bei $f_1 = 50$ Hz und Pulszahl $p = 6$ ist $f_{2\max} = 25$ Hz. Für jede Phase sind 12 Thyristoren und je ein Stromregler erforderlich. Dieser hohe Steuer- und Regelungsaufwand lohnt sich nur bei Maschinen sehr großer Leistung. Vorteilhaft ist jedoch, daß mit Kippmoment angefahren werden kann.

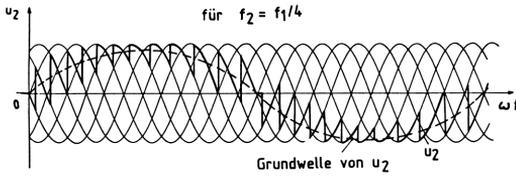
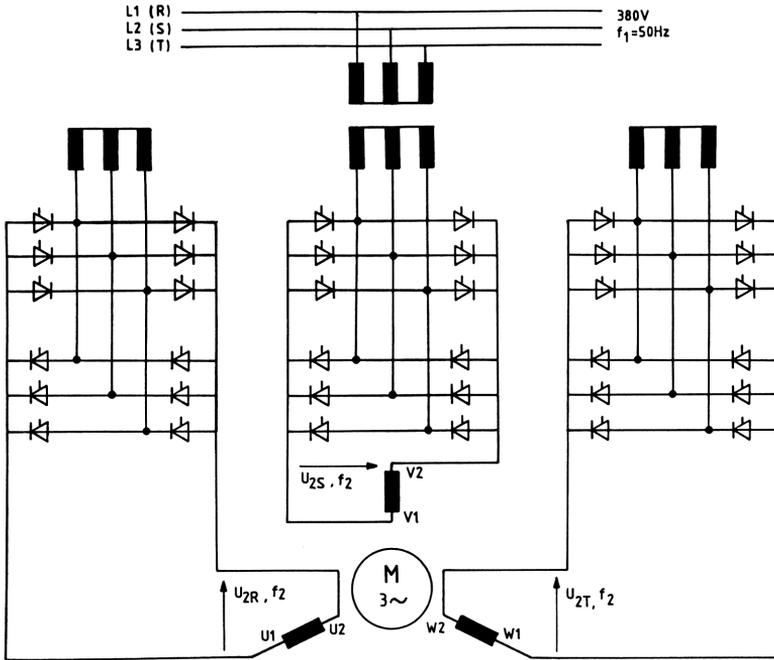


Bild 6.27 Direktumrichter zur Drehzahlregelung eines Asynchronmotors

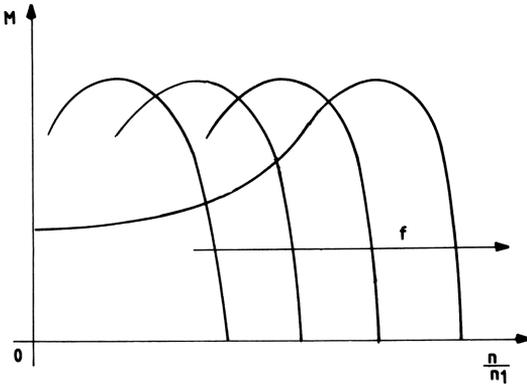


Bild 6.28 Verlauf des Drehmoments bei einem Drehstrom-Asynchronmotor bei veränderlicher Ständerfrequenz

Bei niedrigeren Drehzahlen ($n > 50 \text{ min}^{-1}$) wird der Drehstromantrieb mit Direktumrichter bevorzugt ohne Getriebe mit der Last verbunden. Dies soll am Beispiel einer Rohrmühlenregelung gezeigt werden (Bild 6.29). Sie besteht aus dem Direktumrichter und drei Steuer- und Regeleinrichtungen. Ein Hochlaufgeber liefert den Drehzahl Sollwert für den gemeinsamen n -Regler. Dieser wirkt auf den Si-

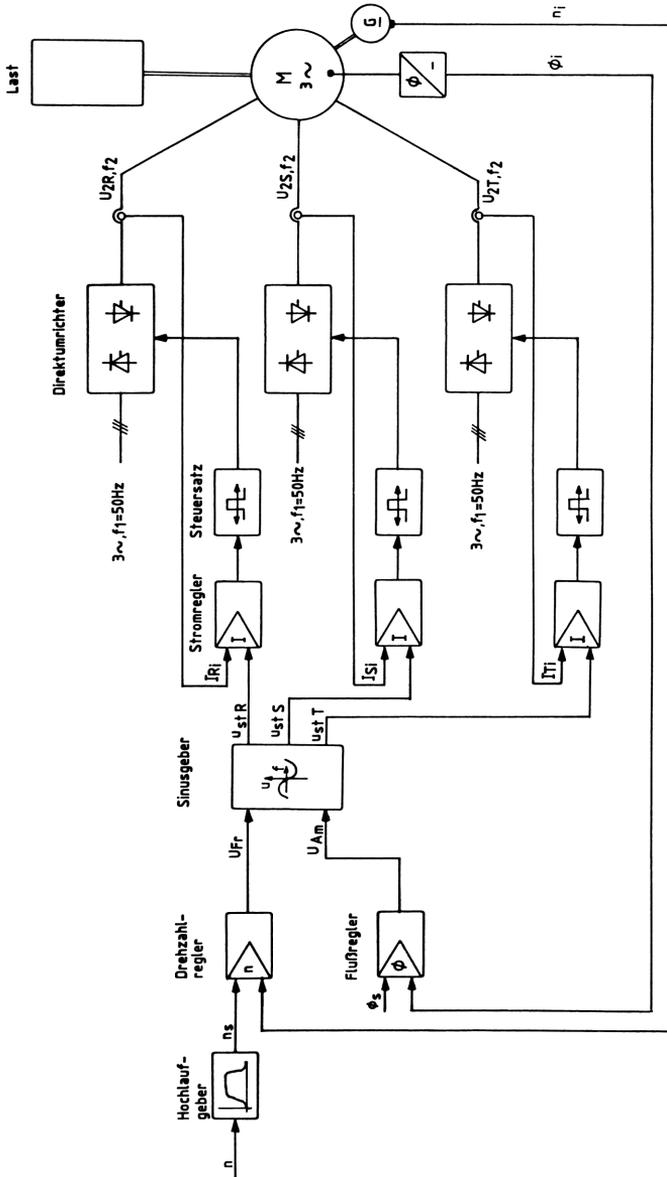


Bild 6.29 Schema zur Regelung einer Rohrmühle mit Direktumrichter und Asynchronmotor

nusgeber, dessen frequenzabhängige Steuerspannungen u_{st} den Stromsollwert bilden. Eine Drehzahldifferenz wird so mit einer Änderung der Umrichterfrequenz f_2 korrigiert. Der Betrag des Luftspaltflusses wird mit Hallsonden gemessen und dem Flußregler zugeführt. Sein Ausgangssignal wirkt ebenfalls auf den Sinusgeber und beeinflusst die Amplituden der Steuerspannungen, so daß insgesamt gilt:

$$u_{st} = f(f, \varnothing) .$$

Die drei Steuerspannungen u_{StR} , u_{StS} und u_{StT} sind um 120° phasenverschoben und erzeugen dann über die Stromregler und Steuersätze das synthetische Drehstromnetz U_{2R} , U_{2S} und U_{2T} mit veränderlicher Frequenz f_2 .

Die Stromregler begrenzen den Umrichterstrom und regeln die Laststromkurve der Maschine.

Der Frequenzgangbetrag des Direktumrichters ist durch die Gleichung

$$\frac{|F_U|}{dB} = 20 \cdot \lg \left| \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_{st}} \cdot \frac{\sin \left(180 \cdot \frac{f_2}{pf_1} \right)}{\frac{\pi f_2}{pf_1}} \right| \quad (6.19)$$

gegeben /65/. Der zugehörige Phasenwinkel ist

$$\varphi_2 = -180 \cdot \frac{f_2}{pf_1} . \quad (6.20)$$

Für den Stellbereich der Frequenz $f_2 = [0; 25]$ Hz und $f_1 = 50$ Hz bei $p = 6$ wird in Gleichung (6.19)

$$\sin \left(180 \frac{f_2}{pf_1} \right) \approx \pi \frac{f_2}{pf_1} ,$$

so daß der Frequenzgangbetrag nur noch p-Verhalten zeigt, also

$$\frac{|F_U|}{dB} \approx 20 \cdot \lg \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_{st}} = 20 \cdot \lg V_{S1} .$$

Der genäherte Frequenzgangbetrag und sein Phasenwinkel nach Gleichung (6.20) entsprechen nun einem Totzeitglied mit der Ersatzzeitkonstanten $T_t = 1/2pf_1 \approx 2$ ms ($\varphi = -\omega T_t = -2\pi f_2/2pf_1$).

Das Blockschaltbild der Regelung ist in Bild 6.30 dargestellt. Es gilt für die Grundwellen von u_{st} und I (ohne Oberschwingungen infolge Phasenanschnitt). Werden die Amplituden der Spannungen U_{2R} , U_{2S} und U_{2T} üblicherweise proportional der Frequenz f_2 verstellt, ist wegen

$$n \sim \frac{U}{\Phi} \sim f$$

der magnetische Fluß quasi konstant. Damit wird $\Phi_s - \Phi; = 0$ und $U_{Am} = 0$. Der Flußregelkreis kann näherungsweise unberücksichtigt bleiben.

Für den Frequenzgang des Stromregelkreises erhält man in diesem Falle

$$\frac{O}{F_{O1}} \approx \frac{V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2} \cdot (1 + pT_{N1})}{pT_{N1} (1 + pT_1) (1 + pT_t)} \quad .$$

Mit $T_{N1} = T_1$ wird

$$\frac{O}{F_{O1}} \approx \frac{V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2}}{pT_1 \cdot (1 + pT_t)} \quad .$$

Geht man von einer Phasenreserve von $\alpha_R = 60^\circ$ aus, folgt für den Gesamtphasenwinkel des Stromregelkreises

$$\varphi_{o(\omega_D)} = -120^\circ \approx -\arctan \omega_D T_1 - 90^\circ \quad .$$

Daraus folgt die Durchtrittsfrequenz

$$\omega_D \approx \frac{\sqrt{3}}{3T_1} \quad .$$

Mit $|F_{O1}| = 1$ bei ω_D erhält man die Reglerverstärkung

$$V_{R1} = \frac{\sqrt{3 + \frac{T_t^2}{T_1^2}}}{3 \cdot V_{S1} \cdot V_{S2}} \quad .$$

Die Verstärkung des Drehzahlreglers läßt sich für $M_L = 0$ und $n_s =$ konstant angeben. Der Frequenzgang des offenen Drehzahlregelkreises ist

$$\frac{O}{F_{O2}} \approx \frac{V_{R2} \cdot V_{Fr} \cdot V_{S3} \cdot (1 + pT_{N2})}{p^2 T_{N2} T_H} \cdot \frac{\frac{O}{F_{O1}}}{1 + \frac{O}{F_{O1}}}$$

und mit $\omega_D T_t \ll 1$

$$F_{O2}^{PO} \approx \frac{V_{R2} \cdot V_{Fr} \cdot V_{S3} (1 + pT_{N2})}{p^2 T_{N2} T_H \cdot (1 + p \frac{T_1}{V_{R1} V_{S1} V_{S2}})}$$

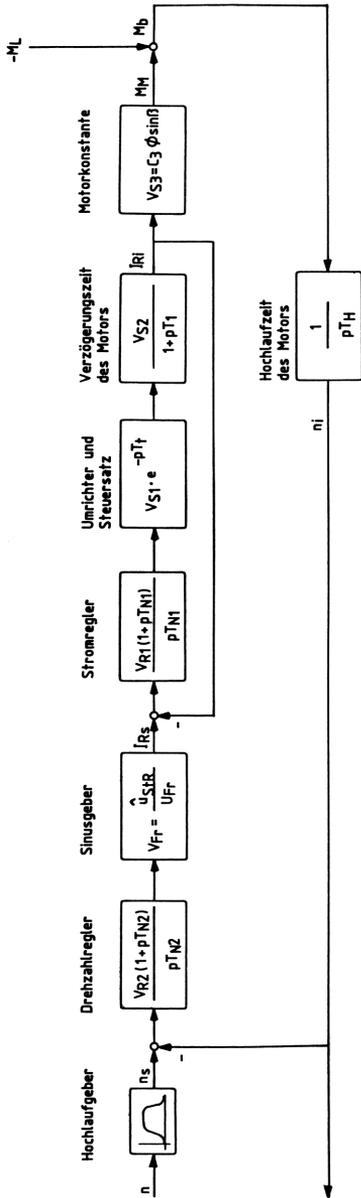


Bild 6.30 Blockschaltbild der Drehzahlregelung einer Rohrmühle mit Direktumrichter und Asynchronmotor

Aus dieser Gleichung läßt sich entsprechend dem Symmetrischen Optimum nach Gleichung (5.38) für $T_{N2} = T_H$ die Drehzahlregler-Verstärkung ermitteln.

$$V_{R2} \approx \frac{T_H}{V_{Fr} \cdot V_{S3} \sqrt{\frac{T_H T_1}{V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2}}}} .$$

Die endgültige Einstellung der Regler unter Berücksichtigung des Lastmomentes, des Hochlaufgebers, der Flußregelung und der Oberschwingungen kann nur mit Rechnersimulation oder empirisch, bei Inbetriebnahme der Anlage, erfolgen. Dazu werden in /92/ wertvolle Hinweise gegeben.

6.1.6 Regelung von Wickelantrieben für Stoffbahnen

In Walzwerken wird mit Mehrmotorenantrieben bandförmiges Gut (Aluminium, Kupfer, Stahl, usw.) warm oder kalt verarbeitet. Das Material liegt zu Rollen (Bunde/Coils) aufgewickelt vor und wird gewalzt (Bandickenreduzierung), dressiert (Beeinflussung der Materialeigenschaften) oder optimiert (entfettet, gebeizt, beschichtet, blankgeglüht, usw.). Es ist in jedem Falle ein Ab- und Aufwickelvorgang erforderlich, der in möglichst kurzer Zeit vor sich gehen soll. Die Betriebsgeschwindigkeit solcher Anlagen ist daher relativ hoch, entsprechend der geforderten Produktivität und wirtschaftlichen Nutzung.

Am Beispiel einer Dressierstraße soll die Funktion eines Wickelantriebs (hier einer Aufhaspel) gezeigt werden (Bild 6.31). Voraussetzungen sind die Gültigkeit der Massenkonstanz

$$dm = \rho dv = \text{konst.}$$

und die Gültigkeit des linearen Bereichs des Hooke'schen Gesetzes während des Walzvorgangs.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon .$$

Die wichtigste Regelgröße eines Walzprozesses ist der bei allen Betriebszuständen konstant zu haltende Bandzug F . Er wird durch die von der Ab- bis zur Aufhaspel antriebsweise zunehmende Geschwindigkeit erzeugt.

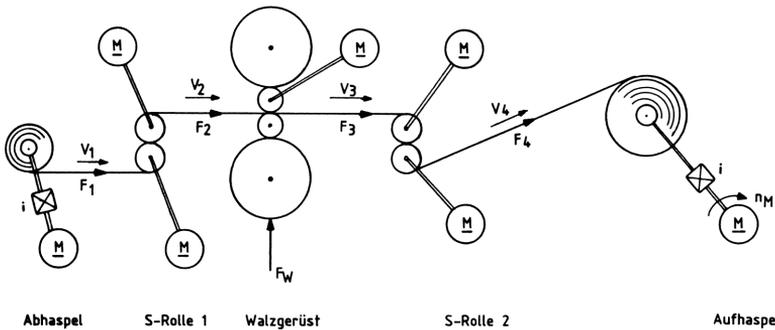


Bild 6.31 Schema eines eingerüstigen Walzwerks mit S-Rollen und Haspeln

Zur indirekten als auch direkten Regelung des Bandzuges sind folgende Anlagengrößen erforderlich:

Bandzugsollwert	F_S
Bandgeschwindigkeit	v_B
Dichte des Bandes	ρ
Bandbreite	b
Bunndurchmesser (veränderlich)	D
Haspeldorndurchmesser	D_{\min}
Trägheitsmomente (bezogen auf die Motorwelle)	J_{ges}
Getriebeübersetzung	i
Getriebewirkungsgrad	η_G
Hochlaufzeit	T_H

In Bild 6.32 ist der Ankerkreis einer indirekten Zugregelung für die Aufhaspel dargestellt /63/. Sie besteht aus dem Geschwindigkeitsregler mit Zug-Einstellung, dem Momentenrechner und dem unterlagerten Stromregelkreis.

Die Höhe des Ankerstromes ist ein Maß für den Bandzug F . Um ihn konstant zu halten, müssen der magnetische Fluß Φ der Maschine und der veränderliche Bunndurchmesser D in die Ankerstromberechnung eingehen. Außerdem ist eine Verluststrom-Kompensation, deren Funktion $I_V = f(n)$ empirisch aufgenommen wird, sowie die Ankerstrombegrenzung vorzusehen.

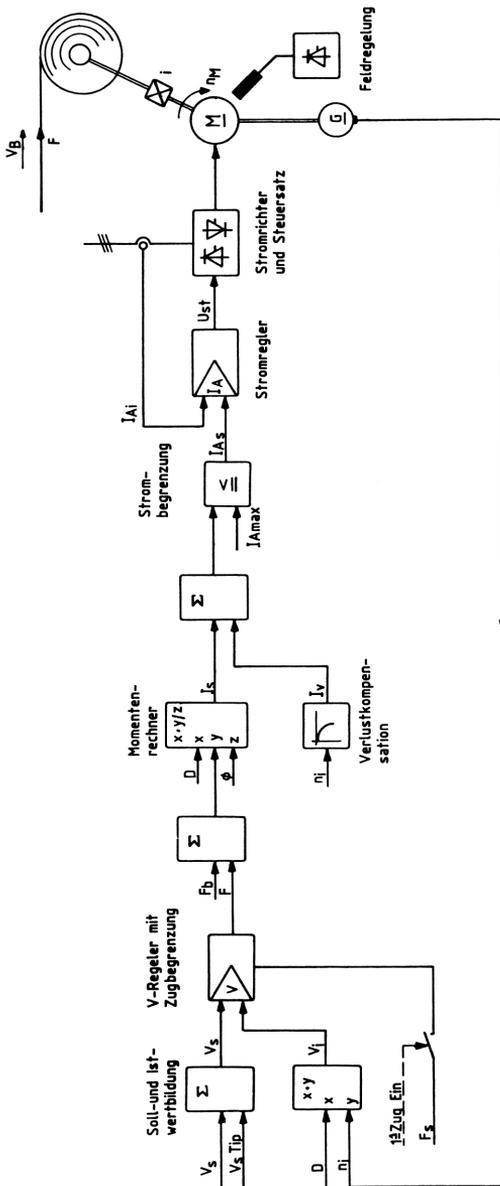


Bild 6.32 Schema einer indirekten Zugregelung für die Aufhaspel

Der Ankerstromsollwert wird nun wie folgt ermittelt:

Mit $\Sigma M = 0$ erhält man das aufzubringende Motormoment M_M als Summe aus Lastmoment M_L und Beschleunigungsmoment M_b .

$$M_M = M_L + M_b \quad .$$

Da alle Momente auf die Motorwelle zu beziehen sind, folgt

$$M_M = M_{LM} + M_{bM} \quad ,$$

mit $i = n_M/n_L$ ergibt sich

$$M_M = \frac{M_L}{i \cdot \eta_G} + M_{bM} \quad .$$

Für die weiteren Betrachtungen ist die Definition der einzelnen Trägheitsmomente und Kräfte notwendig (Bild 6.33).

Es ist

$$M_L = F \cdot D/2$$

und

$$M_{bM} = 2\pi J_{ges.} \cdot \frac{dn_M}{dt} = \frac{2 \cdot i \cdot v_{max} \cdot J_{ges}}{D \cdot T_H}$$

mit $v_{max} = D\pi n_L$.

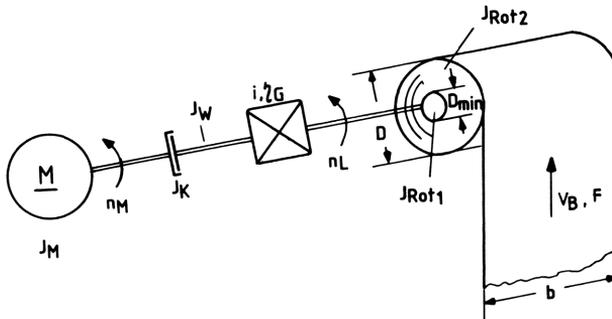


Bild 6.33 Mechanikbild zur Definition der Trägheitsmomente und Kräfte an einem Wickelantrieb

Die Momentengleichung lautet nun

$$M_M = \underbrace{\frac{1}{2 \cdot i \cdot \eta_G}}_{= C_a} D \cdot F + \frac{2 \cdot i \cdot v_{max} \cdot J_{ges}}{D \cdot T_H} \quad . \quad (6.21)$$

Das gesamte auf die Motorwelle bezogene Trägheitsmoment errechnet sich zu:

$$J_{ges} = J_M + J_K + J_W + J_G + \frac{J_{Rot1} + J_{Rot2}}{i^2 \cdot \eta_G} \quad .$$

Das Trägheitsmoment eines rotationssymmetrischen Zylinders J_{Rot1} ist

$$J_{Rot1} = \frac{10^3 \cdot D_{min}^4 \cdot b \cdot \pi \cdot \rho}{32} \text{ kgm}^2 \quad ,$$

das eines rotationssymmetrischen Hohlzylinders ist

$$J_{\text{Rot2}} = \frac{10^3 \cdot b \cdot \pi \cdot \rho \cdot (D^4 - D_{\text{min}}^4)}{32} \text{ kgm}^2 .$$

Es wird nun mit $\rho = [\text{g/cm}^3]$

$$J_{\text{ges.}} = \frac{J_M + J_K + J_W + J_G}{\surd = C_b} + \frac{10^3 \cdot b \cdot \pi \cdot \rho}{32 \cdot i^2 \cdot \eta_G} D^4 . \quad (6.22)$$

$\surd = C_d$

Das Motormoment ergibt sich dann zu:

$$M_M = C_a \cdot F + \frac{2 \cdot i \cdot v_{\text{max}}}{D \cdot T_H} \cdot (C_b + C_d \cdot D^4) . \quad (6.23)$$

Aus der elektrischen Gleichung für das Motormoment

$$M_M = C_2 \cdot \emptyset \cdot I_A$$

erhält man mit Gleichung (6.23) den Ankerstromsollwert

$$I_A = \frac{D}{\emptyset} \cdot \left[\frac{C_a}{C_2} \cdot F + \frac{2 \cdot i \cdot v_{\text{max}}}{C_2 \cdot T_H \cdot D^2} \cdot (C_b + C_d \cdot D^4) \right] .$$

Mit $C_K = C_a/C_2$ und $C_L = 2 \cdot i \cdot v_{\text{max}}/(C_2 T_H)$ folgt

$$I_A = \frac{D}{\emptyset} \cdot \left[C_K \cdot F + \frac{C_L \cdot (C_b + C_d \cdot D^4)}{D^2} \right] .$$

In der eckigen Klammer müssen Kräfte stehen, daher läßt sich der Ankerstrom schließlich schreiben als:

$$I_A = \frac{D}{\emptyset} \cdot (C_K \cdot F + C_m \cdot F_b) . \quad (6.24)$$

Darin ist F_b die zur Beschleunigung der Massen erforderliche Kraft, welche nur vom variablen Bunddurchmesser und dv/dt abhängt. Die Realisierung der Gleichung (6.24) ist als sogenannter Momentenrechner in Bild 6.32 enthalten.

Die Funktionsweise der Haspelregelung mit indirekter Zugregelung ist im Folgenden beschrieben.

Beim Einfädeln des Bandes (ohne Betriebszug) wird ein kleiner "Tipp-Sollwert" v_{sTip} auf alle Geschwindigkeitsregler gegeben; die Antriebe drehen mit Einfädelschwindigkeit.

Erreicht der Bandanfang die Aufhaspel und hat den Haspeldorn kraftschlüssig umschlungen, wird der Betriebszug F eingeschaltet. D.h. der v -Regler wird an die Stellgrenze gesteuert und mit dem vorgegebenen Bandzug auf den entsprechenden Sollwert begrenzt. Der Ausgang des Geschwindigkeitsreglers entspricht dann dem Betriebszug.

Summiert mit dem Beschleunigungszug F_b ergibt sich nach dem Momentenrechner der Ankerstromsollwert nach Gleichung (6.24).

Geht man von einem Bunddurchmesser Verhältnis von $D_{\max}/D_{\min} = 5/1$ und einem Geschwindigkeitsverhältnis von $v_{\max}/v_{\min} = 35 \frac{\text{m}}{\text{s}} / 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ aus, erhält man einen Drehzahlstellbereich der Maschine von $n_{\max}/n_{\min} \approx 440/1$. Dieser ist nur unter Einsatz der Feldschwächung zu beherrschen. Daher wird, wie aus Gleichung (6.24) zu ersehen, eine Bunddurchmesserzunahme mit einer Flußzunahme kompensiert. Es ist also $D/\varnothing = \text{konstant}$ (für den Bereich der Betriebsgeschwindigkeit). Zur Veranschaulichung des Wickelvorgangs sind die wichtigsten Anlagegrößen und ihr zeitlicher Verlauf, ohne Einschwingvorgänge, in Bild 6.34 dargestellt. Im Bereich A wird das Band mit niedriger Geschwindigkeit eingefädelt und im Bereich B auf Betriebsgeschwindigkeit hochgefahren. Wie man sieht, erfolgt die Vorgabe der Bandgeschwindigkeit entlang einer Fahrkurve ohne Sprungstellen. Das vom Motor aufzubringende Moment ist dann die Summe aus dem konstanten Lastmoment ($M_{LM} = C_a \cdot F$) und dem Beschleunigungsmoment M_{bM} .

Geht man davon aus, daß die Hochlaufzeit ca. 15s und die Bremszeit ca. 10s beträgt, ist in dieser Zeit (bei dünnem Material) kaum eine Bunddurchmesseränderung zu verzeichnen. Daher ist das Beschleunigungsmoment in den Bereichen A, B und D $M_{bM} \sim dv/dt$.

Während des eigentlichen Nachwalz- bzw. Dressiervorgangs (Bereich C), der in der Regel einige Minuten dauert, nimmt der Bunddurchmesser proportional zum magnetischen Fluß \varnothing zu. Da die Beschleunigung in diesem Bereich Null ist, besteht das Motormoment nur aus dem Lastmoment M_{LM} . Es ist bei konstantem Bandzug F proportional dem Bunddurchmesser ($M_M = M_{LM} \sim D$).

Der Ankerstromverlauf des Haspelantriebs ist dann gleich dem Momentenverlauf unter Berücksichtigung des Quotienten D/\varnothing nach Gleichung (6.24).

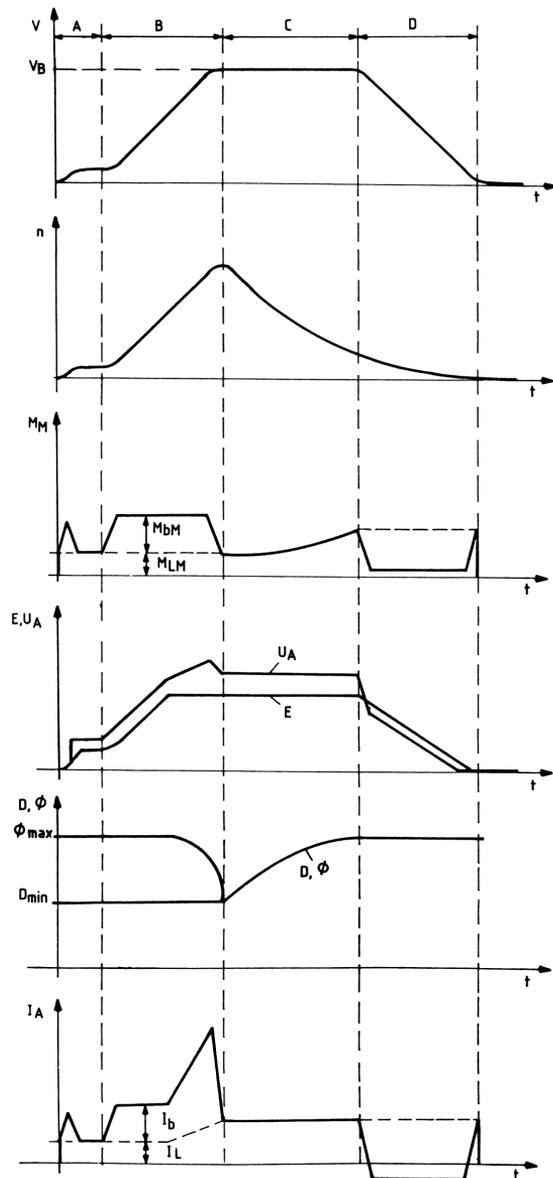


Bild 6.34 Zeitlicher Verlauf der wichtigsten Systemgrößen der Haspel beim Walzen (ohne Einschwingvorgänge)

Für eine erste Dimensionierung der Reglerparameter sollte man vom Anfahr- bzw. Bremsvorgang ausgehen, bei denen die größten Anforderungen an die Dynamik des Antriebs gestellt werden.

Als Näherung können folgende Voraussetzungen getroffen werden:

$$D = \text{konstant}$$

$$\emptyset = \text{konstant}$$

$$F = \text{konstant}, \quad F_W = \text{konstant}, \quad F_b = \text{konstant}.$$

Damit ergibt sich das in Bild 6.35 dargestellte Blockschaltbild der Haspelregelung mit indirekter Zugregelung. Es unterscheidet sich von der in Abschnitt 5.6.3 bereits nach dem Symmetrischen Optimum dimensionierten Regelung nur durch die Verstärkungen V_K und V_{S5} .

Der Stromregelkreis ist mit dem in Bild 5.41 dargestellten identisch, so daß für die Reglerparameter nach Gleichung (5.55) folgt:

$$T_{N1} = T_A \quad \text{und} \quad V_{R1} \approx \frac{T_A}{V_{S1} \cdot V_{S2} \sqrt{T_A \cdot T_t}} \quad (6.25)$$

Der vereinfachte Drehzahlregelkreis nach Gleichung (5.59) ist nur mit den Verstärkungen V_K und V_{S5} zu multiplizieren und man erhält:

$$T_{N2} = m^2 T_K \quad \text{und} \quad V_{R2} \approx \frac{T_H}{V_K \cdot V_{S4} \cdot V_{S5} \cdot m \sqrt{T_K \cdot T_K'}} \quad (6.26)$$

$$\text{mit } m = \frac{1 + \sin \alpha_R}{\cos \alpha_R} = 2 + \sqrt{3} \quad \text{bei } \alpha_R = 60^\circ,$$

$$T_K = T_A + T_t$$

$$\text{und} \quad T_K' = \frac{T_A}{V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S2}} + T_t \quad .$$

Die endgültige Festlegung der Reglerparameter kann nur durch Simulation auf dem Rechner oder empirisch, bei Inbetriebnahme der Haspelregelung, erfolgen. Ähnlich wie in Abschnitt 6.1.4 gezeigt, liegt nämlich durch die Bandkopplung von Haspel und S-Rolle ein Feder-Masse-System höherer Ordnung mit zahlreichen Störgrößen vor. Außerdem ist das nichtlineare Verhalten der Verlustkompensation und die Strombegrenzung zu berücksichtigen. Zum Thema Simulation ist in /23/ ein Überblick gegeben.

Mit den gegebenen Anlagedaten ist dann auch die Auslegung des Motors möglich. Geht man von der kleinsten Bremszeit T_B und dem größten Bunddurchmesser D_{\max} bei der höchsten Bandgeschwindigkeit

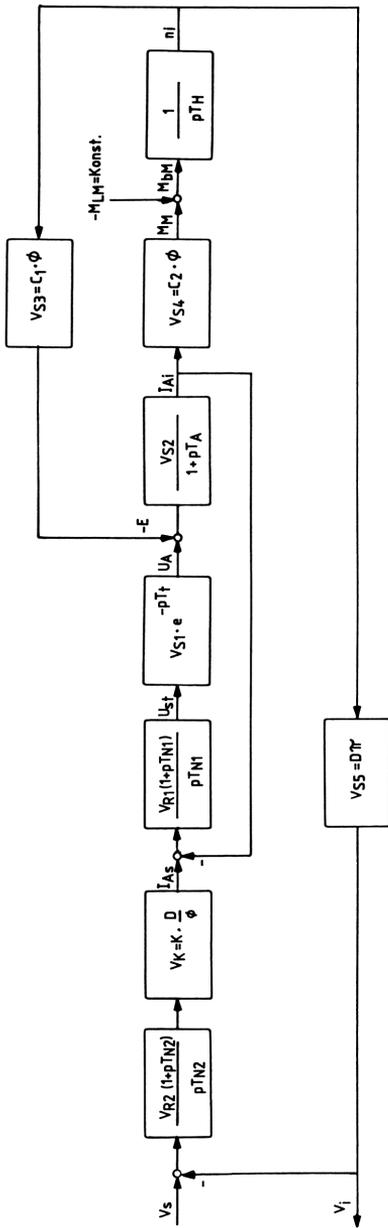


Bild 6.35 Blockschaltbild der Haspelregelung

v_{\max} aus, erhält man das vom Motor aufzubringende Maximalmoment, seine Leistung und Drehzahl. Es sei

$$\begin{array}{ll}
 T_B = 5 \text{ s} & J_m = 200 \text{ kgm}^2 \\
 F = 4.000 \text{ N} & J_K = 8 \text{ kgm}^2 \\
 D_{\min} = 0,5 \text{ m} & J_W = 16 \text{ kgm}^2 \\
 D_{\max} = 2,5 \text{ m} & J_G = 21 \text{ kgm}^2 \\
 b = 1,4 \text{ m} & \\
 \rho = 7,68 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 & \\
 i = 1,85 & \emptyset = 0,5 \text{ Vs} \\
 \eta_G = 0,83 & C_2 = 100 \\
 v_{\max} = 30 \text{ m/s} = 108 \text{ km/h} &
 \end{array}$$

Mit Gleichung (6.21) und (6.22) erhält man das maximale Motormoment

$$\begin{aligned}
 M_M &= \frac{4.000 \cdot 2,5}{2 \cdot 1,85 \cdot 0,83} \text{ Nm} + \frac{2 \cdot 1,85 \cdot 30 \cdot 14,76 \cdot 10^3}{2,5 \cdot 5} \text{ Nm} \\
 M_M &= 3.256 \text{ Nm} + 131.072 \text{ Nm} = 134.328 \text{ Nm} .
 \end{aligned}$$

Der Hauptanteil des Moments ist demnach zum Bremsen/Beschleunigen der Massen erforderlich und im wesentlichen vom Bunddurchmesser abhängig. Ähnliche Ergebnisse sind in /68/ aufgezeigt.

Für die Motorleistung ergibt sich mit

$$\begin{aligned}
 n_M &= \frac{v_{\max} \cdot i}{\pi \cdot D_{\max}} \\
 P_M &= 2\pi \cdot n_M \cdot M_M = \frac{2 \cdot i \cdot v_{\max} \cdot M_M}{D_{\max}} = 5,964 \text{ MW} .
 \end{aligned}$$

Während des Nachwalzens im Bereich C gilt für konstante Bandgeschwindigkeit, daß die Bunddurchmesserzunahme der Drehzahlabnahme proportional ist (Bild 6.34). Die größte Drehzahl ohne Feldschwächung (Leerlaufdrehzahl) wird daher bei D_{\min} zu fahren sein.

Bei dieser Drehzahl ist in unserem Fall $v_B \approx 21 \text{ m/s}$. Somit beträgt die Leerlaufdrehzahl des Motors

$$n_O = \frac{v_B \cdot i}{\pi \cdot D_{\min}} = \frac{21 \cdot 1,85}{\pi \cdot 0,5} \text{ s}^{-1} = 1.484 \text{ min}^{-1} .$$

Eine bessere statische Genauigkeit des konstant zu haltenden Bandzuges wird mit der direkten Zugregelung der Haspel erreicht /64/.

Dabei erfaßt man den Bandzug mit einer Druckmeßdose, die an einer Umlenkrolle angebracht ist. Damit kann ein größerer Bandzugstellbereich realisiert werden ($F_{\max}/F_{\min} > 10$). Es ist jedoch darauf zu achten, daß der Umschlingungswinkel der Meßrolle groß und ihre Masse klein ist. Nur dann ist eine verzögerungsfreie Zugmessung ohne Bandrutschen möglich. Das Ausgangssignal des Bandzugreglers wirkt nun entweder als Korrekturgröße auf den Stromregler (Bild 6.36) oder man überlagert den Zugregelkreis dem Geschwindigkeitsregelkreis (Bild 6.37).

Die Kaskadenregelung mit überlagertem Zugregelkreis ergibt das in Bild 6.38 dargestellte Blockschaltbild. Der Übergang von der Bandgeschwindigkeit zur Zugkraft ist durch folgenden Zusammenhang beschrieben.

Der Bandzugwert errechnet sich aus der Banddehnung ϵ und dem Bandquerschnitt A mit dem Elastizitätsmodul E .

$$F_i = A \cdot E \cdot \epsilon \quad (6.27)$$

mit $\epsilon = \Delta l / l$.

Die Längung Δl des Bandes entspricht der Differenz aus von der S-Rolle gelieferter Bandlänge l_R und aufgewickelter Bandlänge l_H , also

$$\Delta l = l_H - l_R.$$

Die aufgewickelte Bandlänge l_H steht nun mit der Bandgeschwindigkeit v_B in Beziehung, so daß

$$v_B = \frac{dl_H}{dt} \quad \text{oder} \quad \overset{\circ}{v}_B = p \overset{\circ}{l}_H.$$

Es ergibt sich demnach ein I-Glied mit der Zeitkonstanten $T_w = 1 \text{ m}/v_B$ und ein Proportionalglied mit der Verstärkung

$$V_{S6} = \frac{A \cdot E}{l}.$$

Der Strom- und Geschwindigkeitsregler läßt sich mit den Gleichungen (6.25) und (6.26) näherungsweise dimensionieren. Für den Zugregler ist wegen der zwei I-Strecken PD-Verhalten zu wählen. Der vereinfachte Zugregelkreis ist in Bild 6.39 dargestellt und führt auf den Frequenzgang

$$F_{O3}^o \approx \frac{V_{R3} \cdot V_{S6} \cdot (1 + pT_V)}{pT_w} \cdot F_V^o$$

F_V erhält man aus Gleichung (5.59) für $pm^2_{TK} \approx 1 + pm^2_{TK}$.

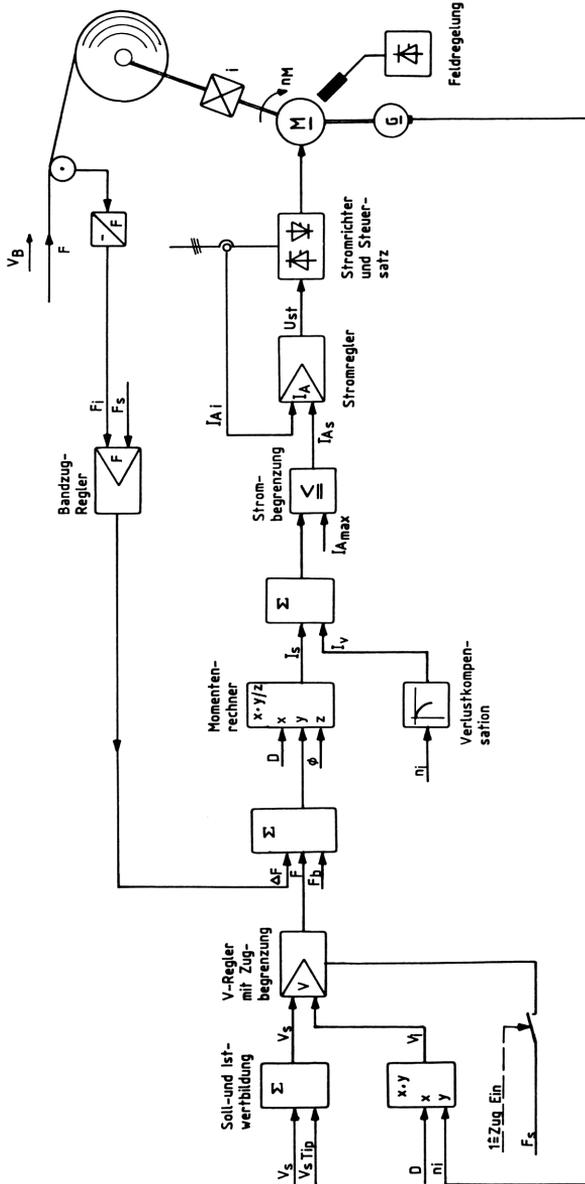


Bild 6.36 Schema einer direkten Zugregelung für die Aufhaspel mit Bandzugkorrektur ΔF

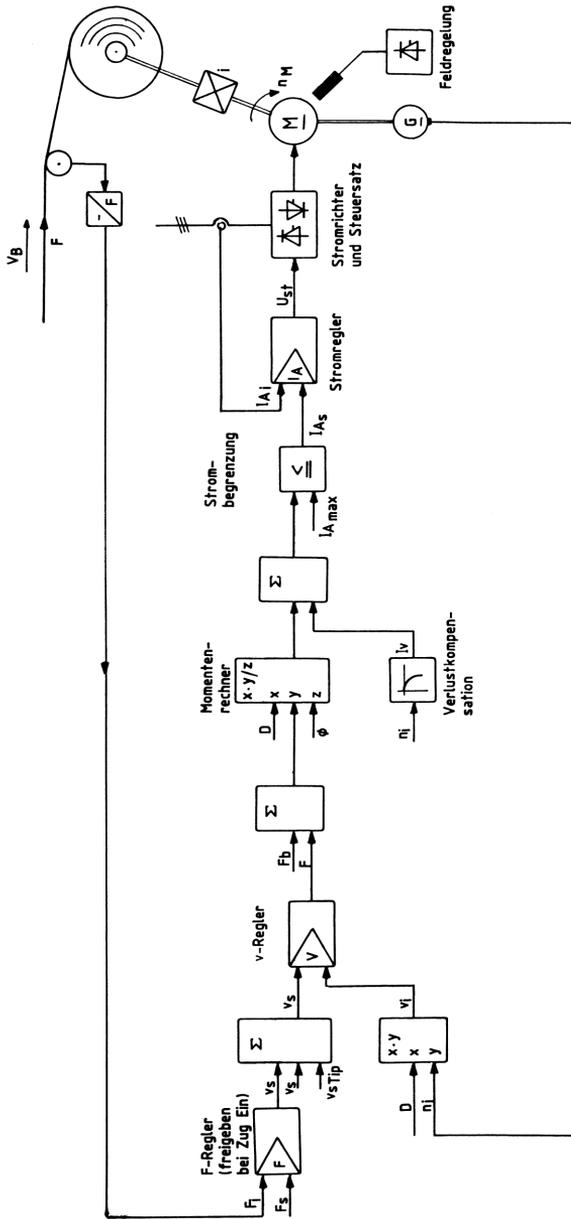


Bild 6.37 Schema einer direkten Zugregelung für die Aufhaspel mit überlagertem Zugregelkreis

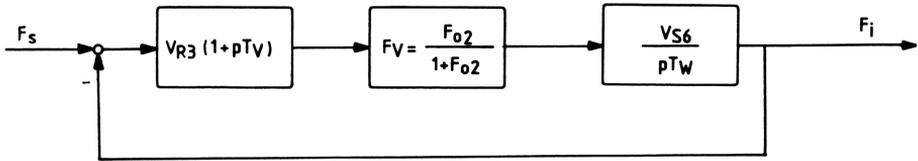


Bild 6.39 Vereinfachtes Blockschaltbild der Haspelregelung aus Bild 6.38

Damit wird nach kurzer Rechnung

$$\overset{\circ}{F}_{O3} \approx \frac{V_{R3} \cdot V_{S6} \cdot (1 + pT_V)}{pT_W \cdot \left(1 + p \frac{T_H}{V_{R2} \cdot V_{S4}}\right) (1 + pT_K')} \quad (6.28)$$

wählt man

$$T_V = T_K' ,$$

bleibt der Frequenzgang einer PT_1 -I-Strecke übrig, also

$$\overset{\circ}{F}_{O3} \approx \frac{V_{R3} \cdot V_{S6}}{pT_W \cdot \left(1 + p \frac{T_H}{V_{R2} \cdot V_{S4}}\right)} .$$

Für $\alpha_R = 60^\circ$ läßt sich nun der Phasenwinkel angeben zu:

$$\varphi_{O3}(\omega_D) = -120^\circ \approx -\arctan\left(\omega_D \frac{T_H}{V_{R2} \cdot V_{S4}}\right) - 90^\circ .$$

So erhält man für die Durchtrittsfrequenz

$$\omega_D \approx \frac{\sqrt{3} V_{R2} V_{S4}}{3 \cdot T_H} .$$

Aus dem Frequenzgangbetrag bei der Durchtrittsfrequenz errechnet sich schließlich die Reglerverstärkung V_{R3} .

Mit

$$|F_{O3}| \stackrel{!}{=} 1 \approx \frac{V_{R3} \cdot V_{S6}}{\omega_D T_W \sqrt{1 + \frac{\omega_D^2 T_H^2}{V_{R2}^2 \cdot V_{S4}^2}}}$$

folgt durch Einsetzen von ω_D

$$V_{R3} \approx \frac{2 \cdot V_{R2} \cdot V_{S4} \cdot T_W}{3 \cdot V_{S6} \cdot T_H} . \quad (6.29)$$

6.1.7 Banddickenregelung

Banddickenregelungen werden immer da eingesetzt, wo es auf eine hohe Maßgenauigkeit der Walzprodukte ankommt (Folien, Feinbleche usw.). Unter den Qualitätsforderungen nimmt die Banddicke einen großen Stellenwert ein. Sie soll entlang des gesamten Bandquerschnittes möglichst konstant sein. Einen Überblick über die verschiedenen Regelverfahren wird in /66/ gegeben. Bisher ist es allerdings nicht möglich, die Banddicke direkt im Walzspalt zu erfassen.

Für die Messung gibt es mehrere Möglichkeiten (Bild 6.40).

1. Messung des Arbeitswalzenabstandes an den Walzenzapfen mit Hilfe der Hydraulikzylinderposition
2. Berührungslose Messung der Banddicke hinter und/oder vor dem Walzspalt (Tabelle 4.10)
3. Errechnen der Banddicke aus der Anstellposition der Arbeitswalzen und der Walzkraft.

Störgrößen der Dickenregelung sind das Feder-Masse-System des Walzgerüsts, die Walzenbiegung, die Exzentrizität der Walzen, die Geschwindigkeit des Bandes vor, im und hinter dem Walzspalt sowie die veränderlichen Winkel α_0 und α_s der Haft- und Gleitzone (zwischen Walzgut und Walze).

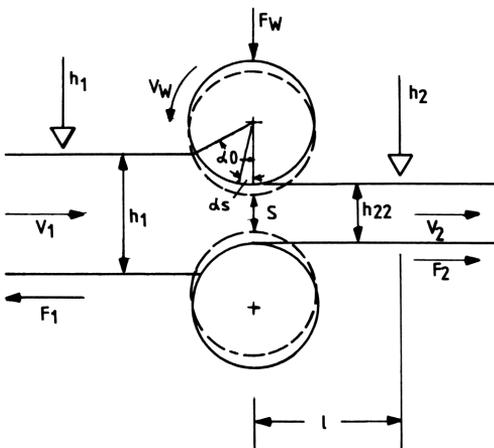


Bild 6.40 Mechanische Darstellung des Reduzierwalzvorgangs und seiner wichtigsten Systemgrößen

Als Stellgrößen, wie schon aus dem Bild 6.40 zu ersehen, können zur Beeinflussung der Dickenregelung die Walzkraft F_w und der Abstand der Walzen S herangezogen werden. Den Abstandswert S erfaßt man an den Walzenzapfen.

Er ist jedoch nicht identisch mit dem realen Walzenabstand, da sich infolge der Walzkraft eine Abplattung und Längsbiegung der Walzen ergibt. Bei weichem Walzgut sind der Walzenabstand S und die Walzkraft F_w Stellgrößen der Regelung. Hartes und dünnes Walzgut läßt sich mit S und F_w kaum beeinflussen. Man greift dann zum Bandzug als zusätzliche Stellgröße, der eine plastische Dehnung und damit eine Dickenabnahme des Bandes hervorruft. Oder man benutzt eine dickenabhängige Härtebewertung.

Zur Ausregelung schneller Dickenänderungen, bedingt durch Schweißnähte o.ä., benutzt man die Dickenabweichung $\Delta h = h_s - h_i$. Sie wirkt auf den Walzspalt erhöhend oder vermindern. Da der Banddickenwert erst in einigem Abstand vom Walzspalt gemessen wird, ist der Einfluß von Δh mit der Laufzeit T_t des Bandes, vom Walzspalt bis zur Meßstelle zu bewerten. Der gesamte Regelkreis ist daher mit einer Totzeit behaftet, die die Regeldynamik begrenzt.

Eine weitere Hilfsgröße ist die Schräglage S_D . Mit ihr kann ein Verlaufen des Bandes quer zur Walzrichtung korrigiert werden. Man verfährt dabei so, daß an der Regelung für die linke Walzenseite der Wert S_D von S subtrahiert und an der rechten Walzenseite addiert wird.

Der umgekehrte Fall ist ebenfalls möglich, je nach Bandverlauf. So ergibt sich ein Schwenken um die Walzenmitte (Bild 6.41).

Das Prinzip einer Positions- bzw. Walzgutdickenregelung ist in Bild 6.42 dargestellt. Als Stellglied sind hier zwei hydraulische Zylinder, für jede Walzenseite eingesetzt. Sie werden angesteuert von zwei Servoventilen (SVL, SVR), die über Impedanzwandler mit den zugehörigen Reglern verbunden sind.

Durch die Trennung in zwei unabhängige Regelkreise (Walzspaltregler, Walzkraftregler) läßt sich das gesamte System veränderlichen Betriebsbedingungen anpassen.

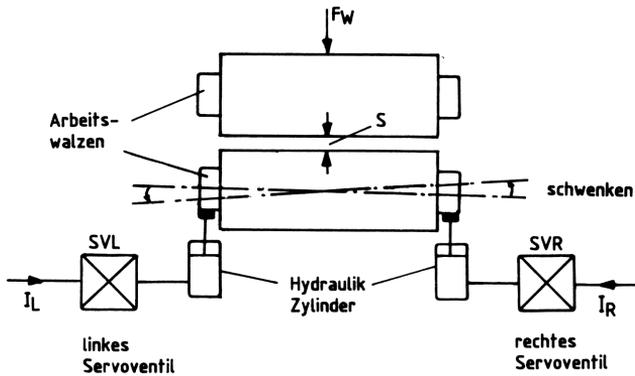


Bild 6.41 Wirkung der Servoventile und Hydraulik-Zylinder auf die Anstellung der Arbeitswalzen

Im allgemeinen reicht das Konstanthalten des Walzenabstandes S mit den schnell reagierenden Walzspaltreglern bereits aus, um materialbedingte Auffederungen auszugleichen.

Trotzdem ist es angebracht, die walzkraftbedingten Gerüstschwan- kungen mit der Störgrößen-Aufschaltung F_W/c_G zu kompensieren. Zur hochgenauen Regelung der Enddicke h_2 ist dem Walzspaltregel- kreis ein Banddickenregelkreis überlagert. Es werden unter Be- rücksichtigung der Laufzeit T_t Korrekturbefehle an den Walzspalt- zähler gegeben. Ebenso gibt die Härtebewegung, abhängig von der Dickenabweichung Δh_2 und der Geschwindigkeit v_2 , Korrekturbefehle an den Walzspaltzähler.

In der Betriebsart Walzkraftregelung wird auf die Summenwalzkraft $F_W = F_{WiL} + F_{WiR}$ geregelt. Die Walzkraftistwerte werden über eine Druckmessung erfaßt. Oft führt man bei Walzkraftregelung gleich- zeitig die Walzspaltistwerte nach ($S_s = S_i$), so daß ein stoßfrei- es Umschalten in Walzspaltregelung möglich ist.

Für die Betriebsart Walzspaltregelung sollen nun die Reglerparame- ter bestimmt werden. Es genügt, die Berechnung auf ein Servoventil zu beziehen, da die gesamte Regelung symmetrisch aufgebaut ist. Das Blockschaltbild entspricht einer Kaskadenregelung mit geschwin- digkeitsabhängiger Adaption der Härtebewertung, des Walzspaltsoll- wertzählers und der Laufzeit $T_t = 1/v_2$ (Bild 6.43). Alle Geschwin- digkeitseinflüsse sind demnach multiplikative Störgrößen, während die Walzgerüst-Auffederung eine Störgrößenaufschaltung darstellt.

Die Exzentrizität der Walzen, welche infolge der Rotation ein sinusförmiges Schwingen der Auslaufbanddicke h_2 zur Folge hat, blieb der Einfachheit halber unberücksichtigt. Der Walzspaltsollwertzähler hat I-Verhalten.

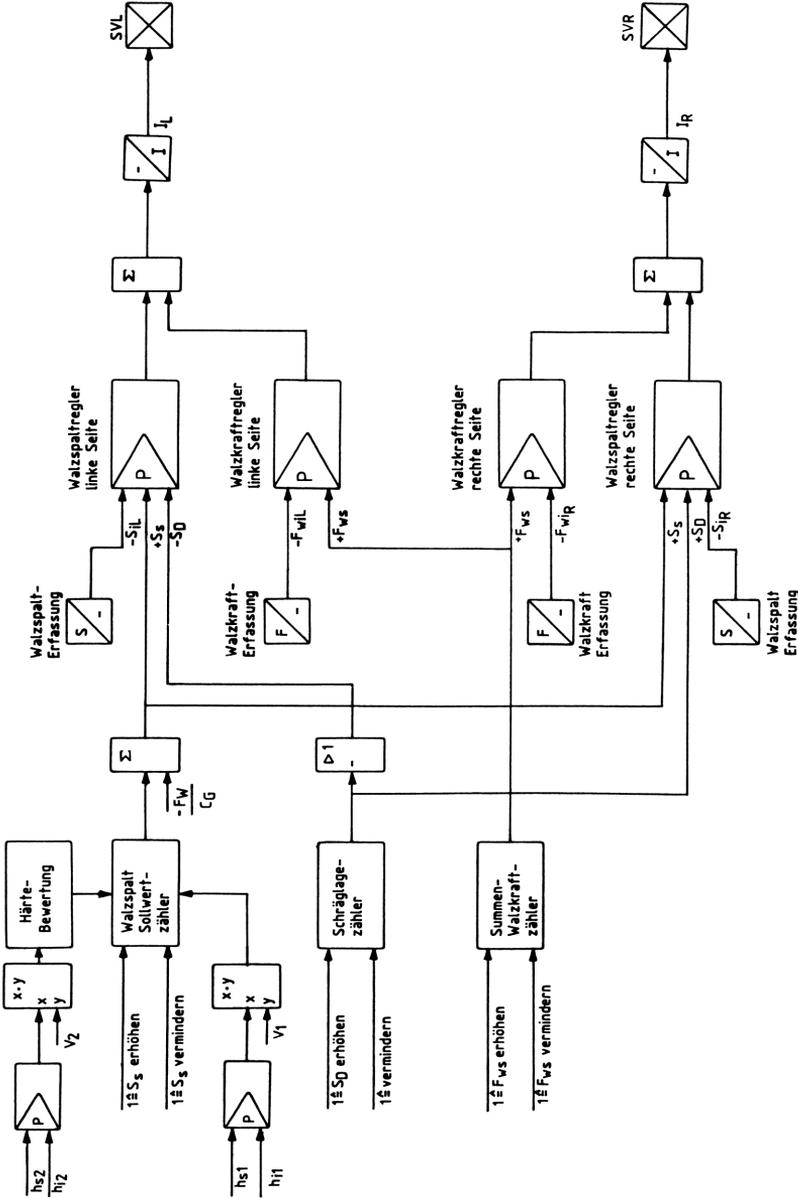


Bild 6.42 Regelschema der Positions- bzw. Banddickenregelung eines Walzvorgangs

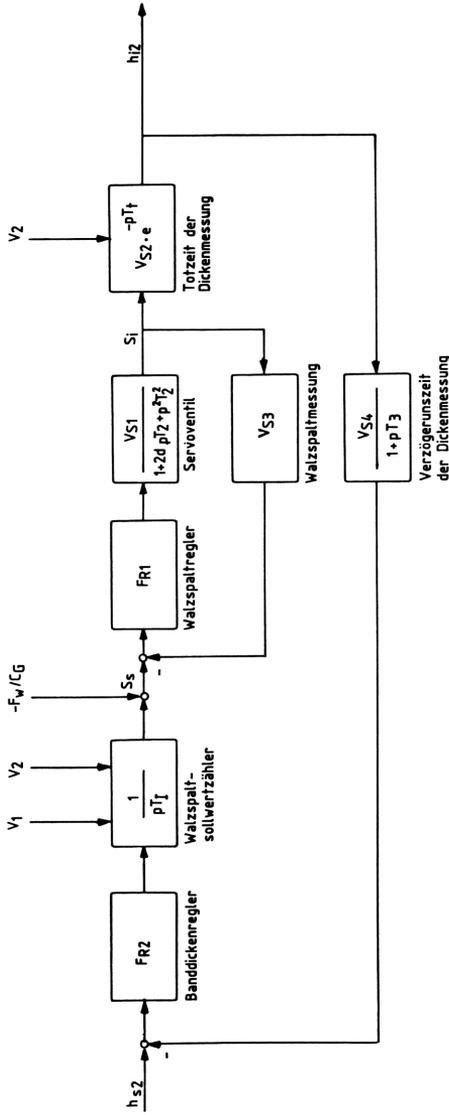


Bild 6.43 Vereinfachtes Blockschaltbild der Banddicken- bzw. Positionsregelung der Walzen mit Störgrößenaufschaltung $-F_w/c_g$ und multiplikativen Störgrößen

$$S_1^{FO} = \frac{1}{pT_I}$$

mit $T_I = 0,1 \text{ s.}$

Das Servoventil hat etwa PT_2 -Verhalten (Tabelle 4.7 bzw. Abschnitt 3.8), also

$$\overset{\circ}{F}_{S2} = \frac{V_{S1}}{1 + 2dpT_2 + p^2T_2^2}$$

mit $V_{S1} = 1$, $T_2 = 10 \text{ ms}$, $d = 0,6$, $\omega_0 = 1/T_2$.

Der Einfluß einer Walzspaltänderung macht sich erst nach der Laufzeit $T_t = l/v_2$ am Banddickenmeßgerät bemerkbar. Die Folge ist ein Totzeitglied.

$$\overset{\circ}{F}_{S3} = V_{S2} \cdot e^{-pT_t}$$

mit $V_{S2} = 1$.

Bei relativ geringer Stichabnahme $(h_1 - h_2)/h_1$ sei $v_1 \approx v_w \approx v_2 \approx 20 \text{ m/s} = \text{konstant}$. Der Abstand zwischen Walzspalt und Dickenmeßgerät betrage $l = 1 \text{ m}$. Damit wird $T_t \approx 50 \text{ ms}$. Das Totzeitglied kann hier also nicht durch PT_1 -Verhalten ersetzt werden. Der Meßumformer für den Walzspalt arbeitet verzögerungsfrei und der für die Banddicke hat etwa PT_1 -Verhalten, so daß

$$\overset{\circ}{F}_{S4} = V_{S3} \quad \text{und} \quad \overset{\circ}{F}_{S5} = \frac{V_{S4}}{1 + pT_3}$$

mit $V_{S3} = V_{S4} = 1$, $T_3 = 15 \text{ ms}$.

Der Frequenzgang des offenen Walzspaltregelkreises errechnet sich bei Verwendung eines P-Reglers zu:

$$\overset{\circ}{F}_{O1} = \frac{V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S3}}{1 + 2dpT_2 + p^2T_2^2} \cdot$$

Für eine Verstärkung von $V_{R1} = 50$ ergibt sich eine Durchtrittsfrequenz von $\omega_{D1} \approx 5 \text{ kHz}$ bei relativ kleiner Phasenreserve. Setzt man die Verstärkung auf $V_{R1} = 10$ herab, sinkt die Durchtrittsfrequenz auf $\omega_{D1} \approx 1 \text{ kHz}$ und die Phasenreserve steigt an. Ist man bestrebt, die große Reglerverstärkung beizubehalten, empfiehlt sich der Einsatz eines PD-Reglers mit $T_{V1} = T_2$. Dann liegt ω_{D1} weit außerhalb der Betriebsfrequenz des Walzspaltregelkreises. Bei großen Werten der Verstärkung ist nun aber eine Begrenzung der Stellgröße am Reglerausgang auf 10 V notwendig (siehe Gleichung (5.62) Abschnitt 5.6.3).

Bei konstanten Geschwindigkeiten $v_1 \approx v_2 \approx 20$ m/s und ohne Störgrößenaufschaltung ($-F_w/c_G$) lautet der Frequenzgang des offenen Banddickenregelkreises:

$$\overset{\circ}{F}_{O2} = \frac{V_{S2} \cdot V_{S4} \cdot F_{R2} \cdot F_H \cdot e^{-pT_t}}{pT_I \cdot (1 + pT_3)} .$$

Mit
$$\overset{\circ}{F}_H = \frac{\overset{\circ}{F}_{O1}}{1 + \overset{\circ}{F}_{O1}} = \frac{V_{R1} \cdot V_{S1}}{1 + V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S3} + 2dpT_2 + p^2T_2^2}$$

folgt für $V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S3} \gg 1$ und $T_R = T_2 / (V_{R1} \cdot V_{S1} \cdot V_{S3})$

$$\overset{\circ}{F}_{O2} \approx \frac{V_{S2} \cdot V_{S4} \cdot F_{R2} \cdot e^{-pT_t}}{V_{S3} \cdot pT_I \cdot (1 + pT_3) \cdot (1 + 2dpT_R + p^2T_R^2)} .$$

Durch die Verwendung eines PD-Reglers mit $T_{V2} = T_3$ erhält man schließlich

$$\overset{\circ}{F}_{O2} \approx \frac{V_{R2} \cdot V_{S2} \cdot V_{S4} \cdot e^{-pT_t}}{V_{S3} \cdot pT_I \cdot (1 + 2dpT_R + p^2T_R^2)} .$$

Für diesen Frequenzgang läßt sich bei $\alpha_R = 30^\circ$ folgende Durchtrittsfrequenz ermitteln.

Es gilt

$$\varphi_{O(\omega_{D2})} = -150^\circ \approx -90^\circ - \frac{\omega_{D2} \cdot T_t \cdot 180}{\pi} - \arctan \frac{2d\omega_{D2} \cdot T_R}{1 - \omega_{D2}^2 T_R^2} .$$

Man errechnet $\omega_{D2} \approx 21$ Hz. Bei der Durchtrittsfrequenz ist der Frequenzgangbetrag $|F_{O2}| = 1$, so daß die Gleichung für die Banddickenregler-Verstärkung lautet:

$$V_{R2} \approx \frac{V_{S3} \cdot \omega_{D2} \cdot T_I \cdot \sqrt{(1 - \omega_{D2}^2 T_R^2)^2 + 4d^2 \omega_{D2}^2 T_R^2}}{V_{S2} \cdot V_{S4}} .$$

Für die gegebenen Werte wird $V_{R2} \approx 2,1$.

Mit Banddickenregelungen und unterlagertem Walzspaltregelkreis lassen sich Dickenabweichungen von ca. 10 μ m ausregeln; speziell bei dem auf diesem Prinzip basierenden SGC-Verfahren, welches von den Firmen Achenbach und BBC entwickelt wurde.

6.1.8 Regelung einer Streckrichteinheit

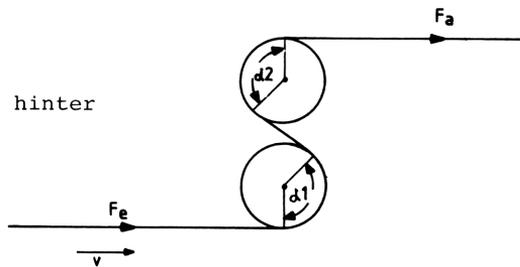
Bänder und Bleche werden oftmals in Mehrrollen-Richtmaschinen plangerichtet. Dabei wird das Material mehrfach gewalzt und durch eine unterschiedliche Anstellung der Richtrollen die Biegung beseitigt. Der für die Richtrolle gemeinsame Antrieb ist drehzahl-geregelt. Nachteilig ist, daß das Bedienungspersonal den Richtvorgang ständig den Materialeigenschaften und der Beschaffenheit des Bandes anpassen muß. Bessere Ergebnisse werden erzielt, wenn das durchlaufende Band zusätzlich mit Hilfe des Bandzuges gestreckt wird.

Derartige Streckrichteinheiten bestehen aus mehreren S-Rollen, mit denen über den Umschlingungswinkel α und die Reibung der Bandzug auf- und abgebaut werden kann.

Der Zusammenhang zwischen dem Bandzug vor und hinter einer S-Rolle ist (Bild 6.44).

$$F_a = F_e \cdot e^{\mu(\alpha_1 + \alpha_2)} \quad (6.30)$$

Bild 6.44 Bandzug vor und hinter einer S-Rolle



Dabei ist der Reibungsbeiwert μ von der Oberflächenbeschaffenheit der S-Rolle und des Bandes abhängig. Mit zunehmender Geschwindigkeit nimmt er infolge des auftretenden Aeroplanings rapide ab. Bei trockenen geschliffenen Stahlrollen dürfte der Reibungsbeiwert zwischen 0,15 und 0,2 liegen.

Durch die Zugdifferenz als Folge der Drehzahldifferenz zwischen den S-Rollen ergibt sich eine Längung des Bandes, die geregelt wird. Da die Längung in den meisten Fällen 3% nicht überschreitet, ist die Meßwerterfassung entsprechend genau auszulegen.

Das Regelprinzip basiert auf der digitalen Erfassung der ein- und auslaufenden Bandlängen je Meßzyklus. Daraus wird die Längung

6.46). Zählt der auslaufseitige Zähler die ankommenden Impulse vorwärts und der einlaufseitige Zähler rückwärts von einem Festwert aus, erhält man die Längung, wenn bei $Z_e = 0$ der auslaufseitige Zähler gestoppt wird. Dann ist $Z_a = l_i$ und wird in einem nachgestalteten Speicher festgehalten. Ein Subtrahierer bildet die Regeldifferenz $x_d = l_s - l_i$ und führt sie einem digitalen I-Regler zu. Die entstehende Stellgröße y wird D/A-gewandelt und greift als Hilfsregelgröße auf den Drehzahlregler der Auslauf-S-Rolle bandzugbeeinflussend (und damit längungsbeeinflussend) ein.

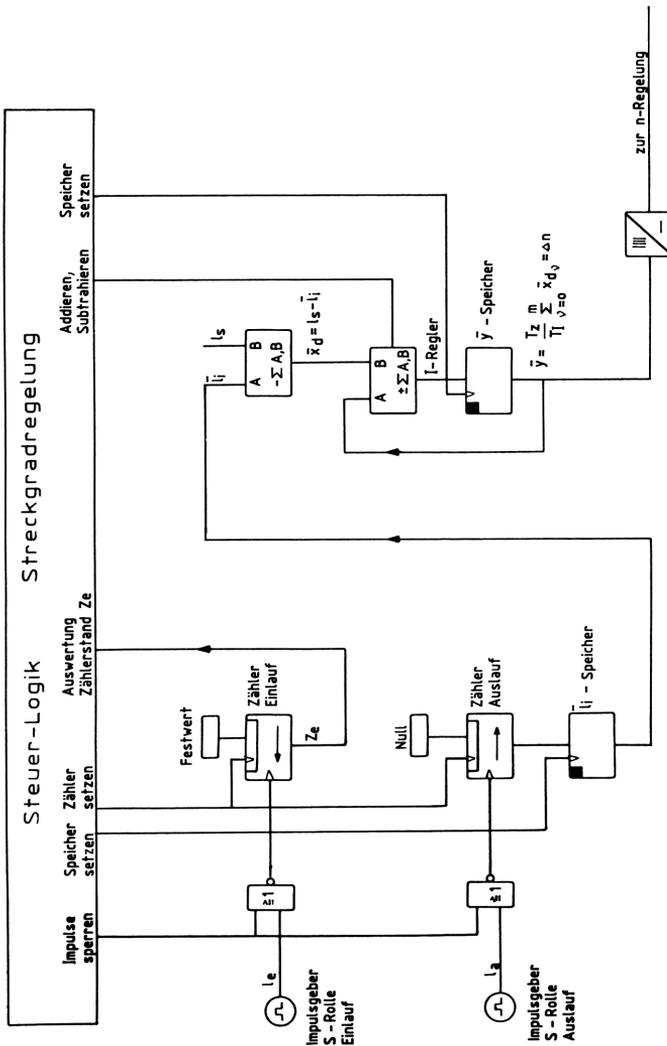


Bild 6.46 Blockschaltbild der digitalen Streckgradmessung und -Regelung

Es handelt sich demnach um eine digital-analog arbeitende Abtastregelung mit variabler Abtastzeit T_z .

Diese ist von der Bandgeschwindigkeit v , dem S-Rollendurchmesser und der Anzahl der Impulse/Umdrehung sowie der Rechenzeit T_R der Digitalschaltung abhängig. Es ist dann

$$T_z = \frac{D \cdot \pi}{v \cdot J} + T_R \quad (6.33)$$

Mit $D = 300$ mm, $v = 300$ m/min = 4 m/s, $J = 2.500$ Imp./Umdr. und $T_R = 10$ μ s erhält man eine Abtastzeit von $T_z \approx 85$ μ s.

Das Blockschaltbild der gesamten Regelung ist in Bild 6.47 dargestellt. Es zeigt die Drehzahlregelung mit unterlagertem Stromregelkreis für die auslaufseitige S-Rolle. Auf diese Kaskadenregelung greift die Längungs- oder Streckgradregelung als Hilfsregelgröße am n-Regler ein. Es besteht auch die Möglichkeit, daß die Längungsregelung der Drehzahlregelung den Sollwert vorgibt. Dann handelt es sich um eine Kaskadenregelung aus Längungs-, Drehzahl- und Stromregelkreis. Nachteilig wirkt sich jedoch aus, daß die Stellgröße des Längungsreglers nicht nur den zugezeugenden Drehzahlzusatz Δn enthält, sondern auch den Drehzahlwert zum Erreichen der Betriebsbandgeschwindigkeit; demnach wäre $\bar{y} = n_s + \Delta n = [0 \dots +10V]$.

Es empfiehlt sich daher die Regelung mit Hilfsregelgröße ($\bar{y} = \Delta n$), da so der volle Signalpegel von $0 \dots +10$ V zur Beeinflussung der Längung allein zur Verfügung steht.

Geht man zunächst von der Längung Null und $n_s = n_i$ aus, macht sich die Vorgabe eines Längungssollwertes wie folgt bemerkbar.

Infolge $l_s > l_i$ beginnt der Längungsregler zu integrieren und erzeugt die Stellgröße $\bar{y} = \Delta n$. Damit steigen der Drehzahlwert n_i und $v_i = v_a$. Bei unveränderter Einlaufgeschwindigkeit v_e nimmt daraufhin die Längung l_i zu, bis $l_i = l_s$ erreicht wird. Dann ist $x_d = l_s - l_i = 0$ und der Längungsregler integriert nicht weiter, so daß die Stellgröße \bar{y} genau den zum Erreichen der vorgegebenen Längung l_s erforderlichen Drehzahlzusatz Δn beibehält.

Die Dimensionierung des Drehzahl- und Stromregelkreises erfolgt so, wie in Abschnitt 5.6.3 bereits gezeigt. Da die Hilfsregel-

größe Δn durch Abtastung entsteht und ihr Wert von der Geschwindigkeits- bzw. Längungsdifferenz $v_a - v_e$ abhängt, läßt sich ihr Einfluß auf die Drehzahlregelung nur mit grober Näherung angeben. Es empfiehlt sich daher eine Rechnersimulation oder die empirische Untersuchung bei Inbetriebnahme der Streckgradregelung.

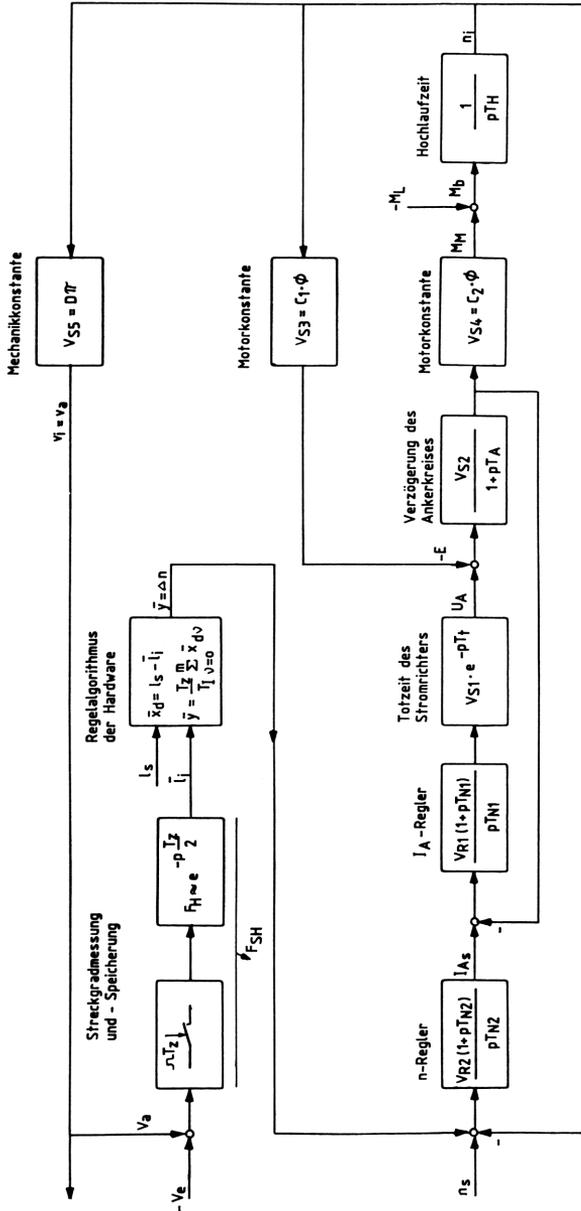


Bild 6.47 Blockschalbild der Streckrichteinheit mit der Hilfregelgröße Δn

6.2 Zeitdiskrete Regelungen

6.2.1 Regelung von Roboterantrieben mit Rechner

Industrieroboter sind freiprogrammierbare Manipulatoren mit mehreren Freiheitsgraden. Ihre Entwicklung wurde ausgelöst durch das Aufkommen der Mikrorechner in Verbindung mit hochdynamischen Antrieben (z.B. Scheibenläufermotoren).

Die von der Industrie geforderte Automatisierung von teilweise stupiden Handhabungsvorgängen in Verbindung mit Markt- und Arbeitsplatzanalysen führte zu der heute üblichen Bauweise von Industrierobotern.

Mögliche Einsatzgebiete sind:

Montieren	Schleifen	Objekterkennung
Schrauben	Drehen	Sortieren
Löten	Fräsen	Justieren
Schweißen	Bohren	Testen
Pressen	Stanzen	

Die Steuerung wird meist mit einem problemorientierten Programm erreicht, das auf den üblichen Speichermedien (Magnetband, Plattenspeicher, Halbleiterspeicher) untergebracht ist.

Während bei einer Werkzeugmaschine mit NC- oder CNC-Steuerung nur digitale Schalt- und Weginformationen für die Haupt- und Nebenantriebe programmiert werden, benötigt ein Industrieroboter zusätzlich Kommunikationsinformationen bezüglich Lage und Form des zu handhabenden Objektes.

Je nach der Art der Programmierung steigt die Anzahl der Programmschritte und damit der Speicherbedarf stark an. Bei der Hand-Programmierung sind mehr als 100 Schritte nicht wirtschaftlich.

Die sogenannte Teach-in-Programmierung (Vorführprogrammierung), bei der mit vermindelter Geschwindigkeit der Greifarm entlang der gewünschten Bahn bewegt wird und die Sensor- bzw. Wegistwerte in Sollwerte umgesetzt werden, kommt mit 10^4 Schritten aus.

Programmierungen mit Programmiersprachen, speziell für die Montage von Einzelteilen, erfordern mehr als 10^6 Schritte, da sich hier das Auflösungsvermögen und die Sensorgenauigkeit direkt auf die Speicherkapazität auswirken.

Die Regelung von Industrierobotern erfolgt in zunehmendem Maße mit elektrischen Antrieben (Schrittmotoren, Scheibenläufermotoren) in Verbindung mit digitalen Sensorsystemen und/oder Winkelcodierern zur Lage-, Form- und Wegerfassung sowie Getrieben.

Der Scheibenläufermotor ist wegen seines eisenlosen Läufers mit Flachkollektor besonders gut geeignet für schnellen Anlauf und ein ruckfreies Arbeiten in allen Drehzahlbereichen. Bei Netzspannungen von 10V ... 50V erhält man Motorleistungen von 5W ... 500W bei Drehzahlen bis 1.500/min..

Für die geforderten hohen Momente und Übersetzungsverhältnisse kommen als Getriebe hier nur die sogenannten Harmonic-Drive-Getriebe zum Einsatz. Sie sind mit Übersetzungsverhältnissen von 60 ... 400 realisierbar und besitzen infolge des formschlüssigen Aufbaus in Verbindung mit einem Zahnriemen praktisch keine Getriebelose (Ansprechwelle).

Der prinzipielle Aufbau einer solchen Regelung für eine Drehachse ist in Bild 6.48 dargestellt. Es ist üblich, die Stellantriebe in Polarkoordinaten fahren zu lassen, also r, φ, z und die Eingaben in kartesischen Koordinaten vorzunehmen, also x, y, z .

Normalerweise verfügen heutige Industrieroboter über sechs oder mehr Freiheitsgrade, realisiert durch die Translationsfreiheitsgrade $r_1 \dots r_n$ und die Rotationsfreiheitsgrade $\varphi_1 \dots \varphi_n$. Aufgabe der Regelung ist dabei das simultane Verfahren aller für die jeweilige Bewegung notwendigen Achsen zum Erreichen eines vorgegebenen Punktes (oder einer Bahn). Ein Punkt muß mit großer Geschwindigkeit und Wiederholgenauigkeit angefahren werden können.

Die Sollwerte sind als Punktfolge gespeichert und werden nacheinander abgerufen, mit dem Istwert verglichen und als Stellgröße der Drehzahl- und Stromregelung zugeführt. Schwierigkeiten machen die zahlreichen Nichtlinearitäten sowie die Kopplung der Freiheitsgrade-Regelungen untereinander. Nichtlinearitäten sind hier

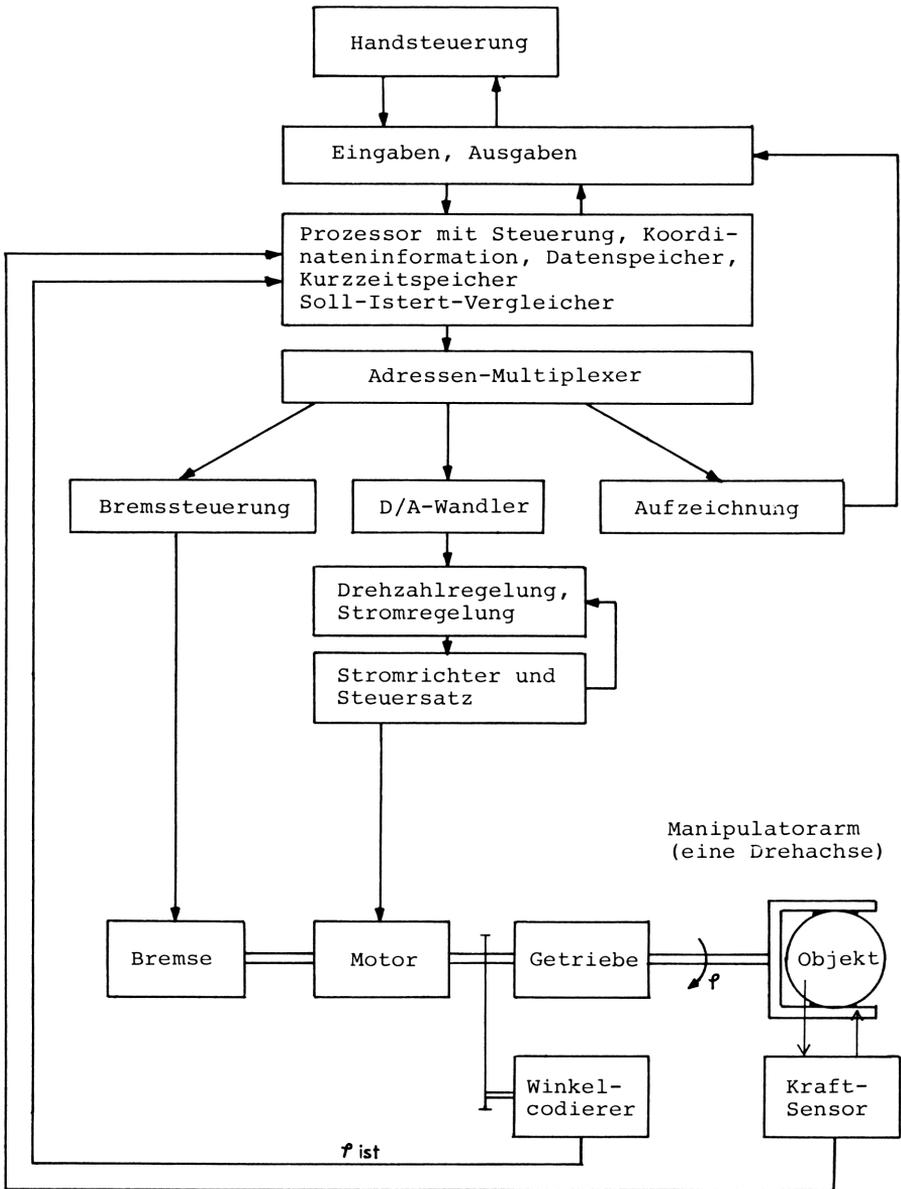


Bild 6.48 Schema der Regelung eines Industrieroboters für einen Freiheitsgrad

die ersatzweise als Totzeit anzunehmenden Abtast- und Zykluszeit des Rechners, die Totzeit der Stromrichter, die Ansprechschwelle der Getriebe (Lose) und die der Robotermechanik.

In Bild 6.49 ist das Prinzip der Bahnregelung eines Industrieroboters für zwei Freiheitsgrade dargestellt /71/. Es zeigt sich, daß r und φ über die Zentrifugal-Beschleunigung b_z und die Coriolis-Beschleunigung b_{COR} miteinander gekoppelt sind. Diese Kopplungen machen sich besonders bei hohen Bewegungsgeschwindigkeiten bemerkbar. In /5/ sind b_z und b_{COR} auf den Seiten 18, 56 und 57 angegeben als:

$$b_z = r \cdot \omega^2 \quad \text{und} \quad b_{\text{COR}} = 2\dot{r}\omega$$

mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = d\varphi/dt$.

Die Regelstrategie muß daher ein alle Achsen umfassendes Gesamtkonzept darstellen, bei dem eine nichtlineare Systementkopplung gute Ergebnisse bringt /69/ /70/.

Von zentraler Bedeutung ist der Rechner. Mit ihm wird der Informationsfluß gesteuert, die Koordinatentransformation errechnet, der Regelalgorithmus für alle Freiheitsgrade-Regelungen gebildet und die Zustandsgrößen (Weg, Winkel usw.) überwacht.

In Bild 6.50 ist die Bahnregelung eines Roboters unter Berücksichtigung der genannten Aspekte für zwei Freiheitsgrade, aufgeteilt in Soft- und Hardwarekomponente dargestellt. Die beiden Stellantriebe für r und φ erhalten ihre Sollwerte vom Stromregelkreis, dem ein Geschwindigkeits- und ein Wegregler überlagert sind /72/.

Es ist klar, daß die Dimensionierung der einzelnen Regelkreise sicher nicht mit den in diesem Buch behandelten Methoden zufriedenstellend gelöst werden kann. Nur wenn der Einfluß der Zentrifugal- und Coriolis-Beschleunigung als reine Störgröße aufgefaßt wird, läßt sich eine Dimensionierung ähnlich wie in Abschnitt 5.6.3 und 5.6.4 angeben. Dies ist jedoch nicht sinnvoll, da sich infolge der stark geschwindigkeitsabhängigen Systemkopplungen ein zu großes Überschwingen beim Anfahren eines Punktes ergibt (evtl. Beschädigung des Werkstücks). Für eine exakte mathematische Behandlung der Roboter-Regelung sei daher auf die Literaturstellen /73/, /74/, /75/ und /76/ hingewiesen.

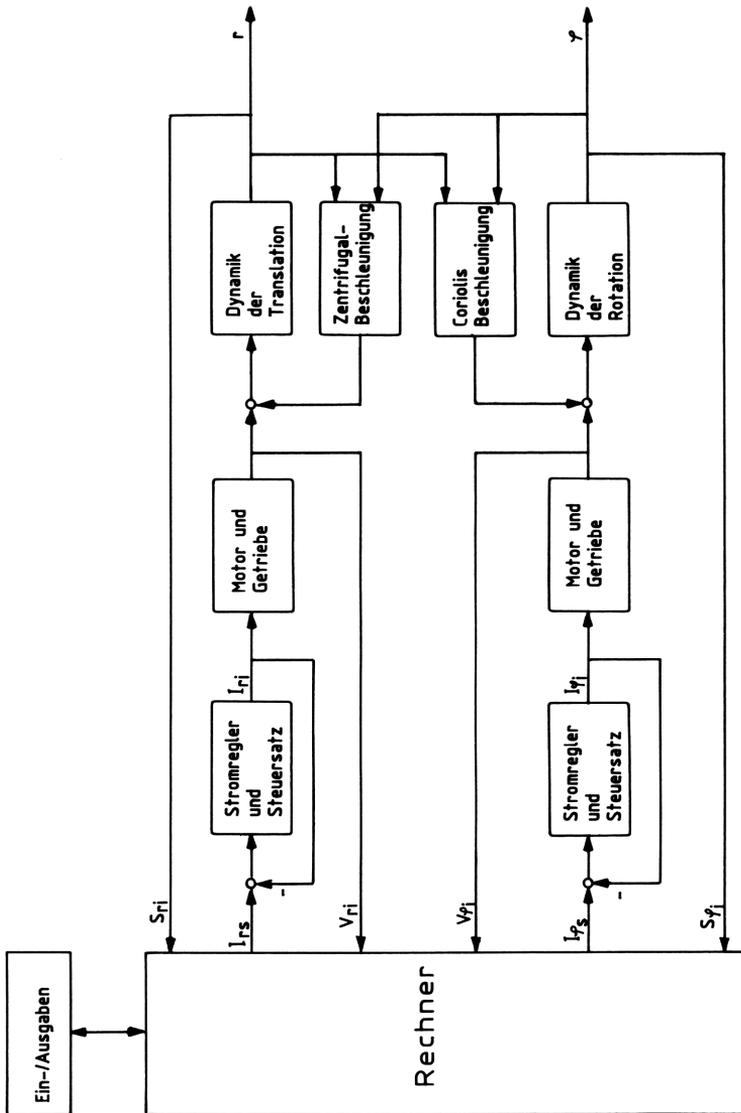


Bild 6.49 Blockschalbild der Regelung eines Industrieroboters mit Rechner für die Freiheitsgrade r und φ

Einen guten Überblick über die Bauweise, Programmierung und Anwendung von Industrierobotern gibt Raab /77/ in seinem "Handbuch Industrieroboter".

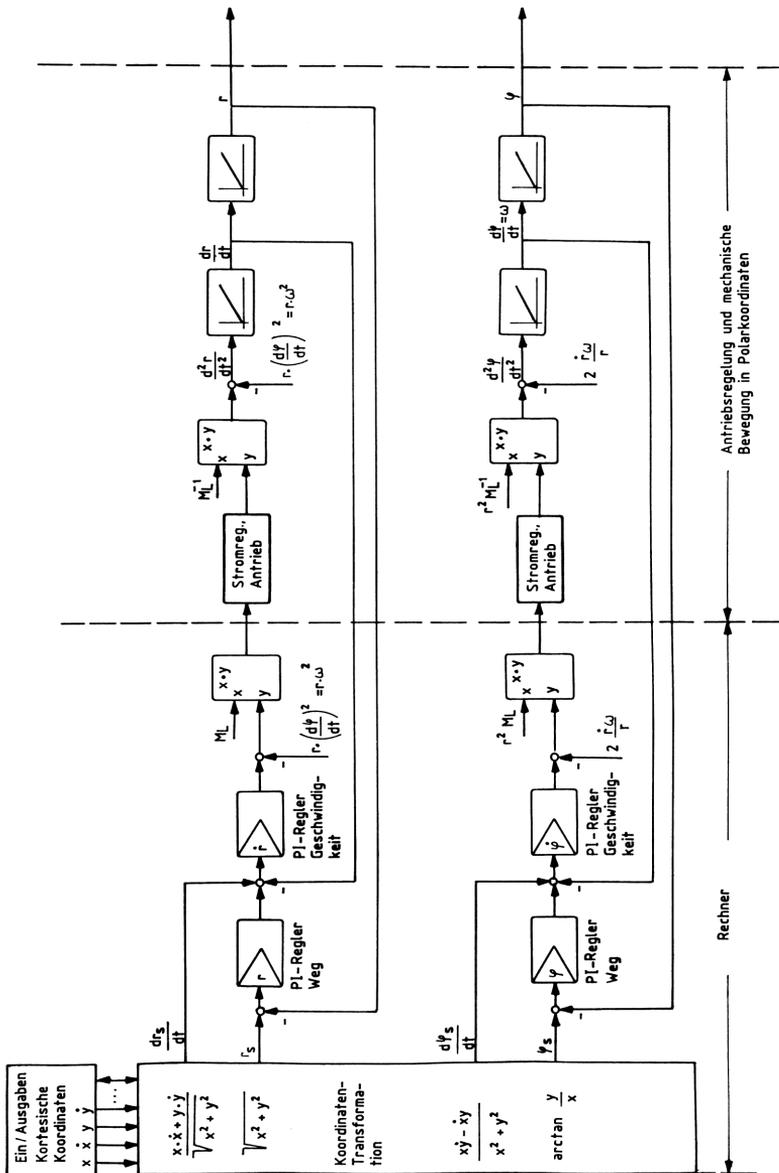


Bild 6.50 Detailliertes Blockschaltbild einer Roboterregelung für zwei Freiheitsgrade in Polarkoordinaten

6.2.2 Regelung von Asynchronmotoren mit Mikrorechner

Asynchronmotoren sind wegen ihrer kollektorlosen Bauweise robuster als vergleichbare Gleichstrommotoren. Man ist daher bestrebt, beim Asynchronantrieb die gleichen guten Regeleigenschaften zu errei-

chen, wie sie der Gleichstromantrieb hat. Dem stehen jedoch die verschiedenen nichtlinearen Kopplungen der Systemgrößen entgegen. Hinzu kommt die Tatsache, daß eine Regelung, anstelle zweier Gleichspannungen für Anker und Feld, beim Asynchronantrieb drei phasenverschobene Wechselspannungen zu berücksichtigen hat. Bei Verwendung eines Kurzschlußläufermotors entziehen sich die Läuferströme einer direkten Messung. Das elektrische Ersatzschaltbild einer Asynchronmaschine ist unter Vernachlässigung der Eisenverluste für eine Phase in Bild 6.51 dargestellt. Daraus lassen sich mit $\sum U = 0$ zwei Maschengleichungen ablesen.

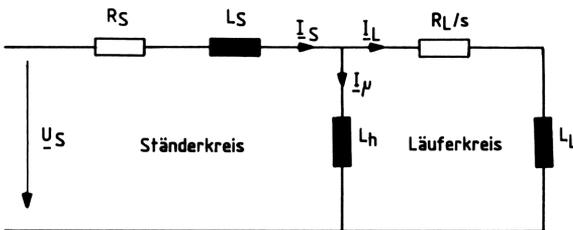


Bild 6.51 Elektrisches Ersatzschaltbild einer Asynchronmaschine für eine Phase (ohne Eisenverluste)

Mit $p = d/dt$ folgt:

$$\overset{\circ}{u}_S = R_S \overset{\circ}{i}_S + pL_S \overset{\circ}{i}_S + pL_h \overset{\circ}{i}_\mu, \quad (6.34)$$

$$0 = \frac{R_L}{s} \overset{\circ}{i}_L + pL_R \overset{\circ}{i}_L + pL_h \overset{\circ}{i}_\mu \quad (6.35)$$

mit $\overset{\circ}{i}_\mu = \overset{\circ}{i}_S + \overset{\circ}{i}_L$.

Für das Motormoment gilt

$$\overset{\circ}{m} = \overset{\circ}{m}_L + \overset{\circ}{m}_b = \overset{\circ}{m}_L + J_{\text{ges.}} \cdot p \cdot \overset{\circ}{\omega} \quad (6.36)$$

mit $\omega = \omega_1 \cdot (1 - s)$ und $m \approx \frac{6,126 \cdot U_S^2 \cdot s}{\omega_1 R_L}$ (für $s \ll 1$).

ω ist die Winkelgeschwindigkeit der Motorwelle, ω_1 die des Ständerfeldes und s ist der Schlupf.

Ohne große Einschränkungen kann ein symmetrisches Drehstromsystem vorausgesetzt werden, d.h.:

$$i_U = \hat{i}_S \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_i),$$

$$i_V = \hat{i}_S \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_i - 2\pi/3) ,$$

$$i_W = \hat{i}_S \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_i + 2\pi/3) .$$

Das an die Ständerwicklung angeschlossene Drehstromsystem erzeugt eine zeitlich und räumlich veränderliche Flußwelle, die durch den Hauptfluß $\hat{\phi}_h$ beschrieben wird. Es ist

$$\hat{\phi}_h = L_h \cdot (i_S^{\circ} + i_L^{\circ}) . \quad (6.37)$$

Aus dem Induktionsgesetz $i_R = -d\phi/dt$ ergibt sich, daß nur die quer zum Strom verlaufende Flußkomponente einen Drehmomentbeitrag liefert, während die Längskomponente zur Flußsteuerung herangezogen werden kann. Es liegt nahe, auch den Ständerstrom i_S in die zwei Flußrichtungen zu zerlegen /80/. Auf diese Weise ergeben sich Koordinaten mit Fluß-Orientierung, ähnlich wie bei der Gleichstrommaschine.

Man erhält nun für den Ständerstrom und die Ständerspannung in komplexer Schreibweise

$$\underline{i}_S = i_{S1} + j i_{Sq} , \quad (6.38)$$

$$\underline{u}_S = u_{S1} + j u_{Sq} . \quad (6.39)$$

Führt man den Zusammenhang zwischen L_h und den Induktivitäten L_S und L_L mit Hilfe der Streuziffern (σ_S, σ_L) ein, ist:

$$L_S = (1 + \sigma_S)L_H \quad L_L = (1 + \sigma_L)L_H \quad (6.40)$$

mit
$$\sigma = 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_S)(1 + \sigma_L)} .$$

Setzt man die Gleichungen (6.38) ... (6.40) in die Maschengleichungen (6.34) und (6.35) der Asynchronmaschine ein, ergeben sich zwei neue Bildgleichungen mit den transformierten Spannungen u_{S1}, u_{Sq} und Strömen i_{S1}, i_{Sq} .

$$\frac{u_{S1}^{\circ}}{R_S} = i_{S1}^{\circ} (1 + \sigma_S p T_S) + (1 - \sigma) i_{mL}^{\circ} p T_S - \sigma \omega_1 T_S i_{Sq}^{\circ} , \quad (6.41)$$

$$\frac{u_{Sq}^{\circ}}{R_S} = i_{Sq}^{\circ} (1 + \sigma_S p T_S) + (1 - \sigma) \omega_1 T_S i_{mL}^{\circ} + \sigma \omega_1 T_S i_{S1}^{\circ} \quad (6.42)$$

$$\text{mit } \overset{\circ}{i}_{mL} = \overset{\circ}{i}_{S1} / (1 + pT_L) \quad (6.43)$$

$$\omega = \omega_1 - \frac{\overset{\circ}{i}_{Sq} (1 + pT_L)}{\overset{\circ}{i}_{S1} T_L} \quad (6.44)$$

$$\text{und } T_S = L_S / R_S \quad , \quad T_L = L_L / R_L \quad . \quad (6.45)$$

Diese Art der Transformation verringert bzw. vereinfacht die nichtlinearen Systemkopplungen und führt zu einem der Gleichstrommaschine ähnlichen Regelkonzept (Bild 6.52).

Das Regelkonzept beinhaltet zwei Kaskadenregelkreise für u_{Sq} und u_{S1} , die Koordinaten-Transformation, den Stromrichter sowie die Flußermittlung. Wegen des recht komplexen Aufbaus der gesamten Regelung ist es sinnvoll einen Mikrorechner einzusetzen /81/. Seine Eingangsgrößen sind:

Drehzahlsollwert ω_s
 Drehzahlistwert ω_i
 Ständerströme i_s
 Meßspulenströme i_\emptyset .

Das für den Momentenregler erforderliche elektrische Moment der Drehfeldmaschine ist gegeben durch

$$m = C \cdot \emptyset_h \cdot i_{Sq} \quad .$$

Die zugehörige Flußmessung kann mit Meßspulen erfolgen, deren Strom i_\emptyset ein Maß für den magnetischen Fluß \emptyset_h ist. Dazu ist jedoch ein Eingriff in die Maschine notwendig. Es bietet sich daher für die allgemeine Anwendung die Berechnung von \emptyset_h mit Hilfe des läuferbezogenen Magnetisierungsstromes i_{mL} an. Mit den Gleichungen (6.37) und (6.43) ergibt sich der Fluß zu:

$$\emptyset_h = L_h \overset{\circ}{i}_{mL} = L_h \overset{\circ}{i}_{S1} / (1 + pT_L) \quad . \quad (6.46)$$

Nach dem Momentenregler und dem Stromregler erfolgt die Bildung der Spannungen u_{S1} , u_{Sq} mit Hilfe der Gleichungen (6.41) und (6.42). Für die anschließende Koordinaten-Transformation ist in /82/ ein Verfahren angegeben. Die Nachbildung der Zündwinkel α für den Stromrichter erfolgt in einer analogen Schaltung außerhalb des Mikrorechners.

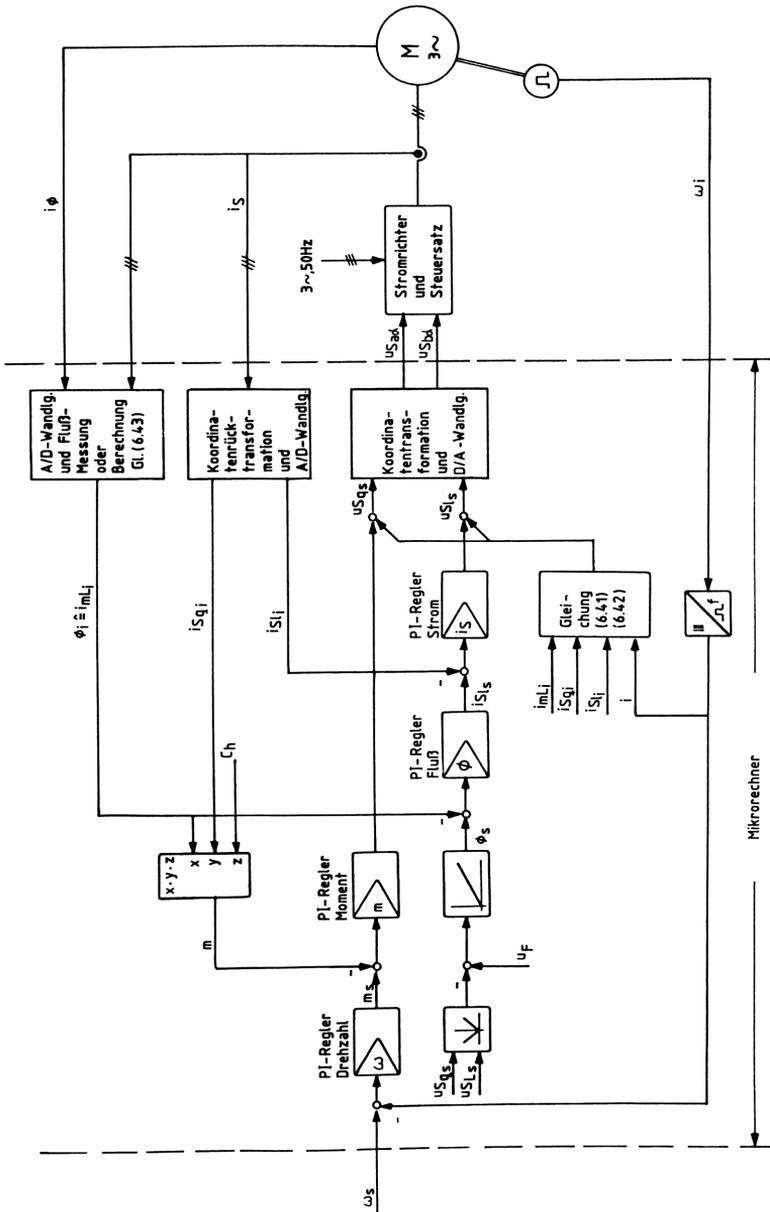


Bild 6.52 Schema einer Drehzahlregelung für eine Asynchronmaschine mit Mikrorechner in flußorientierten Koordinaten

Je nach dem, wie genau die einzelnen Regel- und Stellgrößen errechnet und mit welcher Auflösung sie D/A- oder A/D-gewandelt werden, ist die Programmrechenzeit entsprechend lang. Die davon abhängige Abtastzeit T_z sollte bezüglich der Regeldynamik 5 ms nicht überschreiten.

Mit dem rasanten Fortschreiten der Rechnertechnologie eröffnen sich sicher in naher Zukunft noch komfortablere Lösungen. Der Mikrorechner wird daher bald zum Alltag eines jeden Regeltechnikers gehören.

6.2.3 Längungsregelung mit Prozeßrechner

Zur Beeinflussung der Materialeigenschaften von Stoffbahnen ohne nennenswerte Dickenabnahme dient die Längungsregelung. Sie wird in Dressier- oder Nachwalzwerken zur Endbehandlung von Blechen eingesetzt oder ist einer Bundoptimierungslinie /83/ vorgeschaltet.

Als Maß für den Dressiergrad wird die, sich unter dem Einfluß der Walzkraft und des Bandzuges ergebende Längung des Materials herangezogen (Gleichung (6.31)). Es ist besonders wichtig, die Längung l_i über einen großen Geschwindigkeitsbereich mit ausreichender Genauigkeit zu messen. Da sie in der Regel 3% nicht überschreitet, ist der Einsatz eines digitalen Meßwerterfassungssystems unumgänglich /79/.

Die Längungsregelung greift als Stellgröße auf die analoge Regelung der Walzkraft korrigierend ein. Das Regelschema, bei Einsatz eines Prozeßrechners, ist in Bild 6.53 dargestellt. Mit zwei Impulsgebern möglichst hoher Impulszahl/Umdrehung werden die ein- und auslaufseitigen Bandlängenstücke l_e und l_a erfaßt und im Prozeßrechner zu einer Digitalzahl verarbeitet.

Da die S-Rollen-Durchmesser verschieden sein können, geht das Durchmesser Verhältnis D_a/D_e in die Längungsmessung mit ein. Damit ergibt sich für den Längungsstwert aus Gleichung (6.31)

$$l_i = \frac{D_a J_a - D_e J_e}{D_e J_e} = k \cdot \frac{J_a}{J_e} - 1 \quad (6.47)$$

l_i kann allerdings auch als Mittelwert über einen Meßzyklus errechnet werden, wenn Anfangs- und Endwert der Längung bekannt sind und linear verlaufen.

Damit sich ein eventuelles Bandrutschen an den S-Rollen nicht unmittelbar auf die Längungsmessung auswirkt, ist dem Rechenwert von l_i ein Hystereseglied nachgeschaltet.

Nach der Berechnung von Δl erfolgt die Bildung des Walzkraftkorrekturwertes $\Delta F_1 = p\Delta l$. Die zur Korrektur einer Längungsänderung nötige Walzkraftänderung gibt der Faktor p an, also

$$p = dF_1/dl \quad .$$

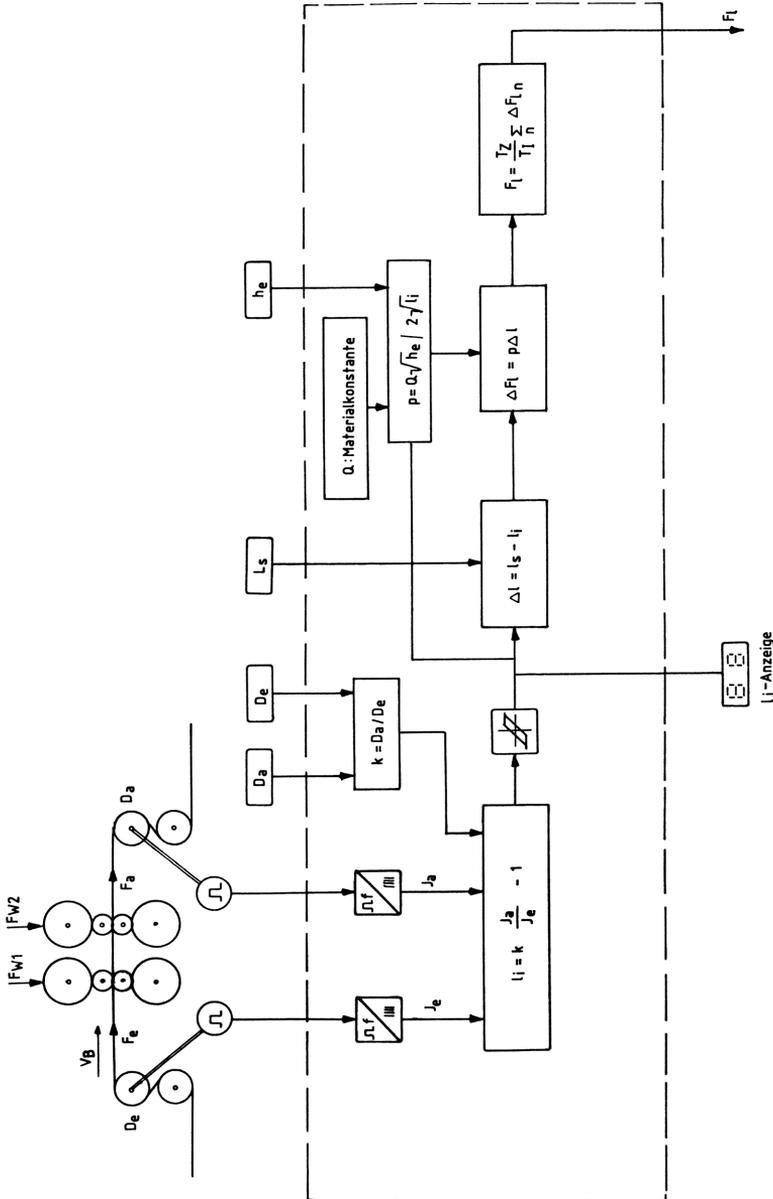


Bild 6.53 Schema einer Längungsregelung (Dressiergradregelung) mit Prozeßrechner an einem zweigerüstigen Nachwalzwerk

p kann aus der Beziehung der Walzkraft als Funktion der Banddickenabnahme Δh ermittelt werden.

$$F_W = Q \sqrt{\Delta h} . \quad (6.48)$$

Infolge der Volumenkonstanz beim Walzen ist

$$l_e h_e = l_a h_a = \text{konstant},$$

also gilt auch mit Gleichung (6.36)

$$l_i = \frac{\Delta h}{h_a} ,$$

damit folgt

$$h_a = \frac{h_e}{l_i + 1}$$

und
$$\Delta h = \frac{l_i h_e}{l_i + 1} . \quad (6.49)$$

Setzt man die Gleichung (6.49) in (6.48) ein, wird

$$F_W = Q \sqrt{\frac{l_i h_e}{l_i + 1}} .$$

Ist h_e und Q nicht von l_i abhängig, erhält man schließlich den Faktor p durch

$$p = \frac{dF_l}{dl_i} = \frac{d}{dl_i} \left(Q \sqrt{h_e} \sqrt{\frac{l_i}{1 + l_i}} \right) = \frac{Q \sqrt{h_e}}{2(1 + l_i) \sqrt{l_i(1 + l_i)}}$$

mit der praxisnahen Annahme $l_i \ll 1$ und $Z = Q \sqrt{h_e}/2$ erhält man für p :

$$p = \frac{Z}{\sqrt{l_i}} \quad \text{bzw.} \quad \text{mit } F_W \quad p = \frac{F_W}{2l_i} . \quad (6.50)$$

Damit der Eingriff in die Walzkraftregelung nicht sprunghaft erfolgt, wird der Korrekturwert ΔF_l integriert. Das dargestellte Prinzip der Längungsregelung hat sich in der Praxis gut bewährt und wird bei Einsatz eines Prozeßrechners (oder Mikrorechners) höchsten Genauigkeitsansprüchen gerecht.

6.2.4 Direkte digitale Regelung von Fräsmaschinen mit CNC

Bei der Entwicklung neuer Produktionsmethoden in der spanenden Fertigung werden zunehmend digitale Regelstrategien eingesetzt. Die Realisierung mit Prozeß- oder Mikrorechnern führt zu leistungsfähigen numerischen Fertigungssystemen, die die CNC-Technik (Computerized Numerical Control) erweitern oder ergänzen helfen.

Die digitale Regelung übernimmt dabei folgende Aufgaben:

Abtasten der Regelgröße Schnittmoment

Errechnen des Regelalgorithmus

Speichern und Ausgeben der Stellgröße

Verwaltung der Datenschnittstellen mit der CNC.

Zur Wahl eines optimalen Regelalgorithmus gehört die genaue Betrachtung des Frequenzgangs der Regelstrecke. Sie besteht aus Bahnsteuerung, Fräs- bzw. Zerspanprozeß und Meßwerterfassung. Der Frequenzgang der Bahnsteuerung als Lagerregelkreis läßt sich aus Bild 6.54 ermitteln. Er besteht aus dem Lagerregler (P-Verhalten), dem Antrieb (PT_2 -Verhalten), der Totzeit des Stromrichters (vernachlässigt) und dem I-Glied infolge der Hochlaufzeit T_H . Es wird

$$\frac{O_F}{P_W} = \frac{O_F}{F_B} = \frac{O_i}{s} = \frac{1}{1 + \frac{pT_H}{V_O} + \frac{2d_B p^2 T_H}{V_O \omega_{oB}} + \frac{p^3 T_H}{V_O \omega_{oB}^2}} \quad (6.51)$$

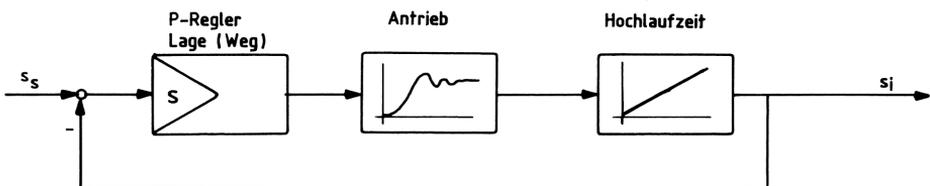


Bild 6.54 Lagerregelkreis (Bahnsteuerung) einer Fräsmaschine mit fremderregtem Gleichstrommotor und sechspulsigem Doppelstromrichter

Der Lagerregelkreis der Bahnsteuerung entspricht demnach einer PT_3 -Strecke. Praxisnahe Parameter dieser Strecke sind /84/:

$$V_O = 20$$

$$T_H = 2 \text{ s}$$

$$\omega_{oB} = 100 \text{ Hz bei einer Dämpfung von } d_B = 0,5.$$

Der Fräsprozeß wird durch die Schnittkraftgleichung von Kienzle /85/ mit dem normierten Schnittmoment m beschrieben.

$$m_{(t)} = 10^{-3c} \cdot a \cdot r \cdot k_1 \cdot \sin^{-c} \kappa \cdot s_z^{(1-c)} \cdot S_{(t)} \quad (6.52)$$

Darin sind:

- c: Werkstoffkonstante
- a: Schnitttiefe
- r: Radius des Werkzeugs
- k_1 : Hauptwert der spezifischen Schnittkraft (Konstante)
- κ : Einstellwinkel
- s_z : Zahnvorschub (Schneidenvorschub)
- $S_{(t)}$: Eingriff der einzelnen Frässchneiden als Störfunktion F_z .

Der Zusammenhang zwischen Zahnvorschub s_z und Vorschubgeschwindigkeit v_i wird durch die Beziehung

$$s_z = K_O \int_0^t [v_i(\tau) - v_i(\tau - T_S/z)] d\tau \quad (6.53)$$

mit z : Zähnezahl des Fräasers

$T_S = 1/n_S$: Reziproker Wert der Hauptspindeldrehzahl

angegeben /86/. Aus den Gleichungen (6.52) und (6.53) ist zu entnehmen, daß zwischen der Ein- und Ausgangsgröße des Fräsprozesses ein hochgradig nichtlinearer Zusammenhang besteht. Eine mathematisch exakte Behandlung ist daher äußerst schwierig. Nach /87/ kann die Gleichung (6.53) jedoch näherungsweise durch ein PT_2 -Glied dargestellt werden mit:

$$d_F = 0,7 \quad \text{und} \quad \omega_{OF} = \pi z / T_S = \pi z n_S \quad .$$

Für einen Messerkopffräser aus Titan läßt sich beispielsweise mit $z = 10$ und $n_S = 60/\text{min}$ eine Kennkreisfrequenz von $\omega_{OF} = 31,4$ Hz angeben.

Zwischen der Ausgangsgröße des Lagerregelkreises s_i und der Vorschubgeschwindigkeit v_i besteht eine, durch die Werkzeug-, Werkstück- und Bahngeometrie gegebene Beziehung. Setzt man eine geradlinige Bewegung voraus, kann $s_i \sim v_i$ gesetzt werden.

Damit entspricht die vereinfachte Realisierung des Fräsprozesses nach Gleichung (6.52) der Darstellung in Bild 6.55. Der Schwingungseinfluß einzelner Zahnstöße auf das Schnittmoment kann mit Hilfe einer multiplikativen Störfunktion $F_z = \sin(2\pi n_s t)$ simuliert werden.

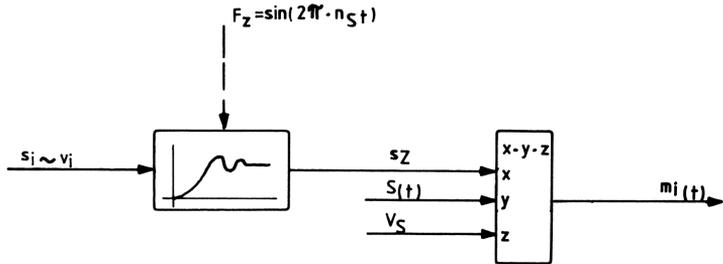


Bild 6.55 Blockschaltbild des Fräsprozesses (vereinfacht) einer Zerspanmaschine

Die Schnittmoment-Erfassung mit einem Momentensensor hat etwa PT_1 -Verhalten. Die kleinste Zeitkonstante $T_1 \approx 2$ ms haben Dehnungsmeßstreifen. Sie werden ringförmig in Nuten an der Spindel angebracht. Die Signalübertragung erfolgt mit Schleifringen. Die Nähe der Meßstelle am Zerspanprozeß gewährleistet eine gute dynamische Nachbildung des Schnittmoments m_1 .

Das gesamte Blockschaltbild der Schnittmomentregelung mit unterlagerter Bahnsteuerung (Lagerregelung) ist in Bild 6.56 dargestellt. Es handelt sich also in dieser Form um einen Abtastregelkreis mit einer PT_5 -Strecke (siehe Abschnitt 6.5.4).

Wegen der erforderlichen Dynamik des Zerspanprozesses ist eine Abtastzeit von $T_z \leq 10$ ms angebracht. Damit sind der Länge des Rechnerprogramms und der Komplexität des Regelalgorithmus feste Grenzen gesetzt.

Ein Maß für die Güte des Regelalgorithmus ist sicher das Übertragungsverhalten der Regelung bei sprunghafter Änderung der Schnitttiefe a .

Kappen /87/ hat sich mit der Entwicklung von Algorithmen für rechnergeregelte CNC-Werkzeugmaschinen befaßt und kommt zu dem Schluß, daß der meist angewandte PI-Regelalgorithmus den Einfluß der verschiedenen Störgrößen (Schnitttiefe, spezifische Schnittkraft, Eingriff der Frässhneiden) nicht genügend gut ausregeln kann. Es

kommt sogar bei steigender Streckenverstärkung zu Dauerschwingungen der Regelung.

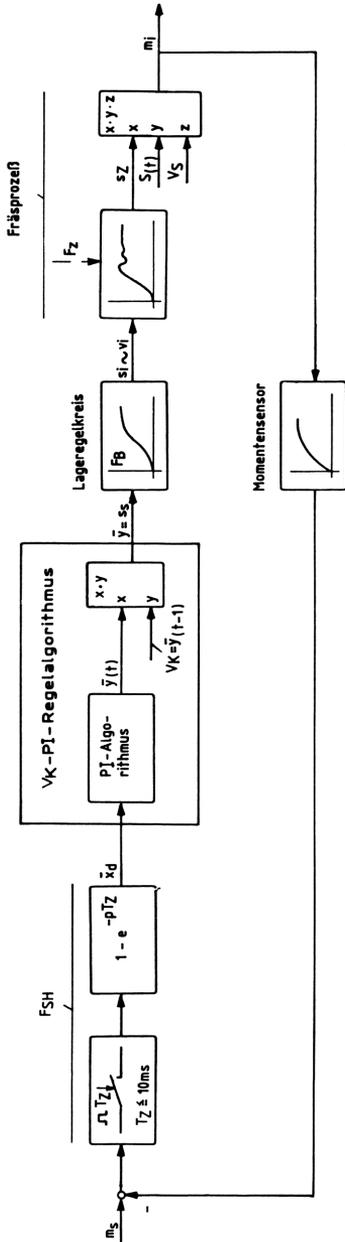


Bild 6.56 Blockschaubild der direkten digitalen Momentenregelung einer Fräsmaschine mit CNC

Dieser negative Einfluß auf die Regelung kann behoben werden, wenn die Regelgrößenänderung, die infolge Störgrößenänderung entsteht, dem PI-Algorithmus multiplikativ aufgeschaltet wird. Dabei entspricht die aufgeschaltete Stellgröße dem einer Abtastperiode vorher abgespeicherten Wert $\bar{y}(t-1) = V_K$. Zu Beginn des Regelvorgangs ist dann jedoch zusätzlich der Wert \bar{y}_{\min} zu definieren. Als Ergebnis dieses V_K -PI-Regelalgorithmus erhält man ein wesentlich verbessertes Störübertragungsverhalten der Regelung. Weitere Regelalgorithmen werden in /32/, /48/ und /55/ besprochen.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Abtastperioden heutiger Prozeßrechner sicher ausreichen, um den Zerspanprozeß vom Anschnitt bis zum Abheben des Werkzeugs am Ende des Prozesses zu regeln. Mit weiteren Entwicklungsschüben der Mikroelektronik wird dann auch der Komfort der Regelalgorithmen und die digitalisierte Prozeßführung ansteigen. Wertvolle Hinweise zur Regelung von Werkzeugmaschinen werden in /95/ gegeben.

6.3 Spezielle Automaten

In der Anlagentechnik werden häufig automatische Steuerungs- und Regelungs-Subsysteme eingesetzt, die den Materialtransport oder -verlauf beeinflussen:

Beispiele dafür sind:

Sollwertvorgabe als Fahrkurve	Walzenzapfenpositionierung
Bandanfangsverfolgung	Durchmesserrechner
Restbandpositionierung	Abbremsautomatik
Einfädelautomatik	

Sinn dieser Automaten ist die möglichst kostengünstige Bearbeitung des Materials in kurzer Zeit.

6.3.1 Fahrkurvenrechner

Die Geschwindigkeits- oder Drehzahl-Sollwertvorgabe erfolgt in der Fördertechnik, bei Traktionsantrieben und der Walzwerkstechnik nicht sprunghaft, sondern in Form einer Fahrkurve, wie sie in Bild 6.57 dargestellt ist. Auf diese Weise wird ein sanftes

schwingungsfreies Anfahren ermöglicht. Je nach dem Automatisierungsgrad solcher Anlagen sind die Anforderungen an den Fahrkurvenrechner entsprechend hoch. Meist wird auch das Differential (also die Beschleunigung) des Sollwertes an die Antriebsregelung ausgegeben.

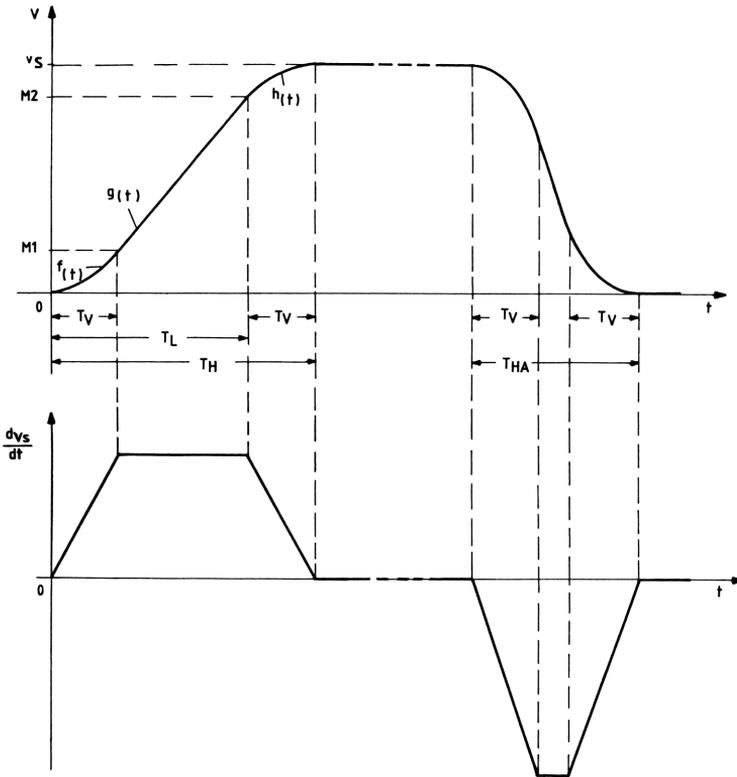


Bild 6.57 Verlauf einer Fahrkurve und der zugehörigen Beschleunigung

Prinzipiell lässt sich ein Fahrkurvenrechner analog aufbauen, ähnlich wie in Bild 4.21 gezeigt. Wird die Fahrkurve durch zweifache Integration gebildet, erhält man die in Bild 6.58 dargestellte Schaltung. Dabei werden die Hochlauf- und Haltezeiten nach der Gleichung

$$T_H = \frac{U_{\text{soll}}}{U_{\text{Schalt.}}} \cdot R_2 C_2$$

realisiert. Mit externen Befehlen kann dann die Schaltspannung auf den gewünschten Wert begrenzt werden.

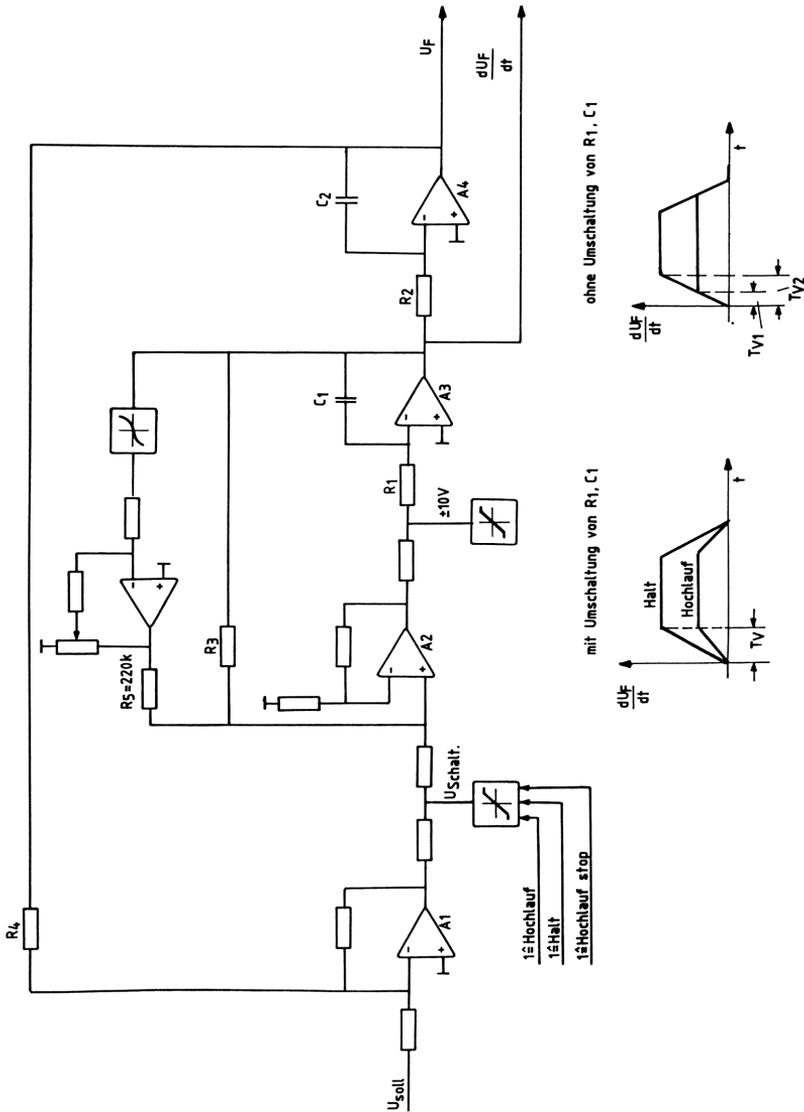


Bild 5.58 Realisierung eines analogen Fahrkurvenrechners mit Operationsverstärkern

Wird dem Verstärker A_1 ein Sollwert U_{soll} vorgegeben, geht er an den durch $U_{\text{Schalt.}}$ eingestellten Grenzwert. Über den Verstärker A_2 ergibt sich die Eingangsspannung für den ersten Integrierer A_3 , der die Beschleunigung $\frac{dU_F}{dt}$ bildet. Nach der Verschleißzeit T_V bleibt die Ausgangsspannung von A_3 stehen, weil über die Rückführung mit dem Widerstand R_3 Gleichheit zwischen den Spannungen $U_{\text{Schalt.}}$ und $\frac{dU_F}{dt}$ erreicht wird. Integrierte der zweite Verstär-

ker A4 zunächst mit linear steigender Eingangsspannung, so ist nun seine Eingangsspannung konstant. D.h., die Spannung U_F geht von einer Parabel in eine lineare Steigung über.

Mit der quadratischen Rückführung wird gewährleistet, daß der Verschleiß zur richtigen Zeit, vor Erreichen des vorgegebenen Sollwertes wieder einsetzt. Dann nämlich wird die Ausgangsspannung des Verstärkers A3 bis auf Null linear abnehmen, so daß U_F einer Parabel mit negativer Steigung folgt und nach der Hochlaufzeit T_H infolge der Rückführung mit R_4 dem Sollwert U_{soll} entspricht. Außerdem hat die quadratische Rückführung die Aufgabe, ein Überschwingen des Wertes dU_F/dt zu vermeiden.

Nachteile des analogen Fahrkurvenrechners sind seine Ausgangsspannungsdrift und seine Auflösung von ca. $U_{F\text{max}}/U_{F\text{min}} = 500/1$. Ein weiterer Nachteil dürfte sein, daß die festliegende Integrationszeitkonstante des Verstärkers A3 zwangsläufig verschiedene Verschleißzeiten zur Folge hat. Ist man an einer konstanten Verschleißzeit T_V interessiert, muß mit dem entsprechenden Fahr- oder Bremsbefehl das Netzwerk R_1, C_1 auf andere Werte umgeschaltet werden.

Ein driftfreier Betrieb bei einer Auflösung von $U_{F\text{max}}/U_{F\text{min}} > 2.000$ ist nur mit dem digitalen Fahrkurvenrechner möglich, wie er als Prinzipschaltbild in Bild 4.22 gezeigt wurde.

Ist die Eingabe der Verschleißzeit T_V , Hochlaufzeit T_H , Haltzeit T_{HA} und Not-Haltzeit T_{NH} einmal erfolgt, können die verschiedensten Fahrkurvenvarianten erzeugt werden (Bild 6.59). Die Vorgabe der Sollwerte Z_s kann dabei extern oder aus dem Sollwertspeicher heraus erfolgen. Wegen der hohen Packungsdichte und des geringen Leistungsverbrauchs bietet sich zur Realisierung eines Fahrkurvenrechners die CMOS-Technik an /14/.

Aus den eingegebenen Zeiten lassen sich die Frequenzen f_e errechnen, mit denen der Beschleunigungszähler zu zählen hat, damit nach der Zeit T_H dann $Z_s = Z_a$ ist.

Die Fahrkurve besteht aus zwei Parabelstücken und einer Geraden, für die sich drei Gleichungen angeben lassen (Bild 6.57).

$$f(t) = a \cdot t^2$$

$$g(t) = b \cdot t + c$$

$$h(t) = -a \cdot t^2 + d \cdot t + e.$$

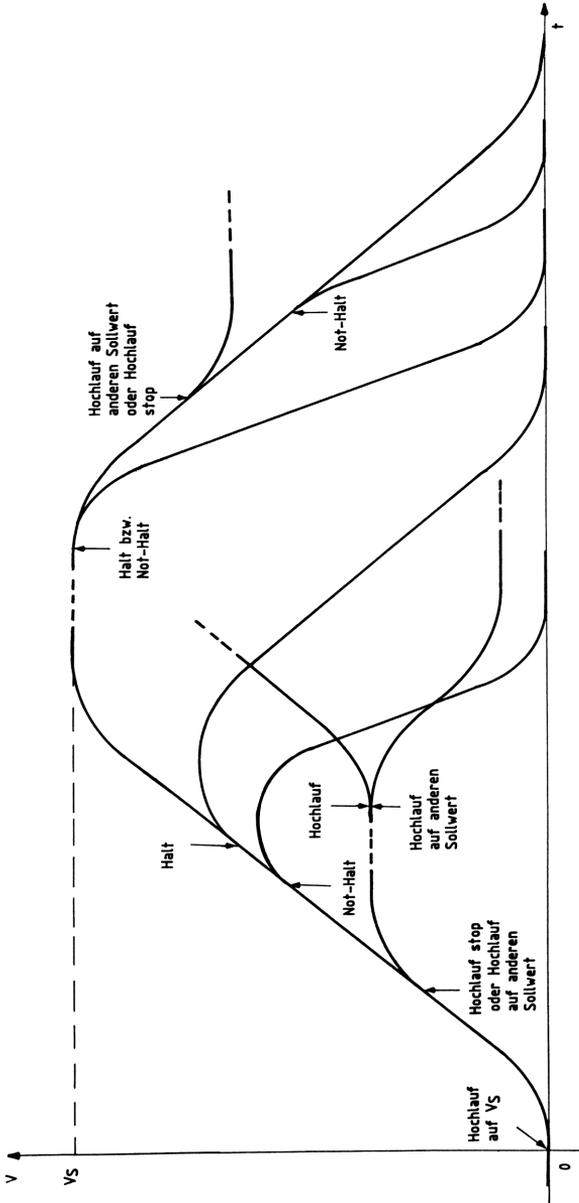


Bild 6.59 Mögliche Fahrkurvenverläufe bei Walzwerken, Traktionsantrieben und Förderanlagen

Mit $f_{(T_V)} = g_{(T_V)}$ und $g_{(T_L)} = h_{(T_L)}$ erhält man schließlich eine Gleichung zur Bestimmung von f_e .

$$f_e = \frac{Z_s}{T_V \cdot T_L} \quad (6.54)$$

Bei einem Sollwert von $Z_s = 5.000$, $T_V = 0,8$ s und $T_H = 25$ s ergibt sich für die Hochlauffrequenz $f_e = 258,26$ Hz.

Die Hardware-Schaltung eines digitalen Fahrkurvenrechners ist in Bild 6.60 dargestellt. Am Beispiel des Hochlaufs von Null auf $Z_s = 5.000$ soll ihre Funktion tabellarisch erläutert werden.

1. Eingabe $Z_s = 5.000$
2. Beschleunigungs- und Sollwertzähler auf Null setzen
3. Hochlauf:
 - Freigabe Verschleißzähler
 - Freigabe f_e für Beschleunigungszähler
 - Freigabe v für Beschleunigungszähler
 - Freigabe f_1 für Sollwertzähler
 - Freigabe v für Sollwertzähler
 - Z_s speichern
4. $t = T_V$:
 - ($Z_a = 0$) Stop und rücksetzen Verschleißzähler
 - Stop f_e ; d.h. $Z_1 = \text{konstant}$ und $f_1 = \text{konstant}$
 - M_1 speichern
5. $t = T_L$:
 - ($Z_a = M_2$) Freigabe f_e für Beschleunigungszähler
 - Freigabe r für Beschleunigungszähler
6. $t = T_H$:
 - ($Z_a = Z_s$) Stop Beschleunigungszähler ($Z_1 = 0$)
 - Stop Sollwertzähler.

Der Vorteil der Hardware-Schaltung gegenüber einer mit Mikrorechner oder Prozeßrechner verwirklichten besteht darin, daß die Befehle gleichzeitig verarbeitet werden. Damit ergibt sich eine geringe Rechenzeit und bei 4-dekadigem Aufbau eine hohe Auflösung der Werte Z_a und dZ_a/dt . Nachteilig wirkt sich jedoch aus, daß die Hardware-Schaltung für den Laien recht unübersichtlich ist und eine Stördiagnose daher erschwert wird. Kommt es nicht so sehr auf kurze Rechenzeiten und eine hohe Auflösung an, ist die Realisierung mit Software praktikabler.

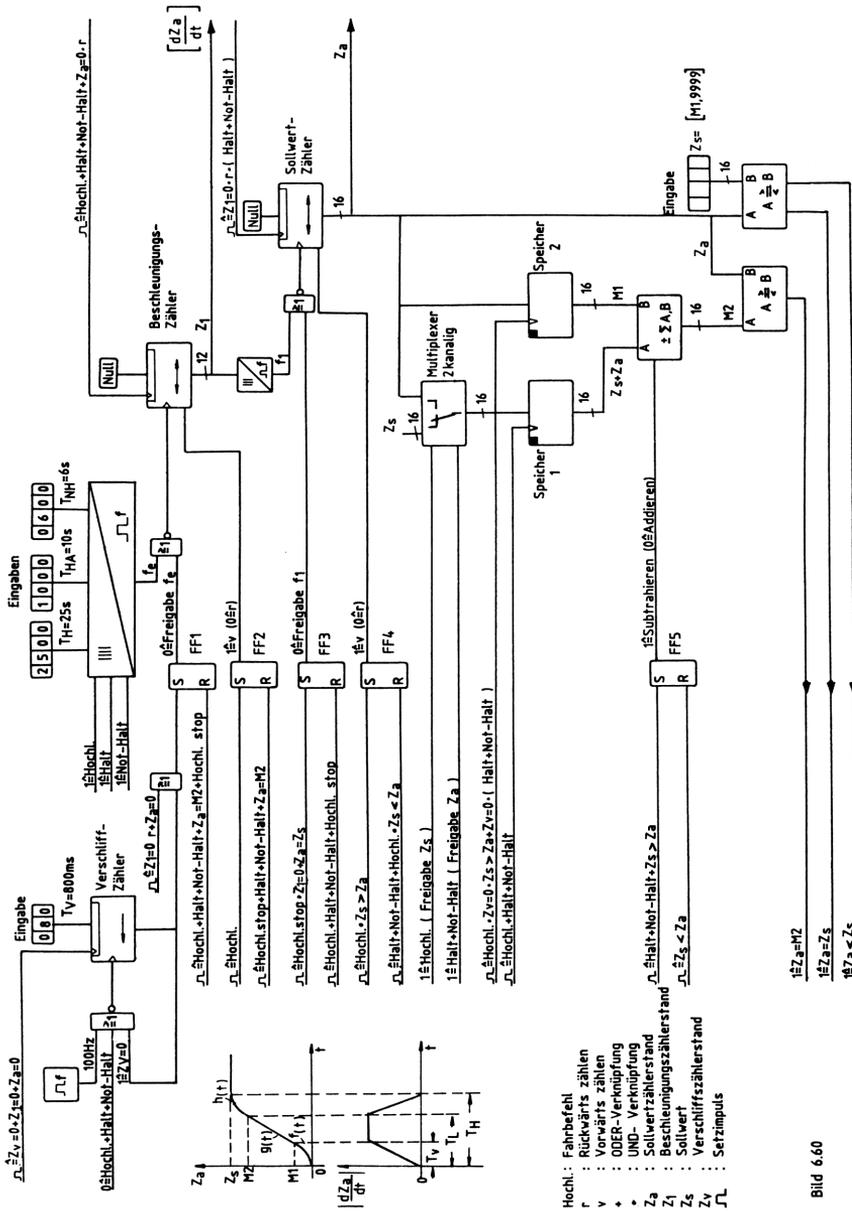


Bild 6.60 Blockschaltbild eines digitalen Fahrkurvenrechners in CMOS-Technik (Hardware)

6.3.2 Durchmesserrechner

Bei der Regelung von Stoffbahnen ist der Augenblickswert des Wickel- oder Bunddurchmessers eine wichtige Prozeßgröße zur Führung der Anlage.

Mit ihm werden beispielsweise die Beschleunigungsmomente für die Geschwindigkeitsregelung eines Antriebs ermittelt (siehe Gleichung (6.24)). Die Messung des Bunddurchmessers bei dünnem Material ist nur sinnvoll, wenn man sie teilweise oder vollständig digitalisiert. Auf diese Weise wird die notwendige Auflösung des Meßwertes erreicht.

In Bild 6.61 ist eine Schaltung dargestellt, bei der die Messung über den Vergleich aus Geschwindigkeitssoll und -istwert erfolgt. Setzt man voraus, daß die Haspelregelung $v_s = v_i$ erzeugt, erfolgt die Bunddurchmessererfassung nach folgendem Schema.

Die Haspeldrehzahl wird mit einem Tachogenerator gemessen und mit der Konstanten π bewertet. Das Ergebnis multipliziert man mit dem Augenblickswert des Durchmessers D_i und erhält $v_i = D_i \pi n_i$. Der Geschwindigkeitsistwert wird mit dem Sollwert v_s verglichen und die Differenz mit $V_p = 10$ verstärkt. Die Ausgangsgröße Δv entspricht, nach dem U/f-Wandler, der Zählfrequenz für den Durchmesserzähler. Seine Zählrichtung wird mittels Signalbereichsmelder ebenfalls aus Δv gebildet. Am Ausgang steht D_i in digitaler und nach dem D/A-Wandler in analoger Form zur Verfügung. Da der analoge Durchmesserwert in den Multiplizierer rückgekoppelt wird, ist zur Schwingungsunterdrückung meist ein PT_1 -Glied vorzusehen.

Ein Durchmesserfehler (D_i zu klein) führt sogleich zur Korrektur, da in diesem Falle Δv positiv wird. Die Folge ist ein Vorwärtszählen des Zählers bis zum Wert $v_i = D_i \pi n_i = v_s$.

Im Normalbetrieb ist die Geschwindigkeit v_i der Stoffbahn auf einen konstanten Wert geregelt, so daß mit der Durchmesserzunahme in gleichem Maße die Drehzahl der Haspel abnimmt (siehe Abschnitt 6.1.6 Bild 6.34).

Ein ähnliches Meßprinzip ergibt sich, wenn man statt des Geschwindigkeitssollwertes die an einer Umlenk- oder S-Rolle gemessene

Stoffbahngeschwindigkeit v_B mit v_i vergleicht. In diesem Falle muß jedoch besonders auf ein eventuelles Bandrutschen beim Anfahren und bei hohen Geschwindigkeiten infolge Aeroplanings geachtet werden (siehe Tabelle 4.11).

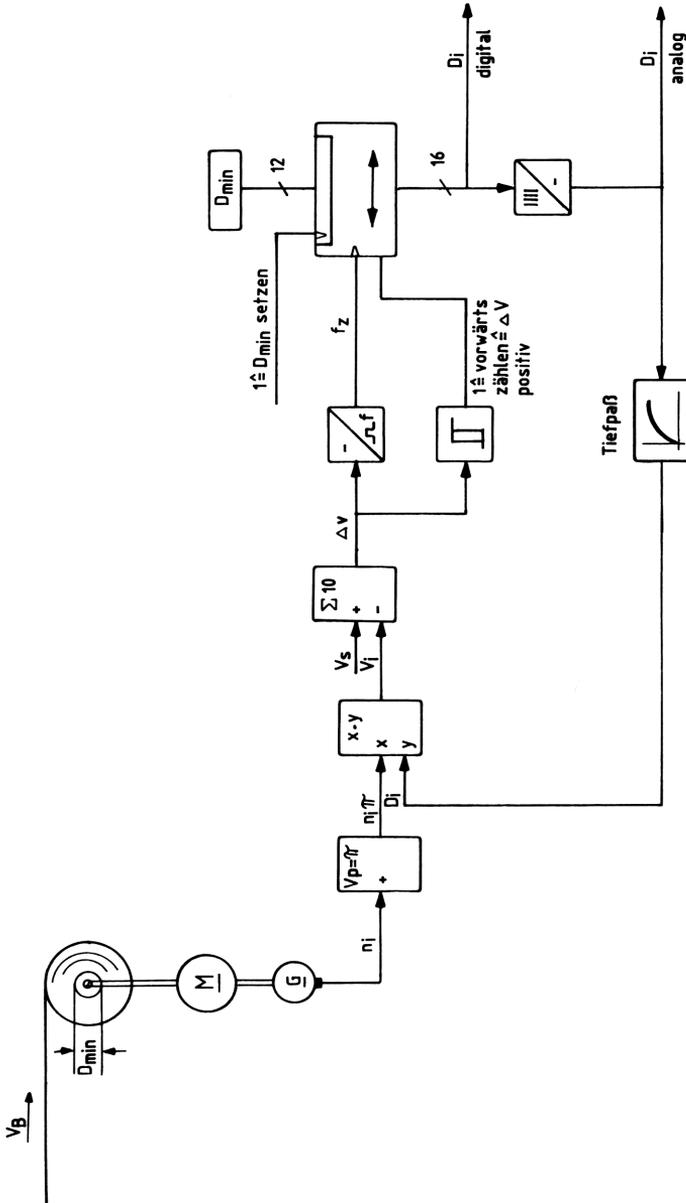


Bild 6.61 Schema eines digitalen Durchmesserrechners basierend auf dem Vergleich zwischen v_s und v_i

Eine rein digitale Schaltung zur Bunddurchmessererfassung ist in Bild 6.62 dargestellt. Der Wert D_i wird hier mit einer arithmetischen Reihe aus Banddicken-Inkrementen nachgebildet.

Setzt man voraus, daß $D_i \gg h_2$ ist, kann die Archimedische Spirale des Bundes ersatzweise als Summe von Kreisringen aufgefaßt werden. Dann gilt:

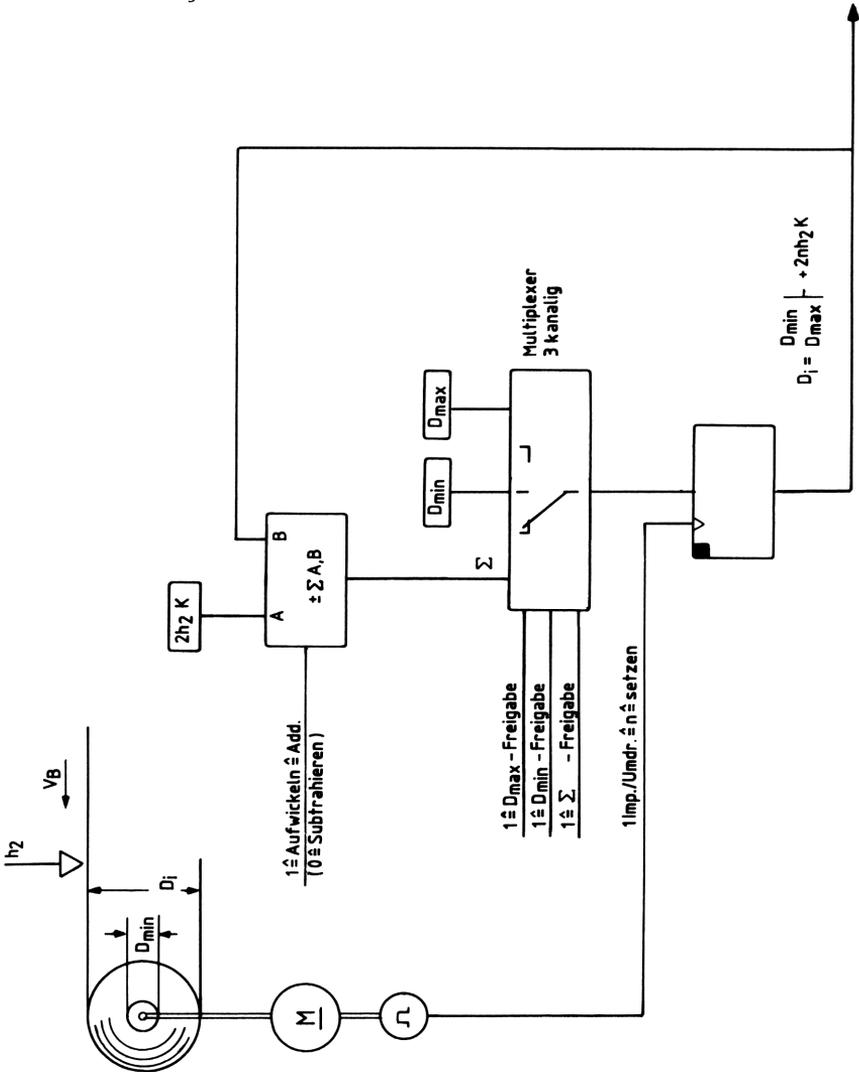


Bild 6.62 Schema eines digitalen Durchmesserrechners basierend auf der Addition von Kreisringen der Dicke h_2

$$D_i = D_{\min} + 2nh_2K \quad \text{Aufwickeln}$$

$$D_i = D_{\max} - 2nh_2K \quad \text{Abwickeln.}$$

Beim Aufwickeln läuft die Durchmesserermittlung wie folgt ab. Jeweils einmal pro Umdrehung des Bundes (n : Anzahl der Windungen) wird die doppelte Banddicke h_2 zum vorhergehenden Wert dazuaddiert und abgespeichert. Dazu dient ein Impulsgeber, der 1 Imp./Umdr. als Setzsignal für den Durchmesserspeicher erzeugt. Ein Multiplexer sorgt bei Beginn der Durchmessererfassung für das Abspeichern des Anfangsdurchmessers D_{\min} .

Meßfehler machen sich besonders bei dünnen Stoffbahnen (wegen der großen Windungszahl n) durch ungenaue Banddickenwerte bemerkbar. Außerdem kann das Meßergebnis durch Emulsion bzw. Beschichtung des Bandes und Aeroplaning verfälscht werden. Dem wird durch einen Füllfaktor K teilweise Rechnung getragen. Vorteil der Schaltung ist ihr einfacher und übersichtlicher Aufbau.

6.3.3 Abbremsautomatik

Zur wirtschaftlichen Nutzung einer Bandanlage gehört die Forderung nach möglichst kurzen Stillstandzeiten bei hohem Durchsatz (Materialbearbeitung). Einen Beitrag dazu leistet die Abbremsautomatik, mit der das Band zeitoptimal auf eine Restwindungszahl oder Restbandlänge abgebremst werden kann. So wird die hohe Bandgeschwindigkeit v_B länger beibehalten und das Bedienpersonal braucht den Abbremsvorgang nicht zu überwachen, weil er automatisch eingeleitet wird.

Eine einfache Anlogschaltung dazu ist in Bild 6.63 dargestellt. Der Bremsbefehl für die Anlage wird aus dem Vergleich der augenblicklichen Bandlänge s_n mit dem augenblicklichen Bremsweg s_B abgeleitet, so daß:

$$\Delta s = s_n - s_B - s_R \quad (6.55)$$

Der Bremsweg ist gegeben durch die Gleichung

$$s_B = \frac{v_B^2}{2b} \quad (6.56)$$

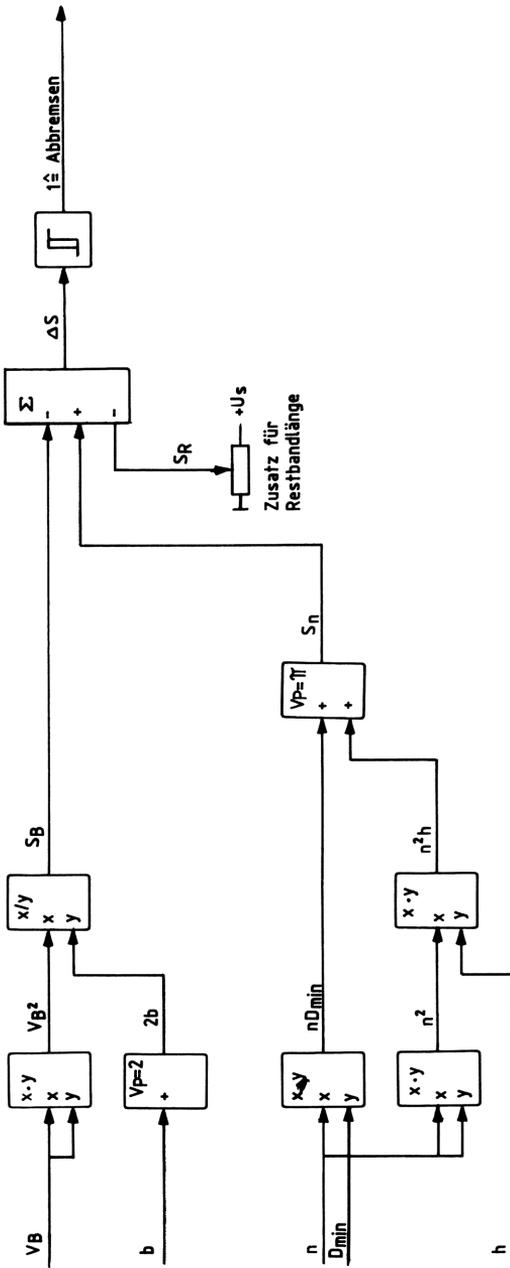


Bild 6.63 Schema einer analogen Abbremsautomatik

Die Bandlänge wird für $D_i \gg h$ als Summe von Kreisringen betrachtet und ist

$$s_n = \pi(nD_{\min} + n^2h) . \quad (6.57)$$

Nimmt nun die Windungszahl n ab, ergibt sich bei $s_n = s_B$ der Bremsbefehl. Damit noch eine Restbandlänge auf der Haspel ist, wird Δs durch den konstanten Zusatzwert s_R verfälscht. Auf diese Weise steht die Anlage genau bei s_R still.

Ungenauigkeiten der Schaltung ergeben sich durch die Fehler der Multiplizierer /2/, die Windungszahlerfassung und die Banddickenmessung.

Für höhere Ansprüche an die Genauigkeit und Service-Freundlichkeit einer Abbremsautomatik empfiehlt sich der Einsatz des Mikro- oder Prozeßrechners /78/, /79/.

Eine Variante, bei der auf eine Restlagenzahl n_R abgebremst wird, ist in Bild 6.64 dargestellt.

Rechner-Eingaben sind:

Impulse des Winkelschrittgebers der Haspel	Banddicke h
Anfangswindungszahl n_A	Restwindungszahl n_R
Bundinnendurchmesser D_{\min}	Bandgeschwindigkeit v_B
	Startbefehl.

Aus diesen Werten ermittelt der Rechner zunächst mit Hilfe eines Maßstabfaktors den Augenblickswert der Windungszahl n und anschließend die laufende Bandlänge s_n . Subtrahiert man von der Windungszahl n bereits die Restlagenzahl n_R , wird eine kürzere Bandlänge s_n vorgetäuscht und der Bremsbefehl erfolgt entsprechend früher, so daß die Anlage beim Erreichen von n_R stillgesetzt wird. Die Gleichung der Bandlänge lautet dann:

$$s_n = \pi(n - n_R) \cdot [D_{\min} + h \cdot (n - n_R)] . \quad (6.58)$$

Für den Bremsweg gilt wie bei der analogen Schaltung $s_B = v_B^2 / 2b$. Damit wird der Bremsbefehl für

$$\Delta s = s_n - s_B \leq 0 \quad (6.59)$$

ausgegeben.

Als einzige Ungenauigkeit macht sich hier nur noch die Messung der Banddicke bemerkbar.

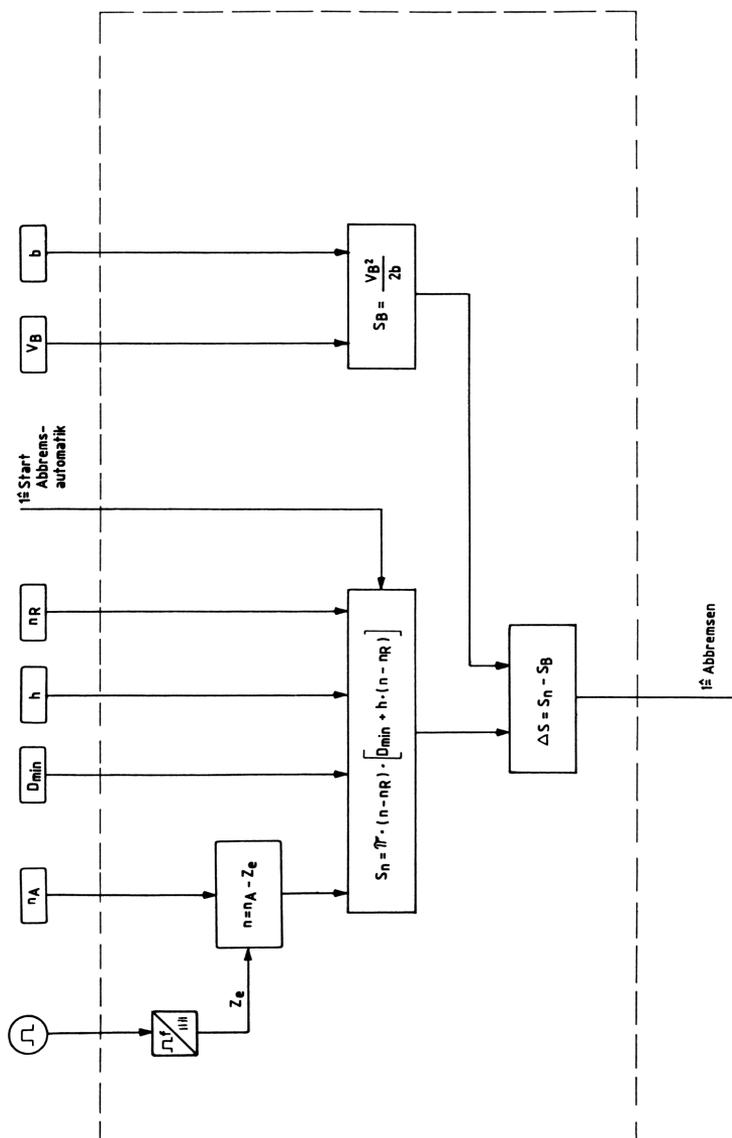


Bild 6.64 Schema einer digitalen Abbremsautomatik mit Rechner

7. Rechneranwendungen

7.1 BASIC-Programme für Personal-Computer (PC)

Speziell für Studenten der Ingenieurwissenschaften, die mit Aufgaben der Regeltechnik befaßt sind und für den in der Industrie tätigen Praktiker sind die BASIC-Programme geschrieben worden. Sie sollen helfen, ein gegebenes Problem mit Hilfe des Rechners optimal zu lösen, d.h., einen einschleifigen linearen Regelkreis auf die vorhandene Regelstrecke richtig einzustellen.

Wahlweise kann dies mit dem Bode-Diagramm oder der Ortskurven-Darstellung des Nyquist-Kriteriums geschehen. In beiden Fällen ist eine eindeutige Stabilitätsaussage möglich.

Mit der Bildschirm-Graphik lassen sich alle Parametereinflüsse auf die Regelung aufzeigen. Die Ergebnisse können dann auf den üblichen Speichermedien (Festplatte, Floppy-Disk, Drucker, Plotter) abgelegt bzw. dargestellt werden.

Die Handhabung der Programme erfolgt im Rechner-Dialog und erfordert keine besonderen Programmier-Kenntnisse. Der Benutzer hat lediglich die vom Rechner eingeblendeten Fragen in regeltechnisch sinnvoller Weise zu beantworten. In diesem Sinne sind die Programme für den Computer-Unterstützten-Unterricht (CUU) gut geeignet.

Die benutzte Programmier-Sprache ist das MS-BASIC (BASIC 86).

Bei dem hier eingesetzten SIRIUS-Rechner ist die Bildschirm-Auflösung der Kurvenverläufe besonders hoch. (400x800 Bildpunkte).

Seine Graphikbefehle für die Bildschirmformatierung sind rechner-spezifisch. Bei Anwendung eines anderen Gerätes sind lediglich diese Befehle entsprechend anzupassen /88/. Die Allgemeingültigkeit des restlichen Programms bleibt davon unberührt.

7.1.1 Nyquist-Kriterium

Mit dem in Tabelle 7.1 angegebenen BASIC-Programm ist der Anwender in der Lage, eine ausgewählte Regelung zu optimieren bzw. synthetisieren.

Tabelle 7.1 BASIC-Programm für das Nyquist-Kriterium mit dem SIRIUS-Rechner (Ausschnitt)

```

5  '* * * * *
10 '* *          BODEDIAGRAMM          * *
20 '* *          VERSION BODE3         * *
25 '* * RUDOLF DIEHL; PETER F. ORLOWSKI * *
30 '* *          16.11.1984            * *
35 '* * * * *
40 E$=CHR$(27):G$=E$+"5":REM CHR$(27)=ESC-Taste
50 SWS$=G$+"A"
60 SDS$=G$+"B"
70 SFP$=G$+"L"
80 SFB$=G$+"N"
90 DSW$=G$+"I"
100 SCHR$=G$+"i"
110 CUT$=G$+"x"
120 CUD$=G$+"m"
130 CUON$=G$+"q" :CUPON$=E$+"y5"
140 CUOFF$=G$+"r" :CUPOFF$=E$+"x5"
150 SRUL$=G$+"X"
160 POSR$=G$+"R"
170 POSA$=G$+"Q"
180 LINEW$=G$+"Y"
190 LINET$=G$+"Z"
200 LMARG$=G$+"D"
210 DOT$=G$+"c"
220 EXPM$=G$+"C"
230 EXPR$=G$+"D"
240 IND$=G$+"E"
250 INDR$=G$+"F"
260 INV$=G$+"J"
270 INVR$=G$+"K"
280 CHR2$=G$+"G"
290 CHR2R$=G$+"H"
300 SHAD$=G$+"s"
310 SHADR$=G$+"t"
320 REVON$=G$+"v" :REVON$=E$+"p"
330 REVOFF$=G$+"w" :REVOFF$=E$+"q"
340 UNDLON$=G$+"y" :UDLPON$=E$+"0"
350 UNDOFF$=G$+"z" :UDLOFF$=E$+"1"
360 CUSAVE$=G$+"0" :CUSAVE$=E$+"j"
370 WSG$=G$+"j"
380 DSG$=G$+"k"
390 WPG$=G$+"e"
400 DOTG$=G$+"b"
410 CHRWG$=G$+"a"
420 CHRHG$=G$+"l"
430 CHRTG$=G$+"o"
440 CUG$=G$+"u"
450 FILLR$=G$+"M"
460 FILLB$=G$+"N"
470 DRAWC$=G$+"P"
480 DRAWAR$=G$+"h"
490 DRAWAB$=G$+"U"
500 DRAWRE$=G$+"f"
510 MOVEW$=G$+"V"
520 MOVES$=G$+"W"
530 RES$=G$+"d"
540 HIRE$=G$+"p"
550 CLR$=G$+"2" :CLRPP$=E$+"E"

```

```

560 CURE$=G$+"1" :CUPRE$=E$+"k"
570 LICOPY$=G$+"?"
580 SAVEW$=G$+"S"
590 LOADW$=G$+"T"
600 LOCATE$=E$+"Y"
1000 WIDTH 255
1010 CR=7:PRINT RES$:GOSUB 3290:DU=1
1015 ANZAHL=18
1020 DIM PARRS$(18),PAR$(18),PAR(18,3),PARRS(18),RST$(20)
1025 DIM AA$(7),PL$(18),WD(3),ALFAR(3),X(18),PA$(18,3),YQ(3),YO(3),FLAGWD(3),PHID(3)
,FLAGWZ(3),UN$(18),YTITEL$(3),YUNIT$(3)
1030 FOR I=1 TO 7:READ AA$(I):NEXT:FOR I=1 TO 10:READ RST$(I):NEXT:FOR I=1 TO ANZAHL
:READ PARRS$(I):NEXT:FOR I=1 TO 10:READ PL$(I)
:NEXT
1040 DIM FD(300,3),PHI(300,3),WW(300,3)
1050 PRINT E$;"m2#8":GOTO 1270
1060 GOSUB 2700:GOSUB 2730:GOSUB 2990:GOSUB 2770:GOSUB 2810:START=1
1070 '* * Start des Plot's * *
1080 PRINT CUPOFF$
1090 Y=0:X=50-4*LEN(DATE$)
1100 PRINT CUON$:PRINT CLR$
1110 GOSUB 3340:PRINT SCHR$;"MED":PRINT HIRE$:DATUM$
1120 A$=T$:GOSUB 2290
1130 PRINT SCHR$;"NORMAL"
1140 X=250-5*LEN(UT$):Y=16:GOSUB 3340
1150 PRINT HIRE$:UT$
1160 PRINT REVOFF$:PRINT E$;"m278"
1170 GOSUB 4010:IF PFLAG=1 THEN PFLAG=0:PRINT LICOPY$:GOTO 1240
1180 A$="Möchtest du Daten ändern ?":GOSUB 1210: GOSUB 4660:IF ANS=1 THEN KORR=0:GO
TO 2850
1190 PRINT CLRPP$:A$="Möchtest du den Bildschirminhalt auf den Drucker übertragen ?"
:GOSUB 1210:GOSUB 4660:IF ANS=1 THEN PRINT CLRPP
:PRINT LICOPY$
1200 A$="Drücke 'E' wenn Berechnung beendet werden soll,ansonsten beliebige Taste":GO
SUB 1210:GOTO 1220
1210 ROW=55:COL=32:PRINT LOCATE$:CHR$(ROW);CHR$(COL);A$:RETURN
1220 GOSUB 3450
1230 IF K$="E" THEN 3420
1240 PRINT E$;"m2 8": GOTO 1250
1250 '* * P R O G R A M M W A H L * *
1260 PRINT CLRPP$,CUPOFF$
1270 C=7:ROW=37:COL=42:FOR I=1 TO C:UN$(I)=AA$(I):NEXT I
1280 A$=" * BODEDIAGRAMM *":GOSUB 2240
1290 A$="A U S W A H L":FLAGR=0
1300 GOSUB 2010
1310 ON ASC(B$)-96 GOTO 1320,1400,1430,1580,1470,1380,7000
1320 '* * REGLER - STRECKEN DEFINITION * *
1330 C=10:ROW=37:COL=55:FOR I=1 TO C:UN$(I)=RST$(I):NEXT I
1340 A$="REGLER + STRECKEN - DEFINITION":PRINT CLRPP$
1350 GOSUB 2010
1360 RST=X:SL$=RST$(X)
1370 GOTO 4730
1380 '* * Bildschirm Copy auf den Drucker * *
1390 PFLAG=1:GOTO 1400
1400 IF START=1 THEN 1070
1410 PRINT LOCATE$:CHR$(53);CHR$(47)
1420 PRINT"Kein Plot gespeichert !":VERZ=2:GOSUB 2002:GOSUB 3290:GOTO 1270
1430 IF START=1 THEN GOTO 1830
1440 GOTO 1410
1450 PRINT "kein File vorhanden !":VERZ=2:GOSUB 2002
1460 GOSUB 3290:GOTO 1270
1470 '* * Datenfile löschen * *

```

```

1480 ON ERROR GOTO 1450
1485 INPUT "Bezeichnung des Laufwerks ? ",LA$
1490 WIDTH 80:FILES LA$+"*.PLT":PRINT:WIDTH 255
1510 PRINT:INPUT "Name des zu löschenden Files ";N$
1520 IF N$="" THEN 1270
1530 N$=N$+".PLT":PRINT:PRINT"Möchtest du diesn File wirklich löschen? ";N$;"?" ;:GO
SUB 4670: IF ANS=0 THEN 1270
1540 ON ERROR GOTO 4650
1550 NN$=LA$+"."+N$:KILL NN$
1560 PRINT:PRINT N$;" GELÖSCHT ! !":VERZ=1.5:GOSUB 2002
1570 GOTO 1270
1580 '* * Daten von einem File lesen * *
1590 PRINT CLRPP$:PRINT CUPOFF$:PRINT
1595 INPUT "Von welchem Laufwerk ? ",LA$
1600 PRINT"Die vorhandenen Files lauten:":PRINT
1610 WIDTH 80
1620 ON ERROR GOTO 1450
1630 PRINT:FILES LA$+"*.PLT":PRINT
1640 WIDTH 255
1650 PRINT
1660 INPUT "Welcher Plott? - Name eingeben!";F$
1670 IF F$="" THEN 1250
1680 IF LEN(F$)>8 OR LEN(F$)<1 THEN PRINT"Falsche Eingabe !":GOTO 1660
1690 F$=F$+".PLT"
1700 FI$=LA$+"."+F$
1710 ON ERROR GOTO 4640
1720 OPEN "I",1,FI$
1730 PRINT:PRINT"Ich lese die Daten von Laufwerk ";LA$;" aus ";F$
1740 INPUT #1,DATUM$:INPUT #1,DU:INPUT #1,WI:INPUT #1,WMIN
1750 FOR I=1 TO DU:FOR J=1 TO WI:INPUT#1,FO(J,I):INPUT #1,PHI(J,I):INPUT #1,WW(J,I):
NEXT J,I
1760 INPUT #1,UT$:INPUT #1,AZ:INPUT #1,FLAGWD
1770 IF FLAGWD=0 THEN 1790
1780 FOR I=1 TO DU:INPUT #1,WD(I),ALFAR(I):NEXT
1790 FOR J=1 TO DU:FOR I=1 TO AZ:INPUT #1,PAR$(I):INPUT#1,PAR(I,J):NEXT I,J
1800 CLOSE 1
1810 START=1
1820 GOTO 1060
1830 '* * Speichern der Daten auf Disk * *
1840 PRINT CLRPP$:PRINT CUPOFF$:PRINT
1845 INPUT "Von welchem Laufwerk ? ",LA$
1850 PRINT "Die Daten für diesen Plot werden auf Diskette in Laufwerk ";LA$;" gespe
ichert"
1860 INPUT "Der gewünschte Filename lautet (max. 8 Zeichen)";F$
1870 IF LEN(F$)>8 THEN PRINT"Falsche Eingabe !":GOTO 1860
1880 F$=F$+".PLT"
1890 FI$=LA$+"."+F$
1900 OPEN "D",1,FI$
1910 PRINT #1,DATUM$:PRINT #1,DU:PRINT #1,WI:PRINT #1,WMIN
1920 FOR I=1 TO DU:FOR J=1 TO WI:PRINT#1,FO(J,I):PRINT #1,PHI(J,I):PRINT #1,WW(J,I):
NEXT J,I
1930 PRINT #1,UT$:PRINT #1,AZ:PRINT #1,FLAGWD
1940 IF FLAGWD=0 THEN 1960
1950 FOR I=1 TO DU:PRINT #1,WD(I),ALFAR(I):NEXT
1960 FOR J=1 TO DU:FOR I=1 TO AZ:PRINT #1,PAR$(I):PRINT#1,PAR(I,J):NEXT I,J
1970 CLOSE 1
1980 PRINT:PRINT"File ";F$;" auf Disk gespeichert ! "
1990 FOR I=1 TO 1000:NEXT
2000 PRINT CLRPP$:GOTO 1270
2002 '* * Verzögerung * *
2006 FOR ZEIT =1 TO 5000*VERZ:NEXT
2008 RETURN

```

```

2010 ' * * Menü - Rutine * *
2020 PRINT CUOFF$ :PRINT CUPON$
2030 PRINT LOCATE$;CHR$(ROW);CHR$(COL)
2040 R0=2:IF C>7 THEN R0=1
2050 ROW=ROW+2
2060 FOR I=1 TO C
2070 PRINT LOCATE$;CHR$(ROW);CHR$(COL);
2080 ROW=ROW+R0
2090 PRINT CHR$(96+I);". ";UN$(I)
2100 NEXT I
2110 PRINT LOCATE$;CHR$(ROW);CHR$(COL);
2120 PRINT "TREFFE DEINE WAHL ( ";CHR$(97);" - ";CHR$(96+C);" ) ? ";
2130 B$ = INKEY$ : IF LEN(B$) = 0 THEN 2130
2140 PRINT B$:NN=RND(0)
2145 X=ASC(B$)-96
2160 IF X<1 OR X>C THEN PRINT CHR$(7):GOTO 2110
2170 PRINT CUOFF$;CUPON$;
2180 ROWW=ROW;ROWW=(C-X+1)*R0
2190 PRINT UDLPON$
2200 PRINT LOCATE$;CHR$(ROW);CHR$(COL);
2210 PRINT CHR$(96+X);". ";UN$(X);
2230 RETURN
2240 ' * * GROBSCHRIFT * *
2250 L=10*LEN(A$)
2260 X=350-L;Y=0:GOSUB 3340:PRINT CHR2$;PRINT REVON$;PRINT SCHR$;"OCR"
2270 PRINT HIRE$;A$;PRINT CHR2R$;PRINT REVOFF$;PRINT CUOFF$;PRINT SCHR$;"NORMAL"
2280 RETURN
2290 ' * * Normalschrift * *
2300 L=5*LEN(A$)
2310 X=250-L;Y=0:GOSUB 3340:PRINT REVON$;PRINT SCHR$;"NORMAL"
2320 PRINT HIRE$;A$;PRINT REVOFF$;PRINT CUOFF$
2330 RETURN
2340 DATA ERSTELLEN EINES BODEDIAGRAMM'S
2350 DATA PLOTTEN EINES VORHANDENEN BODEDIAGRAMM'S
2360 DATA PLOTT ABSPEICHERN : REM AA$
2370 DATA VORHANDENE PLOT'S LADEN
2380 DATA VORHANDENE PLOT'S LÖSCHEN
2390 DATA PLOTTEN DER BILDSCHIRMDARSTELLUNG AUF DRUCKER
2395 DATA INFORMATION
2400 DATA P - PT2 - Ptt :REM RTS$
2410 DATA PD - PT1
2420 DATA PD - Ptt - I
2430 DATA PD - PT1 - I^2
2440 DATA PD - PT2 - Ptt
2450 DATA PI - PT1 - I
2460 DATA PI - PT1 - PT1 -PT1
2470 DATA PI - PT1 - PT2
2480 DATA PI - PT1 - Ptt
2490 DATA PID - PT1 - Ptt
2500 DATA Reglerververstaerkung Vr =:REM PARR$
2510 DATA Streckenverstaerkung Vs =
2520 DATA Streckenverstaerkung Vst1=
2530 DATA Streckenverstaerkung Vst2=
2540 DATA Streckenverstaerkung Vst3=
2550 DATA Streckenverstaerkung Vstt=
2560 DATA Verzoegerungszeit T1/s=
2570 DATA Verzoegerungszeit T2/s=
2580 DATA Verzoegerungszeit T3/s=
2590 DATA Integrationszeit Ti/s=
2600 DATA Vorhaltezeit Tv/s=
2610 DATA Nachstellzeit Tn/s=
2620 DATA Daempfung d =

```

```

2630 DATA Totzeit          Tt/s=
2640 DATA Kreisfrequenz    W min/Hz =
2642 DATA Durchtrittsfrequenz wd/Hz=
2644 DATA Amplitudenreserve Ar =
2646 DATA Phasenreserve /Grad =
2650 DATA 01020608141315,0102071115
2660 DATA 010211101415,010311071015
2670 DATA 0104061108131415,010212071015
2680 DATA 010304051207080915,0103041207081315
2690 DATA 01020612071415,01030612110715
2700 ' * Titel *
2710 T$= "BODE - DIAGRAMM"
2720 RETURN
2730 ' * * Untertitel * *
2740 IF DU>1 THEN 2760
2750 UT$= "Regler + Strecke: "+SL$
2760 RETURN
2770 ' * * Y Titel und Einheiten * *
2780 YTITEL$(1)="Fo":YTITEL$(2)=" p"
2790 YUNIT$(1)=" dB":YUNIT$(2)="Grad"
2800 RETURN
2810 ' * * X Titel und Einheiten * *
2820 XTITEL$="Kreisfrequenz "
2830 XUNIT$="w/s-1"
2840 RETURN
2850 ' * * Ändern der Parameter * *
2860 D=DU:DU=DU+1:IF DU > 3 THEN 1190
2870 PRINT CLR$
2872 FOR I= 1 TO AZ
2876 PAR(I,DU)=PAR(I,DU-1)
2878 NEXT I
2879 IF KORR =1 THEN D=DU
2880 PRINT E$;"m2#8":PRINT CLRPP$:ROW=37:COL=47:C=AZ-1
2890 GOSUB 2980:GOSUB 2010:INPUT PAR(X,DU):X(X)=X:PRINT LOCATE$:CHR$(ROWW);CHR$(COL)
2930 D=DU
2940 A$="wünschst du weitere Änderungen ?"
2950 PRINT LOCATE$:CHR$(ROWW+2);CHR$(69-INT(LEN(A$)/2));A$:GOSUB 4660
2960 IF ANS=1 THEN 2880
2970 PRINT CLRPP$:GOTO 4870
2980 ' * * Parameterauflistung * *
2990 A$="Die zuletzt eingegebenen Parameter waren"
3000 FOR I = 1 TO AZ-1
3010 UN$(I)=PAR$(I) + " "+STR$(PAR(I,D))
3020 NEXT I
3030 PRINT
3040 RETURN
3050 ' * * Formatierung * *
3060 V=4:N=3
3070 FOR D=1 TO DU:FOR I=1 TO AZ+3:ZA=PAR(I,D)
3080 Z1=INT(ABS(ZA)):Z2=INT(10^N*(ABS(ZA)-Z1)+.5)
3090 IF ZA >= 0 THEN Z1$=" "+MID$(STR$(Z1),2,V)
3100 IF ZA < 0 THEN Z1$="-"+MID$(STR$(Z1),2,V)
3110 Z1$=RIGHT$(" "+Z1$,V)
3120 Z2$=LEFT$(RIGHT$("0000"+MID$(STR$(Z2),2),N)+ " ",N):Z$=Z1$+"."+Z2$
3130 PA$(I,D)=Z$:NEXT I,D:RETURN
3140 ' * * Linientypen Darstellung * *
3150 FOR P=1 TO DU
3160 X=LM+175+50*(P-1):Y=8:GOSUB 3340
3170 PRINT LINET$:P
3180 X=35:Y=0:GOSUB 3360
3190 NEXT:PRINT LINET$:1:PRINT LINEW$:1:RETURN
3200 ' * * Parameterausgabe * *

```

```

3210 GOSUB 3050
3220 LM=450:HM=0
3240 PRINT SCHR$;"small":PRINT UNDLON$
3250 X=!M:Y=HM:GOSUB 3340:PRINT HIRE$;"PARAMETER:":PRINT CHR2R$:PRINT UNDOFF$
3260 X=LM:Y=13+HM:GOSUB 3340
3265 FOR Z= 1 TO 3: PAR$(AZ+Z)=PARRS$(15+Z):NEXT Z
3270 FOR N=1 TO AZ:PRINT HIRE$;PAR$(N):FOR I=1 TO DU:PRINT HIRE$;PA$(N,I):NEXT I:X=L
M:Y=Y+10:GOSUB 3340
3280 NEXT N
3281 '* * ERGEBNISSE * *
3282 X=LM:Y=YQ(3)+2
3283 GOSUB 3340:PRINT UNDLON$:PRINT HIRE$;"ERGEBNISSE:":PRINT UNDOFF$
3284 X=LM:Y=Y+10:GOSUB 3340
3285 FOR N=AZ+1 TO AZ+3:PRINT HIRE$;PAR$(N):FOR I =1 TO DU:PRINT HIRE$;PA$(N,I):NEXT
I:X=LM:Y=Y+10:GOSUB 3340:NEXT N
3289 GOSUB 3140:PRINT CUOFF$:RETURN
3290 '* * CLEAR SCREEN 0 * *
3300 PRINT CUOFF$:PRINT CUOFF$:PRINT SWS$:0:PRINT SDS$:0:PRINT CLR$
3310 PRINT SRUL$;CR:REM SET COMB. RULE TO CR
3320 PRINT CUPON$
3330 RETURN
3340 '* * CURSOR POSITIONIERUNG IN X UND Y * *
3350 X%=X:Y%=Y:PRINT POSA$;X%,Y%:RETURN
3360 '* * ZEICHNET RELATIV IN X UND Y * *
3370 X%=X:Y%=Y:PRINT DRAWRE$;X%,Y%:RETURN
3380 '* * ZEICHNET ABSOLUT IN X UND Y * *
3390 X%=X:Y%=Y:PRINT DRAWAB$;X%,Y%:RETURN
3400 '* * SET COMB RULE TO CR * *
3410 PRINT SRUL$;CR:RETURN
3420 '* * EXIT AND RESTORE * *
3430 PRINT E$;"m2 8":PRINT E$;"E":PRINT RES$
3440 PRINT CU$:PRINT SDS$: 0:PRINT CLR$:PRINT SWS$:0:END
3450 K$=INKEY$:IF K$="" THEN 3450 ELSE RETURN
3460 '* * Kurvenzuordnung * *
3470 X=600:Y=300:GOSUB 3340:PRINT HIRE$;"Kurvenzuordnung:"
3480 FOR I=1 TO DU
3490 X=600:Y=Y+16:GOSUB 3340
3500 PRINT LINET$;I:PRINT LINEW$;2
3510 X=X+10*LEN("Kurvenzug 1"):GOSUB 3360:REM zeichnet Linie zum Kurvenzug i
3520 X=600:Y=Y+4:GOSUB 3340
3530 PRINT HIRE$;"Kurvenzug ";I
3540 NEXT
3550 PRINT LINEW$;1:PRINT LINET$;1:RETURN
3560 '* * Beschriftung der X-Skalierung * *
3570 XS1=XLI
3580 FOR K=1 TO 4
3590 FOR J=1 TO 2:X=LOG(10)*KL*DE+XS1-3:Y=YQ(J)+5
3600 GOSUB 3340:X$=STR$(WMIN*10^K):PRINT HIRE$;X$
3610 NEXT J:XS1=X:NEXT K
3620 RETURN
3630 '* * Beschriftung Y-Achsen * *
3640 GOSUB 2770
3650 FOR I=1 TO 2
3660 PRINT SCHR$;"BESCHR"
3670 Y$=YTITEL$(I)
3680 Y=YQ(I):X=0
3690 GOSUB 3340
3700 PRINT HIRE$;Y$
3710 Y$=YUNIT$(I)
3720 Y=YQ(I)+15
3730 GOSUB 3340
3740 PRINT HIRE$;Y$

```

```

3750 X=0:Y=Y0(I)+13:GOSUB 3340:X=30:Y=0:GOSUB 3360
3760 NEXT I
3770 '* * Beschriftung X-Achsen * *
3780 PRINT SCHR$;"smprop"
3790 GOSUB 3360:GOSUB 2810
3800 PRINT SCHR$;"BESCHR"
3810 FOR I=1 TO 2
3820 X#=XUNIT$
3830 Y=YQ(I)+15:X=700
3840 GOSUB 3340
3850 PRINT HIRE$;X$
3860 NEXT I
3870 '* * Beschriftung der Y-Skalierung * *
3880 PRINT SCHR$;"smprop"
3890 S=YL/8:Y=Y0(1)-4:X=XLI-37
3900 FOR I=50 TO -30 STEP -10
3910 Y#=STR$(I)
3920 GOSUB 3340
3930 PRINT HIRE$;Y$:Y=Y+S:X=XLI-37
3940 NEXT I
3950 S=YL/12:Y=Y0(2)-4:X=XLI-37
3960 FOR I=90 TO -270 STEP -30
3970 Y#=STR$(I)
3980 GOSUB 3340
3990 PRINT HIRE$;Y$:Y=Y+S:X=XLI-37
4000 NEXT I:RETURN
4010 '* * UNTERPROGRAMM KOORDINATENSYSTEM * *
4020 PRINT LINET$;1:PRINT LINEW$;1
4030 XLI=72
4040 XL=660:YL=150:Y0(1)=30:Y0(2)=Y0(1)+180
4050 YQ(1)=Y0(1)+YL*5/8:YQ(2)=Y0(2)+(3/12*YL):YQ(3)=Y0(2)+(9/12*YL)
4060 FOR I=1 TO 2
4070 X=XLI:Y=Y0(I):GOSUB 3340:X=0:Y=YL:GOSUB 3360
4080 X=XLI:Y=YQ(I):GOSUB 3340:X=XL:Y=0:GOSUB 3360
4090 NEXT I
4100 '* * Y-Skalierung * *
4110 SW=10:S=YL/8:H=0:MYA=S/SW:REM SW=Skalierungsweite- hier 10dB
4120 FOR I=0 TO 8
4130 X=XLI-3:Y=Y0(1)+H:GOSUB 3340:X=6:Y=0:GOSUB 3360:H=H+S
4140 NEXT I
4150 SW=30:S=YL/12:H=0:MYP=S/SW
4160 FOR I=0 TO 12
4170 X=XLI-3:Y=Y0(2)+H:GOSUB 3340:X=6:Y=0:GOSUB 3360:H=H+S
4180 NEXT I
4190 X=XLI:Y=YQ(3):GOSUB 3340:X=XL:Y=0:GOSUB 3360
4200 '* * X-Skalierung * *
4210 XS1=XLI:KL=.434294
4220 DE=XL/4:REM Dekadenlänge
4230 FOR K=1 TO 4
4240 FOR J=1 TO 2: FOR I=2 TO 10: XS=LOG(I)*KL*DE+XS1
4250 X=XS:Y=YQ(J)-3:GOSUB 3340:X=0:Y=6:GOSUB 3360
4260 NEXT I,J:XS1=XS:NEXT K
4270 GOSUB 3630:GOSUB 3200
4280 '* * Lineplott * *
4290 FOR D=1 TO DU:PRINT LINET$;D:PRINT LINEW$;1
4300 VER=0
4310 LO=LOG(WW(1,1))*KL:IF LO <>0 THEN VER=LO*DE
4320 X=LO*DE+XLI-VER
4330 Y=YQ(1)-FD(1,D)*MYA
4340 GOSUB 3340
4350 FOR I=1 TO (WI*4/5)-1
4360 LO=LOG(WW(I,D))*KL

```

```

4370 LO1=LOG(WW(I+1,D))*KL
4380 X=LO*DE+XLI-VER:Y=YQ(1)-(FO(I,D)*MYA):GOSUB 3340
4390 X=LO1*DE+XLI-VER:Y=YQ(1)-(FO(I+1,D)*MYA):GOSUB 3380
4400 NEXT I
4410 LO=LOG(WW(1,D))*KL:IF LO <>0 THEN VER= LO *DE
4420 X=LO *DE+XLI-VER
4430 Y=YQ(2)-PHI(1,D)*MYP
4440 GOSUB 3340
4450 FOR I=1 TO (WI*4/5)-1
4460 LO=LOG(WW(I,D))*KL
4470 LO1=LOG(WW(I+1,D))*KL
4480 X=LO*DE+XLI-VER:Y=YQ(2)-(PHI(I,D)*MYP):IF X>799 OR Y>399 THEN 4510
4490 GOSUB 3340
4500 X=LO1*DE+XLI-VER:Y=YQ(2)-(PHI(I+1,D)*MYP):GOSUB 3380
4510 NEXT I
4520 '* * Durchtrittsmarkierung * *
4530 IF FLAGWD(D)= 0 THEN 4610
4540 PRINT LINEW$;1
4550 XD=LOG(PAR(AZ+1,D))*KL*DE+XLI-VER
4560 YD=YQ(2)-PHID(D)*MYP
4570 Y=YQ(1):X=XD:GOSUB 3340:Y=YD:X=XD:GOSUB 3380:PRINT LINEW$;2:Y=YQ(3):GOSUB 3380
4580 PRINT LINEW$;1:Y=YD:X=XLI:GOSUB 3340:Y=YD:X=XD:GOSUB 3380
4610 NEXT D
4620 RETURN
4630 '* * Fehlerroutine * *
4640 PRINT "File nicht gefunden ";:RESUME 1660
4650 PRINT"File nicht gefunden!";:RESUME 1510
4660 '* * JA oder NEIN Antwort * *
4670 K$=INKEY$:IF K$="" THEN 4670
4680 IF K$="J" OR K$="j" THEN ANS=1:GOTO 4710
4690 IF K$="N" OR K$="n" THEN ANS=0:GOTO 4710
4700 PRINT CHR$(7);:GOTO 4670
4710 PRINT K$:RETURN
4720 PRINT K$:RETURN
4730 '* * Parametereingabe * *
4740 ROW=37:COL=47
4750 LPL=LEN(PL$(RST))/2
4760 A$="PARAMETEREINGABE FÜR "+SL$:PRINT CLRPP$
4770 PRINT LOCATE$;CHR$(ROW);CHR$(69-INT(LEN(A$)/2));A$
4780 ROW = ROW + 2
4790 FOR I=1 TO LPL
4800 PRINT LOCATE$;CHR$(ROW);CHR$(COL);
4810 Z=I*2-1:X$=MID$(PL$(RST),Z,2):X=VAL(X$)
4820 PRINT I;". ";PARRS$(X);:INPUT PARRS(X)
4830 ROW = ROW + 1
4840 PAR$(I)=PARRS$(X):PAR(I,1)=PARRS(X)
4850 NEXT I:ROW=ROW+3
4860 AZ=LPL:WMIN=PAR(AZ,1):DU=1
4870 A$=" ***** I C H R E C H N E ..... *****
4880 PRINT LOCATE$;CHR$(ROW+3);CHR$(69-INT(LEN(A$)/2));A$
4890 PRINT CUPOFF$
4900 '*****
4910 '* Berechnung *
4920 '*****
4930 DATUM$=DATE$
4940 WI=0:ST=WMIN/2:KL=.43429:PI=3.141534:KDEG=180/PI:FLAGWD(DU)=0:FLAGWZ(DU)=0:GREN
ZE=.005:PAR(AZ+2,DU)=0
4950 FOR J=0 TO 4
4960 FOR W=10^J*WMIN TO 9.899999^(J+1)*WMIN STEP ST*10^J :WI=WI+1:WW(WI,DU)=W:GOSUB
5070
4962 IF FLAGF0=0 THEN GOSUB 6200
4967 IF FLAGWD(DU)=1 THEN 5040

```

```

4970 IF FO(WI,DU) < GRENZE AND FO(WI,DU) > -GRENZE THEN FLAGWD(DU)=1:PAR(AZ+1,DU)=W
:PHID(DU)=PHI(WI,DU):PAR(AZ+3,DU)=PHI(WI,DU)+180
:GOTO 5040
4980 IF FO(WI,DU) > GRENZE THEN 5040
4990 GOSUB 5000:GOTO 5040
5000 STP=ST*10^J:WT=W:WT1=W
5010 WI=WI-1:STP=STP/10:FOR WG=WT1-10*STP TO WT1 STEP STP:WI=WI+1:WW(WI,DU)=WG:W=WG:
  GOSUB 5070:IF FO(WI,DU) > GRENZE THEN NEXT WG
5020 IF FO(WI,DU) > -GRENZE THEN PAR(AZ+1,DU)=W:PAR(AZ+3,DU)=PHI(WI,DU)+180:PHID(DU)
=PHI(WI,DU):FLAGWD(DU)=1:RETURN
5030 WT1=WG:GOTO 5010
5040 IF FLAGWD(DU)=0 THEN 5048
5042 IF FLAGWZ(DU)=1 THEN 5048
5043 IF PHI(WI,DU) < -179.9 AND PAR(AZ+3,DU) > 0 THEN PAR(AZ+2,DU)=1/(10^(FO(WI,DU)/
20)):FLAGWZ(DU)=1
5048 NEXT W,J
5050 '* *RECHNUNG BEENDET * *
5060 GOTO 1060 :REM START DES PLOTJS
5070 REM Verteiler zu Regler-Strecke
5075 ON ERROR GOTO 5092
5080 ON RST GOSUB 5410,5100,5200,5470,5300,5150,5250,5520,5580,5360
5090 RETURN
5092 PRINT "Die eingegebenen Parameter bewirken eine unerlaubte math. Operation"
5093 PRINT "***** Überprüfe die eingegebenen Werte !! *****"
5094 VERZ=6:GOSUB 2002:KORR=1:RESUME 2879
5097 GOTO 5092
5100 '* * PD - PT1 * *
5110 VR=PAR(1,DU):VS=PAR(2,DU):T1=PAR(3,DU):TV=PAR(4,DU)
5120 VD=VR*VS
5125 GOSUB 6100
5130 FO(WI,DU)=20*LOG(VD*SQR((1+W^2*TV^2)/(1+W^2*T1^2)))*KL
5140 PHI(WI,DU)=(ATN(W*TV)-ATN(W*T1))*KDEG:RETURN
5150 '* * PI - PT1 - I * *
5160 VR=PAR(1,DU):VS=PAR(2,DU):TN=PAR(3,DU):T1=PAR(4,DU):TI=PAR(5,DU)
5170 VD=VR*VS
5175 GOSUB 6100
5180 FO(WI,DU)=20*LOG(VD/(W*TI)*SQR((1+1/(W^2*TN^2))/(1+W^2*T1^2)))*KL
5190 PHI(WI,DU)=(-ATN(1/(W*TN))-ATN(W*T1))*KDEG-90:RETURN
5200 '* * PD - Ptt - I * *
5210 VR=PAR(1,DU):VS=PAR(2,DU):TV=PAR(3,DU):TI=PAR(4,DU):TT=PAR(5,DU)
5220 VD=VR*VS
5225 GOSUB 6100
5230 FO(WI,DU)=20*LOG(VD/(W*TI)*SQR(1+W^2*TV^2))*KL
5240 PHI(WI,DU)=(+ATN(W*TV)-W*TT)*KDEG-90:RETURN
5250 '* * PI - PT1 - PT1 - PT1 * *
5260 VR=PAR(1,DU):VST1=PAR(2,DU):VST2=PAR(3,DU):VST3=PAR(4,DU):TN=PAR(5,DU):T1=PAR(6
,DU):T2=PAR(7,DU):T3=PAR(8,DU)
5270 VD=VR*VST1*VST2*VST3
5275 GOSUB 6100
5280 FO(WI,DU)=20*LOG(VD*SQR((1+1/(W^2*TN^2))/(1+W^2*T1^2)*(1+W^2*T2^2)*(1+W^2*T3^2
)))*KL
5290 PHI(WI,DU)=(-ATN(1/(W*TN))-ATN(W*T1)-ATN(W*T2)-ATN(W*T3))*KDEG:RETURN
5300 '* * PD - PT2 - Ptt * *
5310 VR=PAR(1,DU):VST2=PAR(2,DU):VSTT=PAR(3,DU):TV=PAR(4,DU):T2=PAR(5,DU):D9=PAR(6,D
U):TT=PAR(7,DU)
5320 VD=VR*VST2*VSTT
5325 GOSUB 6100
5330 FO(WI,DU)=20*LOG(VD*SQR((1+(W^2*TV^2))/((1-W^2*T2^2)^2+(4*D9^2*W^2*T2^2))))*KL
5340 GOSUB 6000:PHI=-ATN((2*D9*W*T2)/PHIDIV)
5345 IF PHI > 0 THEN PHI=PHI-PI
5350 PHI(WI,DU)=(ATN(W*TV)+PHI-W*TT)*KDEG:RETURN
5360 '* * PID - PT1 - Ptt * *

```

```

5370 VR=PAR(1,DU):VST1=PAR(2,DU):VSTT=PAR(3,DU):TN=PAR(4,DU):TV=PAR(5,DU):T1=PAR(6,DU)
5380 VD=VR*VST1*VSTT
5385 GOSUB 6100
5390 FO(WI,DU)=20*LOG(VD*SQR((1+(W*TV-1/(W*TN)^2))/(1+W^2*T1^2)))*KL
5400 PHI(WI,DU)=(ATN(W*TV-1/(W*TN))-ATN(W*T1)-W*TT)*KDEG:RETURN
5410 '* * P - PTt - PTt * *
5420 VR=PAR(1,DU):VST1=PAR(2,DU):VSTT=PAR(3,DU):T2=PAR(4,DU):TT=PAR(5,DU):D9=PAR(6,DU)
5430 VD=VR*VST1*VSTT
5435 GOSUB 6100
5440 FO(WI,DU)=20*LOG(VD/SQR((1-W^2*T2^2)^2+4*D9^2*W^2*T2^2))*KL
5450 GOSUB 6000:PHI=-ATN((2*D9*W*T2)/PHIDIV):IF PHI>0 THEN PHI=PHI-PI
5460 PHI(WI,DU)=(PHI-(W*TT))*KDEG:RETURN
5470 '* * PD - PT1 - I^2 * *
5480 VR=PAR(1,DU):VST1=PAR(2,DU):TV=PAR(3,DU):T1=PAR(4,DU):TI=PAR(5,DU)
5490 VD=VR*VST1
5495 GOSUB 6100
5500 FO(WI,DU)=20*LOG(VD/(W^2*TI^2)*SQR((1+W^2*TV^2)/(1+W^2*T1^2)))*KL
5510 PHI(WI,DU)=(ATN(W*TV)-ATN(W*T1))*KDEG-180:RETURN
5520 '* * PI - PT1 - PT2 * *
5530 VR=PAR(1,DU):VST1=PAR(2,DU):VST2=PAR(3,DU):TN=PAR(4,DU):T1=PAR(5,DU):T2=PAR(6,DU)
5540 VD=VR*VST1*VST2
5545 GOSUB 6100
5550 FO(WI,DU)=20*LOG(VD*SQR((1+1/(W^2*TN^2))/((1+W^2*T1^2)*((1-W^2*T2^2)^2+4*D9^2*W^2*T2^2))))*KL
5560 GOSUB 6000:PHI=-ATN((2*D9*W*T2)/PHIDIV):IF PHI>0 THEN PHI=PHI-PI
5570 PHI(WI,DU)=(-ATN(1/(W*TN))-ATN(W*T1)+PHI)*KDEG:RETURN
5580 '* * PI - PT1 - PTt * *
5590 VR=PAR(1,DU):VST1=PAR(2,DU):VSTT=PAR(3,DU):TN=PAR(4,DU):T1=PAR(5,DU):TT=PAR(6,DU)
5600 GOSUB 6100
5610 FO(WI,DU)=20*LOG(VD*SQR((1+1/(W^2*TN^2))/(1+W^2*T1^2)))*KL
5620 PHI(WI,DU)=(-ATN(1/(W*TN))-ATN(W*T1)-W*TT)*KDEG:RETURN
5690 '* * ÜBERWACHUNG DIV/NULL * *
6000 PHIDIV=1-W^2*T2^2:IF PHIDIV=0 THEN PHIDIV=9.999999E-21
6010 RETURN
6090 '* * ÜBERWACHUNG V0 < 1 * *
6100 IF V0 => 1 THEN RETURN
6110 PRINT: VERZ=2.5:PRINT "***** Gesamtverstärkung <= 1 nicht zulässig *****":GOSUB 2002:KORR=1:GOTO 2879
6200 '* * ÜBERWACHUNG FO(1,DU) * *
6205 FLAGF0=1
6210 PRINT:IF FO(1,DU) > 0 THEN RETURN
6220 PRINT "***** Eine Weiterrechnung ist nicht möglich - Fo(1) < 0 *****"
6230 VERZ=2.5:GOSUB 2002:KORR=1:GOTO 2879
7000 PRINT CLRPP$:PRINT"Dieses Programm bietet die Möglichkeit, drei verschiedene Kurven darzustellen."
7010 PRINT"Nach jedem Durchgang können Sie ein oder mehrere Parameter verändern."
7020 PRINT"Zur Dokumentation kann über den angeschlossenen Drucker eine Bildschirmcopy erstellt werden."
7030 PRINT"Das Programm kann nicht unterbrochen oder aufgelistet werden."
7040 PRINT"Sollte das Programm 'AUSSTEIGEN' so ist durch Eingabe von Bode3 ein neuer Start möglich."
7100 PRINT:PRINT "Zum weitermachen drücke eine beliebige Taste."
7110 TASTE$=INKEY$
7120 IF TASTE$="" THEN 7110
7130 GOTO 1250
8000 STOP

```

```

20000 'Normalschrift 12 cpi
20010 LPRINT CHR$(27);CHR$(91);CHR$(49);CHR$(119)
20015 'Formularlänge'
20018 FORML$=CHR$(27)+CHR$(91)+"072t"
20020 LPRINT FORML$
20023 'Sprung über die Perforation'
20025 PREFS$=CHR$(27)+CHR$(91)+"010r"
20028 LPRINT PREFS$
20030 'linker Rand'
20040 WIDTH LPRINT 80

```

Der Dialog mit dem Rechner verläuft nach dem in Bild 7.1 dargestellten Fluß-Diagramm. Nach Aufrufen des Programms "NYQUIST" (Eingabe des Datums und der Uhrzeit können mit RETURN übergangen werden) erscheint auf dem Bildschirm das erste Menue (Bild 7.2).

Wählt man beispielsweise "1", zeigt der Rechner eine Liste von möglichen Paarungen aus Regler und Strecke, aus denen man eine anwählen kann (Bild 7.3). Hieraus wurde "1" getippt; eine Regelung aus PD-Regler und P-I-T_t-Strecke. Danach erscheint die Liste mit den einzugebenden Parametern (Bild 7.4).

In einem ersten Rechnerlauf ermittelt das Programm von $\omega \approx 0$ beginnend die Ortskurve mit einem festen Maßstab für Real- und Imaginärteil. Dabei nimmt die Auflösung der Rechenwerte mit steigender Frequenz ω zu, so daß spiralförmig verlaufende Ortskurven gut nachgebildet werden.

Das Programm endet zunächst mit der Bildschirmdarstellung der Ortskurve, Angabe der Gleichung des offenen Regelkreises F_0 , Auflistung der Parameter und der Stabilitätsaussage nach Nyquist (Bild 7.5). Diese Regelung ist stabil.

Die dann noch möglichen Änderungen und/oder Ergänzungen der Ortskurve können durch beantworten der nacheinander eingeblendeten Textpassagen vorgenommen werden.

In der untersten Zeile des Bildschirms erscheint dann die Frage nach der Änderung des Maßstabs der Ortskurve. Ist eine Maßstabsänderung gewünscht, drückt man "J". Dann kommt die Frage nach dem Maßstabsfaktor. Man kann eine Zahl $n = 0, \dots, 1; 2;$ eingeben, die zur Vergrößerung oder Verkleinerung des Maßstabes führt. Anschließend fragt der Rechner, ob der Koordinatenmittelpunkt verschoben werden soll. Drückt man "J", erscheint im Mittelpunkt ein Pfeil, den man mit der Tastatur verschieben kann. Nach beendeter Verschiebung

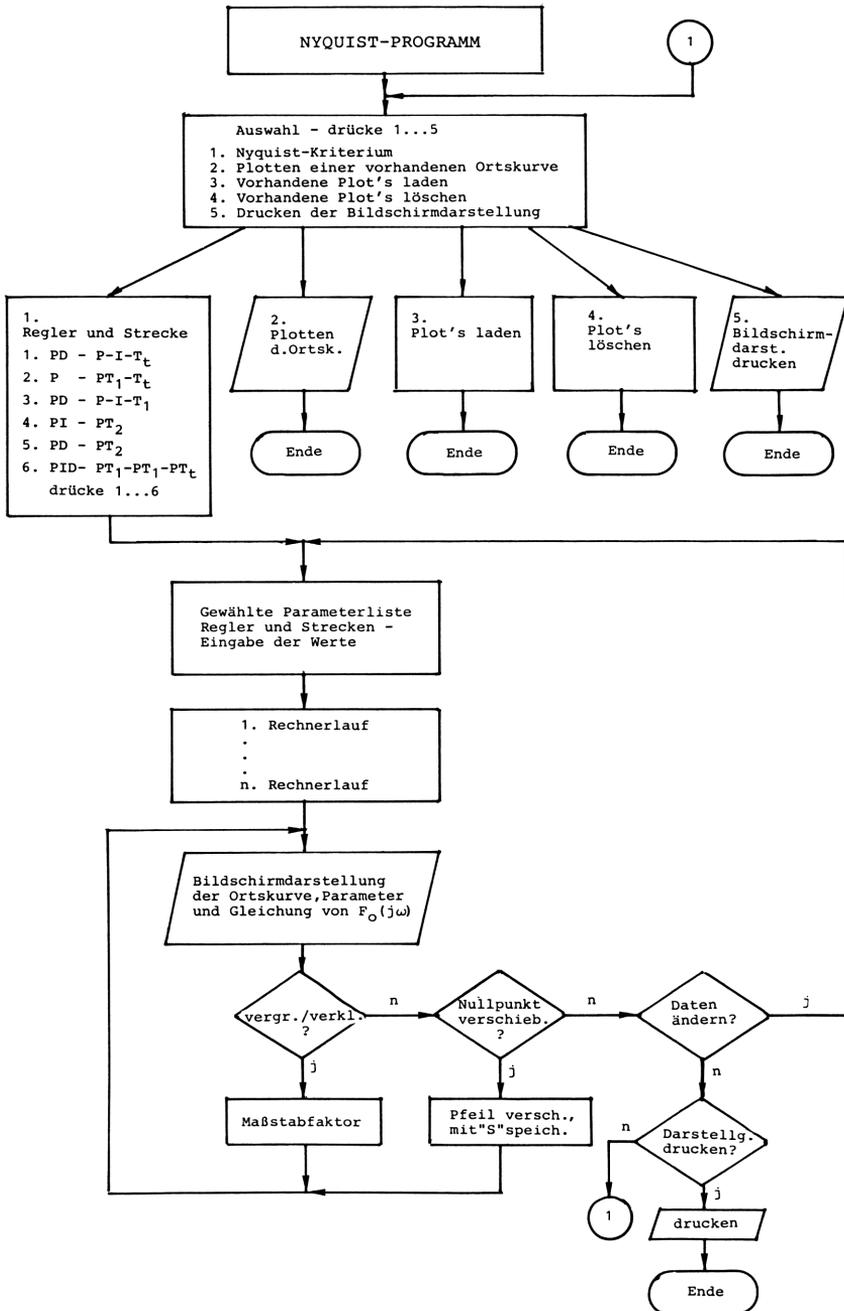


Bild 7.1 Fluß-Diagramm des Nyquist-Programms

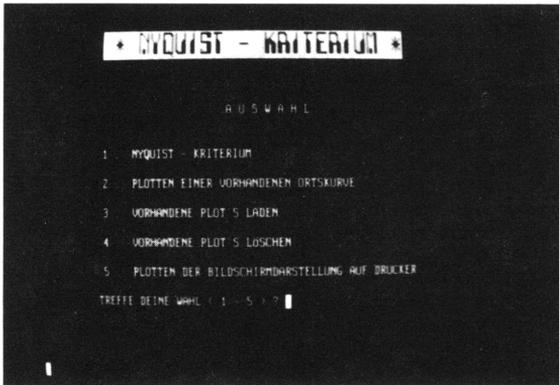


Bild 7.2 Menue-Wahl beim Nyquist-Kriterium mit dem Sirius-Rechner

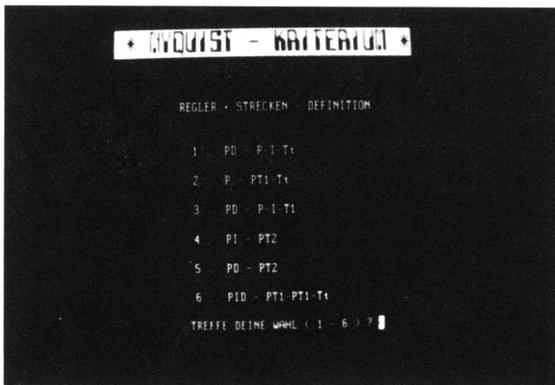


Bild 7.3 Liste der möglichen Paarungen von Regler und Strecke beim Nyquist-Kriterium mit dem Sirius-Rechner



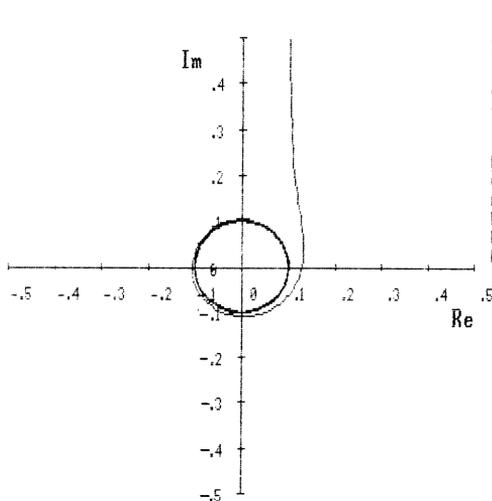
Bild 7.4 Parameter-Eingaben für PD-Regler und P-I-T_t-Strecke beim Nyquist-Kriterium

NYQUIST - KRITERIUM

Regler + Strecke: PD - P-I-T_t

$$\text{RE}(F\omega) = V_0 / (\omega * T_I) * (\sin(\omega * T) - \omega * T_V * \cos(\omega * T))$$

$$\text{IM}(F\omega) = V_0 / (\omega * T_I) * (\cos(\omega * T) + \omega * T_V * \sin(\omega * T))$$



PARAMETER:

Reglerverstärkung	Vr = 10.000
Streckenverstärkung	Vs = 1.000
Integrationszeit	Ti/s = 1.000
Vorhaltezeit	Tv/s = 0.010
Totzeit	Tt/s = 0.020

ERGEBNISSE

w fuer $\text{Im}(F\omega)=0$	wz/Hz = 121.100
Amplitudenreserve	Ar = 7.714
Durchtrittsfrequenz	wd/Hz = 10.100
Phasenreserve /Grad	= 84.195
Regelung	= stab.

Bild 7.5 Bildschirmdarstellung einer Ortskurve auf dem Sirius-Rechner und Ausgabe der Stabilitätsaussage (ω_z , A_R , ω_D , α_R)

ist "S" zu drücken und der Rechner stellt nun die Ortskurve mit verändertem Maßstab und Mittelpunktverschiebung dar.

Ist die Regelung instabil, können auch die Parameter geändert werden. Der Rechner fragt nach der Parameteränderung und man hat "J" zu drücken. Dann erscheint wieder die Parameterliste, in die man neue Werte eingeben kann.

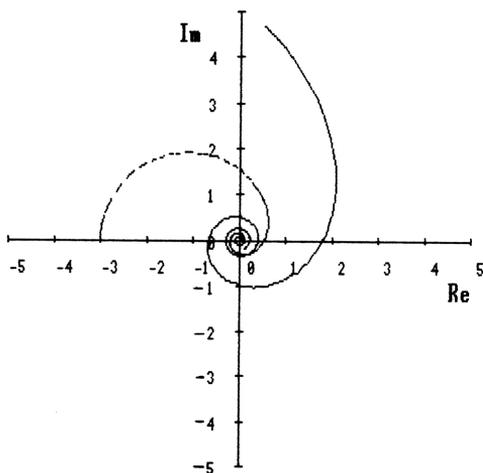
Für eine Regelung aus P-Regler und PT_1-T_t -Strecke ist dies beispielhaft durchgeführt in Bild 7.6. Zunächst war die Regelung instabil (durchgezogene Linie). Mit Änderung der Reglerverstärkung auf $V_r = 3$ konnte sie stabilisiert werden (gestrichelte Linie). Dies ist anschaulich aus dem Ortskurvenverlauf und den aufgezeichneten Ergebnissen zu erkennen.

NYQUIST - KRITERIUM

Regler + Strecke: P - PT_1-T_t

$$RE(F\omega) = V_0 / (1 + \omega^2 T_1^2) * (\omega T_1 * \sin(\omega T_1) - \cos(\omega T_1))$$

$$IM(F\omega) = V_0 / (1 + \omega^2 T_1^2) * (\omega T_1 * \cos(\omega T_1) + \sin(\omega T_1))$$



PARAMETER:		-----	-----
Reglerverstärkung	$V_r =$	10.000	3.000
Streckenverstärkung	$V_s =$	1.000	1.000
Verzögerungszeit	$T_1/s =$	0.050	0.050
Totzeit	$T_t/s =$	0.016	0.016

ERGEBNISSE		
ω fuer $IM(F\omega) = 0$	$\omega z/\text{Hz} =$	189.358 189.000
Amplitudenreserve	$Ar =$	0.556 1.047
Durchtrittsfrequenz	$\omega d/\text{Hz} =$	199.358 56.500
Phasenreserve /Grad	$=$	-87.823 57.699
Regelung	$=$	instab. stab.

Bild 7.6 Ausdruck der Bildschirmdarstellung für eine optimierte Regelung aus P-Regler und PT_1-T_t -Strecke

7.1.2 Bode-Diagramm

Mit dem BASIC-Programm (Tabelle 7.2) kann der Benutzer das Bode-Diagramm einer vorher ausgewählten Regelung auf dem Rechnerbildschirm darstellen und optimieren. Der Dialog mit dem Rech-


```

570 CURE$=G$+"1" :CUPRE$=E$+"k"
580 LICOPY$=G$+"?"
590 SAVEW$=G$+"S"
600 LOADW$=G$+"T"
610 LOCATE$=E$+"Y"
1010 WIDTH 255
1020 PRINT RES$:DU=1: PRINT CLR$;CLRPP$
1030 MAXIMAL=19
1040 DIM PARRS$(19),PAR$(19),PAR(19,3),PARRS(19),RST$(20),PA$(13,3)
1045 DIM AA$(6),UN$(6),PL$(6),X(6),X$(2),FLAGWZ(3),FLAGWD(3),WI(3)
1050 FOR I=1 TO 6:READ AA$(I):NEXT:FDR I=1 TO 6:READ RST$(I):NEXT:FDR I=1 TO MAXIMAL
:READ PARRS$(I):NEXT:FDR I=1 TO 6:READ PL$(I):
NEXT
1060 DIM RE(1000,3),IM(1000,3),W(1000,3),TR$(3),TI$(3)
1070 PRINT E$;"m2#8":GOTO 1340
1080 GOSUB 2610:GOSUB 2640:GOSUB 2820:START=1
1090 '* * Start des Plot's * *
1095 FLAGZ=0
1100 PRINT CUPOFF$
1110 Y=0:X=50-4*LEN(DATE$)
1120 ANSZ=0:ANSV=0
1130 PRINT CUDN$:PRINT CLR$
1140 GOSUB 3250:PRINT SCHR$;"MED":PRINT HIRE$;DATUM$
1150 A$=T$:GOSUB 2180
1160 PRINT SCHR$;"NORMAL"
1170 X=250-5*LEN(UT$):Y=16:GOSUB 3250
1180 PRINT HIRE$;UT$
1190 PRINT REVOFF$:PRINT E$;"m278"
1195 GOSUB 3450:IF KCOPY$="ja" THEN RETURN
1200 IF PFLAG=1 THEN PFLAG=0:PRINT LICOPY$:GOTO 1310
1210 A$="Möchtest Du die Darstellung vergrößern oder verkleinern?":GOSUB 1280:GOSUB
4260:IF ANS=1 THEN ANSZ=1:INPUT "Gebe den Maßst
absfaktor ein !",ZOOM:FLAGZ=1
1220 A$="Möchtest du den Mittelpunkt des Koordinatensystems verschieben?":GOSUB 128
0:GOSUB 4260:IF ANS=1 THEN ANSV=1:GOSUB 4090
1230 IF ANSZ+ANSV >= 1 THEN 1110
1240 A$="Möchtest du Daten ändern?":GOSUB 1280: GOSUB 4260:IF ANS=1 THEN 2680
1250 PRINT CLRPP$:A$="Möchtest du den Bildschirminhalt auf den Drucker übertragen?":
:GOSUB 1280:GOSUB 4260:IF ANS=1 THEN PRINT CLRPP
$:GOSUB 1312:PRINT LICOPY$:KCOPY$=""
1260 A$="Möchtest du die Grafik abspeichern?":GOSUB 1280:GOSUB 4260:IF ANS=1 THEN G
OSUB 1810
1265 A$="Möchtest du Wertepaare ausdrucken lassen?":GOSUB 1280:GOSUB 4260:IF ANS=1
THEN GOSUB 6100
1270 A$="Drücke 'E' wenn Berechnung beendet werden soll,ansonsten beliebige Taste":GO
SUB 1280:GOTO 1290
1280 ROW=55:COL=32:PRINT LOCATE$;CHR$(ROW);CHR$(COL);A$:RETURN
1290 GOSUB 3340
1300 IF K$="E" THEN 3310
1310 PRINT E$;"m2 8": GOTO 1320
1312 '* Korrektur für Epson *
1314 KCOPY$="ja":GOTO 1100
1320 '* * P R O G R A M M W A H L * *
1330 PRINT CLRPP$,CUPOFF$
1340 C=6:ROW=37:COL=42:FOR I=1 TO C:UN$(I)=AA$(I):NEXT I
1350 A$=" * NYQUIST - KRITERIUM *":GOSUB 2130
1360 A$="A U S W A H L":FLAGR=0
1370 GOSUB 1900
1380 ON ASC(B$)-48 GOTO 1390,1470,1650,1540,1450,1892
1390 '* * REGLER - STRECKEN DEFINITON * *
1400 C=6:ROW=37:COL=55:PRINT CLRPP$:FOR I=1 TO C:UN$(I)=RST$(I):NEXT I
1410 A$="REGLER + STRECKEN - DEFINITION"

```

```

1420 GOSUB 1900
1430 RST=X:SL#=RST$(X)
1440 GOTO 4330
1450 '* * Bildschirm Copy auf den Drucker * *
1460 PFLAG=1:GOTO 1470
1470 IF START=1 THEN 1090
1480 PRINT LOCATE$;CHR$(53);CHR$(47)
1490 PRINT"Kein Plot gespeichert !":FOR I=2 TO 2000:NEXT:GOTO 1320
1520 PRINT "kein File vorhanden !":FOR I =1 TO 2000:NEXT I
1530 GOTO 1340
1540 '* * Datenfile löschen * *
1550 ON ERROR GOTO 1520
1560 WIDTH 80:FILES "d:*.scr":PRINT:WIDTH 255
1570 PRINT "Betrifft Laufwerk d"
1580 PRINT:INPUT "Name des zu löschenden Files ";N$
1590 IF N$="" THEN 1340
1600 N$=N$+".scr":PRINT:PRINT"Möchtest du diesen File wirklich löschen? ";N$;"?" ;:G
OSUB 4270: IF ANS=0 THEN 1340
1610 ON ERROR GOTO 4250
1620 NN$="d:"+N$:KILL NN$
1630 PRINT:PRINT N$;" GELÖSCHT ! !": FOR I= 1 TO 500:NEXT
1640 GOTO 1340
1650 '* * Bildschirmgrafik von der Disk laden * *
1660 PRINT CLRPP$:PRINT CUPOFF$:PRINT
1670 PRINT"Die vorhandenen Files lauten:":PRINT
1680 WIDTH 80
1690 ON ERROR GOTO 1520
1700 PRINT:FILES "d:*.scr":PRINT
1710 WIDTH 255
1720 PRINT
1730 INPUT "Welcher Plott? - Name eingeben!";F$
1740 IF F$="" THEN 1320
1750 IF LEN(F$)>8 OR LEN(F$)<1 THEN PRINT"Falsche Eingabe !":GOTO 1730
1760 F$=F$+".scr"
1770 F$="d:"+F$
1780 ON ERROR GOTO 4240
1790 PRINT SDS$;0:PRINT CUON$:X=1:Y=1:GOSUB 3250:PRINT LOADW$;F$
1800 STOP
1810 '* * Bildschirmgrafik auf der Disk ablegen * *
1815 IF START=0 THEN 1480
1820 PRINT "Die Grafik wird in Laufwerk D gespeichert"
1830 INPUT "Der gewünschte Filename lautet (max. 8 Zeichen)";F$
1840 IF LEN(F$)>8 THEN PRINT"Falsche Eingabe !":GOTO 1830
1850 F$="d:"+F$
1860 PRINT CUON$:X=1:Y=1:GOSUB 3250:PRINT SAVEW$;F$
1870 PRINT"Bild ";F$;" auf Disk gespeichert ! "
1880 FOR I=1 TO 1000:NEXT
1890 PRINT CLRPP$:RETURN
1892 '* * ZURÜCK INS BETRIEBSSYSTEM * *
1894 SYSTEM
1900 '* * Menü - Routine * *
1910 PRINT CUOFF$ :PRINT CUPON$
1920 PRINT LOCATE$;CHR$(ROW);CHR$(69-INT(LEN(A$)/2));A$
1930 R0=2:IF C>6 THEN R0=1
1940 ROW=ROW+3
1950 FOR I=1 TO C
1960 PRINT LOCATE$;CHR$(ROW);CHR$(COL);
1970 ROW=ROW+R0
1980 PRINT I;" ";UN$(I)
1990 NEXT I
2000 PRINT LOCATE$;CHR$(ROW);CHR$(COL);
2010 PRINT "TREFFE DEINE WAHL ( 1 -";C;" ) ? ";

```

```

2020 B$ = INKEY$ : IF LEN(B$) = 0 THEN 2020
2030 PRINT B$;NN=RND(0)
2040 X = ASC(B$) - 48
2050 IF X<1 OR X>C THEN PRINT CHR$(7);GOTO 2000
2070 ROWW=ROW:ROW=ROWW-(C-X+1)*R0
2090 PRINT LOCATE$;CHR$(ROW);CHR$(COL);
2100 PRINT X;". ";UN$(X);
2120 RETURN
2130 ' * * GROSSCHRIFT * *
2140 L=10*LEN(A$)
2150 X=350-L;Y=0;GOSUB 3250:PRINT CHR2$;PRINT REVON$;PRINT SCHR$;"OCR"
2160 PRINT HIRE$;A$;PRINT CHR2R$;PRINT REVOFF$;PRINT CUOFF$;PRINT SCHR$;"NORMAL"
2170 RETURN
2180 ' * * Normalschrift * *
2190 L=5*LEN(A$)
2200 X=250-L;Y=0;GOSUB 3250:PRINT REVON$;PRINT SCHR$;"NORMAL"
2210 PRINT HIRE$;A$;PRINT REVOFF$;PRINT CUOFF$
2220 RETURN
2230 DATA NYQUIST - KRITERIUM
2240 DATA PLOTTEN EINER VORHANDENEN ORTSKURVE
2260 DATA VORHANDENE PLOT'S LADEN
2270 DATA VORHANDENE PLOT'S LÖSCHEN
2275 DATA PLOTTEN DER BILDSCHIRMDARSTELLUNG AUF DEN DRUCKER
2280 DATA ZURÜCK INS BETRIEBSSYSTEM
2290 REM RTS$
2300 DATA PD - P-I-Tt
2310 DATA P - PT1-Tt
2320 DATA PD - P-I-T1
2330 DATA PI - PT2
2340 DATA PD - PT2
2350 DATA PID - PT1-PT1-Tt
2360 DATA Reglerverstärkung Vr =
2370 DATA Streckenverstärkung Vs =
2380 DATA Streckenverstärkung Vst1=
2390 DATA Streckenverstärkung Vst2=
2400 DATA Streckenverstärkung Vst3=
2410 DATA Streckenverstärkung Vstt=
2420 DATA Verzögerungszeit T1/s=
2430 DATA Verzögerungszeit T2/s=
2440 DATA Verzögerungszeit T3/s=
2450 DATA Integrationszeit Ti/s=
2460 DATA Vorhaltezeit Tv/s=
2470 DATA Nachstellzeit Tn/s=
2480 DATA Dämpfung d =
2490 DATA Totzeit Tt/s=
2500 DATA w fuer Im(F0)=0 wz/Hz =
2510 DATA Amplitudenreserve Ar =
2520 DATA Durchtrittsfrequenz wd/Hz =
2530 DATA Phasenreserve /Grad =
2540 DATA Regelung =
2550 DATA 0102101114
2560 DATA 01020714
2570 DATA 0102071011
2580 DATA 0102081213
2590 DATA 0102081113
2600 DATA 01020708111214
2610 ' * Titel *
2620 T$= "NYQUIST - KRITERIUM"
2630 RETURN
2640 ' * * Untertitel * *
2650 IF DU>1 THEN 2670
2660 UT$= "Regler + Strecke: "+SL$

```

```

2670 RETURN
2680 ' * * Ändern der Parameter * *
2690 PRINT CLR$
2700 D=DU:DU=DU+1
2703 FOR I= 1 TO AZ
2705 PAR(I,DU)=PAR(I,DU-1)
2706 NEXT I
2710 PRINT E$;"m2#8":PRINT CLRPP$:ROW=37:COL=47:C=AZ
2720 GOSUB 2810:GOSUB 1900:INPUT PAR(X,DU):X(X)=X:PRINT LOCATE$;CHR$(ROWW);CHR$(COL)
2760 D=DU
2770 A$="wünschst du weitere Änderungen ?"
2780 PRINT LOCATE$;CHR$(ROWW+2);CHR$(69-INT(LEN(A$)/2));A$:GOSUB 4260
2790 IF ANS=1 THEN 2710
2800 PRINT CLRPP$:GOTO 4480
2810 ' * * Parameternauflistung * *
2820 A$="Die zuletzt eingegebenen Parameter waren"
2830 FOR I = 1 TO AZ
2840 UN$(I)=PAR$(I) +" "+STR$(PAR(I,D))
2850 NEXT I
2860 PRINT
2870 RETURN
2880 ' * * Formatierung * *
2890 V=4:N=3
2900 FOR D=1 TO DU:FOR I=1 TO AZ+4:ZA=PAR(I,D)
2910 Z1=INT(ABS(ZA)):Z2=INT(10^N*(ABS(ZA)-Z1)+.5)
2920 IF ZA >= 0 THEN Z1$=" "+MID$(STR$(Z1),2,V)
2930 IF ZA < 0 THEN Z1$="-"+MID$(STR$(Z1),2,V)
2940 Z1$=RIGHT$(Z1$," "+Z1$,V)
2950 Z2$=LEFT$(RIGHT$("0000"+MID$(STR$(Z2),2,N)+" ",N):Z$=Z1$+"."+Z2$
2960 PA$(I,D)=Z$:NEXT I,D:RETURN
2970 ' * * Linientypen Darstellung * *
2980 FOR P=1 TO DU
2990 X=LM+175+50*(P-1):Y=HM+8:GOSUB 3250
3000 PRINT LINET$;P
3010 X=35:Y=0:GOSUB 3270
3020 NEXT:PRINT LINET$;1:PRINT LINEW$;1:RETURN
3030 ' * * Parameterausgabe * *
3040 GOSUB 2880
3050 HM=80
3060 LM=480
3070 PRINT SCHR$;"small":PRINT UNDLON$
3080 X=LM:Y=HM:GOSUB 3250:PRINT HIRE$;"PARAMETER:":PRINT CHR$2R$:PRINT UNDOFF$
3090 X=LM:Y=HM+13:GOSUB 3250
3100 FOR Z=1 TO 5:PAR$(AZ+Z)=PARRS$(14+Z):NEXT Z
3110 FOR N=1 TO AZ:PRINT HIRE$;PAR$(N):FOR I=1 TO DU:PRINT HIRE$;PA$(N,I):NEXT I:X=L
M:Y=Y+10:GOSUB 3250
3120 NEXT N
3130 X=LM:Y=Y+15:GOSUB 3250:PRINT UNDLON$:PRINT HIRE$;"ERGEBNISSE":PRINT UNDOFF$
3140 X=LM:Y=Y+10:GOSUB 3250
3150 FOR N=AZ+1 TO AZ+5:PRINT HIRE$;PAR$(N):FOR I=1 TO DU:IF (N=AZ+3 OR N=AZ+4) AND
FLAGWD(I)=0 THEN PRINT HIRE$;" - " ELSE PRI
NT HIRE$;PA$(N,I)
3152 NEXT I:X=LM:Y=Y+10:GOSUB 3250:NEXT N
3153 GOSUB 5600
3154 PRINT HIRE$;"Re F0(w=0) = ":FOR I=1 TO DU:PRINT HIRE$;TR$(I):NE
XT I:X=LM:Y=Y+10:GOSUB 3250
3155 PRINT HIRE$;"Im F0(w=0) = ":FOR I=1 TO DU:PRINT HIRE$;TI$(I):NE
XT I
3160 GOSUB 2970
3170 ' * * Darstellung der Formel * *
3180 LM=0
3185 IF RST =6 THEN PRINT SCHR$;"small":GOTO 3200

```

```

3190 PRINT SCHR$;"med"
3200 FOR I= 1 TO 2:X=LM:Y=40+((I-1)*20):GOSUB 3250:PRINT HIRE$;X$(I):NEXT
3210 PRINT CUOFF$:RETURN
3220 '* * FENSTERKONTROLLE * *
3230 IF X < XLMIN OR X > XLMAX THEN AUS=1:RETURN
3240 IF Y < YLMIN OR Y > YLMIN+YL THEN AUS=1:RETURN
3250 '* * CURSOR POSITIONIRUNG IN X UND Y * *
3260 X%=X:Y%=Y:PRINT POSA$;X%,Y%:RETURN
3270 '* * RELATIVES ZEICHNEN IN X UND Y * *
3280 X%=X:Y%=Y:PRINT DRAWRE$;X%,Y%:RETURN
3290 '* * ZEICHNET ABSOLUT IN X UND Y * *
3300 X%=X:Y%=Y:PRINT DRAWAB$;X%,Y%:RETURN
3310 '* * EXIT AND RESTORE * *
3320 PRINT E$;"m2 8":PRINT E$;"E":PRINT RES$
3330 PRINT CU$:PRINT SDS$; 0:PRINT CLR$:PRINT SWS$;0:END
3340 K$=INKEY$:IF K$="" THEN 3340 ELSE RETURN
3350 '* * Kurvenzuordnung * *
3360 X=600:Y=300:GOSUB 3250:PRINT HIRE$;"Kurvenzuordnung:"
3370 FOR I=1 TO DU
3380   X=600:Y=Y+16:GOSUB 3250
3390   PRINT LINET$;I:PRINT LINEW$;2
3400   X=X+10*LEN("Kurvezug 1"):GOSUB 3270:REM   zeichnet Linie zum Kurvenzug i
3410   X=600:Y=Y+4:GOSUB 3250
3420   PRINT HIRE$;"Kurvezug ";I
3430 NEXT
3440 PRINT LINEW$;1:PRINT LINET$;1:RETURN
3450 '*****
3460 '* * Unterprogramm Koordinatensystem * *
3470 '*****
3475 KCOPY=1:IF KCOPY$="ja" THEN KCOPY=.9:XLI=(XLI-YLMIN)*KCOPY+YLMIN
3480 PRINT LINET$;1:PRINT LINEW$;1
3490 YLMIN=100:YLMAX=370:YL=(YLMAX-YLMIN)*KCOPY
3500 XL=YL/KCOPY*1.5:XLMIN=60:XLMAX=XLMIN+XL
3510 IF FLAGZ=1 THEN 3540
3520 ZOOM=1
3530 XLI=YLMIN+YL/2:YLI=XLMIN+XL/2
3540 '* * Grunddarstellung * *
3550 X=YLI:Y=YLMIN:GOSUB 3250:X=0:Y=Y:GOSUB 3270
3560 X=XLMIN:Y=XLI:GOSUB 3250:X=XL:Y=0:GOSUB 3270
3570 '* * X- Skalierung * *
3580 SW1=5/ZOOM:SKX=SW1/5:S=XL/10:MXA=XL/(SW1*2):REM sw=Skal Weite
3590 FOR K=-1 TO 1 STEP 2
3600 FOR I=0 TO 11*K STEP K
3610 AUS=0:X=YLI+S*I:Y=XLI-2:GOSUB 3220:IF AUS=1 THEN 3630
3620 X=0:Y=4:GOSUB 3270
3630 NEXT I,K
3640 '* * Y - Skalierung * *
3650 SKY=SW1/5:S=(XL*KCOPY)/(10*1.5):MYA=YL/(SW1*2):REM sw=Skal Weite
3660 FOR K=-1 TO 1 STEP 2
3670 FOR I=0 TO 11*K STEP K
3680 AUS=0:X=YLI-3:Y=XLI+S*I:GOSUB 3220:IF AUS=1 THEN 3700
3690 X=6:Y=0:GOSUB 3270
3700 NEXT I,K
3710 '* * Beschriftung der X-Skalierung * *
3720 PRINT SCHR$;"smprop"
3730 S=XL/10:Y=XLI+10
3740 FOR K=-1 TO 1 STEP 2:X=YLI:J=1
3750 FOR I=0 TO 10*K STEP K
3760 AUS=0:GOSUB 3220:IF AUS =1 THEN 3780
3770 X$=LEFT$(STR$(SKX*I),4):PRINT HIRE$;X$
3780 X=YLI-2*K+S*J*K:J=J+1
3790 NEXT I,K

```

```

3800 '* * Beschriftung X - Achse * *
3810 PRINT SCHR$;"normal"
3820 Y=XLI+20;X=XLMIN+XL-20
3830 GOSUB 3250
3840 PRINT HIRE$;"Re"
3850 '* * Beschriftung der Y - Skalierung * *
3860 PRINT SCHR$;"smprop"
3870 S=YL/10;X=YLI-35
3880 FOR K=-1 TO 1 STEP 2;Y=XLI-3;J=1
3890 FOR I=0 TO 10*K STEP K
3900 AUS=0;GOSUB 3220;IF AUS=1 THEN 3930
3910 Y$=LEFT$(STR$(SKY*I*K),4)
3920 PRINT HIRE$;Y$
3930 Y=XLI-3+S*J*K;J=J+1
3940 NEXT I,K
3950 '* * Beschriftung der Y - Achse * *
3960 PRINT SCHR$;"normal"
3970 Y=YLMIN+5;X=YLI-55
3980 GOSUB 3250
3990 PRINT HIRE$;"Im"
4000 GOSUB 3030
4010 '* * Lineplott * *
4020 FOR D=1 TO DU:PRINT LINET$;D:PRINT LINEW$;1
4030 FOR I=1 TO WI(DU)-3:AUS=0
4040 X=RE(I,D)*MXA+YLI;Y=XLI-IM(I,D)*MYA;GOSUB 3220;IF AUS=1 THEN 4060
4050 X=RE(I+1,D)*MXA+YLI;Y=XLI-IM(I+1,D)*MYA;GOSUB 3290
4060 NEXT I
4070 NEXT D
4080 RETURN
4090 '* * Cursorsteuerung * *
4100 PRINT "Bewege mit Hilfe der 'Pfeiltasten' den Cursor zum neuen Koordinaten-Null
punkt !"
4110 FOR ZEIT=1 TO 5000:NEXT ZEIT
4120 PRINT"Die Positionierung des Cursors wird mit S oder s abgeschlossen !"
4130 PRINT CUON$;X=YLI;Y=XLI;GOSUB 3250
4140 Z$=INKEY$;IF Z$="" THEN 4140
4150 Z=ASC(Z$);IF Z>64 AND Z<69 THEN 4170
4160 IF Z$ = "s" OR Z$="S" THEN 4220 ELSE 4140
4170 ON Z-64 GOTO 4200,4210,4180,4190
4180 X=X+3;GOSUB 3250;GOTO 4140
4190 X=X-3;GOSUB 3250;GOTO 4140
4200 Y=Y-2;GOSUB 3250;GOTO 4140
4210 Y=Y+2;GOSUB 3250;GOTO 4140
4220 FLAGZ=1;XLI=Y;YLI=X:PRINT CUOFF$;PRINT CLR$;RETURN
4230 '* * Fehlerroutine * *
4240 PRINT "File nicht gefunden ";: RESUME 1730
4250 PRINT"File nicht gefunden!";:RESUME 1580
4260 '* * JA oder NEIN Antwort * *
4270 K$=INKEY$;IF K$="" THEN 4270
4280 IF K$="J" OR K$="j" THEN ANS=1;GOTO 4310
4290 IF K$="N" OR K$="n" THEN ANS=0;GOTO 4310
4300 PRINT CHR$(7);:GOTO 4270
4310 PRINT K$;RETURN
4320 PRINT K$;RETURN
4330 '* * Parametereingabe * *
4340 ROW=37;COL=47
4350 AZ=LEN(PL$(RST))/2
4355 PRINT CLRPP$
4360 A$="PARAMETEREINGABE FÜR "+SL$
4370 PRINT LOCATE$;CHR$(ROW);CHR$(69-INT(LEN(A$)/2));A$
4380 ROW=ROW+3
4390 FOR I=1 TO AZ

```

```

4400 PRINT LOCATE$;CHR$(ROW);CHR$(COL);
4410 Z=I*2-1;X$=MID$(PL$(RST),Z,2);X=VAL(X$)
4420 PRINT I;". ";PARRS$(X);:INPUT PARRS(X)
4430 ROW = ROW + 1
4440 PAR$(I)=PARRS$(X);PAR(I,1)=PARRS(X)
4450 NEXT I
4460 DU=1
4470 ROW=ROW+3
4480 A$= " ***** I C H R E C H N E ..... *****
4490 PRINT LOCATE$;CHR$(ROW+3);CHR$(69-INT(LEN(A$)/2));A$
4500 PRINT CUPOFF$
4510 '*****
4520 '* Berechnung *
4530 '*****
4540 DATUM$=DATE$
4550 WMIN=.1;W=WMIN;WI=1;PI=3.14159;KDEG=180/PI;INC=.1
4555 FLAGWD(DU)=0;FLAGWZ(DU)=0;WMAX=10000;PA$(AZ+5,DU)="instab.":KCOPY$=""
4560 GOSUB 5050;FT=F0;IT=IM
4570 W=W+INC;WI=WI+1;GOSUB 5050;M1=IM(WI-1,DU)-IM(WI,DU);M2=RE(WI-1,DU)-RE(WI,DU);M3
=SQR(M1^2+M2^2)
4580 IF F0<.001 OR W>WMAX THEN 4660
4590 IF SGN(FT-1)<>SGN(F0-1) AND FLAGWD(DU)=0 THEN GOSUB 4700 ELSE FT=F0
4600 IF SGN(IT)<>SGN(IM) AND FLAGWZ(DU)=0 THEN GOSUB 4800 ELSE IT=IM
4610 IF K2=1 THEN K2=0;GOTO 4640
4620 IF M3<.1 THEN W=W-INC;K1=1;INC=2*INC;WI=WI-1;GOTO 4570
4630 IF K1=1 THEN K1=0;GOTO 4570
4640 IF M3>.3 THEN W=W-INC;K2=1;INC=INC/2;WI=WI-1
4650 GOTO 4570
4660 WI(DU)=WI
4670 GOTO 5020
4700 WT=W
4710 IF ABS(F0-1)<.005 THEN 4730
4720 FT=F0;W=W+.0001;GOSUB 5050;M4=(F0-FT)/.0001;WS=W-(F0-1)/M4;W=WS;GOTO 4710
4730 FLAGWD(DU)=1;PAR(AZ+4,DU)=ATN(IM/RE)*KDEG;PAR(AZ+3,DU)=W;W=WT;RETURN
4800 WT=W
4810 IF ABS(IM)<.005 THEN 4830
4820 IT=IM;W=W+.0001;GOSUB 5050;M4=(IM-IT)/.0001;WS=W-IM/M4;W=WS;GOTO 4810
4830 FLAGWZ(DU)=1;PAR(AZ+1,DU)=W;PAR(AZ+2,DU)=1/RE;W=WT;IF RE<1 THEN PA$(AZ+5,DU)="
stab. ":RETURN
4960 F0=SQR(RE^2+IM^2);RETURN
5020 '* *RECHNUNG BEENDET * *
5025 PRINT"wi",WI;FOR I= 1 TO 1000:NEXT
5030 GOTO 1080 :REM START DES PLOT'S
5040 REM Verteiler zu Regler-Strecke
5050 ON RST GOSUB 5070,5140,5210,5280,5360,5440;IM=IM(WI,DU);RE=RE(WI,DU);GOSUB 4960
5060 RETURN
5070 '* * PD - P-I-Tt * *
5080 VR=PAR(1,DU);VS=PAR(2,DU);TI=PAR(3,DU);TV=PAR(4,DU);TT=PAR(5,DU)
5090 VO=VR*VS
5095 W(WI,DU)=W
5100 RE(WI,DU)=VO/(W*TI)*(SIN(W*TT)-W*TV*COS(W*TT))
5110 IM(WI,DU)=VO/(W*TI)*(COS(W*TT)+W*TV*SIN(W*TT))
5120 X$(1)="RE(F0)=VO/(W*TI)*(SIN(W*TT)-W*TV*COS(W*TT))"
5130 X$(2)="IM(F0)=VO/(W*TI)*(COS(W*TT)+W*TV*SIN(W*TT))":RETURN
5140 '* * P - PT1-Tt * *
5150 VR=PAR(1,DU);VS=PAR(2,DU);T1=PAR(3,DU);TT=PAR(4,DU)
5160 VO=VR*VS
5165 W(WI,DU)=W
5170 RE(WI,DU)=VO/(1+W^2*T1^2)*(W*T1*SIN(W*TT)-COS(W*TT))
5180 IM(WI,DU)=VO/(1+W^2*T1^2)*(W*T1*COS(W*TT)+SIN(W*TT))
5190 X$(1)="RE(F0)=VO/(1+W^2*T1^2)*(W*T1*SIN(W*TT)-COS(W*TT))"
5200 X$(2)="IM(F0)=VO/(1+W^2*T1^2)*(W*T1*COS(W*TT)+SIN(W*TT))":RETURN

```

```

5210 '* * PD - P-I-T1 * *
5220 VR=PAR(1,DU):VS=PAR(2,DU):T1=PAR(3,DU):TI=PAR(4,DU):TV=PAR(5,DU)
5230 VO=VR*VS
5235 W(WI,DU)=W
5240 RE(WI,DU)=VO*W^2*(T1*TI-TI*TV)/(W^2*TI^2+W^4*T1^2*TI^2)
5250 IM(WI,DU)=VO*(W*TI+W^3*T1*TI*TV)/(W^2*TI^2+W^4*T1^2*TI^2)
5260 X$(1)="RE(F0)=VO*W^2*(T1*TI-TI*TV)/(W^2*TI^2+W^4*T1^2*TI^2)"
5270 X$(2)="IM(F0)=VO*(W*TI+W^3*T1*TI*TV)/(W^2*TI^2+W^4*T1^2*TI^2)":RETURN
5280 '* * PI - PT2 * *
5290 VR=PAR(1,DU):VS=PAR(2,DU):T2=PAR(3,DU):TN=PAR(4,DU):D9=PAR(5,DU)
5300 VO=VR*VS
5305 W(WI,DU)=W
5310 RE(WI,DU)=VO*(W^2*T2^2+(2*D9*T2/TN)-1)/((1-W^2*T2^2)^2+4*D9^2*W^2*T2^2)
5320 IM(WI,DU)=VO*(2*D9*W*T2+1/(W*TN)-W*T2^2/TN)/((1-W^2*T2^2)^2+4*D9^2*W^2*T2^2)
5330 X$(1)="RE(F0)=VO*(W^2*T2^2+(2*D9*T2/TN)-1)/((1-W^2*T2^2)^2+4*D9^2*W^2*T2^2)"
5340 X$(2)="IM(F0)=VO*(2*D9*W*T2+1/(W*TN)-W*T2^2/TN)/((1-W^2*T2^2)^2+4*D9^2*W^2*T2^2)"
5350 RETURN
5360 '* * PD - PT2 * *
5370 VR=PAR(1,DU):VS=PAR(2,DU):T2=PAR(3,DU):TV=PAR(4,DU):D9=PAR(5,DU)
5380 VO=VR*VS
5385 W(WI,DU)=W
5390 RE(WI,DU)=VO*(W^2*T2^2-2*D9*W^2*T2*TV-1)/((1-W^2*T2^2)^2+4*D9^2*W^2*T2^2)
5400 IM(WI,DU)=VO*(2*D9*W*T2-W*TV+W^3*T2^2*TV)/((1-W^2*T2^2)^2+4*D9^2*W^2*T2^2)
5410 X$(1)="RE(F0)=VO*(W^2*T2^2-2*D9*W^2*T2*TV-1)/((1-W^2*T2^2)^2+4*D9^2*W^2*T2^2)"
5420 X$(2)="IM(F0)=VO*(2*D9*W*T2-W*TV+W^3*T2^2*TV)/((1-W^2*T2^2)^2+4*D9^2*W^2*T2^2)"
5430 RETURN
5440 '* * PID - PT1-PT1-Tt * *
5450 VR=PAR(1,DU):VS=PAR(2,DU):T1=PAR(3,DU):T2=PAR(4,DU):TV=PAR(5,DU):TN=PAR(6,DU):T
T=PAR(7,DU)
5460 VO=VR*VS
5465 W(WI,DU)=W
5470 RE(WI,DU)=VO*((W*T1+W*T2)*(1/(W*TN)-W*TV)+W^2*T1*T2-1)*COS(W*TT)+(W^2*T1*T2*(W
*TV-1/(W*TN))+W*(T2+T1-TV)+1/(W*TN))*SIN(W*TT))/
((1+W^2*T1^2)*(1+W^2*T2^2))
5480 IM(WI,DU)=VO*((W^2*T1*T2*(W*TV-1/(W*TN))+W*(T2+T1-TV)+1/(W*TN))*COS(W*TT)-((W*T
1+W*T2)*(1/(W*TN)-W*TV)+W^2*T1*T2-1)*SIN(W*TT))/
((1+W^2*T1^2)*(1+W^2*T2^2))
5485 X$(1)="RE(F0)=VO(((W*T1+W*T2)*(1/(W*TN)-W*TV)+W^2*T1*T2-1)cos(W*TT)+(W^2*T1*T2*(W*TV-1/(W*TN)
))+W*(T1+T2-TV)+1/(W*TN))sin(W*TT))/((1+W^2*T1^2)*(1+
W^2*T2^2))"
5500 X$(2)="IM(F0)=VO((W^2*T1*T2*(W*TV-1/(W*TN))+W*(T1+T2-TV)+1/(W*TN))cos(W*TT)-((W*T1+W*T2)*(
1/(W*TN)-W*TV)+W^2*T1*T2-1)sin(W*TT))/((1+W^2*T1^2)*(1+
W^2*T2^2))"
5505 RETURN
5510 WIDTH LPRINT 75
5520 STOP
5600 ON RST GOSUB 5610,5660,5700,5740,5660,5780
5605 RETURN
5610 TI$(DU)="unendl. "
5620 RE=PAR(1,DU)*PAR(2,DU)/PAR(3,DU)*(PAR(5,DU)-PAR(4,DU))
5630 TK$=STR$(RE)
5640 GOSUB 6000
5650 RETURN
5660 TI$(DU)="0 "
5670 RE=-PAR(1,DU)*PAR(2,DU):TK$=STR$(RE)
5680 GOSUB 6000
5690 RETURN
5700 TI$(DU)="unendl. "
5710 RE=PAR(1,DU)*PAR(2,DU)*PAR(3,DU)-PAR(5,DU)/PAR(4,DU)
5720 TK$=STR$(RE):GOSUB 6000
5730 RETURN

```

```

5740 TI$(DU)="unendl. "
5750 RE=PAR(1,DU)*PAR(2,DU)*(2*PAR(5,DU)*PAR(3,DU)/PAR(4,DU)-1)
5760 TK$=STR$(RE):GOSUB 6000
5770 RETURN
5780 TI$(DU)="unendl. "
5790 RE=PAR(1,DU)*PAR(2,DU)*(PAR(3,DU)/PAR(6,DU)+PAR(4,DU)/PAR(6,DU)+PAR(7,DU)/PAR(6,DU)-1)
5800 TK$=STR$(RE):GOSUB 6000
5810 RETURN
6000 IF LEN(TK$)>=8 THEN TR$(DU)=LEFT$(TK$,8) ELSE TR$(DU)=TK$+STRING$(8-LEN(TK$)," ")
6010 RETURN
6100 PRINT CLR$
6103 U1$="#####":U2$="#####.#####"
6105 PRINT E$;"m2 8"
6106 PRINT "Welchen Plot ? (1-3)"
6107 U3$=INKEY$:I1=VAL(U3$):IF I1<1 OR I1>DU THEN 6107
6110 PRINT "          Plot Nr.":I1
6120 U$="          I          w in Hz          Re F0(w)          Im F0(w)          "
6125 PRINT U$:PRINT
6130 FOR I=2 TO WI(I1)
6135 IF I/20=INT(I/20) THEN PRINT "<RET>: weitere Werte, <E> od <e>: Ende, <P> od <p>": Werte auf Drucker"
6136 IF I/20=INT(I/20) THEN U3$=INKEY$:IF U3$="" THEN 6136
6137 IF U3$="E" OR U3$="e" THEN 6165
6138 IF U3$="P" OR U3$="p" THEN 6500
6140 IF I/20=INT(I/20) THEN PRINT CLR$:PRINT "          Plot Nr.":I1:PRINT U$:PRINT
6150 PRINT USING U1$;I;:PRINT USING U2$;W(I,I1);:PRINT USING U2$;RE(I,I1);:PRINT USING U2$;IM(I,I1)
6160 NEXT I
6161 PRINT
6165 PRINT "Noch einen Plot ?":GOSUB 4260:IF ANS=1 THEN 6106
6170 RETURN
6500 LPRINT E$;CHR$(64);:LPRINT E$;"M";:LPRINT E$;"C";CHR$(72);:LPRINT E$;"N";CHR$(12);
6510 LPRINT "          Plot Nr.":I1:LPRINT:LPRINT U$:LPRINT
6520 FOR I=2 TO WI(I1)
6530 LPRINT USING U1$;I;:LPRINT USING U2$;W(I,I1);:LPRINT USING U2$;RE(I,I1);:LPRINT USING U2$;IM(I,I1)
6540 NEXT I
6545 LPRINT E$;CHR$(64);
6550 GOTO 6165
20000 'Normalschrift 12 cpi
20010 LPRINT CHR$(27);CHR$(91);CHR$(49);CHR$(119)
20015 'Formularlänge'
20018 FORML$=CHR$(27)+CHR$(91)+"072t"
20020 LPRINT FORML$
20023 'Sprung über die Perforation'
20025 PREFS$=CHR$(27)+CHR$(91)+"010r"
20028 LPRINT PREFS$
20030 'linker Rand'
20040 WIDTH LPRINT 80

```

ner erfolgt auf ähnliche Weise wie beim Nyquist-Programm. Nach Aufrufen des Bode-Programms mit dem Befehl "bode" ergibt sich der automatische Systemstart (keine Eingabe von Datum und Uhrzeit notwendig) und auf dem Bildschirm erscheint das erste "Menue" (Bild 7.7). Wählt man "Erstellen eines Bode-Diagramms" folgt die Darstellung der Liste mit den möglichen Paarungen aus Regler und Strecke (Bild 7.8). Hier wurde beispielsweise "c" getippt, eine Regelung aus PD-Regler und PT_t -I-Strecke. Es folgt daraufhin die Parameterliste dieser Regelung (Bild 7.9).

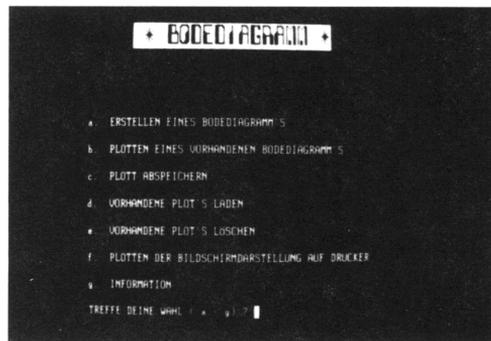


Bild 7.7 Menue-Wahl beim Bode-Diagramm mit dem Sirius-Rechner



Bild 7.8 Liste der möglichen Paarungen von Regler und Strecke beim Bode-Diagramm



Bild 7.9 Parameter-Eingaben für PD-Regler und PT_1 -I-Strecke beim Bode-Diagramm

Beim Bode-Diagramm muß auch die Frequenz ω eingegeben werden, mit der die Zeichnung beginnen soll, da im logarithmischen Maßstab $\omega = 0$ ($\lg 0 = -\infty$) nicht realisierbar ist.

Nun zeichnet der Rechner den Frequenzgang und Phasenwinkel des offenen Regelkreises im logarithmischen Maßstab und blendet die gewählten Parameter mit ein (Bild 7.10). Als Stabilitätsaussage wird die Durchtrittsfrequenz ω_D , die Phasenreserve α_R und A_R eingeblendet. Anschließend fragt der Rechner nach Datenänderungen. Drückt man "N" erscheint in der untersten Bildschirmzeile die Frage nach dem Erstellen eines neuen Bode-Diagramms. Drückt man "J", zeigt der Rechner wieder die Liste mit möglichen Paarungen aus Regler und Strecke. Hier wurde beispielsweise "h" gedrückt, eine Regelung aus PI-Regler und PT_1 - PT_2 -Strecke. Mit der dann folgenden Eingabe der Parameter erfolgt ein erster Rechnerlauf und die Darstellung von Frequenzgang und Phasenwinkel mit der zugehörigen Stabilitätsaussage (durchgezogene Linie) (Bild 7.11). Mit diesen Daten ist, wie man sieht, die Regelung instabil. Es wurde nun die Parameterliste wieder aufgerufen und darin die Reglerverstärkung von $V_r = 10$ auf $V_r = 1$ reduziert. Damit ergibt sich ein zweiter Rechnerlauf (gestrichelte Linie). Man erhält eine stabile Regelung mit $\omega_D = 11,3$ Hz und $\alpha_R = 50,3^\circ$. Es lassen sich so maximal drei Bode-Diagramme gleichzeitig auf dem Bildschirm darstellen. Damit ist eine anschauliche und einfache Übersicht der Parametereinflüsse auf eine Regelung möglich. Wie schon beim Nyquist-Programm lassen sich auch hier die Ergebnisse speichern, plotten oder ausdrucken.

Bei der Anwendung eines anderen Rechner-Typs sind lediglich die Bildschirmformatierungsbefehle und die speziellen Graphikbefehle zu ändern.

Eine Floppy-Disk mit beiden Programmen (Nyquist und Bode) ist von /88/ zu beziehen.

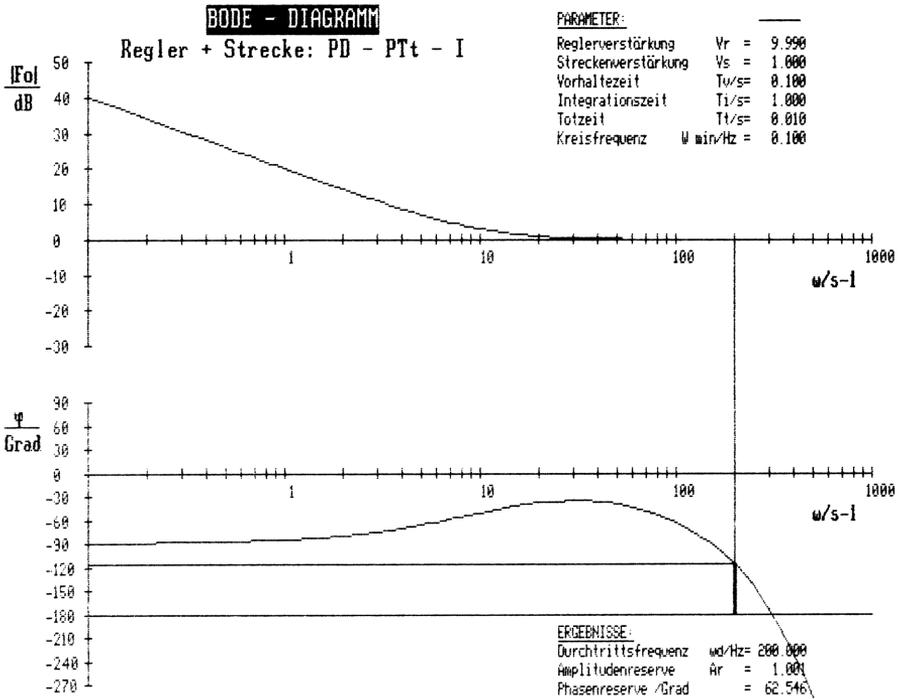


Bild 7.10 Bildschirmdarstellung des Bode-Diagramms mit der Stabilitätsaussage α_R und ω_D

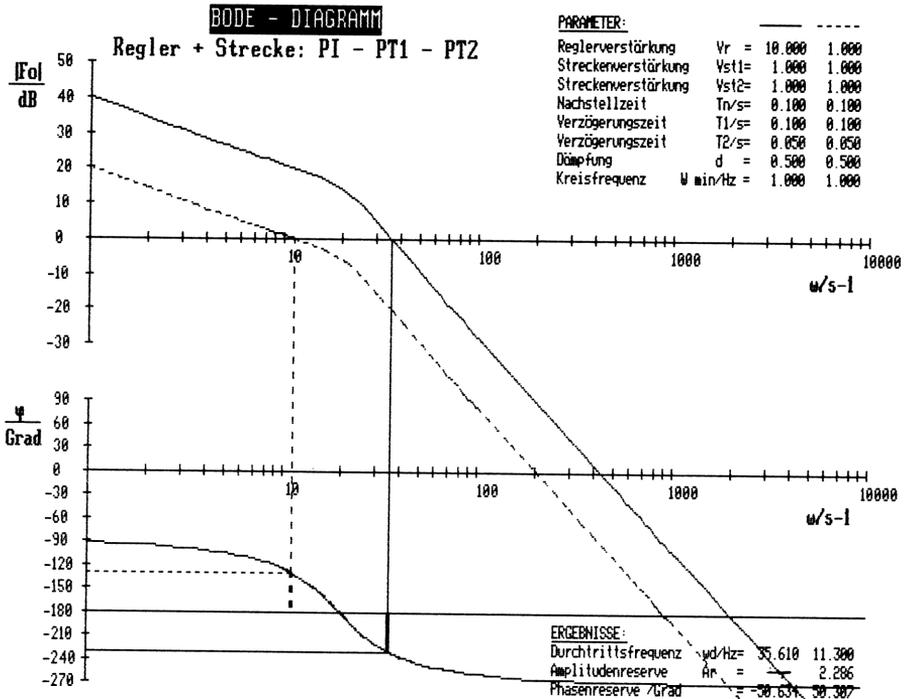


Bild 7.11 Ausdruck der Bildschirmdarstellung einer optimierten Regelung aus PI-Regler und PT_1 - PT_2 -Strecke

7.2 Taschenrechnerprogramme für den HP 41CV

Der besonders handliche Taschenrechner HP 41 ist für die Optimierung bzw. Synthese technischer Regelkreise gut geeignet, wenn er in Verbindung mit einem Drucker eingesetzt wird. Die hier beschriebenen und vollständig abgedruckten Programme ermöglichen es, sich von einer gewählten einschleifigen Regelung Parameter-Einflüsse und deren Auswirkung auf die Stabilität darstellen zu lassen.

Die Programme drucken immer die zur Darstellung des Nyquist- oder Bode-Diagramms notwendigen Werte aus und geben eine Stabilitäts-Aussage an, mit der man eine Entscheidung über weitere Optimierungsmaßnahmen treffen kann. Für die Anwendung des Bode-Diagramms sind in /89/ vergleichbare Programme angegeben.

Spezielle Programme, wie "OPT 1", "OPT 2" und "BODE-SY", ermöglichen die Optimierung fast aller einschleifigen Regelkreise durch die geschickte Wahl der einzelnen Parameter.

7.2.1 Nyquist-Kriterium

7.2.1.1 PD-Regler und P-I-T₁-Strecke

Programm-Beschreibung:

Der Rechner-Status ist 050.

Nach Aufrufen des Namens "NYQU 5" bzw. "PD-PIT1" erfolgt die Parameter-Eingabe. Anschließend wird die Durchtrittsfrequenz ω_D bestimmt, sowie α_R ausgedrückt. Danach beginnt der Rechner automatisch mit der Berechnung von Real- und Imaginärteil des Frequenzgangs \underline{F}_O für die Werte $\omega = (10^{-10}, 10, 20, \dots, 100)$ Hz. Da die Ortskurve im Koordinaten-Nullpunkt endet, ist $\omega_z = \infty$ und $A_R = \infty$.

Formel-Satz:

$$\underline{F}_O = V_O \frac{\omega^2 (T_1 T_I - T_I T_V) + j (\omega T_I + \omega^3 T_1 T_I T_V)}{\omega^2 T_I^2 + \omega^4 T_1^2 T_I^2}$$

$$\omega_D = \sqrt{-\frac{T_I^2 - V_O^2 T_V^2}{2 T_1^2 T_I^2}} \pm \sqrt{\left(\frac{T_I^2 - V_O^2 T_V^2}{2 T_1^2 T_I^2}\right)^2 + \frac{V_O^2}{T_1^2 T_I^2}}$$

$$\omega_z = \infty$$

$$\underline{F}_O(\omega = 0) = V_O \frac{T_1 - T_V}{T_I} + j \infty$$

$$\underline{F}_O(\omega = \infty) = 0 + j 0$$

01 *LBL "PD-PIT1"	13 *TV/S=?	25 RCL 02	37 X↑2
02 0	14 PROMPT	26 X↑2	38 RCL 02
03 STO 30	15 STO 04	27 /	39 X↑2
04 *V0=?	16 RCL 01	28 RCL 03	40 /
05 PROMPT	17 X↑2	29 X↑2	41 RCL 03
06 STO 01	18 RCL 04	30 /	42 X↑2
07 *T1/S=?	19 X↑2	31 2	43 /
08 PROMPT	20 *	32 /	44 +
09 STO 02	21 CHS	33 STO 10	45 SQRT
10 *TI/S=?	22 RCL 03	34 RCL 10	46 STO 11
11 PROMPT	23 X↑2	35 X↑2	47 RCL 10
12 STO 03	24 +	36 RCL 04	48 CHS

49 STO 12	82 AVIEW	115 X↑2	147 *
50 RCL 12	83 *REG. STABIL*	116 RCL 06	148 +
51 RCL 11	84 AVIEW	117 X↑2	149 RCL 01
52 +	85 *AR=UNENDLICH*	118 +	150 *
53 SQRT	86 AVIEW	119 STO 07	151 RCL 07
54 STO 13	87 STOP	121 X↑2	152 /
55 STO 05	88*LBL 03	120 RCL 05	153 STO 09
56 1	89 *F0 FOR W/HZ*	122 RCL 03	154 *IM=
57 STO 30	90 AVIEW	123 *	155 ARCL 09
58 *WD/HZ=	91 1 E-10	124 RCL 04	156 AVIEW
59 ARCL 13	92 STO 05	125 *	157 TONE 5
60 AVIEW	93 VIEW 05	126 CHS	158 PSE
61 TONE 2	94 GTO 01	127 RCL 06	159 PSE
62 PSE	95*LBL 05	128 +	160 100
63 PSE	96 0	129 RCL 01	161 RCL 05
64 GTO 01	97 STO 05	130 *	162 X=Y?
65*LBL 02	98 3	131 RCL 07	163 GTO 04
66 RCL 09	99 STO 30	132 /	164 1
67 RCL 08	100*LBL 06	133 STO 08	165 RCL 30
68 /	101 10	134 *RE=	166 X=Y?
69 ATAN	102 ST+ 05	135 ARCL 08	167 GTO 02
70 STO 15	103 VIEW 05	136 AVIEW	168 2
71 *aR=	104*LBL 01	137 TONE 5	169 RCL 30
72 ARCL 15	105 RCL 05	138 PSE	170 X=Y?
73 AVIEW	106 X↑2	139 PSE	171 GTO 05
74 TONE 2	107 RCL 02	140 RCL 06	172 3
75 PSE	108 *	141 RCL 05	173 RCL 30
76 PSE	109 RCL 03	142 *	174 X=Y?
77 2	110 *	143 RCL 04	175 GTO
78 STO 30	111 STO 06	144 *	176 .E
79 GTO 03	112 RCL 05	145 RCL 05	
80*LBL 04	113 RCL 03	146 RCL 03	
81 *WZ=UNENDLICH*	114 *		

V0=?	XER *PD-FIT1*	40.000	V0=?	XER *PD-FIT1*
100.000	RUN	RE=0.029	50.000	RUN
TI/S=?		IM=0.132	TI/S=?	
0.100	RUN	RE=0.019	0.000	RUN
TI/S=?		IM=0.104	TI/S=?	
10.000	RUN	RE=0.014	10.000	RUN
TV/S=?		IM=0.086	TV/S=?	
0.050	RUN	RE=0.018	0.010	RUN
<u>WD/HZ=0.325</u>		70.000	<u>WD/HZ=4.687</u>	
RE=0.295		RE=0.018	RE=0.307	
IM=0.955		IM=0.073	IM=0.952	
<u>aR=72.822°</u>		80.000	<u>aR=72.130°</u>	
F0 FOR W/HZ		RE=0.008	F0 FOR W/HZ	
1.000-10		IM=0.063	1.000-10	
RE=0.500		90.000	RE=0.350	
IM=1.000E11		RE=0.006	IM=5.000E10	
10.000		IM=0.056	10.000	
RE=0.250		100.000	RE=0.213	
IM=0.750		RE=0.005	IM=0.329	
20.000		IM=0.050	20.000	
RE=0.100		<u>WZ=UNENDLICH</u>	RE=0.098	
IM=0.300		<u>REG. STABIL</u>	IM=0.093	
30.000		<u>AR=UNENDLICH</u>	30.000	
RE=0.050			RE=0.052	
IM=0.183			IM=0.042	

RE=0.031 IM=0.025	40.000	V0=?	XEQ "PD-FIT1"	RE=0.146 IM=0.081	40.000
RE=0.021 IM=0.018	50.000	T1/S=?	500.000 RUN	RE=0.094 IM=0.059	50.000
RE=0.015 IM=0.013	60.000	TV/S=?	0.200 RUN 10.000 RUN	RE=0.066 IM=0.047	60.000
RE=0.011 IM=0.011	70.000	WD/HZ=15.518	0.010 RUN	RE=0.048 IM=0.039	70.000
RE=0.008 IM=0.009	80.000	RE=0.894 IM=0.449 aR=26.680° F0 FOR W/HZ	1.000-10	RE=0.037 IM=0.034	80.000
RE=0.007 IM=0.008	90.000	RE=9.500 IM=5.000E11	10.000	RE=0.029 IM=0.029	90.000
RE=0.005 IM=0.007	100.000	RE=1.900 IM=1.200	20.000	RE=0.024 IM=0.026	100.000
<u>WZ=UNENDLICH</u> <u>REG. STABIL</u> <u>AR=UNENDLICH</u>		RE=0.559 IM=0.265 RE=0.257 IM=0.126	30.000	<u>WZ=UNENDLICH</u> <u>REG. STABIL</u> <u>AR=UNENDLICH</u>	

7.2.1.2 PI-Regler und PT₂-Strecke

Programm-Beschreibung:

Der Rechner-Status ist 050.

Nach Aufrufen des Namens "NYQU 4" erfolgt die Eingabe der Parameter. Anschließend wird die Durchtrittsfrequenz ω_D und die Phasenreserve α_R errechnet. Danach beginnt der Rechner automatisch mit der Berechnung von Real- und Imaginärteil der Formel \underline{F}_O für die Werte $\omega = (10^{-10}, 10, 20, \dots, 100)$ Hz um dann ω_z zu bestimmen. Ist der Realteil von \underline{F}_O kleiner als 1, liegt eine stabile Regelung vor; ist er größer als 1, eine instabile Regelung. Zuletzt wird die Amplitudenreserve A_R ausgedruckt.

Formel-Satz:

$$\underline{F}_O = V_O \frac{\omega^2 T_2^2 + 2d T_2 / T_N - 1 + j(2d\omega T_2 + 1/\omega T_N - \omega T_2^2 / T_N)}{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + 4d^2 \omega^2 T_2^2}$$

$$V_O^2 \frac{1 + 1(\omega_D^2 T_N^2)}{(1 - \omega_D^2 T_2^2)^2 + 4d^2 \omega_D^2 T_2^2} - 1 = 0$$

$$\omega_z = 1 / \sqrt{T_2(T_2 - 2dT_N)} \quad \text{reell für} \quad T_2 > 2dT_N$$

$$\underline{F}_O(\omega=0) = V_O \left(\frac{2dT_2}{T_N} - 1 \right) + j \infty$$

$$\underline{F}_O(\omega=\infty) = 0 + j0$$

01*LBL "NYQU 4"	53 -	105 RCL 02	157 +
02 *PI-REGLER"	54 STO 34	106 X+2	158 RCL 16
03 AVIEW	55 XEQ IND 33	107 *	159 RCL 04
04 *PT2-STRECKE"	56 STO 37	108 RCL 04	160 X+2
05 AVIEW	57 X=0?	109 X+2	161 *
06 ADV	58 GTO 34	110 *	162 RCL 03
07 0	59 ABS	111 RCL 16	163 /
08 STO 30	60 1 E-4	112 X+2	164 -
09 *V0=?"	61 X>Y?	113 RCL 04	165 RCL 18
10 PROMPT	62 GTO 34	114 X+2	166 *
11 STO 24	63 RCL 37	115 *	167 STO 20
12 *TN/S=?"	64 RCL 36	116 CHS	168 "IM="
13 PROMPT	65 *	117 1	169 ARCL 20
14 STO 03	66 X>0?	118 +	170 AVIEW
15 *T2/S=?"	67 GTO 31	119 X+2	171 100
16 PROMPT	68 RCL 32	120 +	172 RCL 16
17 STO 04	69 STO 31	121 1/X	173 X=Y?
18 *D=?"	70 RCL 36	122 RCL 24	174 GTO 04
19 PROMPT	71 STO 35	123 *	175 1
20 STO 02	72*LBL 32	124 STO 18	176 RCL 30
21 *WD"	73 RCL 34	125 RCL 16	177 X=Y?
22 ASTO 33	74 STO 32	126 X+2	178 GTO 05
23*LBL A	75 RCL 37	127 RCL 04	179 2
24 *WD1/HZ=?"	76 STO 36	128 X+2	180 RCL 30
25 PROMPT	77 GTO 30	129 *	181 X=Y?
26 STO 31	78*LBL 31	130 2	182 GTO 08
27 *WD2/HZ=?"	79 2	131 RCL 02	183 3
28 PROMPT	80 ST/ 35	132 *	184 RCL 30
29 STO 32	81 GTO 32	133 RCL 04	185 X=Y?
30 RCL 31	82*LBL 34	134 *	186 GTO 07
31 STO 34	83 *WD/HZ="	135 RCL 03	187 4
32 XEQ IND 33	84 ARCL 34	136 /	188 RCL 30
33 STO 35	85 AVIEW	137 +	189 X=Y?
34 RCL 32	86 RCL 34	138 1	190 GTO 09
35 STO 34	87 STO 16	139 -	191*LBL 05
36 XEQ IND 33	88 RCL 24	140 RCL 18	192 RCL 20
37*STO 36	89 STO 05	141 *	193 RCL 19
38 RCL 35	90 1	142 STO 19	194 /
39 *	91 STO 30	143 *RE="	195 ATAN
40 X>0?	92 GTO 02	144 ARCL 19	196 STO 21
41 GTO 35	93*LBL 35	145 AVIEW	197 *aR="
42*LBL 30	94 *KEINE NULLST."	146 2	198 ARCL 21
43 RCL 32	95 AVIEW	147 RCL 16	199 AVIEW
44 RCL 32	96 GTO A	148 *	200 2
45 RCL 31	97 *F0 FOR WD/HZ"	149 RCL 04	201 STO 30
46 -	98 AVIEW	150 *	202 ADV
47 RCL 36	99 GTO 02	151 RCL 02	203 GTO 06
48 RCL 35	100*LBL 02	152 *	204*LBL 06
49 -	101 4	153 RCL 16	205 *F0 FOR W/HZ"
50 /	102 RCL 16	154 RCL 03	206 AVIEW
51 RCL 36	103 X+2	155 *	207 1 E-10
52 *	104 *	156 1/X	208 STO 16

209 VIEW 16	233 SORT	258 *REG. INSTABIL*	283 RCL 04
210 GTO 02	234 1/X	259 AVIEW	284 X↑2
211*LBL 00	235 STO 22	260*LBL 12	285 *
212 0	236 *WZ/HZ="	261 RCL 19	286 CHS
213 STO 16	237 ARCL 22	262 1/X	287 1
214 3	238 AVIEW	263 STO 25	288 +
215 STO 30	239 *F0 FOR WZ/HZ"	264 ADV	289 X↑2
216*LBL 07	240 AVIEW	265 *AR="	290 RCL 34
217 10	241 4	266 ARCL 25	291 X↑2
218 ST+ 16	242 STO 30	267 AVIEW	292 RCL 04
219 VIEW 16	243 RCL 2?	268*LBL *WD"	293 X↑2
220 GTO 02	244 STO 16	269 RCL 34	294 *
221*LBL 04	245 GTO 02	270 X↑2	295 4
222 ADV	246*LBL 09	271 RCL 03	296 *
223 RCL 02	247 RCL 19	272 X↑2	297 RCL 02
224 2	248 1	273 *	298 X↑2
225 *	249 X↑Y?	274 1/X	299 *
226 RCL 03	250 GTO 10	275 1	300 +
227 *	251 GTO 11	276 +	301 1/X
228 CHS	252*LBL 10	277 RCL 24	302 RCL 40
229 RCL 04	253 ADV	278 X↑2	303 *
230 +	254 *REG. STABIL*	279 *	304 1
231 RCL 04	255 AVIEW	280 STO 40	305 -
232 *	256 GTO 12	281 RCL 34	306 RTN
	257*LBL 11	282 X↑2	307 END

	XEQ "NYQU 4"	RE=0.127			XEQ "NYQU 4"
PI-REGLER		IM=-0.005		PI-REGLER	
PT2-STRECKE			40.000	PT2-STRECKE	
V0=?		RE=0.067		V0=?	
		IM=-0.003	50.000		
TN/S=?	1.000 RUN	RE=0.042		TN/S=?	10.000 RUN
		IM=-0.002	60.000		
T2/S=?	0.080 RUN	RE=0.029		T2/S=?	0.050 RUN
		IM=-0.001	70.000		
D=?	0.100 RUN	RE=0.021		D=?	0.150 RUN
		IM=-0.001	80.000		
WD1/HZ=?	0.500 RUN	RE=0.016		WD1/HZ=?	1.000 RUN
		IM=-4.572E-4	90.000		
WD2/HZ=?	10.000 RUN	RE=0.013		WD2/HZ=?	10.000 RUN
		IM=-3.257E-4	100.000		
<u>WD/HZ=12.672</u>		RE=0.010		<u>WD/HZ=23.272</u>	
RE=0.941		IM=-2.399E-4		RE=0.988	
IM=0.339		WZ/HZ=22.361		IM=-0.151	
<u>aR=19.838°</u>		F0 FOR WZ/HZ		<u>aR=-8.705°</u>	
F0 FOR W/HZ	1.000-10	RE=0.250		F0 FOR W/HZ	1.000-10
		IM=1.250E11			
RE=0.250		WZ/HZ=22.361		RE=50.000	
IM=1.250E11	10.000	F0 FOR WZ/HZ		IM=2.000E12	10.000
		RE=0.250		RE=6.064	
RE=1.250	20.000	IM=0.000		IM=0.473	20.000
IM=1.000		REG. STABIL.		RE=1.400	
RE=0.327		AR=4.000		IM=-0.200	
IM=0.010	30.000				30.000

RE=0.559		RE=0.071	
IM=-0.035		IM=-0.006	
	40.000		90.000
RE=0.299		RE=0.056	
IM=-0.040		IM=-0.004	
	50.000		100.000
RE=0.187		RE=0.045	
IM=-0.022		IM=-0.003	
	60.000		
RE=0.128		<u>WZ/HZ=11.547</u>	
IM=-0.013		<u>F0 FOR WZ/HZ</u>	
	70.000	RE=5.000	
RE=0.093		IM=0.000	
IM=-0.008		<u>REG. INSTABIL</u>	
	80.000		
		<u>AR=0.200</u>	

7.2.1.3 PD-Regler und PT₂-Strecke

Programm-Beschreibung:

Der Rechner-Status ist 050.

Nach Aufrufen des Namens "NYQU 6" werden die Parameter eingegeben und es erfolgt die Berechnung von ω_D sowie α_R . Anschließend ermittelt der Rechner automatisch Real- und Imaginärteil von F_O für die Variablen $\omega = (10^{-10}, 10, 20, \dots, 150)$ Hz. Die Ortskurve endet im Koordinaten-Nullpunkt. Daher ist $\omega_z = \infty$, $A_R = \infty$ und die Regelung unbegrenzt stabil.

Formel-Satz:

$$F_O = V_O \frac{\omega^2 T_2^2 - 2d\omega^2 T_2 T_V - 1 + j(2d\omega T_2 - \omega T_V + \omega^3 T_2^2 T_V)}{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + 4d^2 \omega^2 T_2^2}$$

$$\omega_D = \sqrt{\frac{V_O^2 T_V^2}{2T_2^4} - \frac{2d^2 - 1}{T_2^2}} \pm \sqrt{\left(\frac{2d^2 - 1}{T_2^2} - \frac{V_O^2 T_V^2}{2T_2^4}\right)^2 + \frac{V_O^2 - 1}{T_2^4}}$$

$$\omega_z = \infty$$

$$F_O(\omega=0) = -V_O - j\infty$$

$$F_O(\omega=\infty) = 0 + j0$$

01*LBL "NYOU 6"	63 RCL 05	122 STO 25	181 AVIEW
02 "PD-REGLER"	64 -	123 VIEW 25	182 RCL 25
03 AVIEW	65 RCL 00	124 GTO 05	183 X ²
04 "PT2-STRECKE"	66 +		184 RCL 25
05 AVIEW	67 SQRT	125*LBL 06	185 *
06 ADV	68 STO 09	126 0	186 RCL 04
07 0	69 STO 25	127 STO 25	187 *
08 STO 30	70 1	128 3	188 RCL 03
09 "V0=?"	71 STO 30	129 STO 30	189 X ²
10 PROMPT	72 "WD1/HZ="		190 *
11 STO 01	73 ARCL 09	130*LBL 07	191 RCL 02
12 "TV/S=?"	74 AVIEW	131 10	192 2
13 PROMPT	75 RCL 06	132 ST+ 25	193 *
14 STO 04	76 RCL 05	133 VIEW 25	194 RCL 25
15 "T2/S="	77 -		195 *
16 PROMPT	78 RCL 00	134*LBL 05	196 RCL 03
17 STO 03	79 -	135 RCL 25	197 *
18 "d=?"	80 STO 31	136 X ²	198 +
19 PROMPT	81 RCL 31	137 RCL 03	199 RCL 25
20 STO 02	82 0	138 X ²	200 RCL 04
21 "-----"	83 X ^{>} Y?	139 *	201 *
22 AVIEW	84 GTO 01	140 CHS	202 -
23 RCL 02	85 GTO 02	141 1	203 RCL 01
24 X ²		142 +	204 *
25 2	86*LBL 01	143 X ²	205 RCL 21
26 *	87 "WD2 NEG. "	144 RCL 02	206 /
27 1	88 AVIEW	145 X ²	207 STO 23
28 -	89 ADV	146 4	208 "IN="
29 RCL 03	90 "F0 VON WD/HZ"	147 *	209 ARCL 23
30 X ²	91 AVIEW	148 RCL 25	210 AVIEW
31 /	92 GTO 05	149 X ²	211 150
32 STO 05		150 *	212 RCL 25
33 RCL 01	93*LBL 02	151 RCL 03	213 X=Y?
34 X ²	94 RCL 06	152 X ²	214 GTO 02
35 RCL 04	95 RCL 05	153 *	215 1
36 X ²	96 -	154 +	216 RCL 30
37 *	97 RCL 00	155 STO 21	217 X=Y?
38 2	98 -	156 RCL 25	218 GTO 04
39 /	99 SQRT	157 X ²	219 2
40 RCL 03	100 STO 10	158 RCL 03	220 RCL 30
41 X ²	101 STO 25	159 X ²	221 X=Y?
42 X ²	102 "WD2/HZ="	160 *	222 GTO 06
43 /	103 ARCL 10	161 1	223 3
44 STO 06	104 AVIEW	162 -	224 RCL 30
45 RCL 05	105 GTO 05	163 RCL 02	225 X=Y?
46 RCL 06		164 2	226 GTO 07
47 -	106*LBL 04	165 *	227 4
48 X ²	107 RCL 23	166 RCL 25	228 RCL 30
49 STO 07	108 RCL 22	167 X ²	229 X=Y?
50 RCL 01	109 /	168 *	230 GTO 03
51 X ²	110 ATAN	169 RCL 03	
52 1	111 STO 20	170 *	231*LBL 02
53 -	112 ADV	171 RCL 04	232 ADV
54 RCL 03	113 "aR/GRD.="	172 *	233 "W2=UNENDLICH"
55 X ²	114 ARCL 20	173 -	234 AVIEW
56 X ²	115 AVIEW	174 RCL 01	235 ADV
57 /	116 ADV	175 *	236 "REG. STABIL"
58 RCL 07	117 2	176 RCL 21	237 AVIEW
59 +	118 STO 30	177 /	238 ADV
60 SQRT	119 "F0 VON W/HZ"	178 STO 22	239 "AR=UNENDLICH"
61 STO 08	120 AVIEW	179 "RE="	240 AVIEW
62 RCL 06	121 1 E-10	180 ARCL 22	241 .END.

	XEQ "NYQU 6"		RE=0,56		100,00
	PID-REGLER		IM=2,00	RE=0,06	
	PT2-STRECKE			IM=0,21	
			RE=0,44		110,00
	V0=?		IM=1,00	RE=0,05	
	10,00	RUN		IM=0,19	
	TV/S=?		RE=0,30		120,00
	0,02	RUN	IM=0,69	RE=0,04	
	T2/S=			IM=0,17	
	0,10	RUN	RE=0,21		130,00
	d=?		IM=0,50	RE=0,03	
	1,00	RUN		IM=0,16	
	-----				140,00
	WD1/HZ=33,17		RE=0,15	RE=0,03	
	WD2 NEG.		IM=0,39	IM=0,15	
					150,00
	F0 VON WD/HZ		RE=0,11	RE=0,03	
	RE=0,39		IM=0,32	IM=0,14	
	IM=0,92				80,00
			RE=0,09	<u>WZ=UNENDLICH</u>	
	aR/GRD.=67,11		IM=0,20	<u>REG. STABIL</u>	
					90,00
	F0 VON W/HZ		RE=0,07	<u>AR=UNENDLICH</u>	
	1,00-10		IM=0,24		
	RE=-10,00				
	IM=1,80E-10				
	10,00				
	RE=-1,00				
	IM=5,00				
	20,00				

7.2.1.4 Programm zur Regelkreis-Optimierung nach Nyquist

Programm-Beschreibung:

Der Rechner-Status ist 072.

Die Programm-Namen sind "OPT 1" und "OPT 2".

Das Programm "OPT 1" beinhaltet einen PID-Regler und drei PT_1 -Strecken, sowie ein Totzeit-Glied. Durch geschickte Wahl der Parameter ergeben sich mehr als 10 verschiedene Kombinationen aus Regler und Strecke. Setzt man beispielsweise $T_N \rightarrow \infty$, $T_3 = 0$ und $T_t = 0$ ergibt sich eine Regelung aus PD-Regler und PT_1 - PT_1 -Strecke.

Mit Eingabe des Namens "OPT 1" werden die Regelkreis-Parameter abgefragt. Danach können beliebige Frequenzwerte ω gewählt werden, für die der Rechner Real- und Imaginärteil der Funktion F_0 ausdrückt. Erst bei $\omega \geq 10^6$ Hz springt der Rechner in das Unterprogramm zur Bestimmung von ω_z . Wenn $\omega_z \neq \infty$ ist, tippt man auf diese Frage "0" ein; dann erfolgt der Sprung in ein Nullstellen-Unterprogramm. Nach der Berechnung von ω_z werden die Amplitudenreserve A_R und die kritische Verstärkung V_{ok} ausgedrückt. Darauf-

hin kommt der Rücksprung in das Nullstellen-Unterprogramm (jetzt zur Bestimmung von ω_D). Mit dem Wert der Durchtrittsfrequenz ω_D wird nun die Phasenreserve α_R der Regelung ausgerechnet. Es ist nicht notwendig die Ortskurve des Frequenzgangs \underline{F}_O zu zeichnen, da das Programm alle zur Beurteilung der Stabilität notwendigen Aussagen ausdrückt. Ist die Regelung im ersten Rechnerlauf instabil, kann sie mit Hilfe der kritischen Verstärkung V_{ok} , der Phasenreserve α_R und der Amplitudenreserve A_R optimiert bzw. stabilisiert werden.

Formel-Satz:

$$\underline{F}_O = V_R V_S \frac{a \cdot \cos \omega T_t + b \cdot \sin \omega T_t + j(b \cdot \cos \omega T_t - a \cdot \sin \omega T_t)}{(1 + \omega^2 T_1^2)(1 + \omega^2 T_2^2)(1 + \omega^2 T_3^2)}$$

mit

$$a = \omega^2 (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) + \omega (1/\omega T_N - \omega T_V) (T_1 + T_2 + T_3 - \omega^2 T_1 T_2 T_3) - 1$$

$$b = (1/\omega T_N - \omega T_V) [1 - \omega^2 (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3)] + \omega (T_1 + T_2 + T_3 - \omega^2 T_1 T_2 T_3)$$

$$\frac{\varphi_O}{\text{Grad}} = \arctan(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N}) - \arctan \omega T_1 - \arctan \omega T_2 - \arctan \omega T_3 - \frac{180}{\pi} \omega T_t$$

$$1/A_R = \text{Re}[\underline{F}_O(\omega_z)]$$

$$\alpha_R = \varphi_O(\omega_D) + 180^\circ .$$

Das Programm "OPT 2" beinhaltet einen PID-Regler und eine PT_2 - PT_t -I-Strecke. Auch hier ergeben sich bei geschickter Wahl der Parameter mehr als 10 Regelkreis-Varianten, die man optimieren kann.

Mit Eingabe des Namens "OPT 2" erfolgt die Abfrage der Parameter. Anschließend können wieder beliebige Frequenzwerte eingegeben werden, für die das Programm den Real- und Imaginärteil des Frequenzgangs \underline{F}_O bestimmt. Bei $\omega \geq 10^6$ Hz erfolgt der Sprung in das Unterprogramm zur Berechnung von ω_z . Ist $\omega = \infty$, tippt man "1" ein, ansonsten "0". Dann wird mit dem Nullstellen-Unterprogramm der Wert von ω_z ermittelt und damit A_R und V_{ok} bestimmt. Nun setzt der Rechner das gleiche Nullstellen-Programm zur Berechnung von ω_D ein und druckt dann die Phasenreserve α_R aus.

Auf diese Weise können mit den Programmen "OPT 1" und "OPT 2" zahlreiche technische Regelkreise ohne großen Aufwand optimiert werden.

Formel-Satz:

$$\underline{F}_O = V_R V_S \frac{c \cdot \cos \omega T_t + d \cdot \sin \omega T_t + j(d \cdot \cos \omega T_t - c \cdot \sin \omega T_t)}{\omega T_I [(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + 4d^2 \omega^2 T_2^2]}$$

$$\text{mit } c = (1/\omega T_N - \omega T_V) (1 - \omega^2 T_2^2) + 2d\omega T_2$$

$$d = 1 - \omega^2 T_2^2 - 2d\omega T_2 (1/\omega T_N - \omega T_V)$$

01*LBL "OPT 1"			
02 "PID-REGLER"	41 RCL 04		
03 AVIEW	42 RCL 06	81 STO 09	121 -
04 *PT1,2,3-PTT-STR*	43 *	82 RCL 08	122 RCL 08
05 AVIEW	44 +	83 RCL 02	123 *
06 "VR=?"	45 RCL 05	84 *	124 +
07 PROMPT	46 RCL 06	85 1/X	125 STO 10
08 STO 00	47 *	86 RCL 08	126 RCL 04
09 "VS=?"	48 +	87 RCL 03	127 X+2
10 PROMPT	49 RCL 08	88 *	128 RCL 08
11 STO 01	50 X+2	89 -	129 X+2
12 "TN/S=?"	51 *	90 RCL 04	130 *
13 PROMPT	52 1	91 RCL 05	131 1
14 STO 02	53 -	92 *	132 +
15 "TV/S=?"	54 STO 15	93 RCL 04	133 RCL 05
16 PROMPT	55 RCL 02	94 RCL 06	134 X+2
17 STO 03	56 1/X	95 *	135 RCL 08
18 "T1/S=?"	57 RCL 08	96 +	136 X+2
19 PROMPT	58 X+2	97 RCL 05	137 *
20 STO 04	59 RCL 03	98 RCL 06	138 1
21 "T2/S=?"	60 *	99 *	139 +
22 PROMPT		100 +	140 *
23 STO 05	61 -	101 RCL 08	141 RCL 06
24 "T3/S=?"	62 STO 16	102 X+2	142 X+2
25 PROMPT	63 RCL 04	103 *	143 RCL 08
26 STO 06	64 RCL 05	104 CHS	144 X+2
27 "TT/S=?"	65 +	105 1	145 *
28 PROMPT	66 RCL 06	106 +	146 1
29 STO 07	67 +	107 *	147 +
30 -----	68 RCL 08	108 RCL 04	148 *
31 AVIEW	69 X+2	109 RCL 05	149 STO 11
	70 RCL 04	110 +	150 180
32*LBL 01	71 *	111 RCL 06	151 PI
33 ADV	72 RCL 05	112 +	152 /
34 "W/HZ=?"	73 *	113 RCL 08	153 STO 12
35 PROMPT	74 RCL 06	114 X+2	154 RCL 12
36 STO 08	75 *	115 RCL 04	155 RCL 07
	76 -	116 *	156 *
37*LBL 09	77 RCL 16	117 RCL 05	157 RCL 08
38 RCL 04	78 *	118 *	158 *
39 RCL 05	79 RCL 15	119 RCL 06	159 COS
40 *	80 +	120 *	160 RCL 09

161 *	223 PROMPT	288 -	338 *
162 RCL 12	224 STO 29	281 /	339 1/X
163 RCL 07	225 1	282 RCL 36	340 RCL 34
164 *	226 X=Y?	283 *	341 RCL 03
165 RCL 08	227 GTO 15	284 -	342 *
166 *	228 GTO A	285 STO 34	343 -
167 SIN		286 XEQ IND 33	344 RCL 04
168 RCL 10	229*LBL 15	287 STO 37	345 RCL 05
169 *	230 ADV	288 X=0?	346 *
170 +	231 "REGELUNG STABIL"	289 GTO 05	347 RCL 04
171 RCL 00	232 AVIEW	290 ABS	348 RCL 06
172 *	233 "FUER aR>0"	291 1 E-5	349 *
173 RCL 01	234 AVIEW	292 X>Y?	350 +
174 *	235 "AR=UNENDLICH"	293 GTO 05	351 RCL 05
175 RCL 11	236 AVIEW	294 RCL 37	352 RCL 06
176 /	237 GTO B	295 RCL 36	353 *
177 STO 13		296 *	354 +
178 "RE/F0/="	238*LBL A	297 X>0?	355 RCL 34
179 ARCL 13	239 ADV	298 GTO 06	356 X+2
180 AVIEW	240 "WZ1/HZ=?"	299 RCL 32	357 *
181 RCL 12	241 PROMPT	300 STO 31	358 CHS
182 RCL 07	242 STO 31	301 RCL 36	359 1
183 *	243 "WZ2/HZ=?"	302 STO 35	360 +
184 RCL 08	244 PROMPT	303*LBL 07	361 *
185 *	245 STO 32	304 RCL 34	362 RCL 04
186 COS	246 SF 01	305 STO 32	363 RCL 05
187 RCL 10	247 GTO 02	306 RCL 37	364 +
188 *		307 STO 36	365 RCL 06
189 RCL 12	248*LBL B	308 GTO 04	366 +
190 RCL 07	249 ADV		367 RCL 34
191 *	250 "WD"	309*LBL 06	368 X+2
192 RCL 08	251 ASTO 33	310 2	369 RCL 04
193 *	252 "WD1/HZ=?"	311 ST/ 35	370 *
194 SIN	253 PROMPT	312 GTO 07	371 RCL 05
195 RCL 09	254 STO 31		372 *
196 *	255 "WD2/HZ=?"	313*LBL 05	373 RCL 06
197 -	256 PROMPT	314 FS? 02	374 *
198 RCL 00	257 STO 32	315 GTO 08	375 -
199 *	258 CF 01	316 "WZ/HZ="	376 RCL 34
200 RCL 01	259 SF 02	317 ARCL 34	377 *
201 *		318 AVIEW	378 +
202 RCL 11	260*LBL 02	319 RCL 34	379 RCL 12
203 /	261 RCL 31	320 STO 08	380 RCL 07
204 STO 14	262 STO 34	321 GTO 09	381 *
205 "IM/F0/="	263 XEQ IND 33		382 RCL 34
206 ARCL 14	264 STO 35	322*LBL 08	383 *
207 AVIEW	265 RCL 32	323 "WD/HZ="	384 COS
208 FS? 01	266 STO 34	324 ARCL 34	385 *
209 GTO "AR"	267 XEQ IND 33	325 AVIEW	386 STO 20
210 FS? 02	268 STO 36	326 RCL 34	387 RCL 04
211 GTO "aR"	269 RCL 35	327 STO 08	388 RCL 05
212 RCL 08	270 *	328 GTO 09	389 +
213 1 E6	271 X>0?		390 RCL 06
214 X>Y?	272 GTO 03	329*LBL 03	391 +
215 GTO 01		330 "KEINE NULLST."	392 RCL 34
216 "WZ"	273*LBL 04	331 AVIEW	393 X+2
217 ASTO 33	274 RCL 32	332 FS? 01	394 RCL 04
218 ADV	275 RCL 32	333 GTO A	395 *
219 "WZ=UNENDLICH?"	276 RCL 31	334 GTO B	396 RCL 05
220 AVIEW	277 -		397 *
221 PSE	278 RCL 36	335*LBL "WZ"	398 RCL 06
222 "TIPPE 1 SONST 0"	279 RCL 35	336 RCL 34	399 *
		337 RCL 02	

400 -	438*LBL "WD"	476 1/X	510 RCL 00
401 RCL 02	439 RCL 34	477 -	511 *
402 1/X	440 X12	478 X12	512 RCL 01
403 RCL 34	441 RCL 04	479 1	513 *
404 X12	442 X12	480 +	514 STO 25
405 RCL 03	443 *	481 RCL 21	515 "VOK="
406 *	444 1	482 *	516 ARCL 25
407 -	445 +	483 1	517 AVIEW
408 *	446 RCL 34	484 -	518 GTO 8
409 1	447 X12	485 RTN	
410 -	448 RCL 05		519*LBL "aR"
411 RCL 04	449 X12	486*LBL "AR"	520 RCL 14
412 RCL 05	450 *	487 ADV	521 RCL 13
413 *	451 1	488 RCL 13	522 /
414 RCL 04	452 +	489 1	523 ATAN
415 RCL 06	453 *	490 X1Y?	524 STO 23
416 *	454 RCL 34	491 GTO 10	525 RCL 14
417 +	455 X12	492 GTO 11	526 X0?
418 RCL 05	456 RCL 06		527 GTO 17
419 RCL 06	457 X12	493*LBL 10	528 FS? 03
420 *	458 *	494 "REGELUNG STABIL"	529 GTO 17
421 +	459 1	495 AVIEW	530 GTO 16
422 RCL 34	460 +	496 GTO 13	
423 X12	461 *		531*LBL 16
424 *	462 1/X	497*LBL 11	532 RCL 23
425 +	463 RCL 00	498 "REGELUNG INSTAB"	533 X0?
426 RCL 12	464 X12	499 AVIEW	534 GTO 17
427 RCL 07	465 *	500 SF 03	535 RCL 23
428 *	466 RCL 01		536 100
429 RCL 34	467 X12	501*LBL 13	537 +
430 *	468 *	502 RCL 13	538 STO 23
431 SIN	469 STO 21	503 1/X	
432 *	470 RCL 34	504 STO 22	539*LBL 17
433 STO 19	471 RCL 03	505 "AR="	540 ADV
434 RCL 20	472 *	506 ARCL 22	541 "aR/GRAD="
435 RCL 19	473 RCL 34	507 AVIEW	542 ARCL 23
436 -	474 RCL 02	508 RCL 13	543 AVIEW
437 RTN	475 *	509 1/X	544 CF 02
			545 CF 03
			546 .END.

XEQ "OPT 1"		W/HZ=?	W/HZ=?
PID-REGLER			
PT1,2,3-PTT-STR		0,0001 RUN	50,000 RUN
VR=?		RE/F0/=-1,267	RE/F0/=0,142
	4,000 RUN	IM/F0/=66,666,667	IM/F0/=0,367
VS=?		W/HZ=?	W/HZ=?
	0,500 RUH		100,000 RUN
TN/S=?		1,000 RUN	RE/F0/=0,160
	0,300 RUN	RE/F0/=-1,252	IM/F0/=0,118
TV/S=?		IM/F0/=6,812	W/HZ=?
	0,000 RUN	W/HZ=?	W/HZ=?
T1/S=?		10,000 RUN	150,000 RUN
	0,100 RUN	RE/F0/=-0,530	RE/F0/=0,132
T2/S=?		IM/F0/=1,393	IM/F0/=0,015
	0,000 RUN	W/HZ=?	W/HZ=?
T3/S=?			
	0,000 RUN	20,000 RUN	180,000 RUN
TT/S=?		RE/F0/=-0,089	RE/F0/=0,109
	0,010 RUN	IM/F0/=0,902	IM/F0/=-0,021

```

W/HZ=?
      1+06   RUN
RE/F0/=-6,112E-6
IM/F0/=-1,904E-5

WZ=UNENDLICH?
TIPPE 1 SONST 0
      0,000   RUN

WZ1/HZ=?
      150,000   RUN

WZ2/HZ=?
      180,000   RUN
WZ/HZ=161,207
RE/F0/=0,124
IM/F0/=4,217E-11

REGELUNG STABIL
AR=8,074
V0K=16,148

WD1/HZ=?
      10,000   RUN
WD2/HZ=?
      20,000   RUN
WD/HZ=17,724
RE/F0/=-0,150
IM/F0/=0,989

aR/GRAD=98,625

01*LBL "OPT 2"
02 "PID-REGLER"
03 AVIEW
04 "PT2-I-PTT-STR."
05 AVIEW
06 "VR=?"
07 PROMPT
08 STO 00
09 "VS=?"
10 PROMPT
11 STO 01
12 "TN/S=?"
13 PROMPT
14 STO 02
15 "TV/S=?"
16 PROMPT
17 STO 03
18 "T2/S=?"
19 PROMPT
20 STO 04
21 "TI/S=?"
22 PROMPT
23 STO 05
24 "TT/S=?"
25 PROMPT
26 STO 06
27 "d=?"
28 PROMPT
29 STO 07
30 "-----"
31 AVIEW
32*LBL 01
33 ADV
34 "W/HZ=?"
35 PROMPT
36 STO 08
37*LBL 09
38 RCL 08
39 X+2
40 RCL 04

41 X+2
42 *
43 CHS
44 1
45 +
46 X+2
47 RCL 07
48 X+2
49 4
50 *
51 RCL 08
52 X+2
53 *
54 RCL 04
55 X+2
56 *
57 +
58 RCL 08
59 *
60 RCL 05
61 *
62 STO 10
63 RCL 08
64 RCL 02
65 *
66 1/X
67 RCL 08
68 RCL 03
69 *
70 -
71 1
72 ENTER↑
73 RCL 08
74 X+2
75 RCL 04
76 X+2
77 *
78 -
79 *
80 RCL 07

81 2
82 *
83 RCL 08
84 *
85 RCL 04
86 *
87 +
88 STO 11
89 RCL 08
90 RCL 02
91 *
92 1/X
93 RCL 08
94 RCL 03
95 *
96 -
97 RCL 07
98 *
99 2
100 *
101 RCL 08
102 *
103 RCL 04
104 *
105 CHS
106 1
107 +
108 RCL 08
109 X+2
110 RCL 04
111 X+2
112 *
113 -
114 STO 12
115 180
116 PI
117 /
118 STO 09
119 RCL 08
120 RCL 06

121 *
122 RCL 09
123 *
124 COS
125 RCL 11
126 *
127 RCL 08
128 RCL 06
129 *
130 RCL 09
131 *
132 SIN
133 RCL 12
134 *
135 +
136 RCL 00
137 *
138 RCL 01
139 *
140 RCL 10
141 /
142 STO 13
143 "RE/F0/="
144 ARCL 13
145 AVIEW
146 RCL 08
147 RCL 06
148 *
149 RCL 09
150 *
151 COS
152 RCL 12
153 *
154 RCL 08
155 RCL 06
156 *
157 RCL 09
158 *
159 SIN
160 RCL 11

```

161 *	221 PROMPT	279 FS? 02	339 *
162 -	222 STO 32	280 GTO 08	340 CHS
163 RCL 00	223 CF 01	281 *WZ/HZ=?	341 1
164 *	224 SF 02	282 ARCL 34	342 +
165 RCL 01		283 AVIEW	343 *
166 *	225*LBL 02	284 RCL 34	344 RCL 07
167 RCL 10	226 RCL 31	285 STO 08	345 RCL 34
168 /	227 STO 34	286 GTO 09	346 *
169 STO 14	228 XEQ IND 33		347 RCL 04
170 *IM/F0/=	229 STO 35	287*LBL 08	348 *
171 ARCL 14	230 RCL 32	288 *WD/HZ=?	349 2
172 AVIEW	231 STO 34	289 ARCL 34	350 *
173 FS? 01	232 XEQ IND 33	290 AVIEW	351 +
174 GTO *AR*	233 STO 36	291 RCL 34	352 STO 20
175 FS? 02	234 RCL 35	292 STO 08	353 RCL 09
176 GTO *aR*	235 *	293 GTO 09	354 RCL 34
177 RCL 08	236 X>0?		355 *
178 1 E6	237 GTO 03	294*LBL 03	356 RCL 06
179 X>Y?		295 *KEINE NULLST. "	357 *
180 GTO 01	238*LBL 04	296 AVIEW	358 COS
181 *WZ*	239 RCL 32	297 FS? 01	359 RCL 19
182 ASTO 33	240 RCL 32	298 GTO A	360 *
183 ADV	241 RCL 31	299 GTO B	361 RCL 06
184 *WZ=UNENDLICH?*	242 -		362 RCL 34
185 AVIEW	243 RCL 36	300*LBL *WZ*	363 *
186 PSE	244 RCL 35	301 1	364 RCL 09
187 *TIPPE 1 SONST 0*	245 -	302 ENTER†	365 *
188 PROMPT	246 /	303 RCL 34	366 SIN
189 STO 29	247 RCL 36	304 X†2	367 RCL 20
190 1	248 *	305 RCL 04	368 *
191 X=Y?	249 -	306 X†2	369 -
192 GTO 15	250 STO 34	307 *	370 RTH
193 GTO A	251 XEQ IND 33	308 -	
	252 STO 37	309 RCL 34	371*LBL *WD*
194*LBL 15	253 X=0?	310 RCL 02	372 RCL 34
195 ADV	254 GTO 05	311 *	373 X†2
196 *REGELUNG STABIL*	255 ABS	312 1/X	374 RCL 04
197 AVIEW	256 1 E-5	313 RCL 34	375 X†2
198 *FUER aR>0*	257 X>Y?	314 RCL 03	376 *
199 AVIEW	258 GTO 05	315 *	377 CHS
200 *AR=UNENDLICH*	259 RCL 37	316 -	378 1
201 AVIEW	260 RCL 36	317 RCL 34	379 +
202 GTO B	261 *	318 *	380 X†2
	262 X>0?	319 RCL 04	381 RCL 07
203*LBL A	263 GTO 06	320 *	382 X†2
204 ADV	264 RCL 32	321 RCL 07	383 4
205 *WZ1/HZ=?*	265 STO 31	322 *	384 *
206 PROMPT	266 RCL 36	323 2	385 RCL 34
207 STO 31	267 STO 35	324 *	386 X†2
208 *WZ2/HZ=?*		325 -	387 *
209 PROMPT	268*LBL 07	326 STO 19	388 RCL 04
210 STO 32	269 RCL 34	327 RCL 34	389 X†2
211 SF 01	270 STO 32	328 RCL 02	390 *
212 GTO 02	271 RCL 37	329 *	391 +
	272 STO 36	330 1/X	392 RCL 34
213*LBL B	273 GTO 04	331 RCL 34	393 X†2
214 ADV		332 RCL 03	394 *
215 *WD*	274*LBL 06	333 *	395 RCL 05
216 ASTO 33	275 2	334 -	396 X†2
217 *WD1/HZ=?*	276 ST/ 35	335 RCL 34	397 *
218 PROMPT	277 GTO 07	336 X†2	398 1/X
219 STO 31		337 RCL 04	399 RCL 00
220 *WD2/HZ=?*	278*LBL 05	338 X†2	400 X†2

401 *	422*LBL "AR"	441 "AR="	463 GTO 17
402 RCL 01	423 ADV	442 ARCL 22	464 FS? 03
403 X↑2	424 RCL 13	443 AVIEW	465 GTO 17
404 *	425 1	444 RCL 13	466 GTO 16
405 STO 21	426 X)Y?	445 1/X	
406 RCL 34	427 GTO 10	446 RCL 00	467*LBL 16
407 RCL 03	428 GTO 11	447 *	468 RCL 23
408 *		448 RCL 01	469 X)0?
409 RCL 34	429*LBL 10	449 *	470 GTO 17
410 RCL 02	430 "REGELUNG STABIL"	450 STO 25	471 RCL 23
411 *	431 AVIEW	451 "V0K="	472 180
412 1/X	432 GTO 13	452 ARCL 25	473 +
413 -		453 AVIEW	474 STO 23
414 X↑2	433*LBL 11	454 GTO 8	
415 1	434 "REGELUNG INSTAB"		475*LBL 17
416 +	435 AVIEW	455*LBL "aR"	476 ADV
417 RCL 21	436 SF 03	456 RCL 14	477 "aR/GRAD="
418 *		457 RCL 13	478 ARCL 23
419 1	437*LBL 13	458 /	479 AVIEW
420 -	438 RCL 13	459 ATAN	480 CF 02
421 RTH	439 1/X	460 STO 23	481 CF 03
	440 STO 22	461 RCL 14	482 .END.
		462 X<0?	

PID-REGLER		4,000	RUN		10,000	RUN
PT2-I-PTT-STR,		RE/F0/=9,232		WD2/HZ=?		
VR=?		IM/F0/=1,015			15,000	RUN
VS=?	50,000	W/HZ=?		WD/HZ=10,501		
				RE/F0/=0,538		
	1,000		10,000	IM/F0/=-0,843		
TN/S=?		RE/F0/=0,663				
	1+50	IM/F0/=-0,934		aR/GRAD=-57,481		
TV/S=?						
	0,010	W/HZ=?				XEQ "OPT 2"
T2/S=?			15,000	PID-REGLER		
	0,200	RE/F0/=0,086		PT2-I-PTT-STR,		
TI/S=?		IM/F0/=-0,351		VR=?	5,000	RUN
	1,000			VS=?		
TT/S=?		W/HZ=?			1,000	RUN
	0,030		1+06	TN/S=?		
d=?		RE/F0/=-7,455E-12			1+50	RUN
	0,000	IM/F0/=1,003E-11		TV/S=?		
-----					0,010	RUN
W/HZ=?		WZ=UNENDLICH?		T2/S=?		
	1,000	TIPPE 1 SONST 0			0,200	RUN
			0,000	TI/S=?		
RE/F0/=16,560		WZ1/HZ=?			1,000	RUN
IM/F0/=46,555			4,000	TT/S=?		
W/HZ=?		WZ2/HZ=?			0,030	RUN
	5,000		5,000	d=?		
RE/F0/=6,227		WZ/HZ=4,641			0,000	RUN
IM/F0/=-0,625		RE/F0/=7,230		-----		
W/HZ=?		IM/F0/=1,791E-7		W/HZ=?		
	3,000				0,001	RUN
RE/F0/=12,484		REGELUNG INSTAB		RE/F0/=1,700		
IM/F0/=7,281		AR=0,138		IM/F0/=5,000,000		
W/HZ=?		V0K=6,916				
		WD1/HZ=?				

W/HZ=? 1,000 RUN RE/F0/=1,656 IM/F0/=4,656	W/HZ=? 10,000 RUN RE/F0/=0,066 IM/F0/=-0,093	WZ/HZ=4,641 RE/F0/=0,723 IM/F0/=1,476E-7 REGELUNG STABIL AR=1,383 V0K=6,916
W/HZ=? 3,000 RUN RE/F0/=1,248 IM/F0/=0,728	W/HZ=? 1+06 RUN RE/F0/=-7,455E-13 IM/F0/=1,003E-12	WD1/HZ=? 3,000 RUN WD2/HZ=? 5,000 RUN
W/HZ=? 5,000 RUN RE/F0/=0,623 IM/F0/=-0,062	WZ=UNENDLICH? TIPPE 1 SONST 0 0,000 RUN WZ1/HZ=? 3,000 RUN WZ2/HZ=? 5,000 RUN	WD/HZ=3,054 RE/F0/=0,971 IM/F0/=0,239 aR/GRAD=13,800

7.2.2 Bode-Diagramm

7.2.2.1 PD-Regler und PT₁-I²-Strecke

Programm-Beschreibung:

Der Rechner-Status ist 050.

Nach Aufrufen des Namens "BODE 6", Eingabe der Parameter und der Variablen ω_{\min} und ω_{\max} verläuft das Programm wie folgt. Der Rechner ermittelt in Schritten von $5 \omega_{\min}$ den Frequenzgangbetrag F_0 in dB und den Phasenwinkel φ_0 in Grad. Bei $\omega \geq \omega_{\max}$ kommt der Sprung in die Unterprogramme zur Bestimmung der Eckfrequenzen ω_V , ω_1 und ω_I . Anschließend wird mit einem Nullstellen-Unterprogramm ω_D berechnet; dann α_R . Ist die Regelung jedoch instabil, fragt der Rechner nach neuen Parametern. Dies ist mit "JA $\hat{=}$ 1" oder "NEIN $\hat{=}$ 0" zu quittieren. Sind neue Parameter gewünscht, wird die entsprechende Eingabe-Liste aufgerufen und der gesamte Programmablauf wiederholt.

Da der Phasenwinkel für $\omega = \infty$ gegen -180° läuft, ist die Regelung unbegrenzt stabil. Diese Aussage wird erreicht, wenn man für die zweite geforderte Nullstelle $\omega_{z2}/\text{Hz} \geq 10^6$ eintippt.

Formel-Satz:

$$\left| \frac{F_0}{\text{dB}} \right| = 20 \lg \frac{V_0}{\omega^2 T_I^2} \sqrt{\frac{1 + \omega^2 T_V^2}{1 + \omega^2 T_1^2}}$$

$$\frac{\varphi_0}{\text{Grad}} = \arctan \omega T_V - \arctan \omega T_1 - 180^\circ$$

$$\frac{V_0^2}{\omega_D^4 T_I^4} \cdot \frac{1 + \omega_D^2 T_V^2}{1 + \omega_D^2 T_1^2} - 1 = 0 .$$

01*LBL "BODE 6"	54 X↑2	107 GTO 02	160 XEQ IND 33
02 *PD=ANGLE"	55 *	108*LBL 04	161 STO 35
03 AVIEW	56 1	109 RCL 03	162 RCL 32
04 *PT1-I2-STRECKE"	57 +	110 1/X	163 STO 34
05 AVIEW	58 *	111 STO 10	164 XEQ IND 33
06*LBL 19	59 SQRT	112 SF 01	165 STO 36
07 ADV	60 RCL 02	113 *MV/HZ="	166 RCL 35
08 CF 2R	61 *	114 ARCL 10	167 *
09 *VR=?"	62 RCL 01	115 AVIEW	168 X>0?
10 PROMPT	63 *	116 GTO 03	169 GTO 21
11 STO 01	64 RCL 10	117*LBL 05	170 GTO 30
12 *VS=?"	65 X↑2	118 RCL 04	171*LBL 21
13 PROMPT	66 /	119 1/X	172 1 E5
14 STO 02	67 RCL 40	120 STO 10	173 RCL 32
15 *TV/S=?"	68 X↑2	121 SF 02	174 X>Y?
16 PROMPT	69 /	122 *WI/HZ="	175 GTO 20
17 STO 03	70 LOG	123 ARCL 10	176 GTO 35
18 *TI/S=?"	71 20	124 AVIEW	177*LBL 30
19 PROMPT	72 *	125 GTO 03	178 RCL 32
20 STO 04	73 STO 11	126*LBL 06	179 RCL 32
21 *TI/S=?"	74 */F0/TN 00="	127 RCL 40	180 RCL 31
22 PROMPT	75 ARCL 11	128 1/X	181 -
23 STO 40	76 AVIEW	129 STO 10	182 RCL 36
24 *W-MIN/HZ=?"	77 RCL 10	130 SF 03	183 RCL 35
25 PROMPT	78 RCL 03	131 *WI/HZ="	184 -
26 STO 06	79 *	132 ARCL 10	185 /
27 *W-MAX/HZ=?"	80 ATAN	133 AVIEW	186 RCL 36
28 PROMPT	81 RCL 10	134 GTO 03	187 *
29 STO 07	82 RCL 04	135*LBL A	188 -
30 "-----"	83 *	136 *WD*	189 STO 34
31 AVIEW	84 ATAN	137 ASTO 33	190 XEQ IND 33
32 RCL 06	85 -	138 SF 07	191 STO 37
33 STO 10	86 100	139 *WD1/HZ=?"	192 X=0?
34 GTO 01	87 -	140 PROMPT	193 GTO 34
35*LBL 02	88 STO 12	141 STO 31	194 ABS
36 5	89 *PHI-0/GRAD="	142 *WD2/HZ=?"	195 1 E-4
37 ST* 10	90 ARCL 12	143 PROMPT	196 X>Y?
38*LBL 01	91 AVIEW	144 STO 32	197 GTO 34
39 *W/HZ="	92 ADV	145 FS? 07	198 RCL 37
40 ARCL 10	93 FS?C 01	146 GTO 11	199 RCL 36
41 AVIEW	94 GTO 05	147*LBL B	200 *
42*LBL 03	95 FS?C 02	148 *WZ*	201 X>0?
43 RCL 10	96 GTO 06	149 ASTO 33	202 GTO 31
44 X↑2	97 FS?C 03	150 *WZ1/HZ=?"	203 RCL 32
45 RCL 04	98 GTO A	151 PROMPT	204 STO 31
46 X↑2	99 FS?C 05	152 STO 31	205 RCL 36
47 *	100 GTO 07	153 *WZ2/HZ=?"	206 STO 35
48 1	101 FS?C 06	154 PROMPT	207*LBL 32
49 +	102 GTO 10	155 STO 32	208 RCL 34
50 1/X	103 RCL 10	156 CF 07	209 STO 32
51 RCL 10	104 RCL 07	157*LBL 11	210 RCL 37
52 X↑2	105 X<=Y?	158 RCL 31	211 STO 36
53 RCL 03	106 GTO 04	159 STO 34	212 GTO 30

```

213*LBL 31          245 X↑2          277*LBL "WZ"          309 GTO 17
214 2              246 RCL 04          278 RCL 34           310*LBL 07
215 ST/ 05         247 X↑2          279 RCL 03           311 RCL 12
216 GTO 32         248 *            280 *                312 100
217*LBL 34         249 1            281 ATAN             313 +
218 FS? 07        250 +            282 RCL 34           314 STO 16
219 GTO 12         251 1/X          283 RCL 04           315 "aR/GRAD="
220 GTO 13         252 RCL 34       284 *                316 ARCL 16
221*LBL 12         253 X↑2          285 ATAN             317 AVIEW
222 "WD/HZ="      254 RCL 03       286 -                318 ADV
223 ARCL 34       255 X↑2          287 RTN              319 RCL 16
224 AVIEW         256 *            288*LBL 10           320 X>0?
225 SF 05         257 1            289 RCL 11           321 GTO 8
226 FS? 07        258 +            290 CHS              322 GTO 18
227 GTO 14        259 *            291 0                 323*LBL 17
228*LBL 13        260 RCL 34       292 /                 324 "REGELUNG STABIL"
229 "MZ/HZ="      261 X↑2          293 10                325 AVIEW
230 ARCL 34       262 X↑2          294 X<>Y             326 STOP
231 AVIEW         263 /            295 Y↑X              327*LBL 18
232 SF 06         264 RCL 40       296 STO 15           328 "REGELUNG INSTAB"
233*LBL 14        265 X↑2          297 "AR="            329 AVIEW
234 RCL 34        266 X↑2          298 ARCL 15          330 "----"
235 STO 10        267 /            299 AVIEW            331 AVIEW
236 GTO 03        268 RCL 01       300 ADV              332 "NEUE PARAMETER?"
237*LBL 35        269 X↑2          301 GTO 17           333 AVIEW
238 "KEINE NULLST." 270 *            302*LBL 20           334 "JA? TIPPE 1"
239 AVIEW         271 RCL 02       303 "MZ=UNENDLICH"  335 PROMPT
240 FS? 06        272 X↑2          304 AVIEW            336 STO 19
241 GTO A         273 *            305 ADV              337 RCL 19
242 GTO B         274 1            306 "AR=UNENDLICH"  338 1
243*LBL "WD"      275 -            307 AVIEW            339 X=Y?
244 RCL 34        276 RTN          308 ADV              340 GTO 19
                                     341 END

```

```

                                XEQ "MODE 6"
PD-REGLER                                W/HZ=5,00                                WI/HZ=10,00
PT1-I2-STRECKE                          /F0/IN dB=32,04                          /F0/IN dB=20,00
                                           PHI-0/GRAD=-180,43                       PHI-0/GRAD=-180,86

VR=?                                     W/HZ=25,00                                WD1/HZ=?
VS=? 5,00 RUN                           /F0/IN dB=4,07                                25,00 RUN
                                           PHI-0/GRAD=-182,15                       WD2/HZ=?
                                           W/HZ=125,00                                125,00 RUN
TV/S=? 2,00 RUN                           /F0/IN dB=-24,12                               WD/HZ=31,59
TI/S=? 0,0005 RUN                        PHI-0/GRAD=-190,46                          /F0/IN dB=-2,43E-4
                                           W/HZ=625,00                                PHI-0/GRAD=-182,71
TI/S=? 0,002 RUN                           /F0/IN dB=-55,52                               aR/GRAD=-2,71
W-MIN/HZ=? 1,00 RUN                       PHI-0/GRAD=-213,99                          REGELUNG INSTAB
                                           WV/HZ=2.000,00                                ---
W-MAX/HZ=? 500,00 RUN                     /F0/IN dB=-81,34                                NEUE PARAMETER?
                                           PHI-0/GRAD=-210,96                          JA? TIPPE 1
                                           W1/HZ=500,00                                1,00 RUN
                                           /F0/IN dB=-50,71
                                           PHI-0/GRAD=-210,96                          VR=?
                                           W1/HZ=500,00                                10,00 RUN
                                           /F0/IN dB=-50,71
                                           PHI-0/GRAD=-210,96                          VS=?

```

TV/S=?	1,00	RUN	W/HZ=125,00	WD1/HZ=?		
	0,008	RUN	/F0/IN dB=-21,13		25,00	RUN
T1/S=?			PHI-0/GRAD=-149,04	WD0/HZ=?		
	0,002	RUN	W/HZ=625,00		35,00	RUN
T1/S=?			/F0/IN dB=-41,77	WD/HZ=30,10		
	0,10	RUN	PHI-0/GRAD=-152,65	/F0/IN dB=-2,48E-4		
W-MIN/HZ=?				PHI-0/GRAD=-169,27		
	1,00	RUN	WV/HZ=125,00	GR/GRAD=10,73		
W-MAX/HZ=?			/F0/IN dB=-21,13			
	500,00	RUN	PHI-0/GRAD=-149,04	WZ1/HZ=?		
-----					0,10	RUN
W/HZ=1,00			W1/HZ=500,00	WZ2/HZ=?		
/F0/IN dB=60,00			/F0/IN dB=-30,66		10,000,00	RUN
PHI-0/GRAD=-179,66			PHI-0/GRAD=-149,04	KEINE NULLST.		
				WZ1/HZ=?		
W/HZ=5,00			W1/HZ=10,00		0,001	RUN
/F0/IN dB=32,05			/F0/IN dB=20,03	WZ2/HZ=?		
PHI-0/GRAD=-170,28			PHI-0/GRAD=-176,57		1,000,000,00	RUN
				WZ=UNENDLICH		
W/HZ=25,00				AR=UNENDLICH		
/F0/IN dB=4,24				REGELUNG STABIL		
PHI-0/GRAD=-171,55						

7.2.2.2 Programm zur Regelkreis-Synthese im Bode-Diagramm

Programm-Beschreibung:

Der Rechner-Status ist 072

Das Programm enthält einen PID-Regler, der mit verschiedenen Regelstrecken kombiniert werden kann (siehe Programm-Ausdruck). Auf diese Weise lassen sich bei geschickter Wahl der Parameter mehr als 20 Varianten realisieren, die mit diesem Programm optimiert werden können.

Nach Aufrufen des Namens "BODE-SY" schreibt der Drucker einen Vorspann, der die Kurzbezeichnungen (K.-R.) der Regelstrecken definiert. Anschließend erfolgt die Eingabe der Regler-Parameter. Dann fragt der Rechner nach dem ersten Strecken-Namen. Daraufhin sind die entsprechenden Parameter einzugeben. Ist eine weitere Regelstrecke gewünscht, tippt man nun "1" $\hat{=}$ Ja und danach den Strecken-Namen ein. Für diese zweite Regelstrecke sind ebenfalls die Parameter einzugeben. Jetzt können beliebige Frequenzwerte ω eingetastet werden, für die das Programm den Frequenzgangbetrag $|\frac{F}{F_0}|$ und den Phasenwinkel φ_0 errechnet. Mit Eingabe der Frequenz $\omega \geq 10^6$ Hz erfolgt der Sprung in das Nullstellen-Unterprogramm. Damit wird die Durchtrittsfrequenz ω_D ermittelt und anschließend die Phasenreserve α_R . Nun wird das Nullstellen-Programm nochmals

zur Bestimmung von ω_z benutzt. Der Wert von ω_z führt dann zur Berechnung der Amplitudenreserve A_R .

Für einen weiteren Rechnerlauf ist einfach der Befehl "GTO 01" zu geben.

Auf diese Weise können die verschiedensten einschleifigen technischen Regelkreise synthetisiert und der Einfluß der Parameter auf die Regelung betrachtet werden.

Formel-Satz:

$$|\underline{F}_R| = V_R \sqrt{1 + \left(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N}\right)^2}$$

$|\underline{F}_S|$ für die Strecken K. - R. aus Tabelle 3.1

$$|\underline{F}_O| \stackrel{!}{=} 1 \longrightarrow \omega_D$$

$$\alpha_R = \varphi_{O(\omega_D)} + 180^\circ.$$

01*LBL "BODE-SY"	35 AVIEW	69 "WENN JA, TASTE1"	102 0
02 CF 00	36 "R. PTT"	70 AVIEW	103 STO 20
03 CF 01	37 AVIEW	71 "WENN NEIN, 0"	104 0
04 CF 02	38 ADV	72 PROMPT	105 STO 21
05 CF 03	39 "-----"	73 STO 04	106 0
06 CF 04	40 AVIEW	74 RCL 04	107 STO 22
07 CF 05	41 ADV	75 X=0?	108 0
08 CF 06	42 "REGLER-PARAM."	76 GTO 02	109 STO 23
09 CF 07	43 AVIEW	77 "STRECKEN-NAME ?"	110 0
10 CF 08	44 ADV	78 AON	111 STO 24
11 CF 09	45 FIX 3	79 PROMPT	112 0
12 CF 10	46 "VR=?"	80 ASTO 05	113 STO 25
13 CF 11	47 PROMPT	81 AOFF	114 0
14 "EIN PID-REGLER"	48 STO 00	82 XEQ IND 05	115 STO 26
15 AVIEW	49 "TN/S=?"		116 0
16 "KANN MIT ZWEI"	50 PROMPT	83*LBL 02	117 STO 27
17 AVIEW	51 STO 01		
18 "STRECKEN MULTI-"	52 "TV/S=?"	84 "-----"	
19 AVIEW	53 PROMPT	85 AVIEW	118*LBL 01
20 "PLIZ. WERDEN."	54 STO 02	86 1	119 ADV
21 AVIEW	55 ADV	87 STO 10	120 "M/HZ=?"
22 "K. I."	56 "STRECK.-PARAM."	88 1	121 PROMPT
23 AVIEW	57 AVIEW	89 STO 11	122 STO 06
24 "L. I2"	58 ADV	90 1	123 RCL 06
25 AVIEW	59 "STRECKEN-NAME ?"	91 STO 12	124 i E6
26 "M. PT1"	60 AON	92 1	125 X<=Y?
27 AVIEW	61 PROMPT	93 STO 13	126 GTO "NULLST"
28 "N. PT1-PT1"	62 ASTO 03	94 1	
29 AVIEW	63 AOFF	95 STO 14	127*LBL 07
30 "0. PT1-PT1-PT1"	64 XEQ IND 03	96 1	128 RCL 06
31 AVIEW	65 "WEITERE STRECKE"	97 STO 15	129 RCL 02
32 "P. PT2"	66 AVIEW	98 1	130 *
33 AVIEW	67 "GEWÜNSCHT ?"	99 STO 16	131 RCL 06
34 "0. PT1-PT1-PT2"	68 AVIEW	100 1	132 RCL 01
		101 STO 17	133 *

134 1/X	187*LBL "LL"	247 STO 23	307 *
135 -	188 RCL 41	248 GTO 14	308 X+2
136 X+2	189 RCL 42		309 +
137 1	190 *	249*LBL "00"	310 SQR
138 +	191 RCL 06	250 RCL 06	311 1/X
139 SQR	192 X+2	251 RCL 49	312 RCL 52
140 RCL 00	193 *	252 *	313 *
141 *	194 1/X	253 X+2	314 STO 15
142 STO 07	195 STO 11	254 1	315 RCL 06
	196 -100	255 +	316 RCL 53
143*LBL 18	197 STO 21	256 RCL 06	317 *
144 RCL 06	198 GTO 12	257 RCL 50	318 X+2
145 RCL 02		258 *	319 CHS
146 *	199*LBL "MM"	259 X+2	320 1
147 RCL 06	200 RCL 44	260 1	321 +
148 RCL 01	201 RCL 06	261 +	322 1/X
149 *	202 *	262 *	323 2
150 1/X	203 X+2	263 RCL 06	324 *
151 -	204 1	264 RCL 51	325 RCL 54
152 ATAN	205 +	265 *	326 *
153 STO 00	206 SQR	266 X+2	327 RCL 06
154 FS? 01	207 1/X	267 1	328 *
155 XEQ IND 55	208 RCL 43	268 +	329 RCL 53
	209 *	269 *	330 *
	210 STO 12	270 SQR	331 ATAN
156*LBL 11	211 RCL 44	271 1/X	332 CHS
157 FS? 02	212 RCL 06	272 RCL 48	333 STO 25
158 XEQ IND 56	213 *	273 *	334 RCL 25
	214 ATAN	274 STO 14	335 X<0?
159*LBL 12	215 CHS	275 RCL 06	336 GTO 16
160 FS? 03	216 STO 22	276 RCL 49	337 RCL 25
161 XEQ IND 57	217 GTO 13	277 *	338 100
		278 ATAN	339 -
162*LBL 13		279 CHS	340 STO 25
163 FS? 04	218*LBL "NN"	280 RCL 06	341 GTO 16
164 XEQ IND 58	219 RCL 06	281 RCL 50	
	220 RCL 46	282 *	342*LBL "00"
165*LBL 14	221 *	283 ATAN	343 RCL 06
166 FS? 05	222 X+2	284 -	344 RCL 64
167 XEQ IND 59	223 1	285 RCL 06	345 *
	224 +	286 RCL 51	346 X+2
168*LBL 15	225 RCL 06	287 *	347 1
169 FS? 06	226 RCL 47	288 ATAN	348 +
170 XEQ IND 60	227 *	289 -	349 RCL 06
	228 X+2	290 STO 24	350 RCL 65
171*LBL 16	229 1	291 GTO 15	351 *
172 FS? 07	230 +		352 X+2
173 XEQ IND 61	231 *	292*LBL "PP"	353 1
	232 SQR	293 RCL 06	354 +
174*LBL 17	233 1/X	294 RCL 53	355 *
175 FS? 08	234 RCL 45	295 *	356 SQR
176 XEQ IND 62	235 *	296 X+2	357 1/X
177 GTO 10	236 STO 13	297 CHS	358 RCL 63
	237 RCL 06		359 *
178*LBL "KK"	238 RCL 46	298 1	360 STO 16
179 RCL 40	239 *	299 +	361 RCL 06
180 RCL 06	240 ATAN	300 X+2	362 RCL 66
181 *	241 CHS	301 RCL 06	363 *
182 1/X	242 RCL 06	302 RCL 53	364 X+2
183 STO 10	243 RCL 47	303 *	365 CHS
184 -90	244 *	304 2	366 1
185 STO 20	245 ATAN	305 *	367 +
186 GTO 11	246 -	306 RCL 54	

368 X12		429 180	486 PROMPT	544 GTO 09
369 RCL 06		430 *	487 STO 49	545 RCL 07
370 RCL 66		431 PI	488 *T12/S=?	546 RCL 10
371 *		432 /	489 PROMPT	547 *
372 RCL 67		433 CHS	490 STO 50	548 RCL 11
373 *		434 STO 27	491 *T13/S=?	549 *
374 X12		435 GTO 10	492 PROMPT	550 RCL 12
375 4			493 STO 51	551 *
376 *		436*LBL "K"	494 *00"	552 RCL 13
377 +		437 SF 01	495 ASTO 59	553 *
378 SORT		438 *T1/S=?	496 RTN	554 RCL 14
379 1/X		439 PROMPT		555 *
380 RCL 16		440 STO 40	497*LBL "P"	556 RCL 15
381 *		441 "KK"	498 SF 06	557 *
382 STO 16		442 ASTO 55	499 *VS=?	558 RCL 16
383 RCL 06		443 RTN	500 PROMPT	559 *
384 RCL 66			501 STO 52	560 RCL 17
385 *		444*LBL "L"	502 *T2/S=?	561 *
386 X12		445 SF 02	503 PROMPT	562 LOG
387 CHS		446 *T11/S=?	504 STO 53	563 20
388 1		447 PROMPT	505 *d=?	564 *
389 +		448 STO 41	506 PROMPT	565 FS? 09
390 1/X		449 *T12/S=?	507 STO 54	566 GTO 06
391 2		450 PROMPT	508 "PP"	567 STO 70
392 *		451 STO 42	509 ASTO 60	568 "/F0/ IN dB="
393 RCL 67		452 "LL"	510 RTN	569 ARCL 70
394 *		453 ASTO 56		570 AVIEW
395 RCL 06		454 RTN	511*LBL "Q"	571 FS? 00
396 *			512 SF 07	572 GTO "AR"
397 RCL 66		455*LBL "M"	513 *VS=?	
398 *		456 SF 03	514 PROMPT	573*LBL 09
399 ATAN		457 *VS=?	515 STO 63	574 RCL 08
400 CHS		458 PROMPT	516 *T11/S=?	575 RCL 20
401 STO 26		459 STO 43	517 PROMPT	576 +
402 RCL 26		460 *T1/S=?	518 STO 64	577 RCL 21
403 X<0?		461 PROMPT	519 *T12/S=?	578 +
404 GTO 08		462 STO 44	520 PROMPT	579 RCL 22
405 RCL 26		463 "MM"	521 STO 65	580 +
406 180		464 ASTO 57	522 *T2/S=?	581 RCL 23
407 -		465 RTN	523 PROMPT	582 +
408 STO 26			524 STO 66	583 RCL 24
		466*LBL "N"	525 *d=?	584 +
409*LBL 08		467 SF 04	526 PROMPT	585 RCL 25
410 RCL 26		468 *VS=?	527 STO 67	586 +
411 RCL 06		469 PROMPT	528 "QQ"	587 RCL 26
412 RCL 64		470 STO 45	529 ASTO 61	588 +
413 *		471 *T11/S=?	530 RTN	589 RCL 27
414 ATAN		472 PROMPT		590 +
415 -		473 STO 46	531*LBL "R"	591 STO 71
416 RCL 06		474 *T12/S=?	532 SF 08	592 FS? 10
417 RCL 65		475 PROMPT	533 *VS=?	593 GTO 19
418 *		476 STO 47	534 PROMPT	594 *PHI 0/GRAD="
419 ATAN		477 "NN"	535 STO 68	595 ARCL 71
420 -		478 ASTO 58	536 *T1/S=?	596 AVIEW
421 STO 26		479 RTN	537 PROMPT	597 FS? 11
422 GTO 17			538 STO 69	598 GTO "aR"
		480*LBL "O"	539 "RR"	599 FS? 10
423*LBL "RR"		481 SF 05	540 ASTO 62	600 GTO "AR"
424 RCL 68		482 *VS=?	541 RTN	601 GTO 01
425 STO 17		483 PROMPT		
426 RCL 69		484 STO 48	542*LBL 10	602*LBL "WD"
427 RCL 06		485 *T11/S=?	543 FS? 10	603 RCL 34
428 *				

604 STO 06	640 10	677 XEQ IND 33	717 STO 36
605 GTO 07	641 X<Y	678 STO 36	718 GTO 30
	642 Y+X	679 RCL 35	
606*LBL 06	643 STO 38	680 *	719*LBL 31
607 RTN	644 "AR="	681 X>0?	720 2
	645 ARCL 38	682 GTO 35	721 ST/ 35
608*LBL "aR"	646 AVIEW		722 GTO 32
609 RCL 71	647 STOP	683*LBL 30	
610 100		684 RCL 32	723*LBL 34
611 +	648*LBL "NULLST"	685 RCL 32	724 FS? 09
612 STO 39	649 FIX 3	686 RCL 31	725 GTO 39
613 "aR/GRAD="	650 "WD"	687 -	726 GTO 40
614 ARCL 39	651 ASTO 33	688 RCL 36	
615 AVIEW	652 SF 09	689 RCL 35	727*LBL 39
616 CF 09		690 -	728 "WD/HZ="
617 CF 11	653*LBL A	691 /	729 ARCL 34
618 ADV	654 "WD1/HZ=?"	692 RCL 36	730 AVIEW
619 RCL 39	655 PROMPT	693 *	731 RCL 34
620 X<0?	656 STO 31	694 -	732 STO 06
621 STOP	657 "WD2/HZ=?"	695 STO 34	733 CF 09
622 GTO B	658 PROMPT	696 XEQ IND 33	734 SF 11
	659 STO 32	697 STO 37	735 ADV
623*LBL "WZ"	660 GTO 38	698 X=0?	736 GTO 07
624 RCL 34		699 GTO 34	
625 STO 06	661*LBL B	700 ABS	737*LBL 40
626 SF 10	662 "WZ"	701 1 E-4	738 "WZ/HZ="
627 CF 11	663 ASTO 33	702 X>Y?	739 ARCL 34
628 GTO 18	664 "WZ1/HZ=?"	703 GTO 34	740 AVIEW
	665 PROMPT	704 RCL 37	741 RCL 34
629*LBL 19	666 STO 31	705 RCL 36	742 STO 06
630 RCL 71	667 "WZ2/HZ=?"	706 *	743 CF 10
631 179,99	668 PROMPT	707 X>0?	744 SF 00
632 +	669 STO 32	708 GTO 31	745 ADV
633 STO 71	670*LBL 38	709 RCL 32	746 GTO 07
634 RTN	671 RCL 31	710 STO 31	
	672 STO 34	711 RCL 36	747*LBL 35
635*LBL "AR"	673 XEQ IND 33	712 STO 35	748 "KEINE NULLST."
636 RCL 70	674 STO 35		749 AVIEW
637 CHS	675 RCL 32	713*LBL 32	750 FS? 09
638 20	676 STO 34	714 RCL 34	751 GTO A
639 /		715 STO 32	752 GTO B
		716 RCL 37	753 .END.

	XEQ "BODE-SY"	REGLER-PARAM.		1,000	RUN
EIN PID-REGLER		VR=?			
KANN MIT ZWEI				T11/S=?	0,100 RUN
STRECKEN MULTI-		3,000	RUN	T12/S=?	0,050 RUN
PLIZ. WERDEN.					0,050 RUN
K. I		1+50	RUN	WEITERE STRECKE	
L. I2				GEWUNSCHT ?	
M. PT1		0,010	RUN	WENN JA, TASTE1	
N. PT1-PT1				WENN NEIN, 0	
O. PT1-PT1-PT1		STRECK.-PARAM.			1,000 RUN
P. PT2				STRECKEN-NAME ?	
Q. PT1-PT1-PT2		STRECKEN-NAME ?		R	RUN
R. PTT		N	RUN	VS=?	
		VS=?			1,000 RUN
-----				TT/S=?	
					0,020 RUN

W/HZ=?
 1,000 RUN
 /F0/ IN dB=9,489
 PHI 0/GRAD=-9,146

W/HZ=?
 3,000 RUN
 /F0/ IN dB=9,075
 PHI 0/GRAD=-26,949

W/HZ=?
 10,000 RUN
 /F0/ IN dB=5,606
 PHI 0/GRAD=-77,314

W/HZ=?
 20,000 RUN
 /F0/ IN dB=-0,207
 PHI 0/GRAD=-120,043

W/HZ=?
 40,000 RUN
 /F0/ IN dB=-9,107
 PHI 0/GRAD=-163,434

W/HZ=?
 60,000 RUN
 /F0/ IN dB=-14,804
 PHI 0/GRAD=-189,894

W/HZ=?
 1+06 RUN
 WD1/HZ=?

10,000 RUN
 WD2/HZ=?
 20,000 RUN
 WD/HZ=19,478

/F0/ IN dB=-5,560E-6
 PHI 0/GRAD=-118,366
 aR/GRAD=61,634

WZ1/HZ=?
 40,000 RUN
 WZ2/HZ=?
 60,000 RUN
 WZ/HZ=51,842

/F0/ IN dB=-12,752
 AR=4,341

GTO .001
 RUN

EIN PID-REGLER
 KANN MIT ZWEI
 STRECKEN MULTI-
 PLIZ. WERDEN.
 K. I
 L. I2
 M. PT1
 N. PT1-PT1
 O. PT1-PT1-PT1
 P. PT2
 Q. PT1-PT1-PT2
 R. PTT

 REGLER-PARAM.

VR=?
 10,000 RUN
 TN/S=?
 0,200 RUN
 TV/S=?
 0,000 RUN

STRECK.-PARAM.

STRECKEN-NAME ?
 K RUN
 TI/S=?
 1,000 RUN
 WEITERE STRECKE
 GEWUNSCHT ?
 WENN JA, TASTE1
 WENN NEIN, 0
 1,000 RUN

STRECKEN-NAME ?

P RUN
 VS=?
 1,000 RUN
 T2/S=?
 0,050 RUN
 d=?
 0,500 RUN

 W/HZ=?
 0,100 RUN
 /F0/ IN dB=?3,901
 PHI 0/GRAD=-179,141

W/HZ=?
 1,000 RUN
 /F0/ IN dB=34,161
 PHI 0/GRAD=-171,560

W/HZ=?
 5,000 RUN
 /F0/ IN dB=9,293
 PHI 0/GRAD=-149,931

W/HZ=?
 10,000 RUN
 /F0/ IN dB=1,871
 PHI 0/GRAD=-150,255

W/HZ=?
 15,000 RUN
 /F0/ IN dB=-1,837
 PHI 0/GRAD=-168,179

W/HZ=?
 20,000 RUN

DATA ERROR

GTO 01
 RUN
 W/HZ=?
 21,000 RUN
 /F0/ IN dB=-6,670
 PHI 0/GRAD=-198,968

W/HZ=?
 50,000 RUN
 /F0/ IN dB=-29,227
 PHI 0/GRAD=-250,247

W/HZ=?
 200,000 RUN
 /F0/ IN dB=-65,975
 PHI 0/GRAD=-265,664

W/HZ=?
 1+06 RUN
 WD1/HZ=?
 10,000 RUN
 WD2/HZ=?
 15,000 RUN
 WD/HZ=12,342

/F0/ IN dB=-1,927E-6
 PHI 0/GRAD=-156,958
 aR/GRAD=23,042

WZ1/HZ=?
 15,000 RUN
 WZ2/HZ=?
 21,000 RUN
 WZ/HZ=17,319

/F0/ IN dB=-3,520
 AR=1,500

7.2.3 Zwei-Ortskurven-Verfahren (Z.O.V.)7.2.3.1 PID-Regler und PT_1-T_t -Strecke

Programm-Beschreibung:

Der Rechner-Status ist 040.

Die Programm-Namen sind "-1/FS" und "NULLST".

Da die Ortskurve des PID-Reglers eine Gerade im Abstand V_R von der Ordinate ist, entfällt das Programm zur Bestimmung von \underline{F}_R . Nach dem Programmstart mit "-1/FS" wird für beliebige Werte von ω und feste Parameter die negative inverse Ortskurve $-1/\underline{F}_S$ bestimmt. Mit dem Nullstellen-Programm können dann die Werte von ω_D und ω_z errechnet werden.

Formel-Satz:

$$\underline{F}_R = V_R \left[1 + j \left(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N} \right) \right]$$

$$\frac{-1}{\underline{F}_S} = \frac{1}{V_S} \left[\omega T_1 \sin \omega T_t - \cos \omega T_t - j \left(\omega T_1 \cos \omega T_t + \sin \omega T_t \right) \right]$$

$$V_O^2 \frac{1 + \left(\omega_D T_V - \frac{1}{\omega_D T_N} \right)^2}{1 + \omega_D^2 T_1^2} - 1 = 0$$

$$\alpha_R = \varphi_R(\omega_D) - \bar{\varphi}_S(\omega_D)$$

$$A_R = \operatorname{Re} \left[\frac{-1/\underline{F}_S}{\underline{F}_R} \right]_{\omega_z}$$

01*LBL "-1/FS"	15 RCL 01	29 STO 03	43 *
02*LBL 01	16 *	30 "RE="	44 SIN
03 "----"	17 SIN	31 ARCL 03	45 +
04 AVIEW	18 RCL 01	32 AVIEW	46 0,5
05 "W/HZ="	19 *	33 RCL 02	47 /
06 PROMPT	20 0,08	34 RCL 01	48 CHS
07 STO 01	21 *	35 *	49 STO 04
08 100	22 RCL 02	36 COS	50 "IM="
09 PI	23 RCL 01	37 0,08	51 ARCL 04
10 /	24 *	38 *	52 AVIEW
11 0,01	25 COS	39 RCL 01	53 GTO 01
12 *	26 -	40 *	54 END
13 STO 02	27 0,5	41 RCL 02	
14 RCL 02	28 /	42 RCL 01	

7.2.3.2 PD-Regler und I^2 - T_t -Strecke

Programm-Beschreibung:

Der Rechner-Status ist 040.

Die Programm-Namen sind "-1/FS" und "WD" und "WZ" und "NULLST".
Das Programm verläuft so wie in Abschnitt 7.2.3.1 bereits beschrieben. Auch hier bedarf es keines eigenen Programms für die Ortskurve des PD-Reglers.

Formel-Satz:

$$\underline{F}_R = V_R (1 + j\omega T_V)$$

$$\frac{-1}{\underline{F}_S} = \omega^2 T_I^2 (-\cos\omega T_t - j\sin\omega T_t)$$

$$\omega_D = \sqrt{\frac{V_R^2 T_V^2}{2T_I^4}} \pm \sqrt{\frac{V_R^4 T_V^4}{4T_I^8} + \frac{V_R^2}{T_I^4}}$$

```
01*LBL "-1/FS"
02*LBL 01
03 *W/HZ="
04 PROMPT
05 STO 01
06 100
07 PI
08 /
09 0.005
10 *
11 STO 02
12 RCL 01
13 RCL 02
14 *
15 COS
16 CHS
17 RCL 01
18 X^2
19 *
20 0.096
21 X^2
22 *
23 STO 03
24 "RE="
25 ARCL 03
26 RVIEW
27 RCL 01
28 RCL 02
29 *
30 SIN
```

```
31 CHS
32 RCL 01
33 X^2
34 *
35 0.096
36 X^2
37 *
38 STO 04
39 "IM="
40 ARCL 04
41 RVIEW
42 ADV
43 GTO 01
44 .END.
```

```
01*LBL "WT"
02 RCL 34
03 X^2
04 0.008
05 X^2
06 *
07 1
08 +
09 SQRT
10 30
11 *
12 RCL 34
13 X^2
14 0.096
15 X^2
16 *
17 -
18 RTN
19 .END.
```

```
01*LBL "WZ"
02 RCL 34
03 0.008
04 *
05 RCL 34
06 0.005
07 *
08 100
09 *
10 PI
11 /
12 TAN
13 -
14 RTN
15 END
```

```

XEQ "-1/FS"
W/HZ= 100,000 RUN RE=-80,878 IM=-44,184
RE=0,000 0,000 RUN W/HZ= 500,000 RUN RE=1,845,835 IM=-1,378,888
IM=0,000 W/HZ= 150,000 RUN W01/HZ=? 30,000 RUN
W/HZ= 10,000 RUN RE=-151,723 IM=-141,345 W02/HZ=? 100,000 RUN
RE=-0,920 10,000 RUN W/HZ= 204,366 RUN W0/HZ=60,899
IM=-0,846 W/HZ= 300,000 RUN RE=-200,848 IM=-328,353 W01/HZ=? 100,000 RUN
W/HZ= 30,000 RUN RE=-8,201 IM=-1,239 W02/HZ=? 300,000 RUN
W/HZ= 50,000 RUN RE=-181,626 IM=-546,615 W0/HZ=204,366
RE=-22,324 50,000 RUN W/HZ= 250,000 RUN W01/HZ=? 100,000 RUN
IM=-5,700 W/HZ= 300,000 RUN RE=-58,672 IM=-827,362 W02/HZ=? 300,000 RUN
W/HZ= 60,099 RUN RE=-31,796 IM=-9,853 W0/HZ=204,366
IM=-9,853 W/HZ=
W/HZ=

```

7.2.3.3 I-Regler und PT₂-Strecke mit Ansprechschwelle

Programm-Beschreibung:

Der Rechner-Status ist O30.

Die Programm-Namen sind "-1/FG" und "N(XE)".

Nach Eingabe des Namens "-1/FG" werden die Parameter abgefragt und es können beliebige Variable ω eingegeben werden. In gleicher Weise wird das Programm "N(XE)" durchlaufen.

Formel-Satz:

$$\frac{-1}{F_G} = \frac{1}{F_O} = \frac{1}{V_S} [2d\omega^2 T_2 T_I + j(\omega^3 T_2^2 T_I - \omega T_I)]$$

$$N(\hat{x}_e) = 1 - \frac{2}{\pi} \left[\frac{\pi}{180} \arcsin \frac{x_t}{10V} + \frac{x_t}{10V} \sqrt{1 - (x_t/10V)^2} \right] .$$

01*LBL "-1/FG"		XEQ "-1/FG"		01*LBL "N<X>"
02 *VS=?	VS=?			02 *XE/V=?
03 PROMPT		1.00	RUN	03 PROMPT
04 STO 01	T2/S=?			04 STO 01
05 *T2/S=?		0.20	RUN	05 "-----"
06 PROMPT	TI/S=?			06 AVIEW
07 STO 02		0.10	RUN	07*LBL 01
08 *TI/S=?	d=?			08 ADV
09 PROMPT		0.50	RUN	09 *XT/V=?
10 STO 03	-----			10 PROMPT
11 *d=?				11 STO 02
12 PROMPT	W/HZ=?			12 RCL 02
13 STO 04		0.00	RUN	13 RCL 01
14 "-----"	RE=0.00			14 /
15 AVIEW	IN=0.00			15 STO 03
16 ADV				16 RCL 03
17*LBL 01	W/HZ=?			17 X12
18 *W/HZ=?		3.00	RUN	18 CHS
19 PROMPT	RE=0.18			19 !
20 STO 05	IN=-0.19			20 +
21 RCL 02				21 SORT
22 RCL 03	W/HZ=?			22 RCL 03
23 *		4.00	RUN	23 *
24 RCL 04	RE=0.32			24 RCL 03
25 *	IN=-0.14			25 ASIN
26 RCL 05				26 PI
27 X12	W/HZ=?			27 *
28 *		5.00	RUN	28 100
29 2	RE=0.50			29 /
30 *	IN=0.00			30 +
31 RCL 01				31 2
32 /	W/HZ=?			32 *
33 STO 06		6.00	RUN	33 PI
34 *RE="	RE=0.72			34 /
35 ARCL 06	IN=0.26			35 CHS
36 AVIEW				36 1
37 RCL 02	W/HZ=?			37 +
38 X12		7.00	RUN	38 STO 04
39 RCL 03	RE=0.98			39 "N<X>="
40 *	IN=0.67			40 ARCL 04
41 RCL 05				41 AVIEW
42 X12	W/HZ=?			42 GTO 01
43 *		8.00	RUN	43 .END.
44 RCL 05	RE=1.28			
45 *	IN=1.25			
46 RCL 05				
47 RCL 03	W/HZ=?			XEQ "N<X>"
48 *		9.00	RUN	XE/V=?
49 -	RE=1.62			10.00
50 RCL 01	IN=2.02			-----
51 /				XT/V=?
52 STO 07				0.00
53 *IM="				RUN
54 ARCL 07				N<X>=1.00
55 AVIEW				
56 ADV				XT/V=?
57 GTO 01				5.00
58 END				RUN
				N<X>=0.39
				XT/V=?
				10.00
				RUN
				N<X>=0.00

7.2.3.4 PD-Regler mit Begrenzung und PT₂-I-Strecke

Programm-Beschreibung:

Der Rechner-Status ist O30.

Mit Aufrufen des Namens "-1/FG" erfolgt die Eingabe der Parameter für PD-Regler und PT₂-I-Strecke. Danach ermittelt der Rechner für beliebige Variablen ω den Real- und Imaginärteil der negativen inversen Ortskurve $-1/\underline{F}_G$.

Bei Eingabe des Namens "N(XE)" wird die Ortskurve der nichtlinearen Signalbegrenzung ermittelt.

Formel-Satz:

$$\frac{-1}{\underline{F}_G} = \frac{1}{\underline{F}_O} = \frac{\omega T_I (\omega^3 T_2 T_I - \omega T_V + 2d\omega T_2) + j\omega T_I (\omega^2 T_2^2 - 2d\omega^2 T_2 T_V - 1)}{V_O (1 + \omega^2 T_V^2)}$$

$$N(\hat{x}_e) = \frac{1}{90} \arcsin \frac{x_s}{10V} + \frac{2x_s}{10V} \sqrt{1 - (x_s/10V)^2}.$$

01*LBL *-1/FG"	33 *d="	65 *	97 RCL 03
02 *-1/FG FUER"	34 PROMPT	66 RCL 06	98 *
03 AVIEW	35 STO 05	67 X+2	99 RCL 06
04 *ZUSAMMENFASSG. "	36 ARCL 05	68 RCL 03	100 RCL 03
05 AVIEW	37 AVIEW	69 *	101 *
06 *VON PD-REGLER"	38*LBL 01	70 RCL 04	102 -
07 AVIEW	39 ADV	71 *	103 RCL 06
08 *UND PT2-I-STR. "	40 *W/HZ="	72 -	104 X+2
09 AVIEW	41 PROMPT	73 RCL 06	105 RCL 06
10 ADV	42 STO 06	74 X+2	106 *
11 *PARAMETER"	43 ARCL 06	75 RCL 02	107 RCL 02
12 AVIEW	44 AVIEW	76 *	108 *
13 *V0="	45 RCL 04	77 RCL 03	109 RCL 03
14 PROMPT	46 X+2	78 *	110 *
15 STO 01	47 RCL 06	79 RCL 05	111 RCL 04
16 ARCL 01	48 X+2	80 *	112 *
17 AVIEW	49 *	81 2	113 RCL 05
18 *T2/S="	50 !	82 *	114 *
19 PROMPT	51 +	83 +	115 2
20 STO 02	52 RCL 01	84 RCL 07	116 *
21 ARCL 02	53 *	85 *	117 -
22 AVIEW	54 1/X	86 STO 08	118 RCL 07
23 *T1/S="	55 STO 07	87 *RE="	119 *
24 PROMPT	56 RCL 06	88 ARCL 08	120 STO 09
25 STO 03	57 X+2	89 AVIEW	121 *IM="
26 ARCL 03	58 X+2	90 RCL 06	122 ARCL 09
27 AVIEW	59 RCL 02	91 X+2	123 AVIEW
28 *TV/S="	60 X+2	92 RCL 06	124 GTO 01
29 PROMPT	61 *	93 *	125 .END.
30 STO 04	62 RCL 03	94 RCL 02	
31 ARCL 04	63 *	95 X+2	
32 AVIEW	64 RCL 04	96 *	

01♦LBL "N(XE)"	-1/FG FUER	-1/FG FUER	N(XE) FUER
02 "N(XE) FUER"	ZUSAMMENFASSG.	ZUSAMMENFASSG.	SIGNALBEGRENZG.
03 AVIEW	VON PD-REGLER	VON PD-REGLER	
04 "SIGNALBEGRENZG."	UND PT2-I-STR.	UND PT2-I-STR.	PARAMETER
05 AVIEW			XE/V=10,000
06 ADV	PARAMETER	PARAMETER	
07 "PARAMETER"	V0=8,000	V0=4,000	XS/V=0,000
08 AVIEW	T2/S=0,200	T2/S=0,200	N(XE)=0,000
09 "XE/V="	TI/S=1,000	TI/S=1,000	
10 PROMPT	TV/S=0,002	TV/S=0,002	XS/V=2,000
11 STO 01	d=0,500	d=0,500	N(XE)=0,253
12 ARCL 01			
13 AVIEW	W/HZ=0,000	W/HZ=2,000	XS/V=5,000
14♦LBL 01	RE=0,000	RE=0,198	N(XE)=0,603
15 ADV	IM=0,000	IM=-0,421	
16 "XS/V="			XS/V=10,000
17 PROMPT	W/HZ=2,000	W/HZ=4,000	N(XE)=1,000
18 STO 02	RE=0,099	RE=0,797	
19 ARCL 02	IM=-0,210	IM=-0,366	XS/V=5,201
20 AVIEW			N(XE)=0,631
21 RCL 02	W/HZ=3,000	W/HZ=5,000	
22 RCL 01	RE=0,224	RE=1,250	
23 /	IM=-0,241	IM=-0,012	
24 STO 03			
25 RCL 03	W/HZ=5,000	W/HZ=6,000	
26 X↑2	RE=0,625	RE=1,000	
27 CHS	IM=-0,006	IM=0,638	
28 1			
29 +	W/HZ=7,000	W/HZ=5,02519	
30 SQR	RE=1,237	RE=1,26263	
31 RCL 03	IM=0,023	IM=4,61553E-7	
32 *			
33 RCL 03	W/HZ=8,000		
34 ASIN	RE=1,625		
35 PI	IM=1,534		
36 *			
37 100	W/HZ=5,025		
38 /	RE=0,631		
39 +	IM=2,308E-7		
40 2			
41 *			
42 PI			
43 /			
44 STO 04			
45 "N(XE)="			
46 ARCL 04			
47 AVIEW			
48 GTO 01			
49 .END.			

7.2.3.5 PI-Regler mit Hysterese und PT_1 - T_t -Strecke

Programm-Beschreibung:

Der Rechner-Status ist 040.

Die Programm-Namen sind "NULLST", "XT", "WZ" und "ZOV".

Das Programm "ZOV" ermittelt nach Eingabe der Parameter gleichzeitig Real- und Imaginärteil der Ortskurve $-1/\underline{F}_G$ und der Nicht-linearität der Hysterese.

Anschließend kann mit dem Programm "NULLST" der Wert von ω_z und x_t ermittelt werden, für den die Regelung sich an der Stabilitätsgrenze befindet.

Formel-Satz:

$$\operatorname{Re} \frac{1}{\underline{F}_O} = \frac{(T_N/T_1 - 1) \cos \omega T_t + (\omega T_1 + 1/\omega T_N) \sin \omega T_t}{V_O (1 + 1/(\omega^2 T_N^2))}$$

$$\operatorname{Im} \frac{1}{\underline{F}_O} = \frac{(T_1/T_N - 1) \sin \omega T_t - (\omega T_1 + 1/\omega T_N) \cos \omega T_t}{V_O (1 + 1/\omega^2 T_N^2)}$$

$$N(\hat{x}_e) = 1/2 + \frac{1}{180} \arcsin \alpha + \frac{\alpha}{\pi} \cdot \sqrt{1 - \alpha^2} + j \frac{1}{\pi} (\alpha^2 - 1)$$

$$\alpha = 1 - 2x_t/\hat{x}_e$$

$$\operatorname{Re} [N(\hat{x}_e)] - \operatorname{Re} [1/\underline{F}_O] = 0 \longrightarrow \frac{\omega_z}{x_t} .$$

01*LBL "NULLST"	34 *	67 AVIEW	19 RCL 02
02 FIX 5	35 -	68 "XT="	20 *
03 "XT"	36 STO 34	69 ARCL 7A	21 RCL 05
04 ASTO 33	37 XEQ IND 33	70 AVIEW	22 RCL 03
05*LBL A	38 STO 37	71 ADV	23 *
06 "WZ1/HZ=?"	39 X=0?	72 GTO "ZOV"	24 1/X
07 PROMPT	40 GTO 34	73*LBL 35	25 +
08 STO 31	41 ABS	74 "KEINE NULLST."	26 RCL 04
09 "WZ2/HZ=?"	42 1 E-5	75 AVIEW	27 RCL 05
10 PROMPT	43 X>0?	76 GTO A	28 *
11 STO 32	44 GTO 34	77 END	29 100
12 RCL 31	45 RCL 37		30 *
13 STO 34	46 RCL 36		31 PI
14 XEQ IND 33	47 *		32 /
15 STO 35	48 X>0?		33 COS
16 RCL 32	49 GTO 31	01*LBL "XT"	34 *
17 STO 34	50 RCL 32	02 RCL 34	35 -
18 XEQ IND 33	51 STO 31	03 STO 05	36 4
19 STO 36	52 RCL 36	04 RCL 02	37 /
20 RCL 35	53 STO 35	05 RCL 03	38 RCL 01
21 *	54*LBL 32	06 /	39 /
22 X>0?	55 RCL 34	07 1	40 RCL 05
23 GTO 35	56 STO 32	08 -	41 X+2
24*LBL 30	57 RCL 37	09 RCL 05	42 RCL 07
25 RCL 32	58 STO 36	10 RCL 04	43 X+2
26 RCL 32	59 GTO 30	11 *	44 *
27 RCL 31	60*LBL 31	12 100	45 1/X
28 -	61 2	13 *	46 1
29 RCL 36	62 ST/ 05	14 PI	47 +
30 RCL 35	63 GTO 32	15 /	48 /
31 -	64*LBL 34	16 SIN	49 PI
32 /	65 "WZ/HZ="	17 *	50 *
33 RCL 36	66 ARCL 34	18 RCL 05	51 100

52 *	50 RCL 03	32 "TT/S="	94 *	156 STO 16
53 25	51 *	33 PROMPT	95 STO 10	157 "IM="
54 +	52 1/X	34 STO 04	96 "RE="	158 ARCL 16
55 SQRT	53 +	35 ARCL 04	97 ARCL 10	159 AVIEW
56 5	54 STO 29	36 AVIEW	98 AVIEW	160 GTO 01
57 +	55 RCL 28	37 "XE/V="	99 RCL 08	161 END
58 STO 30	56 SIN	38 PROMPT	100 SIN	
59 GTO "WZ"	57 RCL 29	39 STO 12	101 RCL 07	
60 .END.	58 *	40 ARCL 12	102 *	
	59 +	41 AVIEW	103 RCL 08	
	60 RCL 01	42+LBL 01	104 COS	
	61 /	43 ADV	105 RCL 09	
	62 RCL 34	44 "W/HZ="	106 *	
	63 X↑2	45 PROMPT	107 -	
01+LBL "WZ"	64 RCL 03	46 STO 05	108 RCL 06	
02 RCL 30	65 X↑2	47 ARCL 05	109 *	
03 2	66 *	48 AVIEW	110 STO 11	
04 *	67 1/X	49 RCL 05	111 "IN="	
05 10	68 1	50 X↑2	112 ARCL 11	
06 /	69 +	51 RCL 03	113 AVIEW	
07 CHS	70 /	52 X↑2	114 ADV	
08 1	71 STO 23	53 *	115 "XT/V="	
09 +	72 RCL 22	54 1/X	116 PROMPT	
10 STO 21	73 RCL 23	55 1	117 STO 13	
11 1	74 -	56 +	118 ARCL 13	
12 RCL 21	75 RTN	57 RCL 01	119 AVIEW	
13 X↑2	76 END	58 *	120 RCL 08	
14 -		59 1/X	121 RCL 12	
15 SQRT		60 STO 06	122 /	
16 RCL 21		61 RCL 02	123 2	
17 *		62 RCL 03	124 *	
18 PI		63 /	125 CHS	
19 /	01+LBL "ZOV"	64 1	126 1	
20 0,5	02 "1/F0 FUER"	65 -	127 +	
21 +	03 AVIEW	66 STO 07	128 STO 14	
22 RCL 21	04 "PI-REGLER UND"	67 RCL 05	129 RCL 14	
23 ASIN	05 AVIEW	68 RCL 04	130 X↑2	
24 100	06 "PT1-TT-STRECKE."	69 *	131 CHS	
25 /	07 AVIEW	70 100	132 1	
26 +	08 "N(XE) DER"	71 *	133 +	
27 STO 22	09 AVIEW	72 PI	134 SQRT	
28 RCL 02	10 "HYSTERESE."	73 /	135 RCL 14	
29 RCL 03	11 AVIEW	74 STO 08	136 *	
30 /	12 ADV	75 RCL 08	137 PI	
31 1	13 "PARAMETER"	76 COS	138 /	
32 -	14 AVIEW	77 RCL 07	139 0,5	
33 STO 27	15 FIX 3	78 *	140 +	
34 RCL 34	16 STOP	79 RCL 05	141 RCL 14	
35 RCL 04	17 "V0="	80 RCL 02	142 ASIN	
36 *	18 PROMPT	81 *	143 100	
37 100	19 STO 01	82 RCL 05	144 /	
38 *	20 ARCL 01	83 RCL 03	145 +	
39 PI	21 AVIEW	84 *	146 STO 15	
40 /	22 "T1/S="	85 1/X	147 "RE="	
41 STO 20	23 PROMPT	86 +	148 ARCL 15	
42 RCL 28	24 STO 02	87 STO 09	149 AVIEW	
43 COS	25 ARCL 02	88 RCL 08	150 RCL 14	
44 RCL 27	26 AVIEW	89 SIN	151 X↑2	
45 *	27 "TN/S="	90 RCL 09	152 1	
46 RCL 34	28 PROMPT	91 *	153 -	
47 RCL 02	29 STO 03	92 +	154 PI	
48 *	30 ARCL 03	93 RCL 06	155 /	
49 RCL 34	31 AVIEW			

1/FO FUER	XT/V=6,752	1/FO FUER	XT/V=6,000
PI-REGLER UND	RE=0,282	PI-REGLER UND	RE=0,374
PT1-TT-STRECKE.	IM=-0,279	PT1-TT-STRECKE.	IM=-0,366
K(XE) DER		K(XE) DER	
HYSTERESF.	W/HZ=15,000	HYSTERESE.	W/HZ=20,000
	RE=0,335		RE=0,727
PARAMETER	IM=-0,331	PARAMETER	IM=-0,363
V0=5,000		V0=5,000	
T1/S=0,100	XT/V=6,000	T1/S=0,100	XT/V=4,000
TN/S=0,200	RE=0,374	TN/S=0,200	RE=0,626
TT/S=0,001	IM=-0,306	TT/S=0,001	IM=-0,306
XE/V=10,000		XE/V=10,000	
	W/HZ=20,000		W/HZ=50,000
W/HZ=0,001	RE=0,432	W/HZ=0,001	RE=1,928
RE=4,000E-5	IM=-0,425	RE=4,000E-5	IM=0,330
IM=-4,000E-5		IM=-4,000E-5	
	XT/V=5,000		XT/V=0,000
XT/V=10,000	RE=0,500	XT/V=10,000	RE=1,000
RE=0,000	IM=-0,318	RE=0,000	IM=0,000
IM=0,000		IM=0,000	
	W/HZ=30,000		W/HZ=10,000
W/HZ=3,000	RE=0,635	W/HZ=10,000	RE=0,333
RE=0,104	IM=-0,619	RE=0,333	IM=-0,252
IM=-0,104		IM=-0,252	
	XT/V=4,000		
XT/V=8,000	RE=0,626		
RE=0,142	IM=-0,306		
IM=-0,204			
	W/HZ=40,000		
W/HZ=10,000	RE=0,845		
RE=0,242	IM=-0,816		
IM=-0,241			
	XT/V=2,000		
XT/V=7,000	RE=0,858		
RE=0,252	IM=-0,204		
IM=-0,267			
	W/HZ=60,000		
W/HZ=12,151	RE=1,281		
RE=0,282	IM=-1,212		
IM=-0,279			
	XT/V=0,000		
	RE=1,000		
	IM=0,000		

				XEQ "NULLST"
		WZ1/HZ=?		
			10,00000	RUN
		WZ2/HZ=?		
			13,00000	RUN
		WZ/HZ=12,15112		
		XT=6,75192		

7.2.3.6 PI-Regler und drei PT₁-Strecken

Programm-Beschreibung:

Der Rechner-Status ist O20

Das Programm "1/FO" wird zur Beurteilung des Einflusses verschiedener Nichtlinearitäten auf die Regelung benutzt. Nach Eingabe der Parameter können beliebige Werte der Variablen ω eingelesen werden für die der Real- und Imaginärteil von $1/\underline{F}_O$ berechnet wird.

Formel-Satz:

$$\operatorname{Re} \frac{1}{F_O} = \frac{\frac{1}{T_N}(T_1 + T_2 + T_3) - 1 - \omega^2 \left(\frac{T_1 T_2 T_3}{T_N} - T_1 T_2 - T_1 T_3 - T_2 T_3 \right)}{V_O \left(1 + \frac{1}{\omega^2 T_N^2} \right)}$$

$$\operatorname{Im} \frac{1}{F_O} = \frac{\omega^3 T_1 T_2 T_3 - \omega (T_1 + T_2 + T_3 - \frac{T_1 T_2}{T_N} - \frac{T_1 T_3}{T_N} - \frac{T_2 T_3}{T_N}) - \frac{1}{\omega T_N}}{V_O \left(1 + \frac{1}{\omega^2 T_N^2} \right)}$$

01*LBL "1/FA"	45 RCL 03	89 *	133 ADV
02 *PI-REGLER UND"	46 *	90 1/X	134 GTO 01
03 AVIEW	47 -	91 -	135 .END.
04 *3*PT1-STRECKE."	48 RCL 05	92 RCL 01	
05 AVIEW	49 X↑2	93 RCL 02	
06 ADV	50 *	94 +	
07 *PARAMETER"	51 CHS	95 RCL 03	
08 AVIEW	52 1	96 +	
09 *V0=?"	53 -	97 RCL 01	
10 PROMPT	54 RCL 01	98 RCL 02	
11 STO 00	55 RCL 02	99 *	
12 *T1/S=?"	56 +	100 RCL 04	
13 PROMPT	57 RCL 03	101 /	
14 STO 01	58 +	102 -	
15 *T2/S=?"	59 RCL 04	103 RCL 01	
16 PROMPT	60 /	104 RCL 03	
17 STO 02	61 +	105 *	
18 *T3/S=?"	62 RCL 00	106 RCL 04	
19 PROMPT	63 /	107 /	
20 STO 03	64 RCL 04	108 -	
21 *TN/S=?"	65 X↑2	109 RCL 02	
22 PROMPT	66 RCL 05	110 RCL 03	
23 STO 04	67 X↑2	111 *	
24 ADV	68 *	112 RCL 04	
25*LBL 01	69 1/X	113 /	
26 *W/HZ=?"	70 1	114 -	
27 PROMPT	71 +	115 RCL 05	
28 STO 05	72 /	116 *	
29 RCL 01	73 STO 10	117 -	
30 RCL 02	74 *RE="	118 RCL 00	
31 *	75 ARCL 10	119 /	
32 RCL 03	76 AVIEW	120 RCL 05	
33 *	77 RCL 05	121 X↑2	
34 RCL 04	78 X↑2	122 RCL 04	
35 /	79 RCL 05	123 X↑2	
36 RCL 02	80 *	124 *	
37 RCL 03	81 RCL 01	125 1/X	
38 *	82 *	126 1	
39 -	83 RCL 02	127 +	
40 RCL 01	84 *	128 /	
41 RCL 02	85 RCL 03	129 STO 11	
42 *	86 *	130 *IM="	
43 -	87 RCL 05	131 ARCL 11	
44 RCL 01	88 RCL 04	132 AVIEW	

8. Lösungen der Aufgaben

Aufgabe 2.1

Das vereinfachte Blockschaltbild (Bild 8.1) führt sofort auf die Lösungsgleichung für die Regelgröße x . Es wird infolge Gleichung (2.6)

$$x = \frac{V_O}{1 + V_O} \cdot w + \frac{1}{1 + V_O} \cdot (z_3 + V_{P3} \cdot z_2 - V_{P2} \cdot V_{P3} \cdot z_1) \cdot$$

Mit $V_O = V_{P1} \cdot V_{P2} \cdot V_{P3} = 50$ folgt

$$x = \frac{50}{51} \cdot 10V + \frac{1}{51} \cdot (0,01 + 0,2 - 4) V$$

$$x = 9,7297V$$

$$x_d = w - x = 0,2703V \quad .$$

Mit $w = 10V \hat{=} 1300^\circ C$ ist dann die Regeldifferenz

$$x_d = 35,14^\circ C \quad .$$

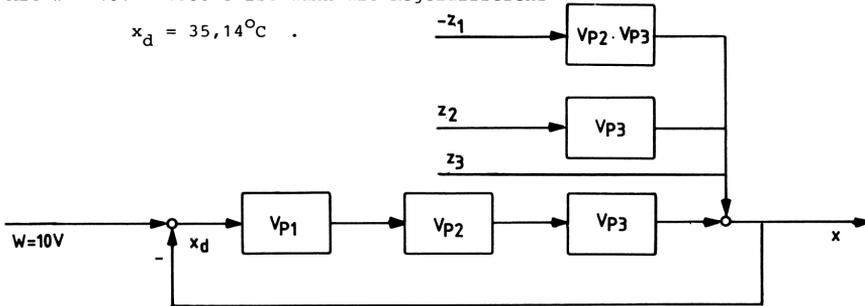


Bild 8.1 Vereinfachtes Blockschaltbild einer Regelung bei statischer Betrachtung

Aufgabe 2.2

Das Blockschaltbild zeigt Bild 8.2. Daraus ergibt sich mit Gleichung (2.9)

$$x = \frac{V_O \cdot z_1 \cdot z_2}{1 + V_O \cdot z_1 \cdot z_2} \cdot w \quad .$$

Mit $V_O = V_R \cdot V_S = 20$ folgt

$$x = \frac{20 \cdot 0,9 \cdot 1,2}{1 + 20 \cdot 0,9 \cdot 1,2} \cdot 5V = 4,779V$$

$$x_d = w - x = 221mV \quad .$$

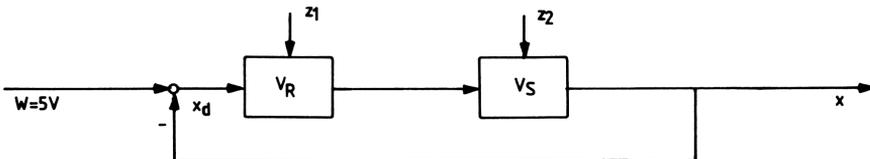


Bild 8.2 Blockschaltbild einer Regelung mit zwei multiplikativen Störgrößen

Aufgabe 2.3

Die Wegregelung ergibt zunächst das Blockschaltbild, wie es in Bild 8.3a dargestellt ist. Durch Verlegen der Summationsstellen folgt Bild 8.3b, aus dem sich die Gleichung für die Regelgröße x finden lässt. Es wird

$$x = \frac{V_o \cdot z_1}{1 + V_o \cdot z_1} \cdot (w - z_3) + \frac{1}{1 + V_o \cdot z_1} \cdot V_S \cdot z_2$$

Mit $V_o = V_R \cdot V_P \cdot V_S = 200$ folgt

$$x = \frac{200 \cdot 0,95}{1 + 200 \cdot 0,95} \cdot (10 - 0,03)V + \frac{1}{1 + 200 \cdot 0,95} \cdot 0,02V$$

$$x = 9,9183V$$

$$x_d = w - x = 82,14mV \hat{=} 3,29cm$$

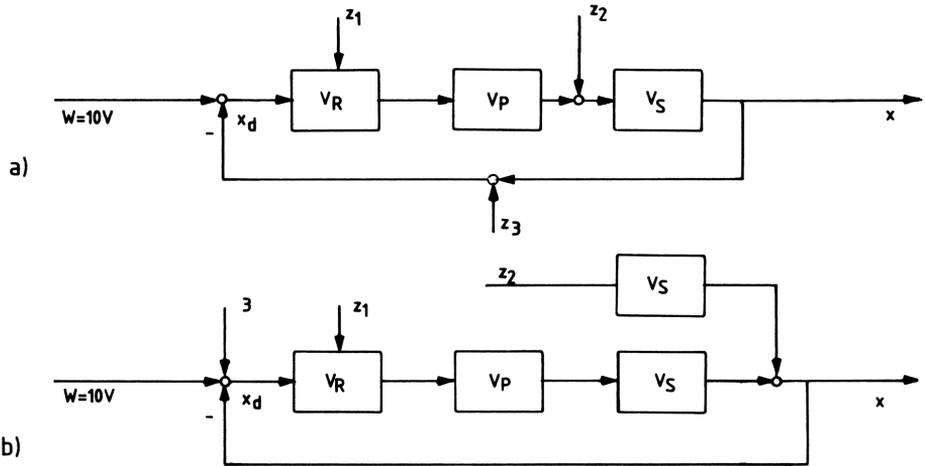


Bild 8.3 Blockschaltbilder einer einfachen Wegregelung im stationären Betrieb mit additiven Störgrößen

Aufgabe 2.4

Mit $\Sigma U = 0$ folgt die Differentialgleichung

$$U_e = i(t) \cdot R + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

oder
$$i(t) = \frac{U_e - L \cdot di(t)/dt}{R}$$

Es ist

$$i(t) = i_{St} + i_f$$

sowie

$$i(0) = 0$$

und

$$i_{St} = \frac{U_e}{R}$$

also folgt mit dem Exponentialansatz die gleiche Sprungantwort wie in Gleichung (2.43), nämlich

$$i(t) = \frac{U_e}{R} \left(1 - e^{-\frac{R \cdot t}{L}} \right)$$

Diese Lösung konnte auch aus dem Dualismus zwischen Mechanik und Elektrotechnik gefolgert werden (Abschnitt 2.2.2). Der zeitliche Verlauf ist in Bild 8.4 gezeichnet.

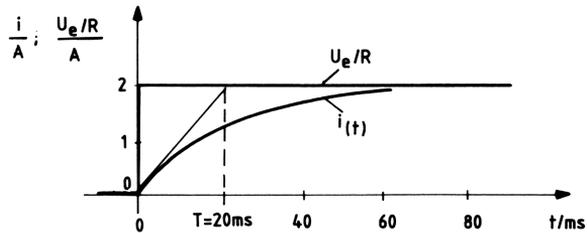


Bild 8.4 Sprungantwort des Stromes eines Gleichstromkreises aus R und L

Aufgabe 2.5

Mit $\Sigma F = 0$ (dual zu $\Sigma U = 0$ in der Elektronik) folgt die lineare inhomogene Differentialgleichung 2. Ordnung

$$F_e = r \cdot \frac{ds_a}{dt} + m \cdot \frac{d^2 s_a}{dt^2}$$

bzw.

$$\ddot{s}_a + \frac{r}{m} \dot{s}_a = \frac{F_e}{m}$$

Für die homogene Teillösung gilt der Ansatz

$$s_{a,\text{hom.}} = C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t}$$

Die charakteristische Gleichung ist

$$p^2 + \frac{r}{m} p = 0$$

also

$$p(p + \frac{r}{m}) = 0$$

Es ergeben sich die Nullstellen

$$p_1 = 0 \quad \text{und} \quad p_2 = -\frac{r}{m}$$

also

$$s_{a,\text{hom.}} = C_1 + C_2 e^{-rt/m}$$

mit $s_{a(0)} = 0$ folgt

$$0 = C_1 + C_2 \quad \text{oder} \quad C_2 = -C_1$$

damit lautet die homogene Teillösung

$$s_{a,\text{hom.}} = -C_2 + C_2 e^{-rt/m}$$

Für die inhomogene oder partikuläre Teillösung wählt man hier den Ansatz

$$s_{a,\text{part.}} = A + B \cdot t$$

Dann ist

$$\dot{s}_{a\text{part.}} = B \quad \ddot{s}_{a\text{part.}} = 0 .$$

Einsetzen in die gegebene Differentialgleichung ergibt

$$0 + \frac{r}{m} \cdot B = \frac{F_e}{m} .$$

Damit wird

$$B = \frac{F_e}{r} \quad \text{und} \quad A = 0 ,$$

also lautet die partikuläre Lösung

$$\bar{s}_{a\text{part.}} = \frac{F_e}{r} \cdot t .$$

Die allgemeine Lösung der Differentialgleichung entspricht der Summe aus partikulärer und homogener Lösung. Sie ergibt sich zu

$$s_{a(t)} = -C_2 + C_2 e^{-rt/m} + \frac{F_e}{r} t$$

und ist in Bild 8.5 abgebildet.

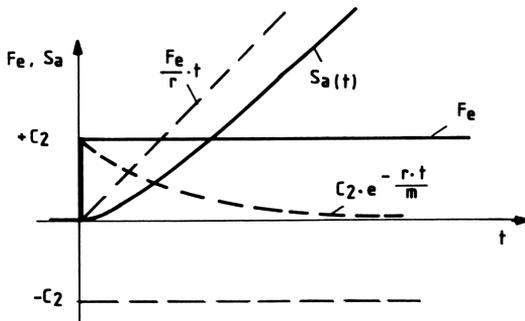


Bild 8.5 Sprungantwort des Weges $s_{a(t)}$ eines Reibungs-Masse-Systems mit der erregenden Kraft F_e

Aufgabe 2.6

Nach der Spannungsteilerregel verhalten sich die Spannungen wie die zugehörigen Impedanzen, d.h. hier

$$\frac{u_a(j\omega)}{U_e} = \frac{\frac{R/j\omega C}{R + 1/j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R/j\omega C}{R + 1/j\omega C}}$$

$$\begin{aligned} \frac{u_a(j\omega)}{U_e} &= \frac{R}{R + (1 + j\omega RC) \cdot (R + 1/j\omega C)} \\ &= \frac{R}{R + R + R + j\omega R^2 C + 1/j\omega C} \\ &= \frac{1}{3 - j\left(\frac{1}{\omega T} - \omega T\right)} \end{aligned}$$

mit $T = R \cdot C$.

Da der Nenner eine komplexe Zahl ist, muß der gesamte Bruch konjugiert komplex erweitert werden (siehe Gleichung (2.44)).

$$\frac{u_a(j\omega)}{U_e} = \frac{3 + j(1/\omega T - \omega T)}{[3 - j(1/\omega T - \omega T)][3 + j(1/\omega T - \omega T)]}$$

Multipliziert man eine komplexe mit einer konjugiert komplexen Zahl, ist das Ergebnis gleich $(\operatorname{Re})^2 + (\operatorname{Im})^2$. Damit wird

$$u_a(j\omega) = U_e \frac{3 + j(1/\omega T - \omega T)}{9 + (1/\omega T - \omega T)^2}.$$

Diese Sprungantwort entspricht der eines Bandpasses der Nachrichtentechnik, welcher Signale mit Frequenzen kleiner oder größer als $\omega = \frac{1}{T}$ dämpft.

Aufgabe 2.7

Mit $\Sigma M = 0$ ergibt sich bei verlustloser Momentenübertragung, daß das Motor-moment M_M gleich dem Beschleunigungsmoment M_b ist.

Es gilt

$$M_M = C_2 \cdot \varnothing \cdot i_A$$

und

$$M_b = 2\pi \cdot J \cdot \frac{dn}{dt},$$

sowie die Ankerkreisgleichung laut Bild 2.12

$$U_A - E = i_A \cdot R_A + L_A \cdot \frac{di_A}{dt}.$$

Daraus folgt

$$C_2 \cdot \varnothing \cdot i_A = 2\pi \cdot J \cdot \frac{dn}{dt},$$

also

$$i_A = \frac{2 \cdot \pi \cdot J}{C_2 \cdot \varnothing} \cdot \frac{dn}{dt} = C_3 \cdot \frac{dn}{dt}.$$

Diese Gleichung für i_A ist in die Ankerkreisgleichung einzusetzen. Man erhält eine Differentialgleichung für die Drehzahl n .

$$R_A \cdot C_3 \cdot \frac{dn}{dt} + L_A \cdot C_3 \cdot \frac{d^2 n}{dt^2} = U_A - E.$$

Mit Regel Nr. 4, Tabelle 2.1 lautet die entsprechende komplexe Gleichung für n :

$$L_A \cdot C_3 \omega^2 \cdot \underline{n} - j \cdot \omega R_A \cdot C_3 \cdot \underline{n} = E - U_A.$$

Damit wird nach konjugiert komplexer Erweiterung

$$\underline{n} = n(j\omega) = \frac{E - U_A}{\omega C_3} \cdot \frac{\omega L_A + j \cdot R_A}{\omega^2 \cdot L_A^2 + R_A^2}.$$

Aufgabe 2.8

Aus

$$\underline{F} = \frac{1 + j\omega T_1}{1 + j(\omega T_2 - \omega^3 T_3^3)}$$

wird durch konjugiert komplexes Erweitern

$$\underline{F} = \frac{(1 + j\omega T_1) \cdot [1 - j \cdot (\omega T_2 - \omega^3 T_3^3)]}{1 + (\omega T_2 - \omega^3 T_3^3)^2}$$

$$\underline{F} = \frac{1 + \omega T_1 \cdot (\omega T_2 - \omega^3 T_3^3) + j(\omega T_1 - \omega T_2 + \omega^3 T_3^3)}{1 + (\omega T_2 - \omega^3 T_3^3)^2} .$$

Für den Phasenwinkel einer komplexen Größe gilt entsprechend Gleichung (2.48)

$$\varphi = \arctan \frac{\text{Im}(\underline{F})}{\text{Re}(\underline{F})} = \arctan \frac{\omega T_1 - \omega T_2 + \omega^3 T_3^3}{1 + \omega T_1 \cdot (\omega T_2 - \omega^3 T_3^3)} .$$

Bei $T_1 = T_2 = T_3 = T$ ist dann

$$\varphi = \arctan \frac{\omega^3 T^3}{1 + \omega^2 T^2 - \omega^4 T^4} .$$

Aufgabe 2.9

Aus

$$T \cdot \dot{x}_a + x_a = x_e \cdot \delta_0(t) = x_e(t)$$

wird die Bildfunktion

$$p \cdot T \cdot \overset{\circ}{x}_a + \overset{\circ}{x}_a = x_e .$$

Da bei der Gleichdimensionellen Laplace-Transformation die Bildfunktion von $\delta_0(t)$ eins wird, erhält man sofort eine elementar lösbare algebraische Gleichung für $\overset{\circ}{x}_a$ mit der Konstanten x_e .

$$\overset{\circ}{x}_a = x_e \frac{1}{1 + p \cdot T}$$

mit

$$\alpha = \frac{1}{T} \text{ folgt}$$

$$\overset{\circ}{x}_a = x_e \cdot \frac{\alpha}{p + \alpha} .$$

Entsprechend Korrespondenz Nr. 1 und Nr. 8 Tabelle 2.3 lautet die Übertragungsfunktion

$$x_a(t) = x_e \cdot (1 - e^{-t/T}) .$$

Den zeitlichen Verlauf der gefundenen Lösung zeigt Bild 8.6.

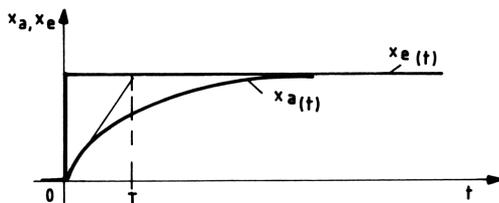


Bild 8.6 Zeitlicher Verlauf einer linearen Differentialgleichung I. Ordnung bei sprunghafter Erregung

Aufgabe 2.10

Aus der gegebenen linearen Differentialgleichung 2. Ordnung

$$m \cdot \ddot{x}_a + r \cdot \dot{x}_a + c_f \cdot x_a = \hat{x}_e \cdot \sin \omega t = x_e(t)$$

wird mit $p = d/dt$ in der Bildebene die algebraische Gleichung

$$\overset{\circ}{x}_a \cdot (mp^2 + r \cdot p + c_f) = \overset{\circ}{x}_e \cdot$$

Mit Korrespondenz Nr. 18 Tabelle 2.3 folgt für Transformation einer sinusförmigen Anregung

$$\overset{\circ}{x}_a \cdot (mp^2 + r \cdot p + c_f) = \hat{x}_e \cdot \frac{\omega p}{p^2 + \omega^2} \cdot$$

Damit erhält man

$$\overset{\circ}{x}_a = \hat{x}_e \cdot \frac{\omega p}{p^2 + \omega^2} \cdot \frac{\frac{c_f}{m}}{p^2 + \frac{r}{m}p + \frac{c_f}{m}}$$

mit der Kennkreisfrequenz

$$\omega_0^2 = \frac{c_f}{m}$$

und der Dämpfungsziffer

$$\alpha = \frac{r}{2m}$$

findet man in Korrespondenz Nr. 32 Tabelle 2.3 die Lösung bzw. Rücktransformation. Sie lautet

$$\begin{aligned} x_a(t) = & \frac{\omega_0^2(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2} \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) - \frac{2\alpha\omega\omega_0^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\alpha^2\omega^2} \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \\ & + \frac{e^{-\alpha t}}{2\omega_e} \cdot \omega_0^2 \left[\frac{\alpha \cdot \cos(\omega_e t + \varphi_0) + (\omega - \omega_e) \cdot \sin(\omega_e t + \varphi_0)}{\omega_0^2 - 2\omega\omega_e + \omega^2} \right. \\ & \left. - \frac{\alpha \cdot \cos(\omega_e t - \varphi_0) - (\omega + \omega_e) \cdot \sin(\omega_e t - \varphi_0)}{\omega_0^2 + 2\omega\omega_e + \omega^2} \right] \end{aligned}$$

mit der Eigenkreisfrequenz

$$\omega_e = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

und der Anregungsfrequenz ω .

Mit der Vereinfachung

$$\varphi_0 = 0 \text{ sowie } \alpha \ll \omega_0 \text{ und } \omega_0 \gg \omega$$

wird $\omega_e \approx \omega_0$, so daß gilt

$$x_a(t) \approx \sin \omega t - \frac{2\alpha\omega}{\omega_0^2} \cdot \cos \omega t$$

also

$$x_a(t) \approx \sin \omega t - \frac{r \cdot \omega}{c_f} \cdot \cos \omega t \cdot$$

Diese Schwingung ist in Bild 8.7 für $r\omega/c_f = 1$ dargestellt. Es ergibt sich sprunghaft eine ungedämpfte Schwingung, da in der Lösungsgleichung der Term mit der e-Funktion infolge $\varphi_0 = 0$ entfällt.

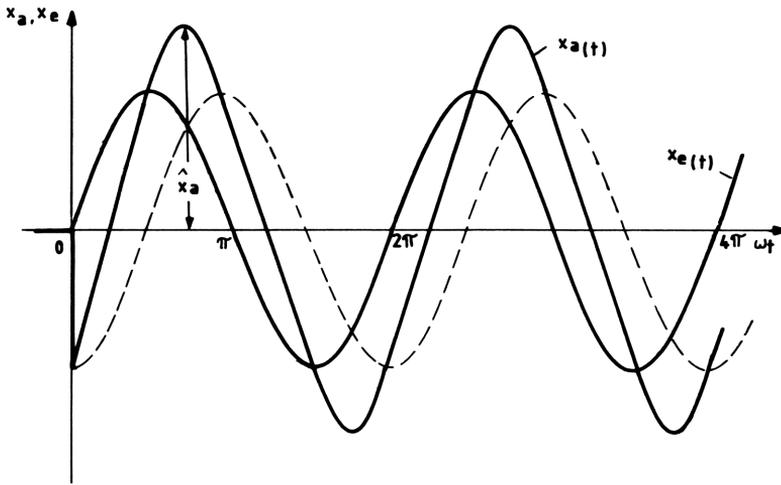


Bild 8.7 Zeitlicher Verlauf der Schwingung eines Rüttlers bei sinusförmiger Anregung

Mit den Vereinfachungen

$$\varphi_0 = -\omega_e t = -\pi/6 \quad \text{sowie} \quad \alpha = \frac{\omega_0}{2} \quad \text{und} \quad \omega_0 = 3\omega$$

wird $\omega_e = \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}$, so daß gilt

$$x_a(t) \approx 0,986 \cdot \sin(\omega t - \pi/6) - 0,37 \cdot \cos(\omega t - \pi/6) + \\ + \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} \cdot e^{-\frac{\omega_0 \cdot t}{2}} \cdot (1,04 \cdot \sin \sqrt{2}\omega_0 t - 0,5 \cdot \cos \sqrt{2}\omega_0 t).$$

Dieser Ausgleichvorgang enthält eine e-Funktion, die mit der Phasenverschiebung $\varphi_0 = \pi/6$ dafür sorgt, daß $x_a(t)$ bei Null beginnt (Bild 8.8).

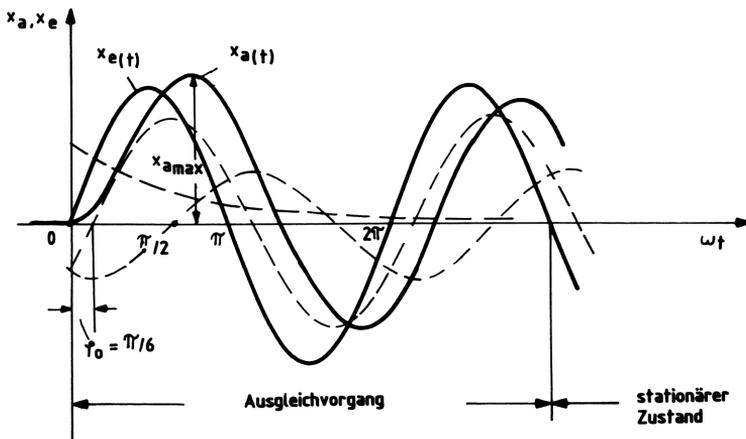


Bild 8.8 Zeitlicher Verlauf der Schwingung eines Rüttlers bei sinusförmiger Anregung mit der Frequenz für den Fall, daß $\omega_0 = 3\omega$, $\alpha = \omega_0/2$, $\varphi_0 = \pi/6$

Nach Abklingen der e-Funktion ist der Ausgleichsvorgang beendet, so daß der stationäre Zustand sich ergibt zu:

$$x_{a_{\text{stat.}}} \approx 0,986 \cdot \sin(\omega t - \pi/6) - 0,37 \cdot \cos(\omega t - \pi/6) .$$

Aufgabe 2.11

Die Ausgangsspannung verhält sich zur Eingangsspannung wie die zugehörigen Impedanzen (siehe Gleichung 2.20).

Dann wird mit dem Reaktanzoperator (Gleichung 2.58)

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{R_2}{pC_2(R_2 + 1/pC_2)} = - \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1}{(1 + pT_2)(1 + 1/pT_1)}$$

$$\text{mit } T_1 = R_1 \cdot C_1 \quad \text{und} \quad T_2 = R_2 \cdot C_2 .$$

$$\text{Es wird weiter mit } \alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{T}$$

$$\frac{U_a}{U_e} = - \frac{p}{p + \alpha} \cdot U_e = - 10 \alpha U_e \cdot \frac{p}{(p + \alpha)^2} .$$

Da $10 \cdot \alpha \cdot U_e = \text{konstant}$ ist, bleibt dieser Wert bei der Rücktransformation unverändert.

Entsprechend Korrespondenz Nr. 12 Tabelle 2.3 lautet die Lösungsgleichung

$$u_a(t) = - 10 \alpha U_e \cdot t \cdot e^{-\alpha t} .$$

Diese Sprungantwort ist in Bild 8.9 gezeigt.

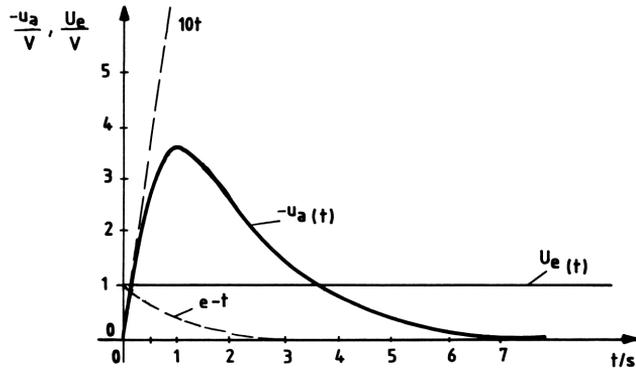


Bild 8.9 Sprungantwort eines Operationsverstärkers mit RC-Eingangsnetzwerk und RC-Gegenkopplungsnetzwerk

Aufgabe 2.12

Dieser Ausgleichsvorgang läßt sich durch Überlagerung zweier Ausgleichsvorgänge errechnen (Bild 8.10). Einem Einschaltvorgang mit

$$U_1(t) = U \cdot \delta_0(t)$$

und einem Ausschaltvorgang mit

$$U_2(t) = U \cdot \delta_0(t - t_1) .$$

Es wird mit $\Sigma U = 0$

$$\overset{\circ}{U}_1 = \overset{\circ}{i}_1 (R + pL) .$$

Also

$$\overset{\circ}{i}_1 = \frac{\overset{\circ}{U}_1}{R} \cdot \frac{\alpha}{p + \alpha} = \frac{U}{R} \cdot \frac{\alpha}{p + \alpha}$$

mit $\alpha = \frac{1}{T} = \frac{R}{L} .$

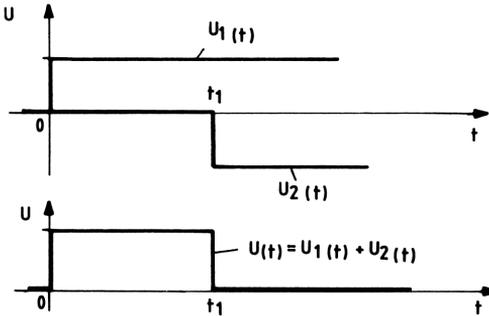


Bild 8.10 Bildung eines Impulses durch Überlagerung aus zwei Sprungfunktionen

Entsprechend Korrespondenz Nr. 8 Tabelle 2.3 folgt

$$i_1(t) = \frac{U_1}{R} (1 - e^{-\alpha t}) .$$

Für den Ausschaltvorgang gilt

$$U_2(p) = \overset{\circ}{i}_2 (R + pL) = - \frac{U}{R} \cdot \delta_0(t - t_1) \cdot (R + pL)$$

also

$$\overset{\circ}{i}_2 = - \frac{U}{R} \cdot \frac{\alpha}{p + \alpha} \cdot \delta_0(t - t_1) .$$

Mit dem Verschiebungssatz (Tabelle 2.2 Nr. 4) ergibt sich

$$\overset{\circ}{i}_2 = - \frac{U}{R} \cdot \frac{\alpha \cdot e^{-pt_1}}{p + \alpha}$$

und mit Korrespondenz Nr. 4 und 8 Tabelle 2.3 folgt im Zeitbereich

$$i_2(t) = - \frac{U}{R} \cdot (1 - e^{-\alpha(t - t_1)}) \cdot \delta_0(t - t_1) .$$

Damit erhält man den Gesamtstrom $i(t)$, dessen Verlauf in Bild 8.11 gezeigt ist.

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

$$i(t) = \frac{U}{R} \cdot \left[1 - e^{-\alpha t} - (1 - e^{-\alpha(t - t_1)}) \delta_0(t - t_1) \right] .$$

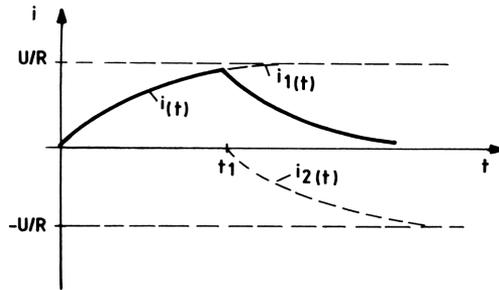


Bild 8.11 Verlauf des Stromes an einem RL-Netzwerk (Bild 2.43)

Der gesamte Ausgleichsvorgang läßt sich auch in einem Ersatzschaltbild zusammenfassen (Bild 8.12), wenn die Spannung U einer Sprungfunktion entspricht, die lautet:

$$U(t) = U(\delta_o(t) - \delta_o(t-t_1)) \quad .$$

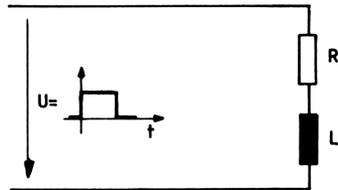


Bild 8.12 Ersatzschaltbild des Netzwerkes aus Bild 2.43 durch Vorgabe eines Spannungsimpulses

Aufgabe 2.13

Entsprechend Gleichung (2.20) folgt für den Frequenzgang

$$F(p) = \frac{u_a}{U_e} = - \frac{(R_r + 1/pC_r) R_n}{\frac{R_n + R_r + 1/pC_r}{(R_g + 1/pC_e) R_e}} \frac{R_e}{R_e + R_g + 1/pC_e}$$

$$F(j\omega) = - V_p \cdot \frac{(1 + j\omega T_r)[1 + j\omega \cdot (T_e + T_g)]}{(1 + j\omega T_e)[1 + j\omega \cdot (T_r + T_n)]}$$

mit

$$V_p = R_n/R_e \quad T_n = R_n C_r = 1/\omega_n$$

$$T_e = R_e C_e = 1/\omega_v \quad T_r = R_r C_r = 1/\omega_N$$

$$T_g = R_g C_e = 1/\omega_g$$

$$|F(j\omega)| = V_p \cdot \frac{1 + \omega(T_g + T_e + T_r) + \omega^2 \cdot (T_g T_r + T_e T_r)}{1 + \omega(T_g + T_n + T_r) + \omega^2 \cdot (T_g T_r + T_g T_n)}$$

Mit $R_r \gg R_n$ und $R_g \gg R_e$ folgt für

$$\omega = \infty \quad |F(j\omega)| = \frac{R_n R_r}{R_n + R_r} \cdot \frac{R_g + R_e}{R_e \cdot R_g} = V_p^*$$

$$|F(j\omega)| = \frac{R_n}{R_e} = v_p \quad .$$

Dieser Frequenzgang ist in Bild 8.13 in asymptotischer Näherung dargestellt und entspricht dem eines realen PID-Gliedes. Es ist zweckmäßig, die Abszisse logarithmisch aufzutragen.

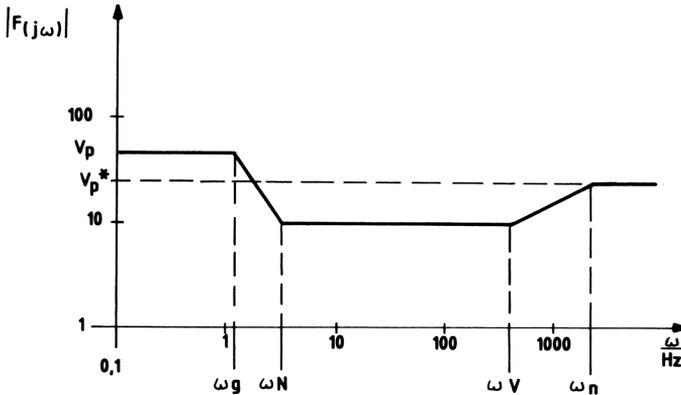


Bild 8.13 Asymptotische Darstellung des Frequenzgangs eines realen PID-Gliedes

Aufgabe 3.1

Der zeitliche Verlauf von u_a ergibt sich aus dem Frequenzgang.

Mit
$$\frac{1}{p} = \int_0^t dt$$

wird
$$u_a = -v_p \cdot \left(u_e + \frac{1}{T_N} \int_0^t u_e \cdot dt \right) .$$

Mit $R_1 = 10k\Omega$, $R_2 = 100k\Omega$ und $C = 10\mu F$ folgt $v_p = 10$, $T_N = 1s$, $T_1 = 0,1s$.

Der P-Anteil ist dann entsprechend Bild 3.21 im Intervall $t = 0$ bis t_1 $u_{ap} = -v_p \cdot U_e = -5V$ und von t_1 bis t_2 $u_{ap} = +5V$ und von t_2 bis $t = \infty$ $u_{ap} = 0V$ (Bild 8.14).

Der I-Anteil wird dazu summiert. Das bedeutet bis zur Zeit t_1 einen Anstieg der Ausgangsspannung von $-u_a = 11V$. Dann erfolgt ein Sprung des P-Anteils von $\Delta v_p \cdot U_e = 10V$ (also von $+5V$ nach $-5V$). Damit springt auch $-u_a$ von $11V$ auf $1V$ herunter. Nun beginnt mit der gleichen Integrationszeitkonstante $T_N = 1s$ der Anstieg des I-Anteils in negativer Richtung (weil $v_p \cdot U_e$ jetzt negativ ist), bis hin zu $t = t_2$. Hier wird $v_p \cdot U_e = 0$, springt also um $\Delta v_p \cdot U_e = 5V$. Dies bedeutet auch einen Sprung von $-u_a$ um $5V$.

Da nun die Eingangsspannung des Operationsverstärkers Null ist, muß die Ladung des Kondensators in der Gegenkopplung erhalten bleiben. Damit ist

$$-u_a(t > t_2) = \text{Konstant.}$$

Es gilt nämlich bei einem Operationsverstärker (Gleichung 2.20)

$$I_1 = -I_2 \quad .$$

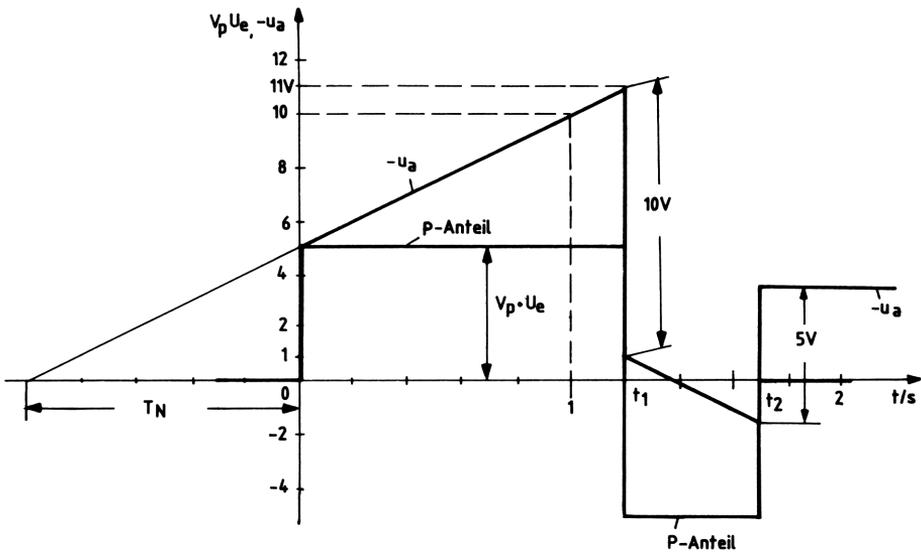


Bild 8.14 Zeitlicher Verlauf der Ausgangsspannung eines PI-Gliedes mit Operationsverstärker mit einer variablen Eingangssprungfunktion

Da
$$I_1 = \left. \frac{U_e}{R_1} \right|_{t > t_2} = 0$$

ist auch $I_2 = 0$.

Der Kondensator wird also weder geladen noch entladen. Diese Tatsache ist bei Reglern von entscheidender Bedeutung. Denn bei einem PI-Regler entspricht die Spannung U_e der Regeldifferenz x_d . Ist $x_d = 0$ ($U_e = 0$), heißt das, der Sollwert ist gleich dem Istwert der Regelung. Wie man aus Bild 8.14 sieht, bleibt dann die Ausgangsspannung des Reglers, also die Stellgröße $y = u_a = \text{konstant}$.

Für ω_1 erhält man folgende Gleichung:

Es ist

$$V_p = \frac{R_2}{R_1}, \quad T_N = R_2 C \quad \text{und} \quad T_1 = R_1 C.$$

Teilt man T_N durch T_1 ergibt sich

$$\frac{T_N}{T_1} = \frac{R_2}{R_1} = V_p.$$

Also wird

$$T_1 = \frac{T_N}{V_p}$$

oder

$$\omega_1 = V_p \cdot \omega_N.$$

Aufgabe 3.2

Die Gleichung (3.26)

$$F(p) = V_p \cdot \frac{1 + pT_N + p^2 T_N T_V}{p T_N \cdot (1 + pT_1)}$$

läßt sich in drei Brüche zerlegen, so daß

$$F(p) = V_p \cdot \left(\frac{1}{p^2 T_N T_1 + p T_N} + \frac{1}{1 + pT_1} + \frac{p T_V}{1 + pT_1} \right)$$

mit

$$\alpha_1 = \frac{1}{T_1}, \quad \omega_N = \frac{1}{T_N} \quad \text{und} \quad \omega_V = \frac{1}{T_V} \quad \text{folgt}$$

$$F(p) = V_p \cdot \underbrace{\frac{\alpha_N \cdot \alpha_1}{p(p + \alpha_1)}}_a + \underbrace{\frac{\alpha_1}{p + \alpha_1}}_b + \underbrace{\frac{\alpha_1 \cdot p}{\alpha_V(p + \alpha_1)}}_c$$

Bruch a ist mit dem Faltungssatz (Korresp. Nr. 7 Tabelle 2.2) zu lösen.
Es wird

$$F_1(p) = \alpha_N$$

$$F_2(p) = \frac{\alpha_1}{p + \alpha_1},$$

so daß

$$f_{a(t)} = \alpha_N \int_0^t [1 - e^{-\alpha_1(t-\tau)}] d\tau$$

also

$$f_{a(t)} = \alpha_N \cdot t - \frac{\alpha_N}{\alpha_1} \cdot (1 - e^{-\alpha_1 t}).$$

Bruch b ergibt sofort mit Korrespondenz Nr. 8 Tabelle 2.3

$$f_{b(t)} = 1 - e^{-\alpha_1 t}.$$

Für Bruch c folgt mit Korrespondenz Nr. 6 Tabelle 2.3

$$f_{c(t)} = \frac{\alpha_1}{\alpha_V} \cdot e^{-\alpha_1 t}.$$

Damit erhält man die Sprungantwort

$$f(t) = \frac{x_a}{x_e} = V_p \cdot \left[1 - \frac{T_1}{T_N} + \frac{t}{T_N} - \left(1 - \frac{T_1}{T_N} - \frac{T_V}{T_1}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} \right]$$

so, wie sie in Bild 3.27 als x_a verzögert dargestellt ist.

Aufgabe 3.3

Der Frequenzgang des PI- T_1 -Gliedes ist

$$F(p) = \frac{x_a}{x_e} = V_p \cdot \frac{1 + \frac{1}{pT_N}}{1 + pT_1} = V_p \cdot \frac{\alpha_1}{p} \cdot \frac{p + \alpha_N}{p + \alpha_1}$$

mit $\alpha_1 = \frac{1}{T_1}$ und $\alpha_N = \frac{1}{T_N}$.

Mit dem Faltungssatz (Korrespondenz Nr. 7 Tabelle 2.2) läßt sich die Sprungantwort errechnen.

Es wird

$$F_1(p) = v_p \cdot \alpha_1$$

$$F_2(p) = \frac{p + \alpha_N}{p + \alpha_1} \cdot$$

Die zugehörigen Originalfunktionen sind laut Tabelle 2.3 Nr. 5 und 11

$$f_1(t) = v_p \cdot \alpha_1 = v_p \cdot \frac{1}{T_1}$$

$$f_2(t) = \frac{T_1}{T_N} + \left(1 - \frac{T_1}{T_N}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} \cdot$$

Die Originalfunktion von $F(p)$ ist dann entsprechend dem Faltungssatz

$$f(t) = v_p \frac{1}{T_1} \int_0^t \left[\frac{T_1}{T_N} + \left(1 - \frac{T_1}{T_N}\right) \cdot e^{-\frac{t-\tau}{T_1}} \right] d\tau$$

$$= v_p \left(\frac{t}{T_N} + 1 - e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_1}{T_N} + \frac{T_1}{T_N} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} \right)$$

also

$$f(t) = v_p \left[1 - \frac{T_1}{T_N} + \frac{t}{T_N} - \left(1 - \frac{T_1}{T_N}\right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} \right]$$

und für $T_1 = T_N/2$ sowie $v_p = 1/2$

$$f(t) = \frac{x_a}{x_e} = 0,5 + \frac{t}{T_N} - 0,5 \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} \cdot$$

Diese Sprungantwort ist in Bild 8.15 dargestellt.

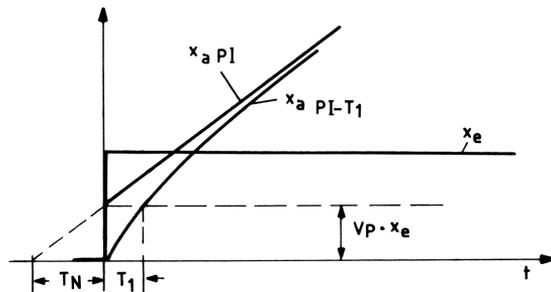


Bild 8.15 Sprungantwort eines $PI-T_1$ -Gliedes

Aufgabe 3.4

Die statische Kennlinie der Parabel für positive und negative Eingangssignale ist ungerade, so daß für die Fourier-Koeffizienten gilt

$$a_1 = 0$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} x_a(\varphi) \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi + \frac{1}{\pi} \int_{\pi}^{2\pi} x_a(\varphi) \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi \quad .$$

Aus Bild 3.61 ergibt sich für die Ausgangsgröße

$$x_a = \begin{cases} x_e^2 & \text{für } x_e \geq 0 \\ -x_e^2 & \text{für } x_e \leq 0 \end{cases} \quad .$$

Mit $x_e = \hat{x}_e \cdot \sin \varphi$ folgt

$$\begin{aligned} N(\hat{x}_e) &= \frac{x_a(\varphi)}{x_e(\varphi)} = \frac{b_1 \cdot \sin \varphi}{\hat{x}_e \cdot \sin \varphi} \\ &= \frac{1}{\pi \cdot \hat{x}_e} \left[\int_0^{\pi} \hat{x}_e^2 \cdot \sin^2 \varphi \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi + \int_{\pi}^{2\pi} (-\hat{x}_e^2 \cdot \sin^2 \varphi) \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi \right] \\ &= \frac{2 \cdot \hat{x}_e}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^3 \varphi \cdot d\varphi \end{aligned}$$

also

$$N(\hat{x}_e) = \frac{8 \cdot \hat{x}_e}{3\pi} \quad .$$

Aufgabe 4.1

Die Operationsverstärkerschaltung des PID-Reglers mit PT_3 -Strecke ist in Bild 8.16 dargestellt. Damit am Reglereingang die Regeldifferenz $x_d = w - x$ ansteht, ist nach der PT_3 -Strecke noch eine Vorzeichenumkehr von x mittels Inverter notwendig.

Die entsprechenden Führungs- und Störgrößensprungantworten sind in Bild 8.17a und 8.17b oszillographiert und bestätigen die in Abschnitt 4.1 gemachten Aussagen.

Aufgabe 4.2

Der Frequenzgang des PID-Gliedes lautet:

$$F(p) = V_p \cdot \left(1 + pT_V + \frac{1}{pT_N} \right) \quad .$$

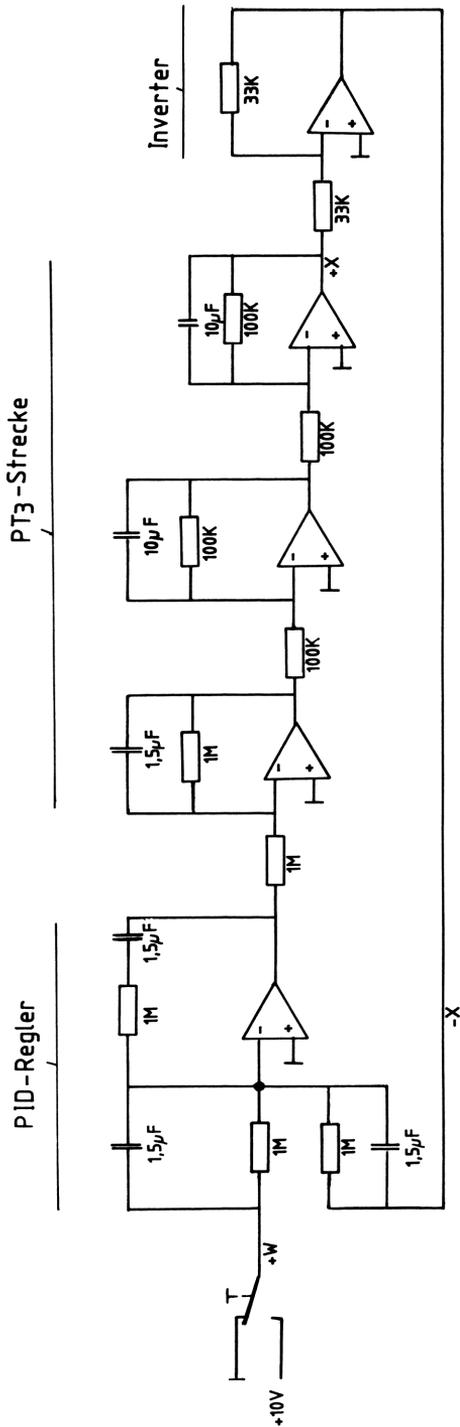
Verzweigt man den P-, I- und D-Anteil hinter einem Block V_p , erhält man das in Bild 8.18 dargestellte Blockschaltbild. Es läßt sich mit Umformregel 9 und 10, Tabelle 4.12 zeichnen.

Aufgabe 4.3

Der Frequenzgang des PT_1 -Gliedes lautet für $V_p = 2$:

$$F(p) = 2 \frac{1}{1 + pT_N} \quad .$$

Geht man nach Umformregel 11 (Tabelle 4.12) vor, entspricht der Frequenzgang der Gegenkopplung der Größe pT_1 . Es ergibt sich das folgende Blockschaltbild (Bild 8.19).



- $V_R = 1$
- $T_N = 1,5s$
- $T_V = 1,5s$
- $V_{S1} = 1$
- $T_1 = 1,5s$
- $V_{S2} = 1$
- $T_2 = 1s$
- $V_{S3} = 1$
- $T_3 = 1s$
- $V_{S4} = 1$

Bild 8.16 Anlogschaltung einer Regelung aus PID-Regler und drei PT_1 -Strecken

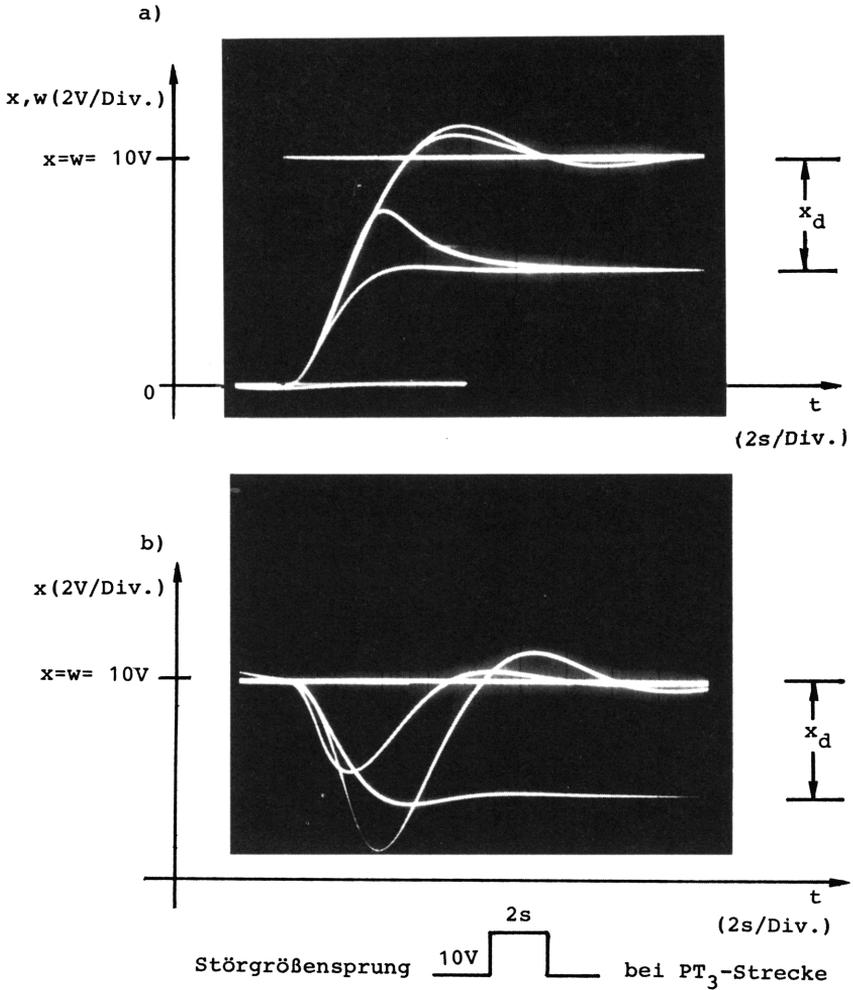


Bild 8.17 Oberes Bild: Führungssprungantworten bei Verwendung eines PI-, PID-, PD- oder P-Reglers (PD- und P-Regler verursachen eine bleibende Regeldifferenz x_d)
 Unteres Bild: Stör sprungantworten bei Verwendung des PI-Reglers (größtes Überschwingen), PID-Reglers und PD-Reglers (bleibende Regeldifferenz x_d)

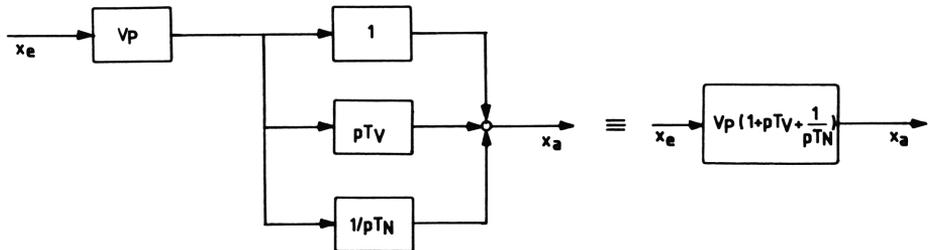


Bild 8.18 Blockschaltbild des PID-Gliedes

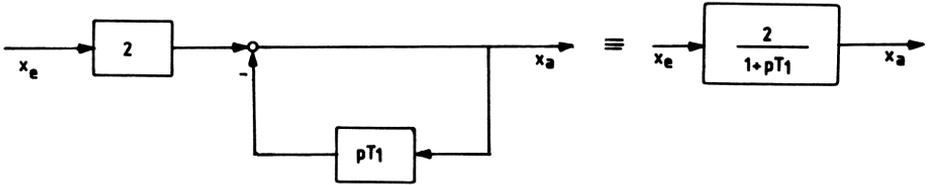


Bild 8.19 Blockschaltbild des umgeformten PT_1 -Gliedes

Aufgabe 4.4

Wählt man entsprechend Umformregel 12, Tabelle 4.12, für den gegengekoppelten Frequenzgang ein I-Glied ($1/pT_I$), entsteht Bild 8.20. Der gesamte Frequenzgang entspricht mit Gegenkopplung dann einem PT_1 -Glied mit $V_p = 1$ und $T_1 = T_I$.

$$F(p) = \frac{x_a}{x_e} = \frac{1/pT_I}{1 + 1/pT_I} = \frac{1}{1 + pT_I}$$

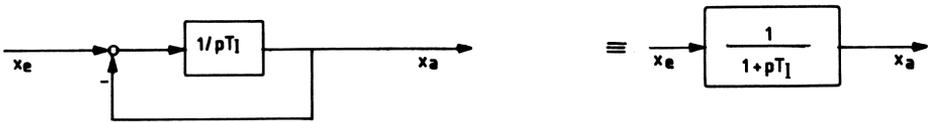


Bild 8.20 Blockschaltbild des Frequenzgangs eines gegengekoppelten I-Gliedes

Aufgabe 4.5

Das in Bild 8.21a dargestellte Blockschaltbild entspricht dem Ankerkreis eines fremderregten Gleichstrommotors für $\phi = \text{konstant}$ und Leerlauf.

Es sei

$$F_O^0 = V_p \cdot \frac{1}{1 + pT_1} \cdot \frac{1}{pT_I}$$

der Frequenzgang der Reihenschaltung aus PT_1 - und I-Glied. Dann ist der Frequenzgang des Ersatzblockschaltbildes mit Umformregel 12, Tabelle 4.12:

$$F_O^* = \frac{F_O^0}{1 + F_O^0} = \frac{1}{1 + p \cdot \frac{T_I}{V_p} + p^2 \cdot \frac{T_1 T_I}{V_p}}$$

D.h., der umgeformte Frequenzgang F_O^* (Bild 8.21b) entspricht dem eines PT_2 -Gliedes (siehe Abschnitt 3.8).

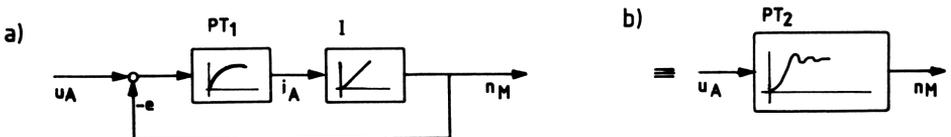


Bild 8.21 Vereinfachung des Blockschaltbildes eines einfachen Regelkreises aus PT_1 - und I-Strecke zu einer PT_2 -Strecke

Aufgabe 5.1

Das Blockschaltbild der Temperaturregelung mittels Wärmetauscher ist in Bild 8.22 dargestellt. Das zugehörige Bode-Diagramm zeigt Bild 8.23. Es ergibt sich eine Durchtrittsfrequenz von $\omega_D \approx 90$ Hz bei der $|F_O|(\omega) = 0$ dB ist. Der Verlauf des Phasenwinkels zeigt, daß $\varphi_O(\omega_D) > -180^\circ$ ist, so daß die Regelung Stabilität aufweist. Die Phasenreserve beträgt $\alpha_R \approx 26^\circ$ und der Amplitudenrand $A_R \approx 43$ dB ≈ 141 .

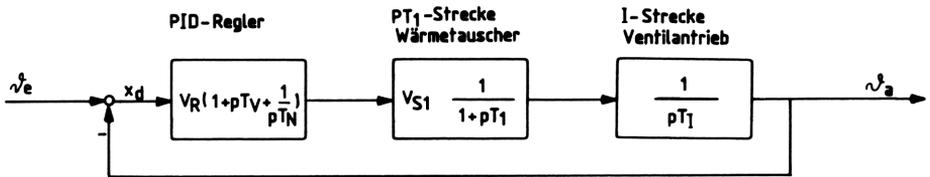


Bild 8.22 Blockschaltbild einer Temperaturregelung mit Wärmetauscher

Nach dem Schnittpunktkriterium (Gleichung 5.10) ergibt sich aus der Frequenzganggleichung $F_O(p)$ folgendes:

$$F_O(p) = V_O \cdot \frac{1 + pT_N}{p^2 T_N T_I \cdot (1 + pT_1)} .$$

Damit wird $n_r = 0$ ($\text{Re } p_i < 0$) und $n_i = 2$ (Doppelpol im Ursprung der p -Ebene). Also lautet die Stabilitätsbedingung:

$$S_p - S_n \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} .$$

Diese ist, wie aus Bild 8.23 zu ersehen, erfüllt, denn es ergibt sich für den Bereich $|F_O|(\omega) > 0$ dB nur ein halber positiver Schnittpunkt bei $\varphi_O(\omega) = -180^\circ$.

Aufgabe 5.2

Bild 8.24 zeigt das Blockschaltbild der Höhenpositionierung. Aus dem zugehörigen Bode-Diagramm (Bild 8.25) geht hervor, daß sich der Regelkreis an der Stabilitätsgrenze befindet ($\alpha_R = 0^\circ$). Geht man von einem Phasenrand $\alpha_R = 45^\circ$ aus, muß die Verstärkung des Reglers um den Betrag $\Delta V_O = \Delta V_R \approx 15$ dB verkleinert werden, damit sich bei der neuen Durchtrittsfrequenz $\omega_D^* \approx 23$ Hz Stabilität ergibt. Die neue Reglerverstärkung ist dann

$$V_R^* \approx V_R - \Delta V_R \approx 20 \text{ dB} - 15 \text{ dB} \approx 5 \text{ dB} \approx 1,8 .$$

Diese läßt sich bei Reglern der Analogtechnik einfach durch Austauschen des Gegenkopplungswiderstandes (bei gleichem T_N) erreichen (siehe Bild 3.29). Für die Stabilitätsaussage nach dem vereinfachten Schnittpunktkriterium gilt:

$$F_O(p) = V_O \cdot \frac{(1 + pT_N + p^2 T_N T_V) \cdot e^{-pT_t}}{pT_N \cdot (1 + pT_1) \cdot (1 + pT_2)} .$$

Damit ist $n_r = 0$, $n_i = 1$ und die Stabilitätsbedingung lautet

$$S_p - S_n \stackrel{!}{=} 0 .$$

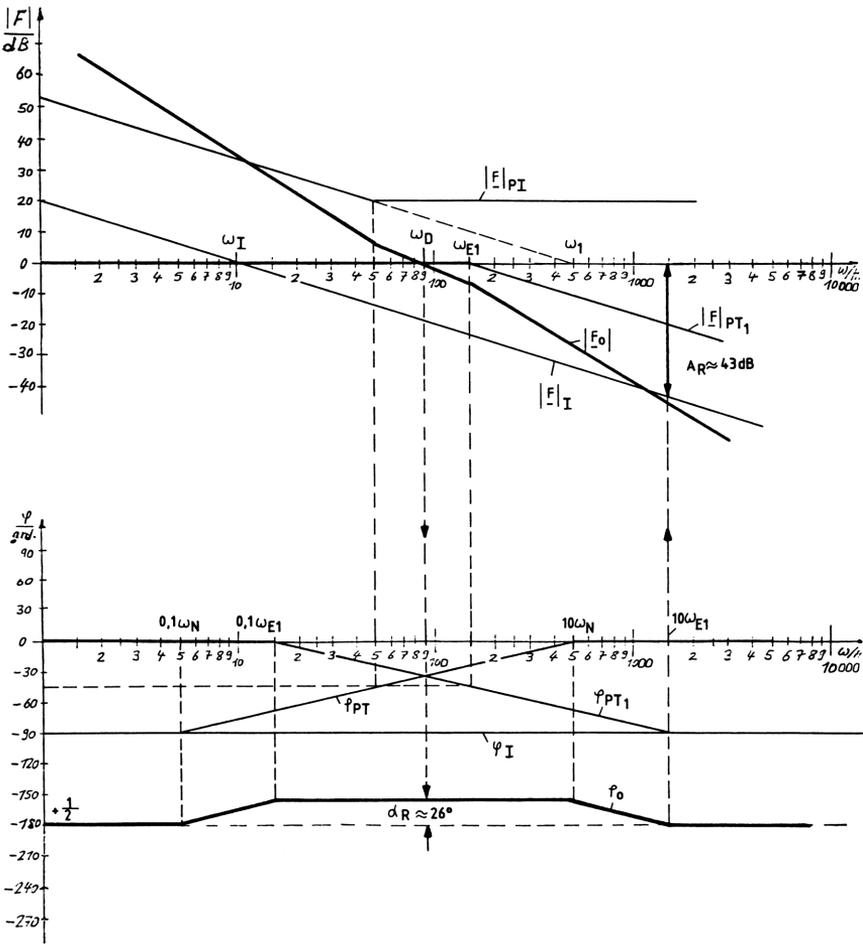


Bild 8.23 Bode-Diagramm der Temperaturregelung mit Wärmetauscher nach Bild 8.22

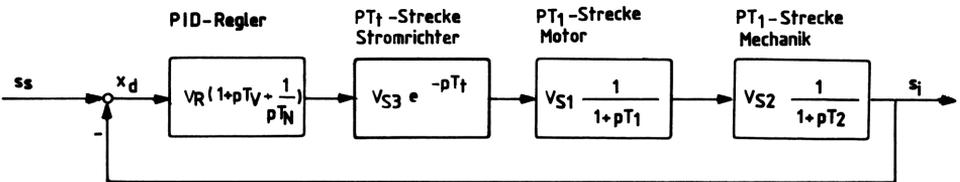


Bild 8.24 Blockschaltbild einer einfachen Höhenpositionierung mit PID-Regler

Diese Bedingung ist nicht erfüllt, da sich im Bereich $|F_O|(\omega) > 0 \text{ dB}$ ein negativer Schnittpunkt mit der Linie -180° ergibt, so daß $S_P - S_N = -1$ wird. Erst bei veränderter Reglerverstärkung ($V_R^* \approx 1,8$) ist die Stabilitätsbedingung erfüllt.

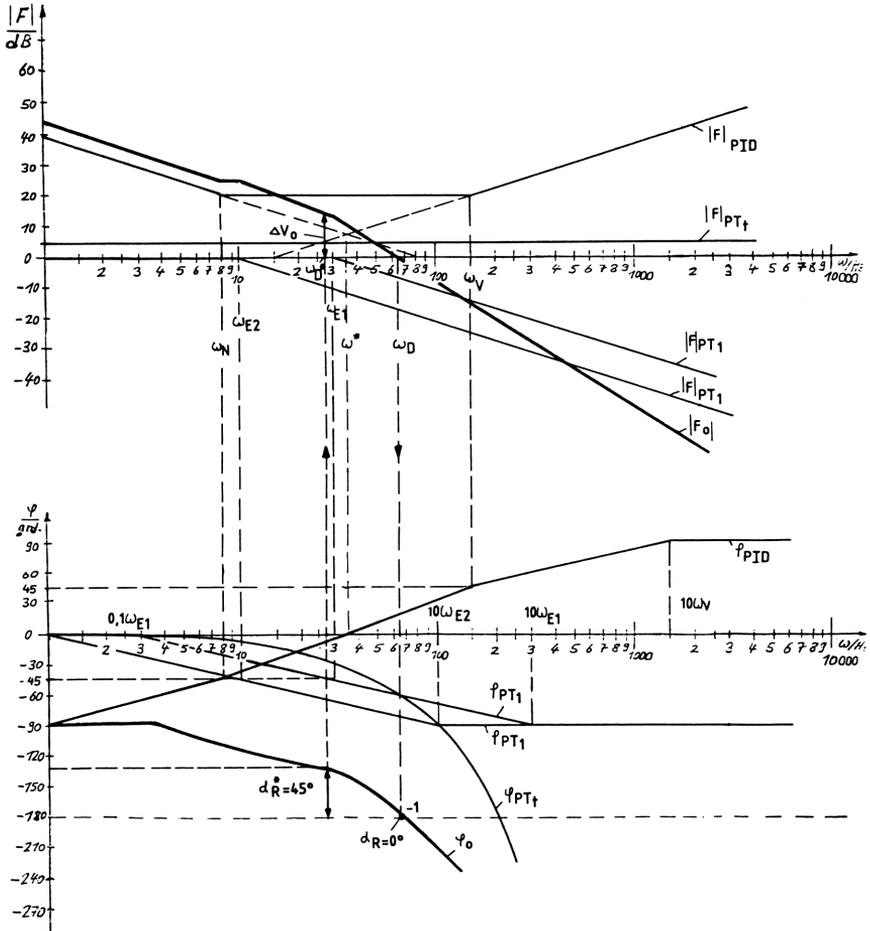


Bild 8.25 Bode-Diagramm der Höhenpositionierung nach Bild 8.24

Aufgabe 5.3

Im Bode-Diagramm (Bild 8.26) darf die PT₂-Strecke nicht asymptotisch gezeichnet werden, da sonst der Phasenwinkelfehler zu groß wird (bei $\alpha_R = 45^\circ$), wenn man die Reglerverstärkung um $\Delta V_O = \Delta V_R = 25 \text{ dB}$ vermindert, d.h.

$$V_R^* \approx V_R - \Delta V_R \approx 40 \text{ dB} - 25 \text{ dB} \approx 15 \text{ dB} \approx 5,6$$

Die Stabilitätsgrenze liegt bei einer Verstärkungsabsenkung von $\Delta V_{\text{okr}} = \Delta V_{\text{Rkr}} = 10\text{dB}$ und ergibt die kritische Verstärkung:

$$V_{\text{Rkr}} \approx V_{\text{R}} - \Delta V_{\text{Rkr}} \approx 40\text{dB} - 10\text{dB} \approx 30\text{dB} \approx 31,6 .$$

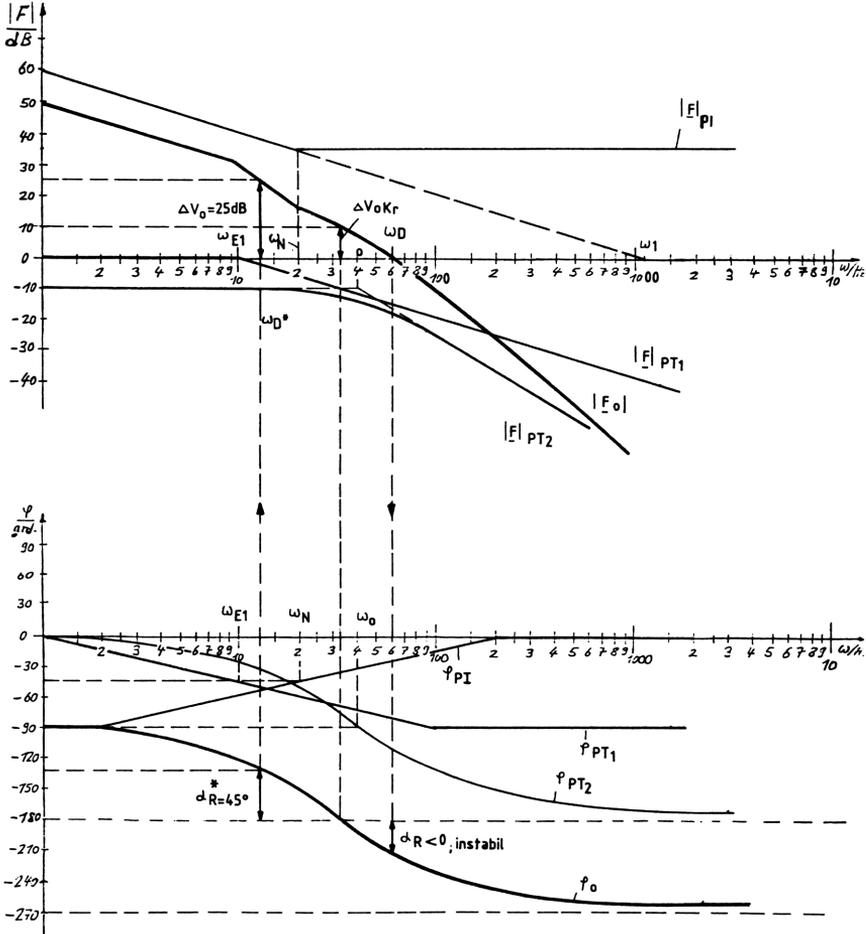


Bild 8.26 Auswertung des Bode-Diagramms einer Regelung aus PI-Regler und PT_1 - PT_2 -Strecke

Aufgabe 5.4

Das Bode-Diagramm des Regelkreises mit PI-Regler (Bild 8.27) ergibt bei den gegebenen Parametern keine Stabilität ($\alpha_{\text{R}} < 0$). Ein Herabsetzen der Verstärkung um $\Delta V_{\text{R}} = 46\text{dB}$ hätte eine neue Verstärkung V_{R}^* zur Folge, die kleiner als eins ist.

$$V_{\text{R}}^* = V_{\text{R}} - \Delta V_{\text{R}} = -6\text{dB} = 0,5 .$$

Verstärkungen $V_R < 1$ sind nicht wünschenswert (siehe Abschnitt 2.1), deshalb ersetzt man den PI- durch einen PD-Regler.

Frequenzgangbetrag und Phasenwinkel sind dann neu zu zeichnen. Es ergibt sich eine stabile Regelung mit einer geringen Phasenreserve von $\alpha_R = 10^\circ$, jedoch bei einer größeren Durchtrittsfrequenz ω_D^* . Man kann sagen, je größer ω_D ist, desto schneller reagiert eine Regelung auf Sollwertänderungen und Störgrößenänderungen.

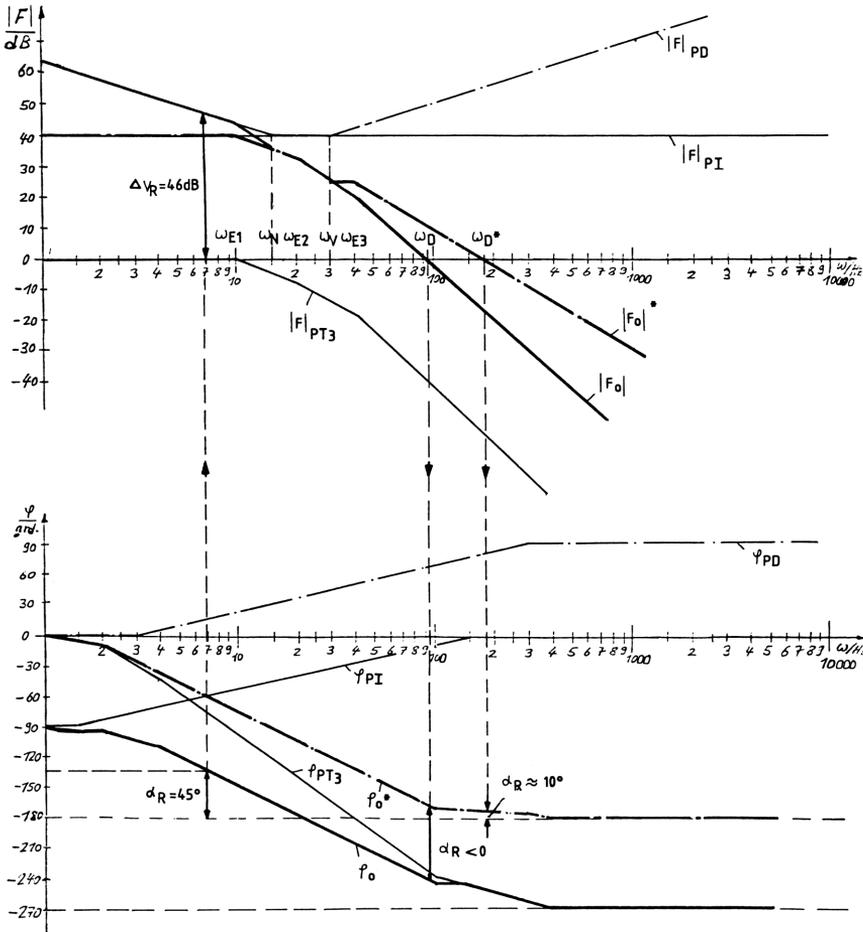


Bild 8.27 Stabilisierung eines Regelkreises mit PT_3 -Strecke durch geschickte Wahl des Reglers (hier statt PI- der PD-Regler)

Aufgabe 5.5

Mit den Gleichungen (3.18) und (3.48) und (3.30) erhält man für den Frequenzgang von PD-Regler und PT_1 - T_t -Strecke (siehe auch Tabelle 3.1 und 3.2):

$$\underline{F}_R = V_R \cdot (1 + j\omega T_V)$$

$$\underline{F}_S = V_S \cdot \frac{\cos\omega T_t - \omega T_1 \sin\omega T_t - j(\sin\omega T_t + \omega T_1 \cos\omega T_t)}{1 + \omega^2 T_1^2} .$$

Damit wird der Frequenzgang \underline{F}_O des offenen Regelkreises

$$\underline{F}_O = - \underline{F}_R \cdot \underline{F}_S$$

$$\underline{F}_O = V_O \cdot \frac{(\omega T_1 - \omega T_V) \cdot \sin\omega T_t - (\omega^2 T_1 T_V + 1) \cdot \cos\omega T_t}{1 + \omega^2 T_1^2} + j \frac{(\omega T_1 - \omega T_V) \cdot \cos\omega T_t + (\omega^2 T_1 T_V + 1) \sin\omega T_t}{1 + \omega^2 T_1^2} .$$

Aus dem Gleichungssatz (5.17) ergibt sich dann:

$$\text{Im } \underline{F}_O = 0 \longrightarrow \omega_z$$

$$0 = (\omega_z T_1 - \omega_z T_V) \cdot \cos\omega_z T_t + (\omega_z^2 T_1 T_V + 1) \cdot \sin\omega_z T_t$$

also

$$\frac{\omega_z \cdot (T_1 - T_V)}{\omega_z^2 T_1 T_V + 1} + \tan \frac{180 \cdot \omega_z T_t}{\pi} = 0 .$$

Die Lösung dieser transzendenten Gleichung erbringt ω_z .

$$\omega_z \approx 3.079,995 \text{ Hz} .$$

Weiter gilt für die Stabilität des Regelkreises

$$[\text{Re } \underline{F}_O(\omega_z)] \stackrel{!}{<} 1$$

$$[\text{Re } \underline{F}_O(\omega_z)] = V_O \cdot \frac{(\omega_z T_1 - \omega_z T_V) \cdot \sin\omega_z T_t - (\omega_z^2 T_1 T_V + 1) \cdot \cos\omega_z T_t}{1 + \omega_z^2 T_1^2} = 0,5$$

und

$$[\text{Re } \underline{F}_O(\omega_z)] = \frac{1}{A_R} .$$

Demnach ist der geschlossene Regelkreis stabil und die Amplitudenreserve beträgt

$$A_R = 2 .$$

Weiter gilt für die Durchtrittsfrequenz ω_D

$$|\underline{F}_O| \stackrel{!}{=} 1 \longrightarrow \omega_D$$

$$\omega_D = \sqrt{\frac{V_O^2 - 1}{T_1^2 - V_O^2 \cdot T_V^2}} = 114,89 \text{ Hz} .$$

Dann wird der Phasenrand

$$\alpha_R = \arctan \frac{\text{Im}[\underline{F}_O(\omega_D)]}{\text{Re}[\underline{F}_O(\omega_D)]} = -61,73^\circ .$$

Aus der Ortskurven-Darstellung (Bild 8.28) folgt aber Stabilität mit

$$\alpha_R = -61,73^\circ + 180^\circ = 118,28^\circ .$$

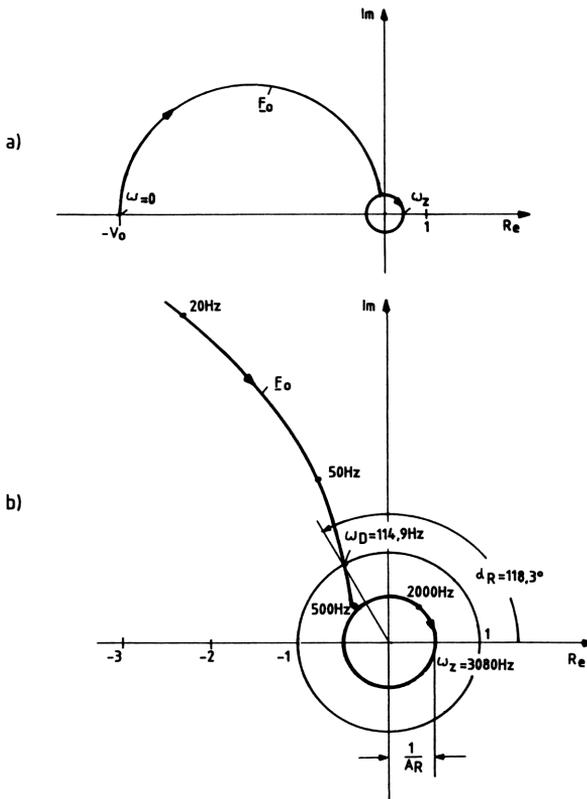


Bild 8.28 Graphische Auswertung der Ortskurven einer Regelung aus PD-Regler und PT_1 - T_L -Strecke mit dem Nyquist-Kriterium bei verschiedenen Parametern

Der Punkt, an dem die Ortskurve beginnt, lässt sich aus der komplexen Gleichung \underline{F}_O für $\omega = 0$ leicht ermitteln.

Es wird

$$\underline{F}_O(\omega = 0) = -V_0 + j0 \quad .$$

Mit den gegebenen Werten erhält man für die Darstellung der Ortskurve folgende Wertetabelle. Bild 5.28a zeigt den qualitativen Verlauf und Bild 8.28b den exakten Verlauf von \underline{F}_O . Es ergibt sich demnach aus der Berechnung und dem Ortskurvenverlauf Übereinstimmung mit den Ergebnissen im Bode-Diagramm.

Da die Regelung ein Totzeitglied enthält, muß der Frequenzgang des offenen Kreises für große Werte von ω in eine Spirale oder einen Kreis um Null übergehen.

W/HZ=?	0.0	RUN	W/HZ=?	20.0	RUN	W/HZ=?	1.000.0	RUN
RE/F0/=-10.0			RE/F0/=-2.3			RE/F0/=-0.2		
IM/F0/=0.0			IM/F0/=3.8			IM/F0/=0.5		
---			---			---		
W/HZ=?	2.0	RUN	W/HZ=?	50.0	RUN	W/HZ=?	2.000.0	RUN
RE/F0/=-9.6			RE/F0/=-0.8			RE/F0/=0.3		
IM/F0/=1.0			IM/F0/=1.9			IM/F0/=0.4		
---			---			---		
W/HZ=?	5.0	RUN	W/HZ=?	114.09	RUN	W/HZ=?	3.079.995	RUN
RE/F0/=-8.1			RE/F0/=-0.5			RE/F0/=0.5		
IM/F0/=3.8			IM/F0/=0.9			IM/F0/=1.3E-7		
---			---			---		
W/HZ=?	10.0	RUN	W/HZ=?	500.0	RUN	W/HZ=?	1.000.000.000.	RUN
RE/F0/=-5.2			RE/F0/=-0.4			RE/F0/=-0.5		
IM/F0/=4.0			IM/F0/=0.4			IM/F0/=-0.2		
---			---			---		

Aufgabe 5.6

Mit den Gleichungen (3.24) und (3.30) folgt für den Frequenzgang des PID-Reglers und der PT₁-Strecke:

$$\underline{E}_R = V_R \cdot \left[1 + j \left(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N} \right) \right]$$

$$\underline{E}_S = V_S \cdot \frac{1 - j\omega T_1}{1 + \omega^2 T_1^2} \cdot$$

Damit erhält man für den Frequenzgang \underline{E}_O :

$$\underline{E}_O = - \underline{E}_R \cdot \underline{E}_S$$

$$\underline{E}_O = \frac{V_O}{1 + \omega^2 T_1^2} \cdot \left[\frac{T_1}{T_N} - \omega^2 T_1 T_V - 1 + j \left(\omega T_1 - \omega T_V + \frac{1}{\omega T_N} \right) \right] \cdot$$

Der Gleichungssatz (5.17) liefert für die Stabilitätsbetrachtung:

$$\text{Im } \underline{E}_O = 0 \longrightarrow \omega_Z$$

$$0 = \omega_Z \cdot (T_1 - T_V) - \frac{1}{\omega_Z T_N} \cdot$$

Da nur Frequenzgänge sinnvoll sind, bei denen $T_V < T_1$ ist (man zeichne dazu das entsprechende Bode-Diagramm), wird

$$\omega_Z = \infty \cdot$$

Dann gilt für den Realteil von \underline{E}_O

$$\text{Re} \left[\underline{E}_O(\omega_Z) \right] = - V_O \cdot \frac{T_V}{T_1} = - 0,8 \stackrel{!}{<} 1 \cdot$$

Die Regelung ist also stabil, da auch $\alpha_R > 0$ wird. Für $\omega_Z = \infty$ wird aber der Phasenwinkel $\varphi_O = 0^\circ$, d.h. es kann keine Amplitudenreserve A_R angegeben werden. Weiter gilt für die Berechnung der Durchtrittsfrequenz:

$$|\underline{E}_O| \stackrel{!}{=} 1 \longrightarrow \omega_D$$

$$1 = v_0^2 \cdot \frac{1 + (\omega_D T_V - \frac{1}{\omega_D T_N})^2}{1 + \omega_D^2 T_1^2}$$

Diese Gleichung 4. Grades kann mit einem Nullstellenprogramm schnell gelöst werden. Sie erbringt:

$$\omega_D = 149,49 \text{ Hz}$$

Damit erhält man für den Phasenrand

$$\alpha_R = \arctan \frac{\text{Im} [F_O(\omega_D)]}{\text{Re} [F_O(\omega_D)]} = -33,9^\circ \hat{=} 146,1^\circ$$

Für die beiden Grenzwerte der Ortskurve F_O erhält man aus der komplexen Gleichung:

$$F_O(\omega=0) = v_0 \cdot \left(\frac{T_1}{T_N} - 1 \right) + j \cdot 0$$

$$F_O(\omega=\infty) = -v_0 \cdot \frac{T_V}{T_1} + j \cdot 0$$

Mit der folgenden Wertetabelle läßt sich dann der Ortskurvenverlauf zeichnen (Bild 8.29b).

W/HZ=?		W/HZ=?	
1-10	RUN	150,000	RUN
RE/F0/=-2,500		RE/F0/=-0,830	
IM/F0/=5,000E11		IM/F0/=0,556	
---		---	
W/HZ=?		W/HZ=?	
1,000	RUN	500,000	RUN
RE/F0/=-2,496		RE/F0/=-0,803	
IM/F0/=50,085		IM/F0/=0,168	
---		---	
W/HZ=?		W/HZ=?	
5,000	RUN	2,000,000	RUN
RE/F0/=-2,400		RE/F0/=-0,800	
IM/F0/=10,400		IM/F0/=0,042	
---		---	
W/HZ=?		W/HZ=?	
20,000	RUN	1+10	RUN
RE/F0/=-1,650		RE/F0/=-0,800	
IM/F0/=3,350		IM/F0/=8,400E-9	
---		---	
W/HZ=?			
80,000	RUN		
RE/F0/=-0,900			
IM/F0/=1,025			

Aus Bild 8.29 ist auch zu ersehen, wie eine Ortskurve für $T_V > T_1$ verläuft. Es gibt in diesem Fall kein ω_D .

Da

$$F(p) = -v_0 \cdot \frac{1 + pT_N + p^2 T_N T_V}{pT_N \cdot (1 + pT_1)}$$

ist, wird $n_r = 0$ und $n_i = 1$. Mit Gleichung (5.17) und (5.19) ergibt sich dann ebenfalls Stabilität für diese Regelung, denn es wird

$$\Delta\varphi = \frac{1}{2} = \frac{\pi}{2} \quad .$$

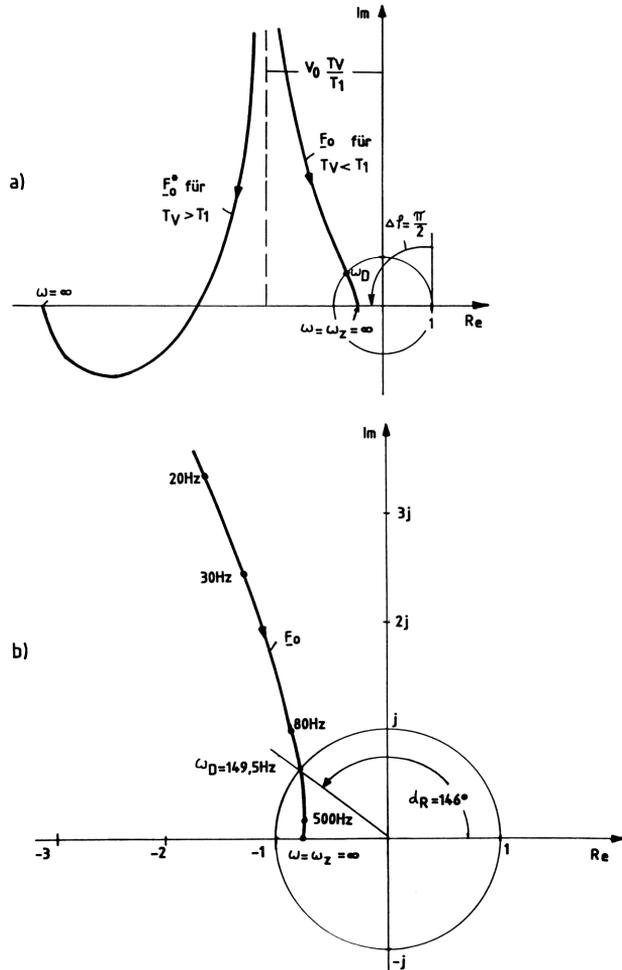


Bild 8.29 Graphische Darstellung der Ortskurven einer Regelung aus PID-Regler und PT_1 -Strecke mit dem Nyquist-Kriterium bei verschiedenen Parametern

Aufgabe 5.7

Mit den Gleichungen (3.6), (3.18) und (3.30) ergibt sich für den PD-Regler und die PT_1 - I^2 -Strecke der Frequenzgang des offenen Regelkreises.

$$\underline{E}_R = V_R \cdot (1 + j\omega T_V)$$

$$\underline{E}_S = V_S \cdot \frac{1 - j\omega T_1}{-\omega^2 T_I^2 \cdot (1 + \omega^2 T_1^2)} \quad .$$

Damit wird

$$\underline{E}_O = - \underline{E}_R \cdot \underline{E}_S = V_O \cdot \frac{1 + \omega^2 T_1 T_V + j(\omega T_V - \omega T_1)}{\omega^2 T_I^2 \cdot (1 + \omega^2 T_1^2)}$$

Aus dem Gleichungssatz (5.17) folgt dann:

$$\begin{aligned} \text{Im } \underline{E}_O &= 0 \longrightarrow \omega_Z \\ 0 &= \frac{\omega_Z \cdot (T_V - T_1)}{\omega_Z^2 T_I^2 + \omega_Z^4 T_1^2 T_I^2} \longrightarrow \omega_Z = \infty \end{aligned}$$

Für einen Doppelpol im Ursprung, wie er hier vorliegt, sollte man das vollständige Nyquist-Kriterium heranziehen, denn da

$$\text{Re} \left[\underline{E}_O(\omega_Z) \right] = 0 < 1$$

ist, könnte man zunächst fälschlicherweise auf einen stabilen Regelkreis schließen. Wie jedoch der Phasenrand α_R zeigt, ist die Regelung instabil, denn mit

$$|\underline{E}_O| = 1 = V_O^2 \cdot \frac{1 + \omega_D^2 T_V^2}{\omega_D^4 T_I^4 \cdot (1 + \omega_D^2 T_1^2)} \rightarrow \omega_D = 29,725 \text{ Hz}$$

und es wird

$$\alpha_R = \arctan \frac{\text{Im} \left[\underline{E}_O(\omega_D) \right]}{\text{Re} \left[\underline{E}_O(\omega_D) \right]} = - 19,5^\circ < 0 ,$$

d.h., der geschlossene Regelkreis ist instabil (siehe Gleichung 5.5). Für die Ortskurven-Darstellung erhält man mit der folgenden Wertetabelle den exakten Verlauf (Bild 8.30b).

W=	1.00	RUN	W=	29.725	RUN
RE=999.76			RE=0.95		
IM=-12.00			IM=-0.30		
---			---		
W=	5.00	RUN	W=	40.00	RUN
RE=39.76			RE=0.48		
IM=-2.38			IM=-0.18		
---			---		
W=	10.00	RUN	W=	100.00	RUN
RE=9.77			RE=0.05		
IM=-1.15			IM=-0.02		
---			---		
W=	15.00	RUN	W=	1+10	RUN
RE=4.22			RE=4.00E-18		
IM=-0.73			IM=-3.00E-26		
---			---		
W=	20.00	RUN	---		
RE=2.29					
IM=-0.52					

Mit dem vollständigen Nyquist-Kriterium, entsprechend Gleichung (5.17) bzw. (5.20), erhält man aus dem qualitativen Verlauf der Ortskurve (Bild 8.30a) mit:

$$n_r = 0 \quad , \quad n_i = 2$$

$$\Delta \varphi \stackrel{!}{=} \pi \quad \text{bzw.} \quad S_p - S_n \stackrel{!}{=} \frac{1}{2} \quad .$$

Für $T_V < T_1$ ist aber

$$\Delta \varphi = -\pi \quad \text{bzw.} \quad S_p - S_n = -\frac{1}{2} \quad .$$

Daher ist die Regelung instabil. Sie wird stabil für $T_V > T_1$.

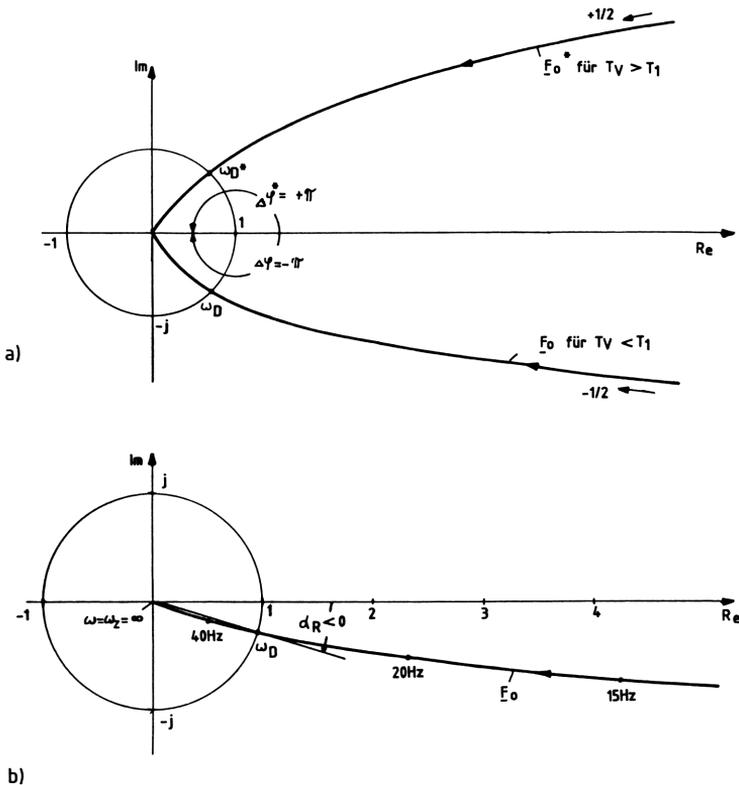


Bild 8.30 Anwendung des Nyquist-Kriteriums auf eine Regelung aus PD-Regler und PT_1-I^2 -Strecke für verschiedene Zeitkonstanten

Aufgabe 5.8

Mit den Gleichungen (3.14) und (3.6) ergibt sich der Frequenzgang des aufgeschnittenen Regelkreises für einen PI-Regler und eine P-I- T_t -Strecke zu:

$$\underline{E}_R = V_R \left(1 - j \frac{1}{\omega T_N} \right)$$

$$\underline{E}_S = V_S \frac{-\sin \omega T_t - \cos \omega T_t}{\omega T_I}$$

$$\underline{F}_O = -\underline{F}_R \cdot \underline{F}_S = \frac{V_O}{\omega T_I} \left[\sin \omega T_t + \frac{\cos \omega T_t}{\omega T_N} + j \left(\cos \omega T_t - \frac{\sin \omega T_t}{\omega T_N} \right) \right].$$

Der Gleichungssatz (5.17) liefert:

$$\text{Im } \underline{F}_O = 0 \longrightarrow \omega_Z$$

$$0 = \omega_Z T_N - \tan \omega_Z T_t \longrightarrow \omega_Z = 154,49 \text{ Hz}$$

$$\text{Re } \left[\underline{F}_O(\omega_Z) \right] = 0,65 = \frac{1}{A_R} \stackrel{!}{<} 1 \quad A_R = 1,54$$

$$|\underline{F}_O| \stackrel{!}{=} 1 = V_O^2 \cdot \frac{1 + \frac{1}{\omega_D^2 T_N^2}}{\omega_D^2 T_I^2} \longrightarrow \omega_D = 100 \text{ Hz}.$$

Damit wird der Phasenrand

$$\alpha_R = \arctan \frac{\text{Im } \left[\underline{F}_O(\omega_D) \right]}{\text{Re } \left[\underline{F}_O(\omega_D) \right]} = 30,41^\circ.$$

Die Regelung ist also, sowohl nach dem vereinfachten als auch nach dem vollständigen Nyquist-Kriterium stabil, denn es gilt mit $n_r = 0$ und $n_l = 1$ entsprechend Gleichung (5.17) bzw. (5.20)

$$\Delta \varphi \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{bzw. } S_p - S_n \stackrel{!}{=} 0 = 0.$$

Für die Ortskurven-Darstellung erhält man aus der komplexen Gleichung \underline{F}_O die Anfangs- und Endpunkte der Ortskurve.

Es wird

$$\underline{F}_O(\omega=0) = \infty + j \infty$$

$$\underline{F}_O(\omega=\infty) = 0 + j 0.$$

Mit der folgenden Wertetabelle erhält man dann den in Bild 8.31 dargestellten Ortskurvenverlauf, der die errechneten Werte bestätigt.

F0 FOR W/H7			
RE=4.00E22	1.00-10	RE=0.86	100.00
IM=9.60E11		IM=0.51	
RE=1.97	20.00	RE=0.79	120.00
IM=4.70		IM=0.28	
RE=1.20	40.00	RE=0.71	140.00
IM=2.21		IM=0.10	
RE=1.03	60.00	RE=0.62	160.00
IM=1.31		IM=-0.03	
RE=0.94	80.00	RE=0.54	180.00
IM=0.83		IM=-0.14	
			200.00
		RE=0.45	
		IM=-0.22	

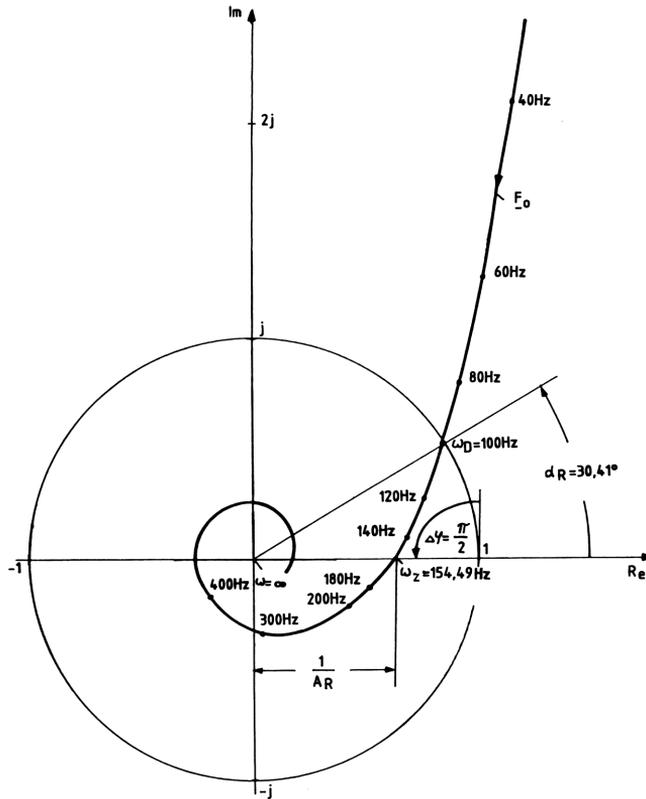


Bild 8.31 Anwendung des Nyquist-Kriteriums bei einer Regelung mit PI-Regler und P-I-T_L-Strecke

Aufgabe 5.9

Aus Gleichung (5.21) ergibt sich die Durchtrittsfrequenz ω_D , denn es ist aus Tabelle 3.1 zu entnehmen:

$$v_R \sqrt{1 + \left(\omega_D T_V - \frac{1}{\omega_D T_N}\right)^2} = \frac{1}{v_S} \sqrt{1 + \omega_D^2 T_1^2} ,$$

also

$$v_O^2 \cdot \frac{1 + \left(\omega_D T_V - \frac{1}{\omega_D T_N}\right)^2}{1 + \omega_D^2 T_1^2} - 1 = 0 .$$

Mit Hilfe eines Nullstellenprogramms erhält man für die gegebenen Parameter

$$\omega_D \approx 30,152 \text{ Hz} .$$

Entsprechend Gleichung (5.22) benötigt man zur Berechnung des Phasenrandes α_R zunächst die komplexen Frequenzgänge \underline{F}_R und $-1/\underline{E}_S$ (siehe Tabelle 3.1 und 5.2).

$$\begin{aligned} \underline{F}_R &= V_R \cdot \left[1 + j \left(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N} \right) \right] \\ - \frac{1}{\underline{F}_S} &= \frac{\omega T_1 \sin \omega T_t - \cos \omega T_t}{V_S} - j \frac{\omega T_1 \cos \omega T_t + \sin \omega T_t}{V_S} . \end{aligned}$$

Daraus erhält man

$$\begin{aligned} \alpha_R &= \arctan \left(\omega_D T_V - \frac{1}{\omega_D T_N} \right) - \arctan \frac{-\omega_D T_1 \cos \omega_D T_t - \sin \omega_D T_t}{\omega_D T_1 \sin \omega_D T_t - \cos \omega_D T_t} \\ \alpha_R &= -31,09^\circ - (84,76^\circ - 180^\circ) = 64,15^\circ . \end{aligned}$$

Die Regelung ist demnach stabil.

Mit Gleichung (5.23) erhält man ω_Z .

$$\omega_Z T_V - \frac{1}{\omega_Z T_N} + \frac{\omega_Z T_1 \cos \omega_Z T_t + \sin \omega_Z T_t}{\omega_Z T_1 \sin \omega_Z T_t - \cos \omega_Z T_t} = 0 .$$

Unter Verwendung einer Nullstellenbestimmung ergibt sich

$$\omega_Z \approx 190,57 \text{ Hz}$$

und mit Gleichung (5.24) läßt sich die getroffene Stabilitätsaussage bestätigen, denn es wird

$$\operatorname{Re} \left[\underline{F}_R(\omega_Z) \right] = 10 < \operatorname{Re} \left[\frac{-1}{\underline{F}_S} \right]_{\omega_Z} = 29,455$$

$$\text{oder} \quad \operatorname{Im} \left[\underline{F}_R(\omega_Z) \right] = 2,76 < \operatorname{Im} \left[\frac{-1}{\underline{F}_S} \right]_{\omega_Z} = 8,133 .$$

Aus diesen Real- und Imaginärteilen ergeben sich auch die Phasenwinkel

$$\varphi_R(\omega_Z) = \bar{\varphi}_S(\omega_Z) = 15,44^\circ ,$$

sowie die Amplitudenreserve nach Gleichung (5.25)

$$A_R = \operatorname{Re} \left[\frac{-1/\underline{F}_S}{\underline{F}_R} \right]_{\omega_Z} = 2,946 .$$

Setzt man entsprechend (5.26) die Frequenzgangbeträge für $\omega = \omega_Z$ gleich, errechnet sich die kritische Reglerverstärkung zu:

$$\begin{aligned} V_{Rkr} &= \sqrt{\frac{1 + \omega_Z^2 T_1^2}{V_S^2 \cdot \left[1 + \left(\omega_Z T_V - \frac{1}{\omega_Z T_N} \right)^2 \right]}} \\ V_{Rkr} &= 29,46 . \end{aligned}$$

Die ermittelten Ergebnisse sind in der graphischen Darstellung Bild 8.32 zusammengefaßt.

Aufgabe 5.10

Der Frequenzgangbetrag des PD-Reglers und der negativen inversen I^2-T_t -Strecke sind gleichzusetzen, so daß sich entsprechend Gleichung (5.21) die Durchtrittsfrequenz ω_D errechnen läßt.

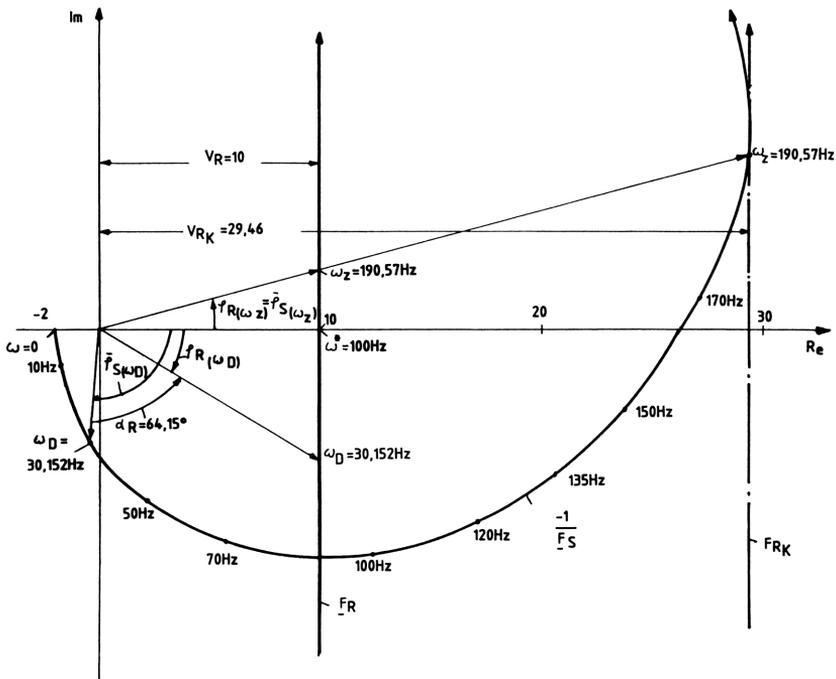


Bild 8.32 Graphische Auswertung der Ortskurven eines Regelkreises aus PID-Regler und PT_1 - T_t -Strecke nach dem Zwei-Ortskurven-Verfahren

$$V_R = \sqrt{1 + \omega_D^2 T_V^2} = \omega_D^2 T_I^2, \quad ,$$

also wird

$$\omega_{D1,2} = \sqrt{\frac{V_R^2 \cdot T_V^2}{2 \cdot T_I^4} \pm \sqrt{\frac{V_R^4 \cdot T_V^4}{4 \cdot T_I^8} + \frac{V_R^2}{T_I^4}}} = 60,099 \text{ Hz} \quad .$$

Damit erhält man für den Phasenrand nach Gleichung (5.22)

$$\alpha_R = \arctan \omega_D T_V - \frac{180 \cdot \omega_D T_t}{\pi} \stackrel{!}{>} 0, \quad ,$$

$$\alpha_R = 25,68^\circ - 17,22^\circ = 8,46^\circ > 0 \quad .$$

Die Regelung ist demnach gerade noch stabil. Die Phasenwinkel ergeben sich aus den Frequenzgängen.

Es sind

$$\underline{F}_R = V_R (1 + j\omega T_V) \quad ,$$

$$\frac{-1}{\underline{F}_S} = \omega^2 T_I^2 \cdot (-\cos \omega T_t - j \sin \omega T_t) \quad .$$

Man erhält nun mit Gleichung (5.23) die Frequenz ω_Z .

$$\tan \varphi_R = \omega_Z T_V = \tan \varphi_S = \frac{\sin \omega_Z T_t}{\cos \omega_Z T_t} = \tan \omega_Z T_t \quad .$$

Also ist

$$\omega_z T_V - \tan \omega_z T_t = 0$$

somit

$$\omega_z \approx 204,366 \text{ Hz} .$$

Es ergibt sich dann mit Gleichung (5.24)

$$\operatorname{Re} \left[\frac{F_R(\omega_z)}{F_S} \right] = 30 < \operatorname{Re} \left[\frac{-1}{F_S} \right]_{\omega_z} = -200,85$$

und mit Gleichung (5.25) folgt die Amplitudenreserve, sie ist

$$A_R = \operatorname{Re} \left[\frac{-1/F_S}{F_R} \right]_{\omega_z} = 6,7 .$$

Bild 8.33 gibt die errechneten Werte im Zusammenhang wieder. Wegen der großen Werte von $-1/F_S$ jedoch nur qualitativ. Bei dieser Aufgabe zeigt sich ein Nachteil des Zwei-Ortskurven-Verfahrens, der darin besteht, daß die Phasenwinkel φ_R und φ_S oft um 180° gedreht erscheinen. Daher kann sich die Gleichung (5.24) auch nur auf die Längen (Beträge) der Zeiger von Real- oder Imaginärteil beziehen.

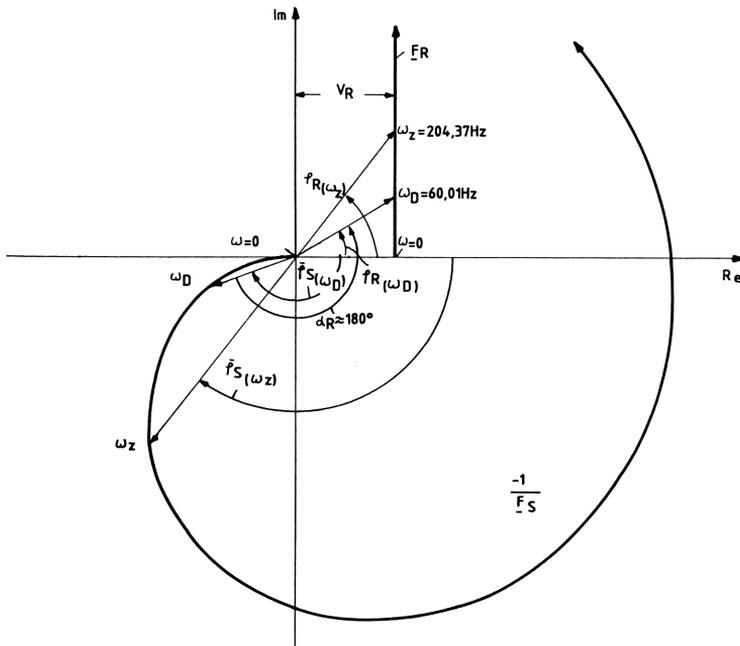


Bild 8.33 Das Zwei-Ortskurven-Verfahren bei einem Regelkreis aus PD-Regler und I^2 - T_t -Strecke

Aufgabe 5.11

Die Ortskurve der Nichtlinearität Ansprechschwelle verläuft auf der reellen Achse. Es zeigt sich, daß es sowohl bei der Kombination PD-Regler und PT_2 -

Strecke, als auch PI-Regler und PT_2 -Strecke, keinen Schnittpunkt der Ortskurven von $N(\hat{x}_e)$ und $1/F_O$ gibt. Damit sind solche Regelungen unbegrenzt stabil, denn es ist bei PD-Regler und PT_2 -Strecke

$$\frac{-1}{F_O} = \frac{\omega^2 T_2^2 - 2d\omega T_2 T_V - 1 - j(\omega^3 T_2^2 T_V - \omega T_V + 2d\omega T_2)}{V_O \cdot (1 + \omega^2 T_V^2)}$$

mit

$$\left[\frac{1}{F_O} \right]_{\omega=0} = \frac{-1}{V_O} + j0$$

$$\left[\frac{1}{F_O} \right]_{\omega=\infty} = \infty - j\infty$$

und bei PI-Regler und PT_2 -Strecke

$$\frac{1}{F_O} = \frac{\omega^2 T_2^2 + \frac{2dT_2}{T_N} - 1 + j\left(\frac{\omega T_2^2}{T_N} - \frac{1}{\omega T_N} - 2d\omega T_2\right)}{V_O \cdot \left(1 + \frac{1}{\omega^2 T_N^2}\right)}$$

mit

$$\left[\frac{1}{F_O} \right]_{\omega=0} = 0 + j0$$

$$\left[\frac{1}{F_O} \right]_{\omega=\infty} = \infty - j\infty$$

Setzt man jedoch einen I-Regler für die PT_2 -Strecke ein, kann sich ein Schnittpunkt mit $N(\hat{x}_e)$ ergeben.

Es wird dann

$$\frac{1}{F_O} = \frac{1}{V_S} \cdot \left[2d\omega^2 T_2 T_I + j(\omega^3 T_2^2 T_I - \omega T_I) \right]$$

Für die gegebenen Werte erhält man die in Bild 8.34 dargestellte Ortskurve. Mit Gleichung (3.60) läßt sich auch die Ortskurve der Ansprechschwelle zeichnen, es ist mit $\hat{x}_e = 10V$

$$N(\hat{x}_e) = 1 - \frac{2}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{180} \cdot \arcsin \frac{x_t}{10V} + \frac{x_t}{10V} \sqrt{1 - \left(\frac{x_t}{10V} \right)^2} \right)$$

Es zeigt sich, daß bei der Frequenz ω_z der Zeiger von $-1/F_O$ die Ortskurve $N(\hat{x}_e)$ schneidet. Es stellt sich dann im geschlossenen Regelkreis eine Dauerschwingung von $\omega_z = 5\text{Hz}$ ein. Das Stabilitätsgebiet der Ansprechschwelle (Bild 3.52) zeigt jedoch, daß eine Störgröße, die zum Ansteigen von \hat{x}_e führt, eine aufklingende Schwingung hervorruft. Die Regelung wird dann instabil. Dies ergibt sich auch aus dem Nyquist-Kriterium mit Gleichung (5.24), denn es muß $\text{Re } N(\hat{x}_e) < \text{Re} \left[\frac{1}{F_O} \right]_{\omega_z}$ sein.

Erst bei Verstärkung $V_S^* = 0,45$ kommt kein Schnittpunkt der beiden Ortskurven zustande, so daß die Regelung unbegrenzt stabil wird, da Gleichung (5.24) erfüllt ist. Die Taschenrechnerprogramme zu dieser Aufgabe sind in Abschnitt 7.2.3 angegeben.

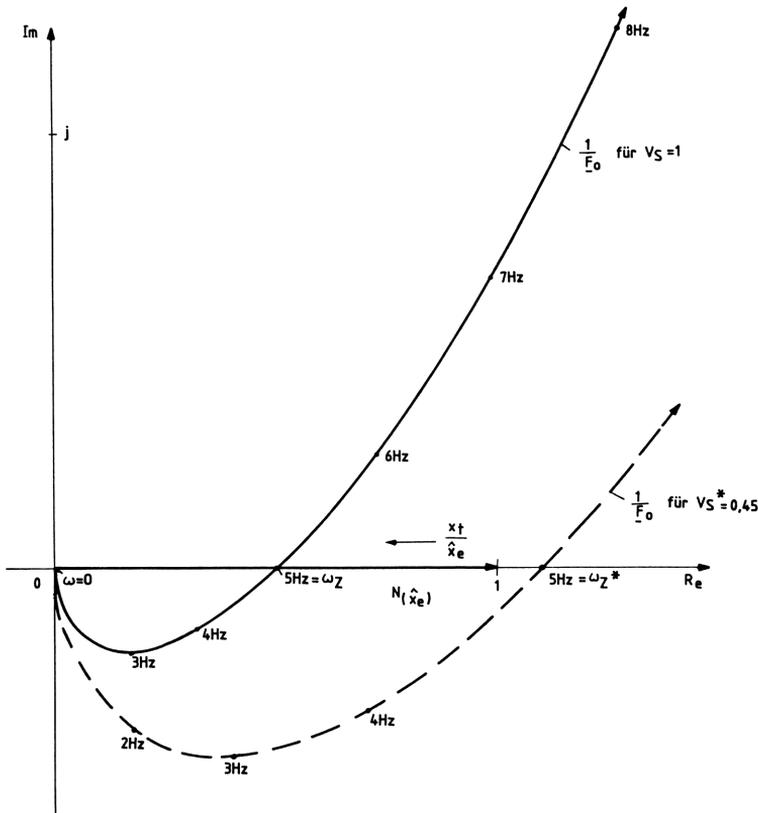


Bild 8.34 Das Zwei-Ortskurven-Verfahren zur optimalen Beurteilung der Stabilität eines Regelkreises aus I-Regler, PT₂-Strecke und Ansprechschwelle

Aufgabe 5.12

Die Ortskurve der nichtlinearen Signalbegrenzung ist mit Gleichung (5.57) darstellbar, nämlich mit $\hat{x}_e = 10V$:

$$N(\hat{x}_e) = \frac{1}{90} \cdot \arcsin \frac{x_s}{10V} + \frac{2 \cdot x_s}{\pi \cdot 10V} \sqrt{1 - \left(\frac{x_s}{10V}\right)^2}$$

Für die Zusammenfassung von PD-Regler und PT₂-I-Strecke erhält man den Gesamtfrequenzgang der negativen inversen Ortskurve

$$\frac{1}{F_O} = \frac{-1}{F_R \cdot F_S} = \frac{\omega T_I (\omega^2 T_2 T_V - \omega T_V + 2d\omega T_2) + j\omega T_I (\omega^2 T_2^2 - 2d\omega^2 T_2 T_V - 1)}{V_O \cdot (1 + \omega^2 T_V^2)}$$

Mit den gegebenen Werten ergeben sich die in Bild 8.35 gezeichneten Ortskurven.

Die Frequenz ω_Z , für die sich bei $V_O = 8$ ein Schnittpunkt mit der Ortskurve des nichtlinearen Gliedes ergibt, folgt aus:

$$\text{Im} \frac{1}{F_O} = 0 = \omega_Z^2 \cdot (T_2^2 - 2dT_2 T_V) - 1$$

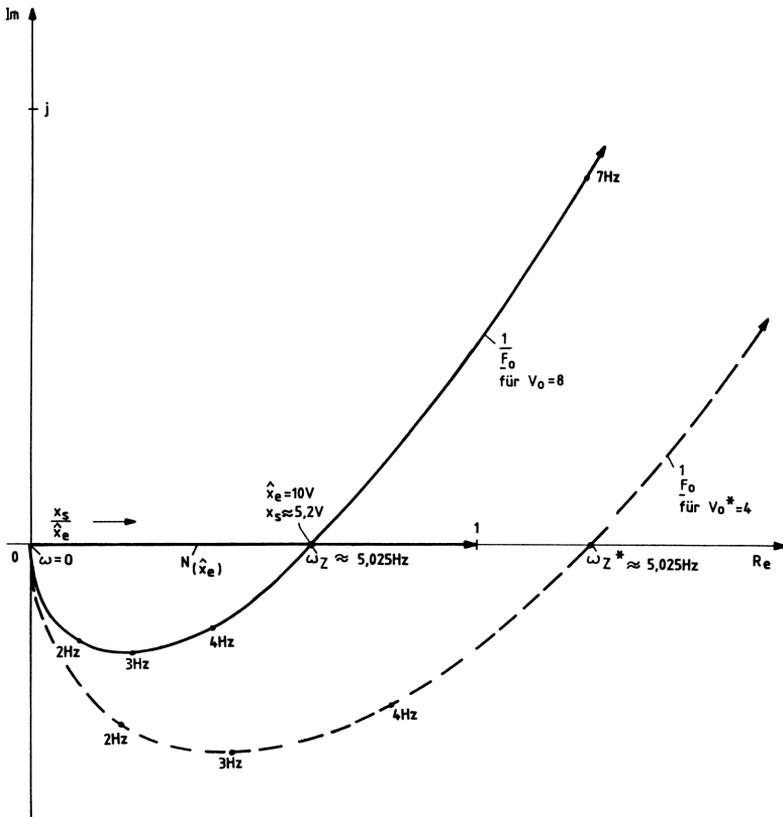


Bild 8.35 Beurteilung der Stabilität einer Regelung aus PD-Regler, PT₂-I-Strecke und Signalbegrenzung mit dem Zwei-Ortskurven-Verfahren

Demnach erhält man für

$$\omega_Z = \sqrt{\frac{1}{T_2^2 - 2dT_2T_V}} \approx 5,025\text{Hz} .$$

Mit dieser Frequenz führt der Regelkreis Dauerschwingungen aus, für die sich bei $\hat{x}_e = 10\text{V}$ der zugehörige Parameter x_s am Schnittpunkt von $1/F_0$ mit $N(\hat{x}_e)$ wie folgt errechnet.

Es muß der Zeiger von $N(\hat{x}_e)$ die gleiche Länge haben wie der von $1/F_0$ (bei ω_Z).

$$\text{Re } N(\hat{x}_e) = \text{Re} \left[\frac{1}{F_0} \right]_{\omega_Z} \approx 0,631 .$$

Daraus folgt eine Gleichung für x_s

$$\frac{1}{90} \cdot \text{ansin} \frac{x_s}{10\text{V}} + \frac{2 \cdot x_s}{\pi \cdot 10\text{V}} \sqrt{1 - \left(\frac{x_s}{10\text{V}}\right)^2} \approx 0,631 .$$

Es wird mit einem Nullstellenprogramm

$$x_s \approx 5,2\text{V} .$$

Nach dem Nyquist-Kriterium befindet sich der Regelkreis wegen

$$\operatorname{Re} N(\hat{x}_e) = \operatorname{Re} \left[\frac{1}{F_O} \right]_{\omega_Z}$$

an der Stabilitätsgrenze mit der Dauerschwingung $\omega_Z \approx 5,025\text{Hz}$ bei $\hat{x}_e = 10\text{V}$ und $x_S \approx 5,2\text{V}$.

Für kleinere Amplituden von \hat{x}_e nimmt $N(\hat{x}_e)$ zu, so daß

$$\operatorname{Re} N(\hat{x}_e) > \operatorname{Re} \left[\frac{1}{F_O} \right]_{\omega_Z}$$

wird; der Regelkreis zeigt dann Instabilität (siehe Gleichung 5.24). Der gleiche Zusammenhang geht auch von der Betrachtung des Stabilitätsgebietes der Signalbegrenzung hervor (Bild 3.50).

Mit $V_O^* = 4$ ergibt sich kein Schnittpunkt mehr und die Regelung ist unbegrenzt stabil.

Aufgabe 5.13

Es ist bei Führungsverhalten

$$\overset{\circ}{F}_W = \frac{\overset{\circ}{X}}{\overset{\circ}{W}} = \frac{\overset{\circ}{F}_R \cdot \overset{\circ}{F}_S}{1 + \overset{\circ}{F}_R \cdot \overset{\circ}{F}_S} \quad .$$

mit $w(t) = C \cdot \delta_O(t)$ bzw. $\overset{\circ}{w} = C$ und $\overset{\circ}{x}_d = \overset{\circ}{w} - \overset{\circ}{x} = C - \overset{\circ}{x}$ folgt:

$$\overset{\circ}{x}_d = C \cdot \left(1 - \frac{\overset{\circ}{F}_R \cdot \overset{\circ}{F}_S}{1 + \overset{\circ}{F}_R \cdot \overset{\circ}{F}_S} \right)$$

$$\overset{\circ}{x}_d = C \left[1 - \frac{V_O \cdot (1 + pT_N)}{pT_N \cdot (1 + pT_1)(1 + pT_2) + V_O(1 + pT_N)} \right]$$

$$\overset{\circ}{x}_d = C \cdot \frac{pT_N \cdot (1 + pT_1)(1 + pT_2)}{pT_N \cdot (1 + pT_1)(1 + pT_2) + V_O(1 + pT_N)} \quad .$$

Daraus erhält man mit Gleichung (5.31) die lineare Regelfläche.

$$I_L = C \cdot \lim_{p \rightarrow 0} \left[0 - \frac{T_N \cdot (1 + pT_1)(1 + pT_2)}{pT_N \cdot (1 + pT_1)(1 + pT_2) + V_O(1 + pT_N)} \right]$$

$$I_L = - \frac{C \cdot T_N}{V_O} = - \frac{C \cdot T_N}{V_R \cdot V_S} \stackrel{!}{=} \text{MIN.}$$

Damit wird das absolute Minimum von I_L für $V_R \rightarrow \infty$ erreicht. Mit Gleichung (5.32) bei $D = 1$ erhält man jedoch für V_R

$$V_R = \frac{1}{V_S} \left(\frac{T_1^2}{4 \cdot T_2^2} - 1 \right)$$

und damit für ein optimiertes I_L :

$$I_{L_{\min}} = \frac{4 \cdot C \cdot T_2^2 T_N}{4T_2^2 - T_1^2} \quad .$$

Aufgabe 5.14

Es ist bei Störverhalten mit $\overset{\circ}{z} = C$

$$\overset{\circ}{F}_z = \frac{\overset{\circ}{x}}{\overset{\circ}{C}} = \frac{1}{1 + \frac{V_S}{pT_I \cdot (1 + pT_1)^2}}$$

$$\overset{\circ}{x} = C \cdot \frac{pT_I + 2p^2T_1T_I + p^3T_1^2T_I}{V_S + pT_I + 2p^2T_1T_I + p^3T_1^2T_I} .$$

Da mit dem Grenzwertsatz Tabelle 2.2 Nr. 5 und $x_d = -\overset{\circ}{x}$

$$x_{d(\infty)} = \lim_{p \rightarrow 0} \overset{\circ}{x}_d = - \lim_{p \rightarrow 0} \overset{\circ}{x} = 0$$

wird die quadratische Regelfläche für $n = 3$ aus Tabelle 5.3

$$I_Q = \frac{C^2 5T_I}{2T_1 \cdot (2T_I - V_S T_1)} \stackrel{!}{=} \text{MIN.}$$

mit

$$a_0 = 0 \quad , \quad b_0 = V_S$$

$$a_1 = b_1 = T_I$$

$$a_2 = b_2 = 2T_1T_I$$

$$a_3 = b_3 = T_1^2 T_I .$$

Die optimale Integrationszeitkonstante des I-Reglers erhält man durch das partielle Differential

$$\frac{\partial I_Q}{\partial T_1} = 0 = T_I^2 - V_S T_1 T_I$$

also

$$T_I = V_S T_1$$

und

$$I_{Q\text{min}} = \frac{2,5}{T_1}$$

Aufgabe 5.15

Es gilt bei Störverhalten mit $z(t) = C(t)$ bzw. $\overset{\circ}{z} = C$

$$\overset{\circ}{F}_z = \frac{\overset{\circ}{x}}{\overset{\circ}{C}} = \frac{1}{1 + \frac{V_O \cdot (1 + pT_N)}{pT_N \cdot (1 + pT_1)^2}}$$

$$\overset{\circ}{x} = C \cdot \frac{pT_N + 2p^2T_1T_N + p^3T_1^2T_N}{V_O + p(T_N + V_O T_N) + 2p^2T_1T_N + p^3T_1^2T_N} .$$

Mit $\overset{\circ}{x}_d = -\overset{\circ}{x}$ und $x_{d(\infty)} = -\lim_{p \rightarrow 0} \overset{\circ}{x} = 0$ folgt aus Tabelle 5.3 für $n = 3$

$$I_Q = C^2 \cdot \frac{4V_O T_1^2 T_N^3 \cdot (1 + V_O) + V_O T_1^2 T_N^3}{2 \cdot V_O \cdot T_1^2 T_N [2T_1 T_N^2 (1 + V_O) - V_O T_1^2 T_N]} \stackrel{!}{=} \text{MIN.}$$

mit

$$a_0 = 0 \quad , \quad b_0 = V_O$$

$$a_1 = T_N \quad ; \quad b_1 = T_N (1 + V_O)$$

$$a_2 = b_2 = 2T_1 T_N$$

$$a_3 = b_3 = T_1^2 T_N$$

und vereinfacht

$$I_Q = \frac{C^2 T_N (5 + 4V_O)}{2 \cdot T_1 \cdot (2T_N + 2V_O \cdot T_N - V_O \cdot T_1)} \stackrel{!}{=} \text{MIN.}$$

dann wird

$$\frac{\partial I_Q}{\partial V_O} = 0 = 4T_1 T_N^2 - 10T_1^2 T_N \quad ,$$

so daß die optimale Nachstellzeit des Reglers lautet:

$$T_N = \frac{5T_1}{2} \quad .$$

Diese in die Gleichung der quadratischen Regelfläche eingesetzt ergibt

$$I_{Q\text{min}} = \frac{12,5 + 10V_O}{T_1 \cdot (10 + 8 \cdot V_O)} = \frac{1,25}{T_1} \quad .$$

Aufgabe 5.16

Es wird

$$\overset{\circ}{F}_O = \frac{V_O \cdot (1 + pT_N)}{pT_N \cdot (1 + pT_1)^3} \quad .$$

Mit dem Angreifen der Störung zwischen Regler und Strecke folgt

$$\overset{\circ}{F}_z = \frac{\overset{\circ}{x}}{\overset{\circ}{z}} = \frac{pV_S T_N}{V_O + pT_N \cdot (1 + V_O) + 3p^2 T_1 T_N + 3p^3 T_1^2 T_N + p^4 T_1^3 T_N} \quad .$$

Da $\overset{\circ}{x}_d = \overset{\circ}{w} - \overset{\circ}{x} = -\overset{\circ}{x}$ und $x_d(\infty) = -\lim_{p \rightarrow 0} \overset{\circ}{x} = 0$ folgt für $z = 0$

$$\overset{\circ}{x}_d = -\overset{\circ}{x} = C \frac{pV_S T_N}{V_O + pT_N \cdot (1 + V_O) + 3p^2 T_1 T_N + 3p^3 T_1^2 T_N + p^4 T_1^3 T_N} \quad .$$

Damit ergibt sich aus Tabelle 5.3 für $n = 4$ die quadratische Regelfläche zu:

$$I_Q = \frac{3C^2 V_S^2 T_N^3}{2} = \frac{1}{9T_1 T_N^3 \cdot (1 + V_O) - 9V_O T_1^2 T_N^2 - T_1 T_N^3 \cdot (1 + V_O)^2}$$

und mit

$$\frac{\partial I_Q}{\partial T_1} = 0$$

erhält man eine gemischt quadratische Gleichung für V_R .

$$V_R = \frac{1}{V_S} \left[\frac{7T_N - 18T_1}{2T_N} \pm \sqrt{\left(\frac{7T_N - 18T_1}{2T_N} \right)^2 + 8} \right] \quad .$$

Stellt man diese Beziehung als Funktion von T_N/T_1 dar, läßt sich ein Maximum von V_R für $T_N = 2,5714 \cdot T_1$ ablesen (Bild 8.36). Dieses Maximum ergibt dann das gesuchte Minimum von I_Q , denn der Wert $V_R \rightarrow \infty$ scheidet bekanntlich aus.

Auf diese Weise kann für die meist festliegenden Parameter V_S und T_1 der Regler optimiert werden.

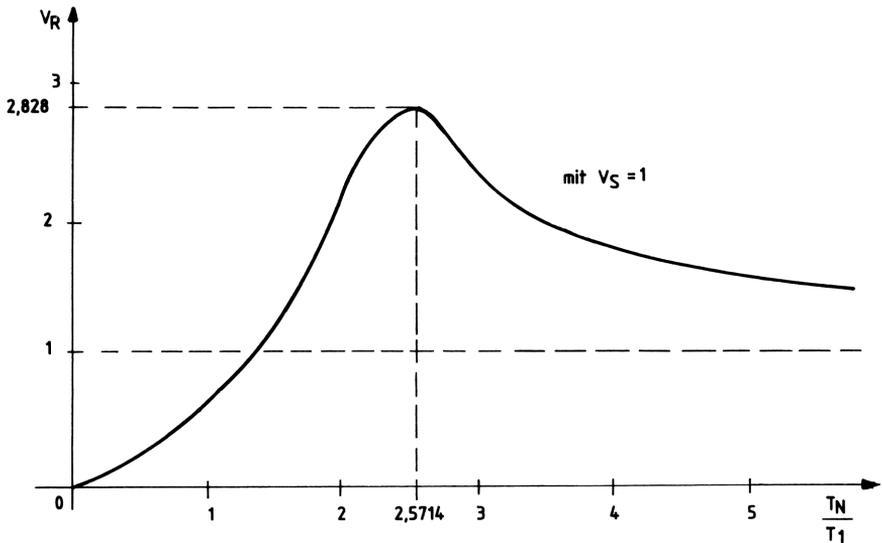


Bild 8.36 Verlauf der Regelverstärkung V_R als Funktion der Nachstellzeit nach Aufgabe 5.16

Aufgabe 5.17

Der Frequenzgang des offenen Regelkreises lautet:

$$\overset{\circ}{F}_O = \frac{V_O \cdot (1 + pT_N)}{pT_N \cdot (1 + pT_1)(1 + pT_2)} \quad .$$

Mit $T_1 \gg T_2$ folgt analog zu Gleichung (5.38)

$$\overset{\circ}{F}_O = \frac{V_O \cdot (1 + pT_N)}{pT_1 T_N (1 + pT_2)} \quad .$$

Daraus folgt bei $\alpha_R = 55^\circ$ eine Nachstellzeit von

$$T_N = m^2 \cdot T_2 = 10,059 \cdot T_2 = 100,59 \text{ ms} \quad .$$

Damit erhält man aus Gleichung (5.40) eine Durchtrittsfrequenz von

$$\omega_D = \frac{1}{\sqrt{T_2 T_N}} = 31,53 \text{ Hz} \quad .$$

Für die Reglerverstärkung folgt dann mit Gleichung (5.41)

$$V_R = \frac{1}{V_S \sqrt{T_2 T_N}} = 19,97 \quad .$$

Das zugehörige Bode-Diagramm (Bild 8.37) zeigt die gute Übereinstimmung zwischen exaktem und genäherten Verlauf von Frequenzgang und Phasenwinkel um den Wert ω_D .

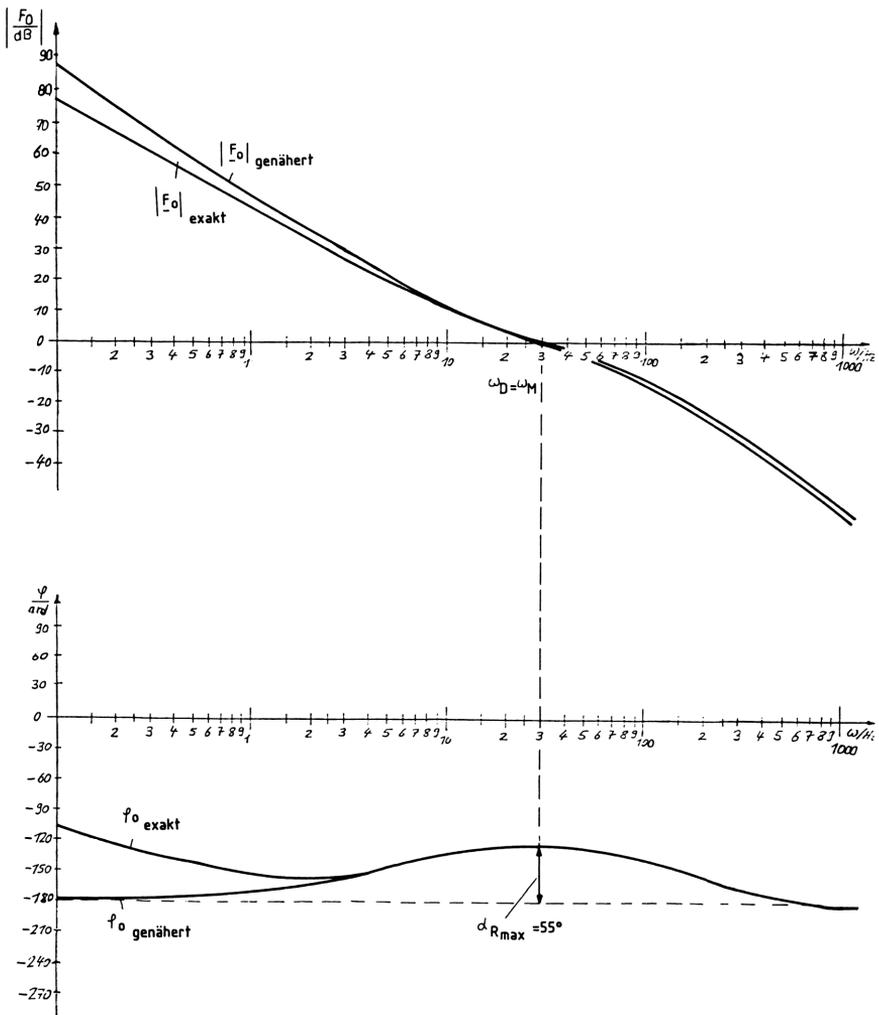


Bild 8.37 Bode-Diagramm einer Regelung aus PI-Regler und zwei PT_1 -Strecken zur Bestimmung der Regler-Parameter nach dem Symmetrischen Optimum

Aufgabe 5.18

Der Frequenzgang des PID-Reglers läßt sich für $T_N > T_V$ in der Form schreiben

$$\overset{0}{F}_R = \frac{V_R \cdot (1 + pT_N)(1 + pT_V)}{pT_N} \quad .$$

Die Strecke hat den Frequenzgang

$$\overset{0}{F}_S = \frac{V_S}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)(1 + pT_3)(1 + pT_4)} \quad .$$

Wählt man

$$T_V = T_2 = 0,1s$$

wird ein PT_1 -Glied durch den Regler kompensiert und es folgt für den Frequenzgang des offenen Regelkreises

$$\overset{\circ}{F}_O = \frac{V_O \cdot (1 + pT_N)}{pT_N \cdot (1 + pT_1)(1 + pT_3)(1 + pT_4)} .$$

Sind $T_3, T_4 \ll T_2 < T_1$, ergibt sich $T_K = T_3 + T_4 = 0,02s$ und schließlich analog zu Gleichung (5.38)

$$\overset{\circ}{F}_O \approx \frac{V_O \cdot (1 + pT_N)}{p^2 T_1 T_N \cdot (1 + pT_K)} .$$

Für $\alpha_R = 60^\circ$ erhält man aus Gleichung (5.43) $m^2 = 14$, so daß $T_N = m^2 T_K = 0,279s$ wird. Damit ist die Bedingung $T_1 > T_N > T_2 = T_V$ erfüllt und es ergibt sich mit Gleichung (5.40)

$$\omega_D \approx \frac{1}{\sqrt{T_K T_N}} \approx 13,397Hz .$$

Daraus ermittelt man mit Gleichung (5.41) die Reglerverstärkung V_R :

$$V_R \approx \frac{T_1}{V_S \sqrt{T_K T_N}} \approx 3,148 .$$

Der Betriebsfrequenzbereich liegt bei dieser Regelung um

$$\omega_B \ll \frac{1}{T_K} = 50Hz .$$

Für das Übertragungsverhalten bei sprunghafter Führungsgröße zeigt sich, daß mit zunehmender Verstärkung V_R die Durchtrittsfrequenz ω_D ansteigt, dies jedoch bei reduzierter Phasenreserve α_R .

Eine verkleinerte Nachstellzeit im Bereich $T_1 > T_N > T_2 = T_V$ bringt kaum eine Änderung von ω_D und nur eine unkritische Änderung von α_R mit sich. Im Interesse einer schnellen Reaktion auf Störgrößen ist eine reduzierte Nachstellzeit aber sicherlich vorteilhaft.

Aus der Gleichung des vereinfachten Frequenzgangs $\overset{\circ}{F}_O$ erhält man bei Führungsverhalten:

$$\underline{F}_w = \frac{x}{w} = \frac{\overset{\circ}{F}_O}{1 + \overset{\circ}{F}_O} = \frac{V_O \cdot (1 + j\omega T_N)}{V_O - \omega^2 T_1 T_N + j\omega T_N \cdot (V_O - \omega^2 T_1 T_K)} .$$

Stellt man den Betrag dieser Gleichung als Funktion von ω dar, läßt sich zeigen, daß für $\omega < \omega_D$ die Regelgröße überschwingt (Bild 8.38). Bei Frequenzen größer als ω_D wird der vorgegebene Sollwert nicht mehr erreicht. Außerdem entspricht die Durchtrittsfrequenz des geschlossenen der des offenen Regelkreises ($\omega_D = 13,397Hz$).

Es ist

$$|\underline{F}_w| = V_O \cdot \sqrt{\frac{1 + \omega^2 T_N^2}{(V_O - \omega^2 T_1 T_N)^2 + \omega^2 T_N^2 \cdot (V_O - \omega^2 T_1 T_K)^2}} .$$

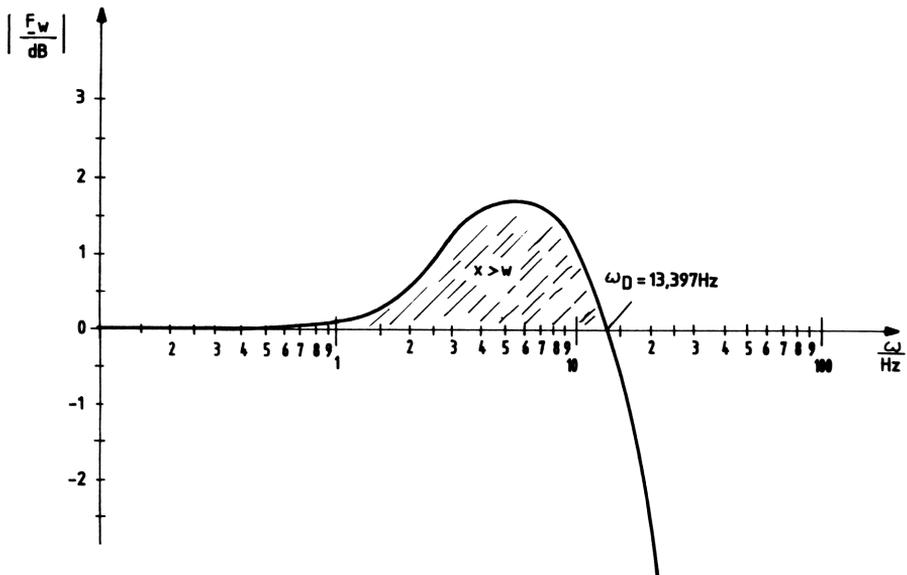


Bild 8.38 Frequenzgangbetrag des Führungsverhaltens einer Regelung aus PID-Regler und PT_4 -Strecke für bestimmte Parameter

Aufgabe 5.19

Der Frequenzgang des offenen Regelkreises ist:

$$\frac{O}{F_O} = V_O \cdot \frac{1 + pT_N}{pT_N \cdot (1 + pT_1) \cdot (1 + pT_2)}$$

Dieser ist nicht mit dem von Gleichung (5.38) identisch, trotzdem läßt sich α_{Rmax} berechnen. Der Phasenwinkel dieser Regelung ist

$$\varphi_O = -\arctan \frac{1}{\omega T_N} - \arctan \omega T_1 - \arctan \omega T_2$$

setzt man deren Ableitung Null, ergibt sich die Frequenz ω_M , bei der die Phasenreserve ein Maximum hat.

$$\frac{\partial \varphi_O}{\partial \omega} = 0 = \frac{\omega_M^4 T_N^3}{1 + \omega_M^2 T_N^2} - \frac{T_1}{1 + \omega_M^2 T_1^2} - \frac{T_2}{1 + \omega_M^2 T_2^2}$$

Mit dem Taschenrechner läßt sich unter Verwendung eines Nullstellenprogramms ω_M angeben, hier:

$$\omega_M = 2,824 \text{ Hz}$$

Dann wird mit $\omega_M = \omega_D$

$$|F_O| \stackrel{!}{=} 1 = \frac{V_O}{\omega_D T_N} \sqrt{\frac{1 + \omega_D^2 T_N^2}{(1 + \omega_D^2 T_1^2)(1 + \omega_D^2 T_2^2)}}$$

$\downarrow = 1,028$

und schließlich

$$V_R = \frac{\omega_M \cdot T_N}{V_S \cdot 1,028} = 2,746 \quad .$$

Setzt man ω_M in die Gleichung für φ_O ein, wird

$$\alpha_{Rmax} = \varphi_O(\omega_M) + 180^\circ = 96,12^\circ \quad .$$

Für $T_1 = 1s$ lassen sich sofort mit Gleichung (5.40) und (5.41) die Durchtrittsfrequenz und die Reglerverstärkung angeben. Dies, weil nun

$T_1 = 1s \gg T_2 = 50ms$ ist und folglich Gleichung (5.38) mit F_O der Aufgabenstellung identisch ist.

Es wird dann

$$\omega_M = \omega_D = \frac{1}{\sqrt{T_2 T_N}} = 14,142Hz$$

und

$$V_R = \frac{T_1}{V_S \sqrt{T_2 T_N}} = 141,42 \quad .$$

Die Phasenreserve hat dann ihr Maximum bei ω_M und ist:

$$\alpha_{Rmax} = \varphi_O(\omega_M) + 180^\circ = \arctan \omega_M T_N - \arctan \omega_M T_2^2$$

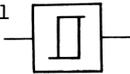
$$\alpha_{Rmax} = 19,47^\circ \quad .$$

9. Anhang

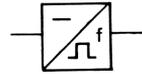
9.1 Schaltzeichen für Übersichtsschaltpläne

Nach DIN 40 700 Teil 14 sind die Schaltzeichen digitaler Funktionen genormt. Die in diesem Buch erwähnten Digitalfunktionen bzw. -Schaltkreise sind im Folgenden erklärt.

Schmitt-Trigger mit
binärem Ausgangssignal



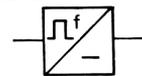
Spannung-Frequenz-Wandler
($\underline{U}/\underline{f}$ -Wandler)



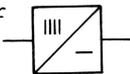
Analog-Digital-Wandler
(A/D-Wandler)



Frequenz-Spannung-Wandler
($\underline{f}/\underline{U}$ -Wandler)

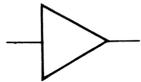


Digital-Analog-Wandler
(D/A-Wandler)

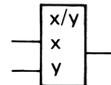


Angelehnt an diese Norm werden in diesem Buch folgende analogen und digitalen Schaltzeichen verwendet.

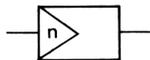
Verstärker
(allgemein)



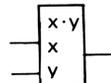
Multiplizierer



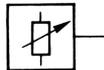
Regler
(hier Drehzahlregler)



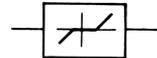
Dividierer



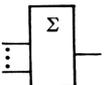
Potentiometer



Ansprechschwelle



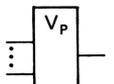
Summationsverstärker



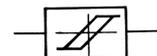
Signalbegrenzung

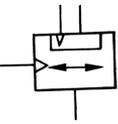
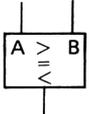
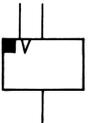
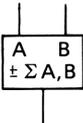
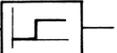


Verstärker mit der
Verstärkung V_p



Hysterese



Verstärker mit der Verstärkung $V_p = 1$		P-Verhalten	
I-Verhalten		Digitalzähler für Vorwärts- und Rückwärtszählrichtung	
PI-Verhalten		Vergleicher	
PT ₁ -Verhalten		Speicher	
PT ₂ -Verhalten		Addierer und/oder Subtrahierer	
PT _t -Verhalten			

9.2 Formelzeichen und Abkürzungen

a	allgemeine reelle Zahl bzw. Koeffizient	F	Kraft
A	Fläche	F _b	Beschleunigungskraft
A _R	Amplitudenrand	F _(p) , F ^o	Frequenzgang als Bildfunktion
A/D	Analog-Digital	F _R , F _S	Frequenzgang von Regler bzw. Strecke
b	Beschleunigung	F _o	Frequenzgang des Regelkreises
B	Magnetische Flußdichte	f/U	Frequenz-Spannung
C	Kapazität	h	Banddicke
C ₁ , C ₂	Konstante elektrischer Maschinen	i, I	Strom
C _f	Federkonstante	i [^]	Scheitelwert des Stromes
dB	Dezibell	I _a	Ausgangsstrom
dt	Differenzial	I _A	Ankerstrom
D, d	Durchmesser bzw. Dämpfungsziffer	I _e	Eingangsstrom
D/A	Digital-Analog	I _E	Feldstrom
e	Naturkonstante	I _D	Diodenstrom
E	Quellenspannung bei elektrischen Maschinen	I _m	Imaginärteil
f, f _e	Frequenz bzw. Eingangsfrequenz	I _r	Gegenkopplungsstrom
		j	imaginäre Einheit

J	Trägheitsmoment	U/f	Spannung-Frequenz
k, K	Konstante	U _{Off}	Offsetspannung
l	Leiterlänge	U _{Sch}	Schaltspannung
L, L _A	Induktivität	U _{Ref}	Referenzspannung
Lg, Ln	dekadischer und natürlicher Logarithmus	U _S , U _B	Speisespannung
Lim	Grenzwert	U _{St}	Steuerspannung
M _b	Beschleunigungsmoment	v	Geschwindigkeit
M _M , M _L	Rotormoment bzw. Lastmoment	V _D	Differenzverstärkung
n, n _o	Drehzahl bzw. Leerlaufdrehzahl	V _P	Proportional
N	Windungszahl	V _R , V _S	Regler- bzw. Streckenverstärkung
N _(x_e)	Beschreibungsfunktion	V _O	Regelkreisverstärkung
OP	Operationsverstärker	V _{OKr}	Kritische Regelkreisverstärkung
p	Laplace-Operator bzw. Druck	w	Sollwert oder Führungsgröße
P _i	Pole eines Polynoms	W	Arbeit
P _V	Verlustleistung	x	Istwert oder Regelgröße bzw. allg. Rechengröße
Q	Durchfluß bzw. Ladung	x _e , x _a	Ein- bzw. Ausgangsgröße
r	Reibungswiderstand	X _C	Kapazitiver Blindwiderstand
R, R _A	Ohmscher Widerstand	X _L	induktiver Blindwiderstand
R _a	Ausgangswiderstand	Y	allg. Rechengröße bzw. Stellgröße
R _e	Eingangswiderstand	<u>Z</u> , <u>Z</u>	komplexe bzw. konjugiert komplexe Zahl
Re	Realteil	Z _a	Zählerstand
R _r	Gegenkopplungswiderstand		
s	Weg		
Sp, Sn	Zahl der positiven		
Sn	Bandlänge		
S _B	Bremslänge		
t	Zeit		
T	Zeitkonstante		
T _N	Nachstellzeit		
T _V	Vorhaltzeit		
u, U	Spannung		
\hat{u}	Scheitelwert der Spannung u		
Ö _u	Bildfunktion der Spannung u		
U _e , U _a	Ein- bzw. Ausgangsspannung		
U _C	Kondensatorspannung		
U _D	Durchlaßspannung bzw. Differenz-Eingangsspannung		
U _{Diα}	Steuergleichspannung		

α	Laplace-Konstante bzw. Steuerwinkel	
α_R	Phasenreserve oder Phasen- rand	
β	Laplace-Konstante	
γ	Löschwinkel	
$\delta_0(t)$	Einheitssprungfunktion	
η	Wirkungsgrad	
ϑ	Temperatur	
μ	Permeabilität	
π	Naturkonstante	
Π	Multiplikationszeichen	
σ	reelle Zahl	
Σ	Summenzeichen	
φ, φ_0	Winkel bzw. Phasenwinkel	
\emptyset	Magnetischer Fluß	
ω	Kreisfrequenz	
ω_D	Durchtrittsfrequenz	
ω_e	Eigenkreisfrequenz	
ω_N, ω_V	Eckfrequenzen	
ω_0	Resonanzfrequenz	
ω_z	Resonanzfrequenz bei $\varphi_0 = -180^\circ$	
sin	Sinus	} Winkel- funk- tionen
sh	Sinus-Hyperbolicus	
cos	Cosinus	
ch	Cosinus-Hyper- bolicus	
tan	Tangens	
arctan	Arkustangens	

10. Literaturverzeichnis

- (1) Kolb, F.; Künzel, O.: Regelungstechnik - Teil 1 Grundlagen
H. Schroedel, 1977, S.34...40 und S.42...43
- (2) Orłowski, P.: Anlogschaltungen der Meß- und Regeltechnik
Vogel, 1982
- (3) Bronstein, I.; Semendjajew, K.: Taschenbuch der Mathematik
H. Deutsch, 1971, S.277 und S.473, S.385...392
- (4) Heumann, K.; Stumpe, A.C.: Thyristoren-Eigenschaften und
Anwendung
B.G. Teubner, 1970, S.84...100
- (5) Gerthesen, Ch.; Kneser, H.O.; Vogel, H.: Physik-Lehrbuch
zum Gebrauch neben Vorlesungen 12. Auflage
Springer, Berlin 1974, S.20, 21, 125, 145, 148, 164
- (6) Siemens AG: Handbuch der Elektrotechnik
Siemens, Erlangen 1971, S.222, 223
- (7) Bartsch, H.J.: Mathematische Formeln
Buch- Zeit-Verlagsgesellschaft, Köln 1969, S.395
- (8) Ince, E.L.: Die Integration gewöhnlicher Differentialgleichungen
Hochschultaschenbücher. BI 67, 1956, S.120
- (9) Doetsch, G.: Anleitung zum praktischen Gebrauch der Laplace-
Transformation und Z-Transformation.
R. Oldenbourg, 1967, S.11
- (10) Mangoldt, H.V.; Knopp, K.: Einführung in die Höhere Mathematik
S. Hirzel, 13.Aufl., 1967, S.503
- (11) Heaviside, O.: Electromagnetic Theory. Bd.3. London 1912
- (12) Carson, J.R.: Elektrische Ausgleichsvorgänge und Operatoren-
rechnung.
New York 1953
- (13) Wagner, K.W.: Operatorenrechnung und Laplacesche Transforma-
tion.
J.A. Barth, 3.Aufl. Leipzig 1962
- (14) Orłowski, P.: Digitale Schaltungen mit CMOS-Schaltkreisen.
VDI, 1979
- (15) EMG, Wendener Hütte: Datenblatt Elektrohydraulische Servo-
ventile.
SV 1 -10, SV2 -25, 1981
- (16) Oppelt, W.: Kleines Handbuch technischer Regelvorgänge.
Verlag Chemie, 1972

-
- (17) Föllinger, O.: Nichtlineare Regelungen I.
R. Oldenbourg, 1978
- (18) Chien, K.L.; Hrones, J.A.; Reswick, J.B.: On the Automatic Control of Generalized Passive Systems.
Trans. ASME 74. 1952. S.185...185
- (19) Ziegler, J.G.; Nichols, N.B.: Optimum Settings for Automatic Controllers.
Trans. ASME 64, 1952, S.759
- (20) Siemens: Technische Regelstreckenglieder bei Gleichstromantrieben.
Siemens-Verlag, 1971, S.27...29
- (21) Arend, H.O.: Mikroprozessorgesteuerte Regelung für multivalente Heizungsanlagen.
BMFT-Forschungsbericht T 81-076, 1981
- (22) Elektrohydraulische Servoventile Reihe HV und HVM:
J. Schneider & Co., Bad Kreuznach, A 67. Feinwerktechnik
- (23) Oberhaus, E.R.: Simulation Kontinuierlicher Systeme in Walzwerken.
BBC-Nachrichten, 1975, H.11, S.573...583
- (24) Preßler, G.: Regelungstechnik.
BI-Wissenschaftsverlag, 1967
- (25) Jahn, H.: Elektrische Meßgeräte und Meßverfahren.
Springer, 1965, S.292...293
- (26) Unbehauen, H.: Regelungstechnik I, Klassische Verfahren zur Analyse und Synthese linearer kontinuierlicher Regelsysteme.
F. Vieweg, 1982
- (27) CHIP Spezial: Taschenrechner. Vogel, 1982
- (28) Wiegele, B.: Rechnerunterstützte Ausbildung ein Konzept zum Lehren und Lernen des Problemlösens in der Regelungstechnik.
Dissertation, Technische Universität München, 1980
- (29) PIC (Programm Information Center): Programmliste Fachgruppe für Automatik der ETH Zürich
- (30) Höfler, A.B.: RASP-G ein FORTRAN-Programmpaket zur graphischen Systemdarstellung.
Lehrstuhl für Meß- und Regelungstechnik der Ruhr-Universität Bochum, 1977
- (31) Oesterheld, G.; Kubbat, W.: Entwurf von Regelungssystemen mit Hilfe von Computer Aided Design und ihre Anwendung.
MBB-Bericht Nr. GD-8-74 (ö), 1974
- (32) Isermann, R.; Kneppo, P.: Rechnergestützter Entwurf von Regelungstechnik, Nr. 6, 1976, S.189...196
- (33) Von den Boom, A.J.W.; Lemmens, W.J.M.: SATER An Interactive Program Package für Education and Research in Parameter Estimation-, Control- and Signal Analyses Technique.
IFAC Symp. Trends in Automatic Control Education, Barcelona, 1977

- (34) Volz, R.A.: COINGRAD-Control Oriented Interactive Graphical Analyses and Design. IEEE Transactions on Education, Vol. E-17, No.3, 1974, S.143...152
- (35) Nyquist, H.: Regeneration Theory. Bell Syst.Techn.J. 11, 1932, S.126...147
- (36) Kümmel, F.: Elektrische Antriebstechnik. Springer, 1971, S.307...450
- (37) Hoffmann, G.: Drehzahlregelung. Vogel 1979, S.58...61
- (38) Newton, G.C.; Gould, L.A.; Kaiser, J.F.: Analytical Design of linear Feedback Control. John Wiley & Sons, New York, 1957
- (39) Kessler, C.: Über die Vorausberechnung optimal abgestimmter Regelkreise. RT 2, 1954, S.274...281; RT 3, 1955, S.16...22 sowie Das symmetrische Optimum: RT 6, 1958, S.395...400 und S.432...436
- (40) Leonhard, W.: Einführung in die Regelungstechnik. Vieweg, 1981, S.193...220
- (41) Reuter, M.: Regelungstechnik für Ingenieure. Vieweg, 1981, 3.Auflage
- (42) Hoffmann, G.: Drehzahlregelung. Kamprath-Reihe Vogel, 1979, S.57...59 und S.84...103
- (43) Ragazzini, J.; Franklin, G.: Sampled-data Control Systems. McGraw-Hill, New York, 1958
- (44) Föllinger, O.: Lineare Abtastsysteme. R. Oldenbourg, 1982, 2.Auflage, S.330...353
- (45) Kobitzsch, W.: Mikroprozessoren, Teil 1, 2.Auflage 1981 und Teil 2, 2.Auflage 1983, R. Oldenbourg
- (46) Richard, B.: Datenverarbeitung mit Mikroprozessoren, Teil 1 und 2. Carl Hauser, 1981
- (47) Bender, K.; Heinzl, W.; Jacob, H.; Motsch, W.; Weber, W.: Mikrorechner, Struktur und Programmierung. VDI, 1977
- (48) Schütze, H.: Entwurf diskreter Regler auf Mikroprozessoren mit kurzer Wortlänge. Forschungsauftrag Ha624/12 der Deutschen Forschungsgemeinschaft, 1977
- (49) BUDERUS: Handbuch für Heizungs- und Klimatechnik. VDI, 1975, 32. Auflage, S.572...585
- (50) Boksenbom, A.S.; Hood, R.: General Algebraic Method to control Analysis of Complex Engine Types. NACA Report 980, 1950, Washington.

-
- (51) Schwarz, H.: Mehrfachregelungen, Band 1.
Springer, 1967
- (52) Schwarz, H.: Vorschläge zur Elimination von Kopplungen in Mehrfachregelkreisen.
Regelungstechnik, 1961, S.454...459 und S.505...510
- (53) Ackermann, J.: Abtastregelungen, Band I und II, 2.Auflage.
Springer, 1983
- (54) Harms, G.: Linearverstärker, Funktion und Anwendung.
Sonderdrucke, Vogel 1978, S.81 - 82
- (55) Reiner, A.; Wiegand, R.: Überblick über Algorithmen zur digitalen Regelung.
rt 6, 1976, S.181...188
- (56) Schörner, J.: Regelung von Drehstromaufzuganlagen mit Drehstromsteller.
rt 4, 1980, S.110...116
- (57) Lehmann, H.; Miteenzwei, K.: Moderne Ausrüstung für Gleichstrom-Schachtförderantriebe.
BBC-Nachrichten, H.11, 1977, S.477...484
- (58) Rogall, R.: Asynchronmaschinen in der Antriebstechnik.
BBC-Nachrichten, H.7, 1981, S.227...236
- (59) De Haas, M.: Drehzahlvariable Antriebe mit Asynchronmotoren.
Sonderdruck "Elektro-Jahr 1977", Vogel-Verlag, S.29...32
- (60) BBC-Mannheim: Geregelt Drehstromantriebe Bauart VERIVERT.
Druckschrift-Nr. D IA 60484 D.
- (61) Fischer, R.: Elektrische Maschinen.
Hanser, 1979, S.223...226
- (62) Kuhn, W.; Moll, K.: Umrichter nach dem Unterschwingungsverfahren für industrielle Antriebe.
BBC-Nachrichten, H.11, 1983, S.375...384
- (63) Hügler, K.; Orłowski, P.: Antriebsregelungen und Automatisierung einer zweigerüstigen Dressierstraße.
BBC-Nachrichten, H.5, 1980, S.159...167
- (64) Schoele, B.: Kaltwalzwerke.
Elitera, 1975, S.19...32
- (65) Lappe, R.: Thyristor-Stromrichter für Antriebsregelungen.
VEB, 1970, S.276...297
- (66) Troebs, G.: Banddicken-Regeleinrichtungen für Kaltwalzwerke und ihre Fortentwicklung.
BBC-Nachrichten, H.1, 1976, S.38...44
- (67) Schönert, D.; Thome, H.J.: Hydraulische Walzenanstellung und Banddickenregelung in Kaltwalzwerken. Sonderdruck aus Stahl und Eisen, H.5, 1974.
BBC-Druckschrift-Bestell-Nr. D GJA 40217 D

- (68) SEH, Sundwiger Eisenhütte: Die Berechnung von Walzkraft und Walzleistung beim Kaltwalzen von Bändern und Blechen. Hemer Sundwig, 1962, 2.Aufg.
- (69) Porter, W.A.: Diagonalization and inverses for nonlinear systems. Int.J.Control 11, 1970, pp.67...76
- (70) Freund, E.: Decoupling and pole assignment in nonlinear systems. Electronics, Letters 9, 1973, pp.373...374
- (71) Freund, E.; Früchtenicht, H.W.; Hoyer, H.; Syrbe, M.: Realisierungskonzeption für einen fortgeschrittenen Industrieroboter mit direkter, digitaler Regelung und Steuerung. Poc. of the 8th International Symposium on Industrial Robots, Böblingen 1978, S.640...659
- (72) Leonhard, W.: Elektrische Regelantriebe für den Maschinenbau. VDI-Z 123, 1981, Nr.10, S.423...424
- (73) Pieper, D.L.: The kinematics of manipulators under computer control. PhD dissertation, Stanford University 1968
- (74) Paul, R.: Medelling trajectory calculation and servoing of a computer controlled arm. PhD dissertation, Stanford University 1972
- (75) Freund, E.: Eine schnelle nichtlineare Regelung für Handhabungssysteme. IITB-Mitteilungen, 1977, S.41...47
- (76) Schütze, H.: Entwurf eines grenzyykelfrei arbeitenden Mikroprozessorreglers mit kurzer Wortlänge. rt 28, 1980, H.5, S.157...163
- (77) Raab, H.H.: Handbuch Industrieroboter, Bauweise, Programmierung, Anwendung, Wirtschaftlichkeit. Vieweg, 1981
- (78) Berbner, W.: Das System BBC-Procontic M für den Einsatz in Lagerregelkreisen. BBC-Nachrichten, 1981, H.9, S.313...323
- (79) BBC-Mannheim: procontic m-programmierbares Meßwertverarbeitungssystem, Systembeschreibung. Druckschrift-Bestell-Nr. GMI 4 90 0824
- (80) Blaschke, F.: Das Verfahren der Feldorientierung zur Regelung der Drehfeldmaschine. Dissertation, TU Braunschweig, 1974
- (81) Gabriel, R.; Leonhard, W.; Nordby, C.: Regelung der stromrichter gespeisten Asynchronmaschine mit einem Mikrorechner. rt 27, 1979, H.12, S.379...386
- (82) Waldmann, H.: Koordinatentransformation bei der Mehrgrößenregelung von Wechsel- und Drehstromsystemen. Dissertation, TU Braunschweig, 1978

-
- (83) Orlowski, P.: Elektrische Ausrüstung und Regelung von Bund-optimierungslinien.
BBC-Nachrichten, 1979, H.8, S.267...273
- (84) Stof, P.: Lageregelung - Lageregelkreis - Grundlagen.
In "Die Lageregelung an Werkzeugmaschinen".
Hrsg. von Prof. Dr.-Ing. G. Stute, Stuttgart, ISW Selbst-
verlag, 1975
- (85) Kienzle, O.: Die Bestimmung von Kräften und Leistungen an
spanenden Werkzeugen und Werkzeugmaschinen.
VDI-Z. 94, 1952, Nr.11/12, S.299...305
- (86) Pritschow, G.: Ein Beitrag zur technologischen Grenzrege-
lung bei der Drehbearbeitung.
Dissertation, Technische Universität Berlin, 1972
- (87) Kappen, N.: Entwicklung und Einsatz einer direkten digita-
len Grenzregelung für eine Fräsmaschine mit CNC.
Dissertation, Universität Stuttgart, 1979
- (88) Orlowski, P.: BASIC-Programme für Ortskurven-Darstellung
und Bode-Diagramm nach dem Nyquist-Kriterium (Dokumenta-
tion und Disketten für verschiedene Rechner-Typen erhält-
lich).
Fachbereich MF, Fachhochschule Gießen, Wiesenstr. 14,
Gießen, 1984
- (89) Martin, P.: Mathematische Verfahren der Regelungstechnik,
Numerische Verfahren gezeigt mit dem HP 41.
Oldenbourg, München, 1984

Weiterführende und ergänzende Literatur

- (90) Leonhard, W.; Schneider, E.: Aufgabensammlung der Rege-
lungstechnik.
Vieweg, 1983
- (91) Ebel, T.: Beispiele und Aufgaben zur Regelungstechnik.
Teubner Studienskripten, 1974
- (92) Kümmel, F.: Elektrische Antriebstechnik - Aufgaben,
Lösungen. Springer, 1979
- (93) Fischer, R.: Elektrische Antriebe.
Hanser, 1979.
- (94) Barth, H.R.: Arbeitsbuch der Regelungstechnik.
Hanser, 1974
- (95) Stute, G.: Regelung an Werkzeugmaschinen.
Hanser, 1981
- (96) Arbeitskreis der Dozenten für Regelungstechnik:
Regelungstechnik in der Versorgungstechnik
C.F. Müller, 1983

11. Stichwortverzeichnis

- Abbremsautomatik 345
Abhaspel 291
Abtastregelungen 242, 245
Abtastzeit 242, 244, 247, 316, 327
Aeroplaning 313, 343
Allpaß 249
Amplitudenrand (-reserve) 179, 184, 187, 209, 439
Ankerkreisgleichung 236, 419
Ankerkreisverstärkung 28
Ankerstromsollwert 295
Anregelzeit 220
Ansprechschwelle 39, 126, 212, 218, 406, 451
Asymptoten 88, 94, 98, 102, 108, 115
Asynchronmotor 154, 284, 323
Aufhaspel 291
Ausgangsgröße 19, 119
Ausregelzeit 220, 241
Anschlagverfahren 163
Automatiken 335
Automatisierung 318
- Bahnregelung 321
Bahnsteuerung 331
Bandbreite 292
Banddehnung 301
Banddickenmessung 117
Banddickenregelung 306
Bandgeschwindigkeit 292, 301
Bandlänge 345
Bandzugsollwert 292, 313
BASIC-Programm 349, 364
Belastung 278
- Bergbau-Schachtförderanlage 274
Beschleunigungsmoment 294, 419
Beschreibungsfunktion 124, 126, 127, 129, 130, 132, 133, 134
Biegung 313
Bildschirm 360
-Darstellung 363, 364, 377
Blockschaltbild 16, 29, 253, 256, 260, 264, 267, 277, 290, 299, 304, 310, 317, 322, 334, 341, 415, 434
Bode-Diagramm 177, 183, 281, 282, 364, 394, 435, 436, 437, 438, 458
BODE-Programm 365
BODE-SY 403
Brenner 252
Bremsbefehl 347
Bremsweg 345
Bunddurchmesser 292, 342
- CNC-Technik 331
CMOS-Technik 341
- D-Glied 84
Dämpfung 44, 48, 106, 109, 223
Differentialgleichungen 42
Differenzverstärkung 32, 139
Digitalzähler 84
Direktumrichter 285, 288
Drehspulmeßwerk 46
Drehstrombrückenschaltung 37, 118, 151
Drehstromsteller 154
Drehstromsystem 325

- Dressierstraße 291
 Drehzahlregelung (-regelkreis)
 27, 239, 283, 289, 298
 Dreipunktverhalten 132
 Druckmeßdose 46
 Druckspeicher 102, 271
 Durchfluß 11, 13
 Durchmesserrechner 342
 Durchtrittsfrequenz 179, 183,
 186, 206, 237, 254, 263,
 281, 289, 305, 311, 363,
 376, 439, 459
 Dynamisches Verhalten 41
- Einganggröße 19, 119
 Einheitssprungfunktion 45
 Einstellwerte 140, 141
 Elastizitätsmodul 301
 Energiespeicher 41, 101, 105,
 113, 275
 Entwicklungssatz von Heaviside
 60
 Eulersche Gleichung 51
- Fahrkurvenrechner 159, 162,
 335
 Faltungssatz 62, 429
 Feder, gedämpfte 44, 46, 103
 Fehlerkorrektur 26
 Fluß-Diagramm 360
 Flußmessung 326
 Förderkorb 110, 276
 Fourier-Zerlegung 39
 -Koeffizienten 124
 Fräsmaschine 331
 Fräsprozeß 333
 Freiheitsgrade 319
 Frequenzgang 71, 177, 289,
 311, 426
 -Betrag 77, 80, 288, 305,
 460
 Führungsgröße 16
- Führungsverhalten 21, 192, 215,
 220
 Füllstandsregelung 16
 Gaußsche Zahlenebene 50
 Geschwindigkeitsregelung 276,
 301
 Gleichdimensionelle Laplace-
 Transformation 53, 420
 Gleichstrommotor (-Maschine) 27,
 37, 103, 118, 274
 Glühofen 253
 Gütekriterien 221
- Halteglied 247
 Haspelregelung 295
 Heißleiter 253
 Heizkurven 257
 Hochlauffrequenz 340
 Hochlaufzeit 236, 292, 336
 Hookesches Gesetz 291
 HP 41CV 378
 Hydraulik-Zylinder 83, 111
 Hysterese 129, 133, 213, 217,
 409
- I-Glied 80
 I-Strecken 143
 Impulsgeber 314
 Industrieroboter 188, 319
 Istwert 13
 ITAE-Kriterium 224
- Kaskadenregelung 234, 255, 301
 Kennkreisfrequenz 106, 332
 Kennwerte 41, 42
 Kippmoment 285
 Kirchhoffscher Satz 34, 42
 Kompensationsverfahren 163
 Komplexe Zahl 50
 Konjugiert komplexe Zahl 50
 Kontinuierliche Regelungen 252

- Konzentrationsregelung 259
 Koordinaten-Transformation 321
 Korrekturfrequenzgänge 265
 Korrespondenztabelle komplexer
 Funktionen 52
 -der Gleichdimensionellen
 Laplace-Transformation 64
 Kurzschlußläufermotor 324

 Längung 301, 314
 Längungsregler (-regelung)
 316, 328
 Läuferdrehzahl 283
 Läuferverluste 285
 Laplace-Integral 34
 -Operator 57
 Lastmoment 28, 294
 Lastverhalten 281
 Leerlaufdrehzahl 300
 Leerlaufkennlinie 35
 Leerlaufpendeln 38
 Leistungstreiber 270
 Linearisierung 35, 123
 Lösungen 415

 Magnetventil 16, 155, 266
 Massenkonstanz 291
 Matrizenrechnung 262
 Mechanik 102, 109, 117
 Meßfühler 253
 Meßtechnik 103
 Meßwertgeber 163
 Mikrorechner 246, 323
 Mischer 257
 Mischvorgang 259, 262
 Momenten-Kennlinie 285
 Momentenlose 120
 Momentenregler 326
 Motorleistung 300
 Motorwelle 294
 MS-BASIC 349
 Multiplexer 245

 Nachstellzeit 88, 229, 457
 Nennleistung 285
 Niveauregelung 267
 Nyquist-Kriterium 191, 195, 201,
 349, 379
 NYQUIST-Programm 350

 Ölbrenner 254
 Offsetspannung 30, 33
 Operationsverstärker 32, 79, 83,
 100, 112, 337
 OPT 1; OPT 2 386
 Optimierung 219, 386
 Ortskurve (n) 72, 192, 197, 198,
 202, 209, 214, 273, 360, 440,
 443, 445, 446, 449, 450, 452,
 453
 Oszillogramm (e) 217, 241, 432

 P-Glied 73
 PD-Glied 93
 PI-Glied 87
 PID-Glied 96
 P-Strecken 142
 PT₁-Strecke (n) 142, 184, 189,
 213
 PT₂-Strecke (n) 142, 212
 PT_t-Strecke (n) 142, 213
 Personal-Computer 349
 Phasenrand (-reserve) 187, 207,
 210, 230, 281, 442
 Phasenwinkel 77, 80, 86, 89,
 95, 99, 102, 108, 116, 175,
 183
 PT₁-Glied 101
 PT₂-Glied 105
 PT_n-Glied 113
 PT_t-Glied 115, 236, 249, 288
 Pneumatik 89, 95, 99
 Pneumatischer Verstärker 31
 Pole 177, 181, 183, 195, 203
 Positionsregelung 307

- Potentiometer 12, 17
 Preßluft-Druckregelung 270
 Programm-Beschreibung 379, 381, 384, 386, 394, 397, 403, 405, 406, 408, 409, 412
 Programmierung 318, 322
 Proportionalverstärkung 19, 34
 Prozeßrechner 328
 Pulszahl 151, 154, 285
 Pumpe 270
- Raumtemperatur-Regelung 254
 Rechner-Auswertung 189, 204, 213
 Regelabweichung 16, 21
 Regel-Algorithmus 246, 333
 Regeldifferenz 16, 20, 21, 242
 Regeleinrichtung 15
 Regelfläche
 - lineare 221
 - Betrag der linearen 223
 - quadratische 224
 Regelgröße 15, 19, 219, 241, 415
 Regelkreis 41, 136
 - Synthese 397
 Regelkreisglieder 35, 73, 136
 - nichtlinear 119, 124
 Regelung 12, 19
 Regelstrecke (n) 15, 142
 Regler 16, 136
 - Einstellung 140
 - I 212
 - P 199
 - PD 189
 - PI 139, 184, 186, 188, 253, 260
 - Typen 137
 Reibung 48, 109, 120
 Reihenschwingkreis 42, 110
 Relais 157, 266
 Relativverstärkung 242
 Residuensatz 59, 226
 Richtrolle 313
- Roboterantrieb 318
 Rücktransformation 54
 Rührkessel 260
- S-Rolle 301, 313
 Schaltzeichen 462
 Scheibenläufermotor 319
 Sättigungsglied 124
 Sample-Hold-Schaltkreis 243
 Schaltfrequenz 268
 Schlupf 283
 Schnittmoment 332
 Schnittpunkte 183, 201
 Schnittpunktform 183
 Schütze 157
 Schwankungsbreite 267
 Seilschwingungen 274
 Seiltrommel 30, 274
 Servoventil 111, 157, 308
 Signalbegrenzung 124, 212, 217, 453
 Signalflußplan 16
 Simulation 215, 249
 Sinusfunktion 49
 Sollwert 13
 - Geber 159
 Spindel-Antrieb 81
 Sprungantwort 9, 45, 48, 77, 80, 85, 137, 217, 274, 417
 Sprungfunktion 44
 Stabilität 176, 207, 247
 Stabilitätsbegriff 173, 175
 Stabilitätsbetrachtung 173, 178
 Stabilitätsgebiet 126, 128, 129, 131, 132, 134, 214, 451
 Stabilitätsgrenze 177, 199
 Stabilitätskriterium 183, 247
 Ständerfrequenz 285
 Ständerspannung 283, 325
 Ständerstrom 325
 Stationäres Verhalten 19
 Statisches Verhalten 31

- Stellbereich 12
Stellglieder 150
Stellgrenze 120, 241
Stellgröße (n) 16, 20, 22, 219, 241
Steuerkennlinie 36
Steuerung 11, 12
Steuerwinkel 38, 118, 151, 153
Störgrößen 12
- additive 22, 136
- änderung 19
- multiplikative 25, 136
Störverhalten 192, 215, 220
Stoffbahn 291
Stoffgemischregelung 258
Strecken-Typen 137
Streckgradregelung 317
Streckrichteinheit 313
Stromregelkreis 153, 278
Stromrichter 37, 150, 188, 284
Symmetrisches Optimum 228, 278, 291, 298

Tachogenerator 31
Taschenrechner 378
Temperatur 13
- Regelung 252
Toleranzbereich 220
Tote Zone 40, 126
Totzeit 115, 117, 119, 151, 154
Trägheitsmoment 294
Treppenfunktion 244

Übersichtsschaltplan 462
Übertragungsfunktion 80, 87, 96, 101, 115
Umformregeln 167, 235
Umsetzzeit 247

Ventil (e) 11, 13, 155
Verlustkompensation 298
Verschleißzeit 338
Verstärker 16
Verstärkung 20, 34, 73, 79, 105, 141, 151, 204, 211
Verzögerungsglieder 101, 105, 113
Volumenkonstanz 330
Vorhaltzeit 95
Vorlast 128
Vorlauftemperatur 255
Vorschubgeschwindigkeit 332
Vorspannung 128

Wärmetauscher 183
Walzkraftregelung 308
Walzprozeß 291
Walzspaltregelung 308
Walzenzapfen 306
Walzwerk 291
Walzgerüst 110
Wandler 119, 163
Wegregelung 30
Werkzeugmaschine 318
Wickelantrieb 291
Windungszahl 347
Winkeländerung 195, 196

Zeitkonstante (n) 80, 83, 86, 101, 114, 232, 260, 301
Zenerdiode 34
Zugregelung 292
- direkte 300
- indirekte 295
Zweigrößenregelung 261
Zwei-Ortskurven-Verfahren 206, 214, 273, 403
Zweipunktregelung 266
Zweipunktverhalten 131, 133
Zykluszeit 247



Tabelle 3.1 Übertragungsverhalten und Frequenzgang-Darstellung der wichtigsten Regelkreisglieder

Regelkreisglied	Übertragungsfunkt. Gleichung	/Sprungantwort zeitl. Verlauf	Blockschaltbild	Frequenzgang
P	$x_a = v_p \cdot x_e$			$F(p) = \frac{x_a}{x_e} = \frac{x_a(p)}{x_e} = v_p$ $F(j\omega) = v_p$
I	$x_a = \frac{1}{T_I} \int_0^t x_e \cdot dt$ $x_a = x_e \cdot \frac{1}{pT_I}$			$F(p) = \frac{1}{pT_I} = \frac{\alpha}{p}$ $F(j\omega) = \frac{1}{j\omega T_I} = \frac{-j}{\omega T_I}$
D	$x_a = T_D \frac{dx_e}{dt}$ $x_a = x_e \cdot pT_D$			$F(p) = pT_D = \frac{R}{\alpha}$ $F(j\omega) = j\omega T_D$
PI	$x_a = v_p (x_e + \frac{1}{T_N} \int_0^t x_e \cdot dt)$ $x_a = v_p \cdot x_e (1 + \frac{1}{pT_N})$			$F(p) = v_p (1 + \frac{1}{pT_N})$ $F(j\omega) = v_p (1 + j \frac{-1}{\omega T_N})$
PD	$x_a = v_p (x_e + T_V \frac{dx_e}{dt})$ $x_a = v_p (x_e + x_e \cdot pT_V)$			$F(p) = v_p (1 + pT_V)$ $F(j\omega) = v_p (1 + j\omega T_V)$
PID	$x_a = v_p x_e (1 + \frac{1}{T_N} \int_0^t dt + T_V \frac{d}{dt})$ $x_a = v_p x_e (1 + \frac{1}{pT_N} + pT_V)$			$F(p) = v_p (1 + \frac{1}{pT_N} + pT_V)$ $F(j\omega) = v_p [1 + j(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N})]$
PT_1	$x_a + T_1 \cdot \frac{dx_a}{dt} = x_e$ $x_a (1 + pT_1) = x_e$			$F(p) = v_p \frac{1}{1 + pT_1}$ $F(j\omega) = v_p \frac{1 - j\omega T_1}{1 + \omega^2 T_1^2}$
PT_2	$x_a + 2dT_2 \frac{dx_a}{dt} + T_2^2 \frac{d^2x_a}{dt^2} = v_p x_e$ $x_a (1 + 2dpT_2 + p^2 T_2^2) = v_p x_e$			$F(j\omega) = v_p \frac{1 - \omega^2 T_2^2 - j2d\omega T_2}{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + 4d^2\omega T_2^2}$
PT_n	$x_a \cdot a_0 + a_1 \dot{x}_a + \dots + a_n x_a^{(n)} = b_0 x_e$ $v_p = \frac{b_0}{a_0}$			$F(p) = \prod_{i=1}^n \frac{v_{p_i}}{1 + pT_i}$
PT_{\uparrow}	$x_a = v_p \cdot x_e (t - T_t)$ $x_a = v_p \cdot x_e \cdot e^{-pT_t}$			$F(p) = v_p \cdot e^{-pT_t}$ $F(j\omega) = v_p \cdot e^{-j\omega T_t}$ $= v_p (\cos\omega T_t - j\sin\omega T_t)$





Tabelle 3.1 (Forts.)

Frequenzgangbetrag		Beispiele für Regelkreisglieder	
Gleichung	Darstellung	Analogtechnik	Mechanik/Elektrot.
$\text{allg. } \frac{ F(j\omega) }{\text{dB}} \approx 20 \lg F(j\omega) $ $ F(j\omega) = v_p$		$v_p = R_2/R_1$	$v_p \approx L_2/L_1$
$ F(j\omega) = \frac{1}{\omega T_I}$		$T_I = R_1 \cdot C$	$T_I = \frac{1}{\omega}$
$ F(j\omega) = \omega T_D$		$T_D = R_2 \cdot C$	$iR = -N \frac{ds}{dt}$
$ F(j\omega) = v_p \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 T_N^2}}$		$T_N = R_2 \cdot C$ $T_I = R_1 \cdot C$ $v_p = R_2/R_1$	$v_p \approx L_2/L_1$ $P_1 = \text{Konst. Vordruck}$
$ F(j\omega) = v_p \sqrt{1 + \omega^2 T_V^2}$		$T_V = R_1 \cdot C$ $T_I = R_2 \cdot C$ $v_p = R_2/R_1$	<p>—</p>
$ F(j\omega) = v_p \sqrt{1 + (\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N})^2}$		$T_N = R_2 \cdot C_2$ $T_V = R_1 \cdot C_1$ $v_p = R_2/R_1$	<p>—</p>
$ F(j\omega) = v_p \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T_1^2}}$		$T_I = R_2 \cdot C$ $v_p = R_2/R_1$	$T_I = v_p \cdot R_5$ <p>Druckbehält.</p>
$ F(j\omega) = v_p \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + 4d\omega T_2}}$		$T_I = R_2 \cdot C$ $v_p = R_2/R_1$	<p>Feder-Masse-System mit Dämpfung, elektrisch analoger Reihenschwingkreis</p>
$ F(j\omega) = \frac{v_p}{\sqrt{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + (\omega T_1 - \frac{1}{\omega T_3})^2}}$		<p>—</p>	<p>—</p>
$ F(j\omega) = v_p$		<p>jede Signalwandlung hat Totzeit</p> <p>z.B. Digital-Analogwandler</p>	$T_L = \frac{L}{v}$





Tabelle 3.1 (Forts.)

Phasenwinkel φ		Ortskurve	
Gleichung	Darstellung	Gleichung	Darstellung
$\varphi = 0^\circ$		$F(j\omega) = V_P$	
$\varphi = \arctan -\infty = -90^\circ$		$F(j\omega) = -j\frac{1}{\omega T_I}$	
$\varphi = +90^\circ$		$F(j\omega) = j\omega T_D$	
$\varphi = -\arctan \frac{1}{\omega T_N}$		$F(j\omega) = V_P (1 - j\frac{1}{\omega T_N})$	
$\varphi = \arctan \omega T_V$		$F(j\omega) = V_P (1 + j\omega T_V)$	
$\varphi = \arctan (\omega T_V \frac{1}{\omega T_N})$		$F(j\omega) = V_P [1 + j(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N})]$	
$\varphi = -\arctan \omega T_1$		$F(j\omega) = V \frac{1 - j\omega T_1}{P_1 + \omega^2 T_1^2}$	
$\varphi = -\arctan \frac{2d\omega T_2}{1 - \omega^2 T_2^2}$		$F(j\omega) = V \frac{1 - \omega^2 T_2^2 - j2d\omega T_2}{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + 4d^2 \omega^2 T_2^2}$	
$\varphi_{\min} = 0^\circ$ $\varphi_{\max} = n \cdot (-90^\circ)$		$n=3 \quad P T_3$ $F(j\omega) = V \frac{(1 - \omega^2 T_2^2)^2 - j(\omega T_1 - \omega^2 T_3^3)}{P(1 - \omega^2 T_2^2)^2 + (\omega T_1 - \omega^3 T_3^3)^2}$	
$\hat{\varphi} = -\omega T_t$		$F(j\omega) = V_P (\cos \omega T_t - j \sin \omega T_t)$ $e^{\mp j \omega T_t} = \cos \omega T_t \mp j \sin \omega T_t$	



Oldenbourg - Bücher

Henning Tolle

Mehrgrößen- Regelkreissynthese

Band I: Grundlagen und Frequenzbereichsverfahren
1983. 398 Seiten, 176 Abbildungen, 2 Tabellen,

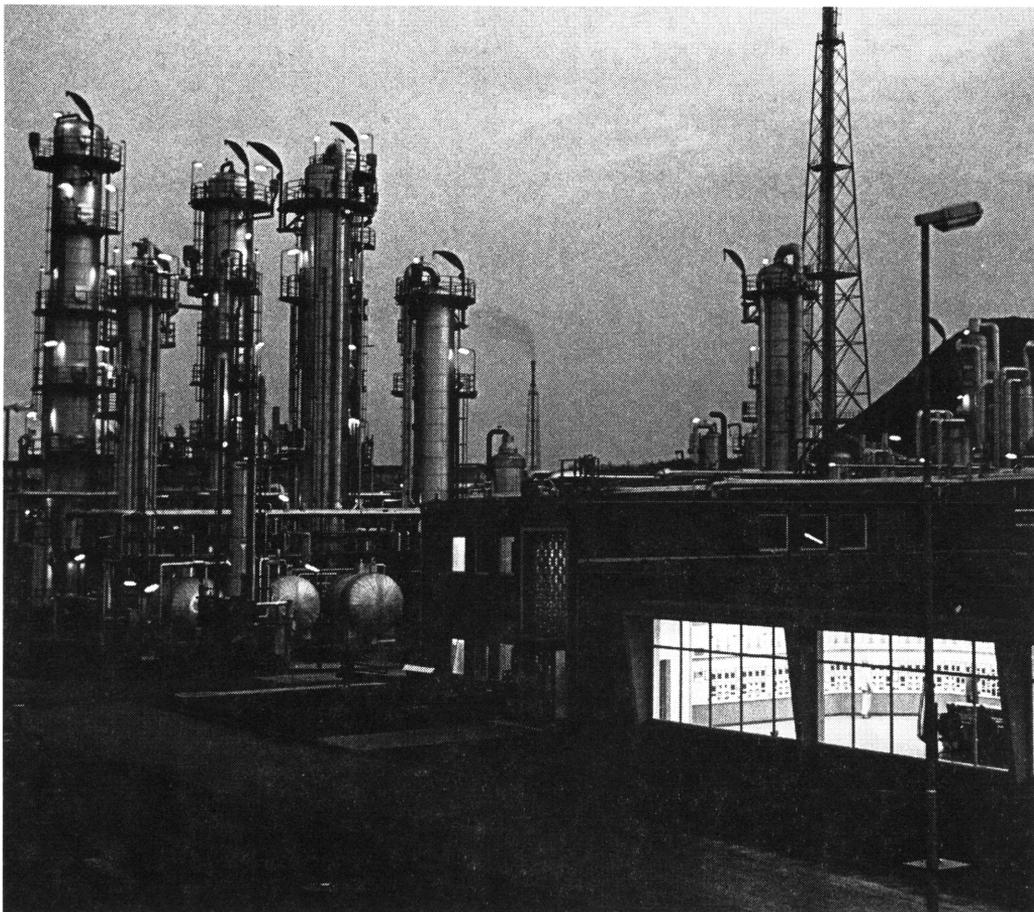
Mit der Möglichkeit, auch komplexere Regelungen über Mikroprozessoren zu verwirklichen, gewinnt der systematische Entwurf von Mehrgrößenregelungen an Bedeutung. Theoretiker wie Praktiker in Forschung wie Industrie erhalten hier systematische Hilfe bei der Lösung von Problemen.

Band II: Entwurf im Zustandsraum
1985. 414 Seiten, 78 Abbildungen, 3 Tabellen,

Dieser Band bringt (als Ergänzung, aber weitgehend unabhängig von Band 1) den Komplex „Synthese im Zustandsraum“. Damit zeigt dieses umfassende Werk vollständig und systematisch die neuesten Verfahren und Methoden zur Regelung von Prozessen mit mehreren Ein- und Ausgängen.

R. Oldenbourg Verlag
Rosenheimer Straße 145, 8000 München 80

MANNESMANN
Hartmann & Braun



Wir übernehmen Verantwortung.

Hartmann & Braun bietet ein lückenloses Programm zur Lösung von Meß- und Automatisierungsaufgaben der Verfahrenstechnik in den Bereichen Chemie, Mineralöl, Metalle, Minerale und Energieerzeugung.

Wir haben uns spezialisiert auf die eine große Aufgabe, Instrumente und Systeme zu bauen, die der Beherrschung und Verbesserung industrieller Erzeugungs- und Verarbeitungsprozesse dienen. Eine Aufgabe, deren

Bedeutung ständig zunimmt. Denn immer geringere Rohstoff-Reserven müssen noch sparsamer, noch sicherer und noch sauberer genutzt werden.

Alle, die daran mitwirken, haben eine große Verantwortung übernommen: Verantwortung für die Menschen, die dafür und damit arbeiten. Und Verantwortung für die Welt, in der wir alle leben und in der auch kommende Generationen leben wollen.

Hartmann & Braun AG

Grärfstraße 97, Postfach 900507, D-6000 Frankfurt 90, Telefon (069) 79.91.

VDO

Das komplette Programm vom analogen Regler zum digitalen Prozeßleitsystem



- Meßwerkregler und Schreiber für Druck, Temperatur und elektrische Meßgrößen.
- Pneumatische und elektronische Regelsysteme mit allen Komponenten für Regelung und Registrierung im pneumatischen und elektronischen Einheitssignalbereich.
- Dezentrale mikroprozessorgesteuerte Prozeßleitsysteme für die Prozeßführung umfangreicher Anlagen.

VDO MESS- UND REGELTECHNIK GMBH

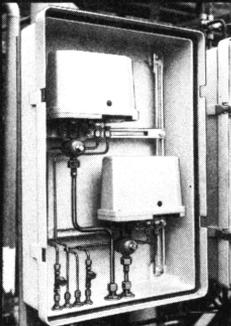
Geschäftsbereich Prozesstechnik

Hackethalstraße 7 · 3000 Hannover 1 · Telefon (05 11) 6782-0

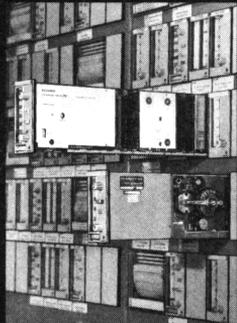
Telex 922 149 drd-d

ECKARDT

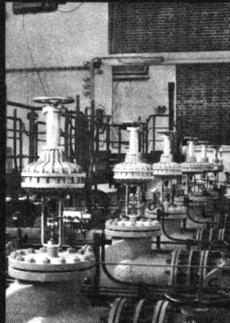
... die ganze Regeltechnik



umformen



regeln



stellen

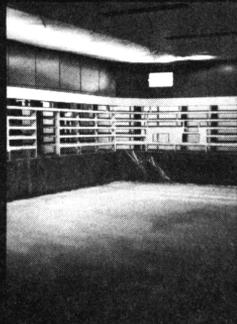


automatisieren

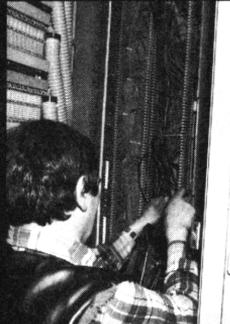
planen



fertigen



montieren



inbetriebnehmen

vom Einzelgerät bis zum System
von der Planung bis zur Inbetriebnahme



ECKARDT AG · Postfach 50 03 47 · D-7000 Stuttgart 50 · Telefon (0711) 502-1 · Telex 7 254 662

JUMA ENGINEERING GMBH DURCHFLUSSMESSTECHNIK

Wenn Sie kleine Durchflußmengen genau und zuverlässig messen wollen, dann

KOLBENZÄHLER

für aggressive und viskose Flüssigkeiten bis 500 cP

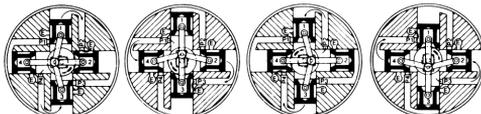
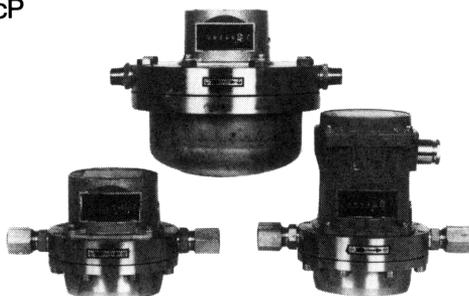


Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

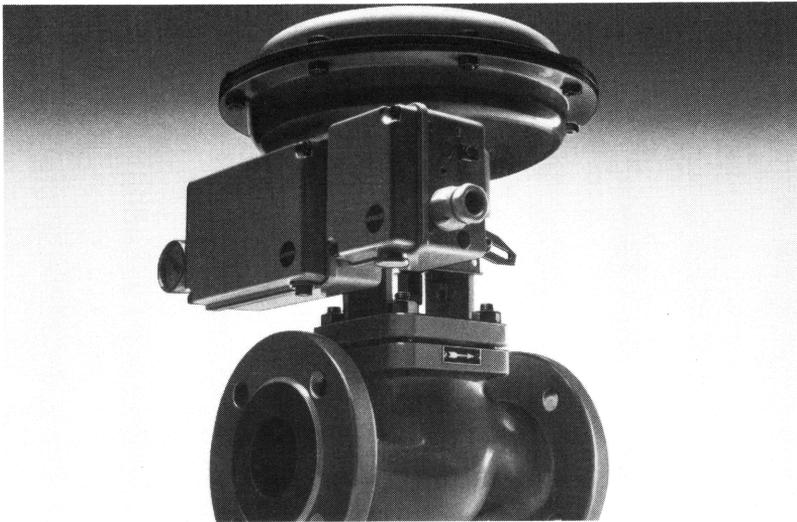
Genauigkeit: $\pm 0,5\%$ vom momentanen Durchfluß

Bereich: 1 bis 200 l/h

Material: Aluminium, Edelstahl

Weitere Informationen von

D-4300 Essen 18 Telefon (0 20 54) 28 83 Telex 8 579 179 juma d



Regeln, steuern, optimieren: z. B. mit universell einsetzbaren Stellventilen der Bauart 240 und dem kompletten Zubehör.

SAMSON Stellventile Bauart 240 sind in der Verfahrenstechnik und im Anlagenbau bei industriellen Anforderungen vielseitig anwendbar. Sie sind im Baukastenprinzip ausgeführt und mit allen erforderlichen Zusatzgeräten kombinierbar.

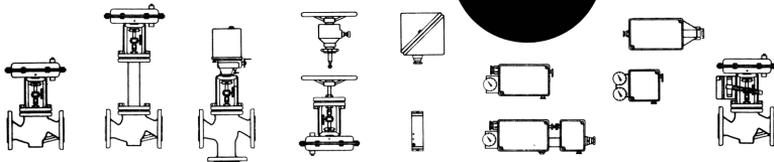
Besondere Eigenschaften der SAMSON Stellventile Bauart 240:

- Ventilgehäuse für Durchgangs- und Dreiwegeventile aus Grauguß, Stahlguß, korrosionsfestem oder kaltzähem Stahlguß, sowie für PN 25 aus Sphäroguß GGG-40.3. Nennweite DN 15–150, Nenndruck PN 10–40, Temperaturen von –196 °C bis +450 °C.
- Geräuscharme Ventilkugel als Normalausführung, metallisch-dichtend, weich-dichtend für Leckdurchfluß $\leq 0,0001\%$ vom k_{vs} -Wert, druckentlastet zur Beherrschung großer Differenzdrücke. Sonderausführung mit eingebautem Strömungsteiler zur weiteren Geräuschreduzierung.
- Zusätzliche Metallbalgabdichtung mit absolut dichtem, korrosionsfestem Stahlbalg möglich.

- Heizmantel für Durchgangsventile.
- Mikroventile DN 15 und DN 25 für k_{vs} -Werte von 0,0001 bis 0,063 m³h.
- TÜV-bauteilgeprüfte Ventilausführungen für Wärmeerzeuger und typgeprüfte Ausführungen für Allgas.
- Austauschbare Stellantriebe (pneumatisch und elektrisch), auch mit Handverstellung.
- Leichter Anbau von pneumatischen und elektropneumatischen Stellungsreglern sowie Grenzsignalgebern entsprechend der NAMUR-Empfehlung.
- Elektropneumatische Meß- und Stellumformer in 19"-Einschubausführung oder im Feldgehäuse, mit besonders günstigen dynamischen Eigenschaften und extrem kleinem Schütteleinfluß.
- Besonders kompakte Bauweise der Stellgeräte.

Für Nenndruck bis PN 400, Nennweiten bis DN 500 und Temperaturen bis 550 °C liefern wir unsere Stellgeräte der Bauart 250 mit elektrischen oder pneumatischen Stellantrieben.

SAMSON



Strommeßzange für hohe Gleichströme



1. Vielfältige Anwendungsbereiche: Stromrichtertechnik, Galvanik, GroÑelektrolysen, Elektrische Maschinen
2. Robuste vollisolierte Ausführung
3. 0...± 19,99 kA
4. handlich: Gewicht 0,72 kg
5. Anzeigespeicher
6. Tastenbetätigung
7. Automatische Abschaltung nach ca. 40 s
8. Batterielebensdauer ca. 5000 MeÑzyklen

Feller Elektronik GmbH
Eisenbahnstraße 9 · 6074 Rödermark
Telefon (06074)981 69

Otto Föllinger

Lineare Abtastsysteme

2. überarbeitete und erweiterte Auflage 1982.

413 Seiten, 113 Abbildungen, 2 Tabellen, ISBN 3-486-34432-3

Reihe: Methoden der Regelungstechnik

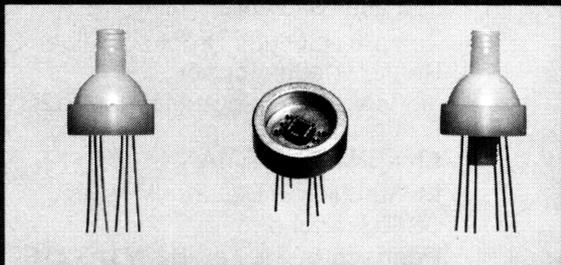
Eine gut lesbare und anwendungsnahe Darstellung der gegenwärtig wichtigsten Anwendung der Abtastsysteme, dem Einsatz von Prozeßrechnern zur Steuerung und Regelung (DDC-Technik). Das Buch bringt eine fundierte Darstellung der Begriffsbildungen und Methoden, aus der sich die praktische Handhabung ergibt. Sehr ausführlich sind das Stabilitätsproblem und der Entwurf auf endliche Einstellzeit dargestellt. Aber auch die klassischen Entwurfsverfahren mittels Wurzelortskurve und Frequenzkennlinien wurden berücksichtigt. Durch die Verwendung des Zustandsraumes wird der Anschluß an die neuere Theorie hergestellt.

R. Oldenbourg Verlag, Rosenheimer Straße 145, 8000 München 80

AG für druckmesstechnik

KELLER

PIEZORESISTIVE DRUCKAUFNEHMER



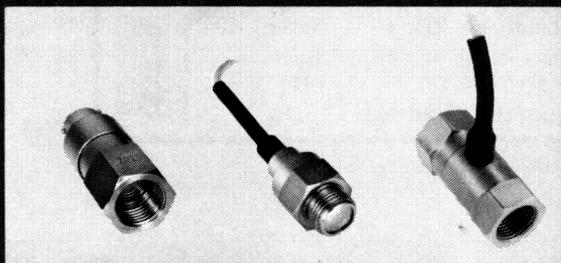
"Low cost" Serien

Chip nackt oder
Parylene geschützt.
Für Printaufbau oder
Gehäuseeinbau.



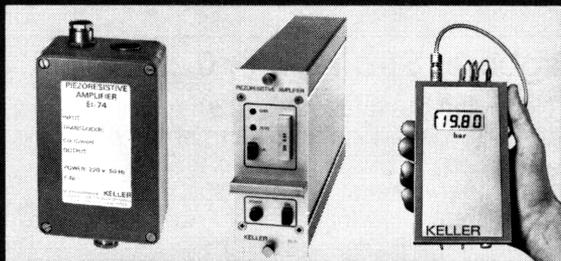
Einbau Messelemente

Alle Teile mit Medien-
kontakt, rostfreier Stahl
ø 19 und ø 15.



Druckaufnehmer

Komplett aus rostfreien
Materialien.
Dichte Kabelanschlüsse.



Industrieverstärker

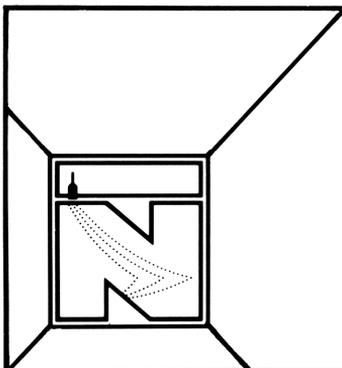
Laborverstärker

Anzeigegeräte

Schillerstrasse 25/3
D-7129 Güglingen
Tel. 07135/2205, Telex 728606

KELLER
druckmesstechnik

St.Gallerstrasse 106
CH-8404 Winterthur
Tel. 052/29 11 26, Telex 76823



REPARATUR UND LIEFERUNG

von Geräten jeden Herstellers
und aller Baujahre
Temperatur- und Druckschreiber
Regler, Meßumformer
digitale und analoge Meßgeräte

EKKEHARD NIEMANN

Meßtechnik + Elektronik
5860 Iserlohn
Postfach 6039, Tel.: 02371/5 2190

Stellantriebe



® Schwenkantriebe · Drehantriebe
Schubantriebe · Klappenversteller

Postfach 2142 Tel. 0 22 41 / 2 20 79
D-5205 St. Augustin 2 Telex 8 89 644

Fordern Sie Prospekt D 78 an

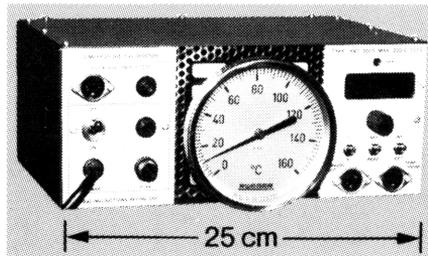


Tragbarer Stromgeber 0...20 mA

für Netz- und Batteriebetrieb (220 V) • zum Test
von Stellgliedern und Meßumformern • $\pm 1\%$,
max. 55°C • zul. Bürde bei 20 mA: 500 Ω •
Leuchtdiodenanzeige, Betriebsspannung u.
Bürde • Batteriebensdauer bei Aussetzbetrieb
u. 20 mA: 1500 Prüfgänge je 10 s
• Bei Netzbetrieb autom. Batterieabsch.

Feller Elektronik GmbH

Eisenbahnstraße 9 · 6074 Rödermark
Telefon (06074) 981 69



Nicht mal eine Zigarettenlänge
warten Sie, bis unser Modell 200 S
ein tragbares Kalibriergerät

eine Referenztemperatur von $+200^{\circ}\text{C}$ (3 Minuten) erzeugt hat. Das Modell 600 S erreicht $+600^{\circ}\text{C}$ in nur 6 Minuten. Die dabei erzielbare Genauigkeit von 0,5% ist für Sie sicherlich genauso wichtig wie die Tatsache, daß die Prüftemperatur mit weniger als 0,5% Abweichung wiederholbar ist. Ebenso schnell stehen Ihnen bei dem Modell D 50 RC $\pm 50^{\circ}\text{C}$ von der Umgebungstemperatur zur Verfügung. Dann wäre noch auf das neue Druckprüfgerät Typ PPCI hinzuweisen, das im Meßbereich von 0–100 bar mit einer Genauigkeit von $\pm 0,1\%$ arbeitet, wobei Sie den erreichten Prüfdruck bis zu einer Auflösung von 1/100 ermitteln können.

Alle Temperaturen und Drücke lesen Sie bequem und sicher digital ab. Auch die Analogausgabe über Fernabfrage oder Drucker ist möglich.

Vereinbaren Sie einen Vorführtermin.

RÜEGER

Automatisierungstechnik

Unsere Fachzeitschriften:

„Technisches Messen · tm“

Zeitschrift für Fertigungs- und Prozeß- Meßtechnik – Messen für technische Anwendungen.

Organ der NAMUR (Normenarbeitsgemeinschaft für Meß- und Regeltechnik in der Chemischen Industrie). Mit Mitteilungen der VDI/VDE-Gesellschaft Meß- und Regelungstechnik.

„Automatisierungstechnik · at“

Zeitschrift für Methoden und Anwendung der Meß-, Steuerungs-, Regelungs- und Informationstechnik.

Organ der VDI/VDE-Gesellschaft Meß- und Regelungstechnik (GMR) und der NAMUR (Normenarbeitsgemeinschaft für Meß- und Regeltechnik in der Chemischen Industrie).

„Automatisierungstechnische Praxis · atp“

Zeitschrift für die Praxis der Meß-, Steuerungs-, Regelungs- und Informationstechnik, mit dem ständigen Themenbereich Softwaretechnik.

Organ der VDI/VDE-Gesellschaft Meß- und Regelungstechnik (GMR) und der NAMUR (Normenarbeitsgemeinschaft für Meß- und Regeltechnik in der Chemischen Industrie).

„Process Automation · pa“

Zeitschrift in englischer Sprache für ausgewählte, praxisbezogene Beiträge aus der Meß-, Steuerungs-, Regelungs- und Informationstechnik.

Fordern Sie kostenlose Probehefte an!

R. Oldenbourg Verlag GmbH

Zeitschriftenvertrieb

8000 München 80, Postfach 80 1360

Dipl.-Ing. Peter F. Orlowski ist Professor an der Fachhochschule Gießen-Friedberg im Fachbereich Maschinenbau und Feinwerktechnik und betreut die Fachgebiete Elektrische Antriebe, Regeltechnik und Angewandte Elektronik.

Das Buch gibt eine übersichtliche Einführung in die Regeltechnik. Es behandelt anhand zahlreicher Beispiele und Aufgaben (mit Lösungen) folgende Stabilitätskriterien für lineare kontinuierliche Systeme:

- Nyquistkriterium im Bode-Diagramm
- Nyquistkriterium in Ortskurven-Darstellung
- Zwei-Ortskurven-Verfahren

Als wertvolle Hilfsmittel werden stoffbegleitend der Taschenrechner HP 41 und BASIC-Programme für Personal-Computer eingesetzt (mit Programm-Listing).

Ein Großteil des Buches ist der ausführlichen Darstellung der Regelkreis-Optimierung und den technischen Anwendungen gewidmet.

Aufgrund der zahlreichen Beispiele, Tabellen und Programme ist das Buch zum Selbststudium gut geeignet. Es ist besonders für alle praxisorientierten technischen Studiengänge und Ingenieure im Anlagenbau gedacht.

