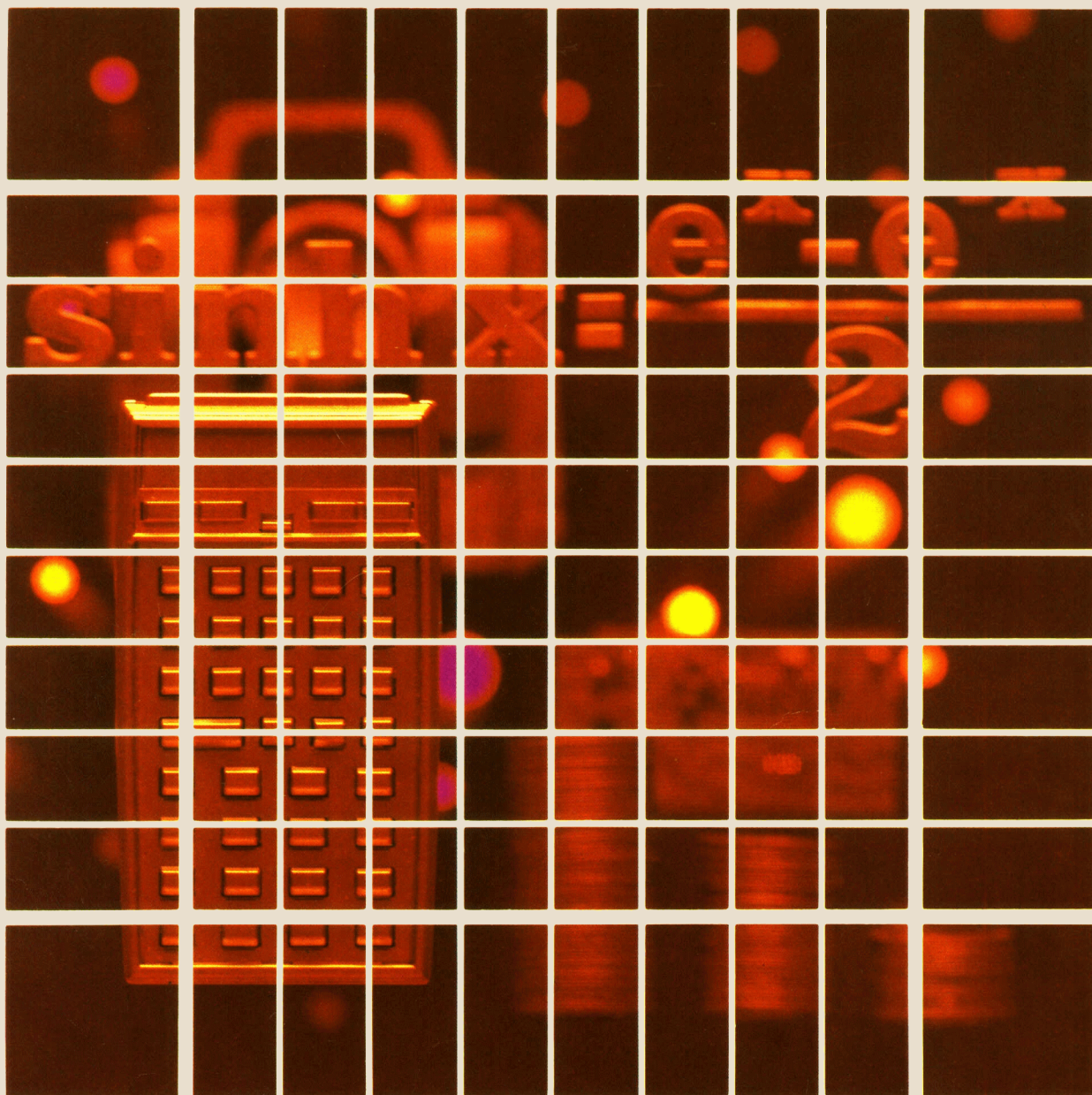


HEWLETT-PACKARD

HP-41C

SOLUCIONES DE LA
BIBLIOTECA DE USUARIOS

Matemática avanzada



ADVERTENCIA

El material de programación contenido en este libro se suministra sin garantía de ninguna clase. La Compañía Hewlett-Packard, por lo tanto, no asume responsabilidad alguna y no tendrá compromiso en las consecuencias que de cualquier clase puedan surgir de cualquier forma de uso de estos programas o cualquier parte del contenido.

INTRODUCCION

Este libro de soluciones ha sido escrito para ayudarle a obtener el máximo rendimiento de su calculadora. Los programas han sido elegidos para ofrecer cálculos útiles de problemas frecuentes.

Serán una ayuda inmediata en sus cálculos diarios y encontrará en ellos una útil guía de técnicas de programación para los programas que haga Vd. mismo. Los comentarios de cada listado de programa describen lo usado para obtener la solución apropiada y ayudarle a seguir la lógica de la programación para que sea un experto con su calculadora HP.

COMO INTRODUCIR UN PROGRAMA EN LA HP-41 C

Hay varias cosas que debe recordar cuando esté introduciendo los listados de los programas de este libro. La salida de la impresora HP 82143A proporciona un modo conveniente de hacer listados y un método fácil de introducir programas sin mostrar cada pulsación. Este tipo de salida es el que aparece en este manual. Cuando haya comprendido el procedimiento de introducir programas según los listados encontrará este método sencillo y rápido. El procedimiento es el siguiente:

1. Al final del listado de este programa hay un listado de información del status requerido para ejecutar el programa correctamente. Está incluido el SIZE requerido. Antes de empezar a teclear el programa, pulse **[XEQ]** **[ALPHA]** **SIZE** **[ALPHA]** y especifique así el número de memorias (con tres dígitos; p. ej., 10 debe ser especificado como 010).
También se incluye en la información del status el formato del display y el de las señales indicadoras (flags) que necesita el programa. Para asegurarse de una ejecución correcta, compruebe que el display muestra el status especificado en la HP-41 C y compruebe que todas las señales indicadoras aplicables están dispuestas y/o anuladas según se especifique.
2. Disponga la HP-41 C en modo PRGM (pulse la tecla **[PRGM]**) y pulse **[GTO]** **[]** **[]** para preparar la calculadora para un nuevo programa.
3. Empiece a teclear el programa. A continuación se da una lista de indicaciones que le ayudarán cuando teclee los programas de los listados de este manual.
 - a. Cuando vea " (comillas) encerrando un carácter o grupo de caracteres en el listado, esos caracteres son ALFA. Para teclearlos, simplemente pulse **[ALPHA]**, teclee los caracteres, pulse **[ALPHA]** de nuevo. Así "SAMPLE" debe ser tecleado como **[ALPHA]** "SAMPLE" **[ALPHA]**.
 - b. El rombo delante de cada instrucción LBL es sólo una ayuda visual para ayudarle a localizar las LBL en los listados de programa. Cuando esté tecleando un programa ignore el rombo.
 - c. El signo de dividir en la impresora es /. Cuando vea / en el listado, pulse **[÷]**.
 - d. El signo de multiplicar en la impresora es \times . Cuando vea \times en un listado, pulse **[×]**.
 - e. El carácter \leftarrow en el listado es el indicador de la función **[APPEND]**. Cuando vea \leftarrow , pulse **[]** **[APPEND]** en modo ALFA (pulse **[]** y la tecla K).
 - f. Todas las operaciones que requieren direccionamiento de registros aceptan el direccionamiento de la forma siguiente:
nn (un número de dos dígitos).
IND nn (INDIRECTO: **[]**, seguido de un número de dos dígitos).
X, Y, Z, T, o L (una dirección del STACK: **[]** seguido de X, Y, Z, T, o L).
IND X, Y, Z, T o L (stack INDIRECTO **[]** **[]** seguido de X, Y, Z, T, o L).

INDICE

1.	INTEGRALES TIPO SENOS, COSENO, EXPONENCIAL	1
	Calcula $\int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$, $\ln x$ + $\int_0^x \frac{\cos t - 1}{t} dt$, y $\int_0^x \frac{e^{-t}}{t} dt$.	
2.	VALORES/VECTORES PROPIOS DE SISTEMAS DE TERCER ORDEN	6
	Para una matriz de tercer orden dada con valores propios reales el programa calcula los valores y vectores propios. El primer (más grande) valor propio y vector propio son calculados por el método de las potencias, mientras que el segundo y tercero son calculados por reducción.	
3.	VALORES DE EIGEN PARA SISTEMAS DE TERCER ORDEN	13
	El programa calcula los valores de Eigen de un sistema de tercer orden descrito por $Az - \lambda x$.	
4.	POLINOMIOS DE CHEBYSHEV, LEGENDRE, HERMITE Y LAGUERRE	19
	Calcula los polinomios usando ecuaciones recurrentes.	
5.	CUADRATURA GAUSSIANA DE DIEZ Y SEIS PUNTOS	25
	Calcula aproximaciones por integrales sobre intervalos finitos o infinitos.	
6.	FUNCION GAMMA	32
	El programa aproxima el valor de la función gamma $\Gamma(x)$ para $1 \leq x \leq 70$.	
7.	FUNCIONES DE BESSEL, FUNCION ERROR	37
	Calcula las funciones de Bessel, $J_n(x)$ e $Y_n(x)$ y la función error.	
8.	ECUACION CARACTERISTICA DE MATRICES DE 4 X 4	45
	Calcula los coeficientes de la ecuación característica. $\lambda^4 + r_1\lambda^3 + r_2\lambda^2 + r_3\lambda + r_4 = 0$ (Requiere 1 módulo de memoria)	
9.	OPERACIONES CON MATRICES DE 4 X 4	52
	Calcula el determinante y la inversa de una matriz de 4 x 4, resuelve sistemas de cuatro ecuaciones y cuatro incógnitas, por la eliminación de Gauss. (Requiere un módulo de memoria)	

INTEGRALES TIPO SENO, COSENO, EXPONENCIAL

Este programa calcula las integrales siguientes:

Integral Seno

$$Si(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

$$\int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$$

$$Si(-x) = -Si(x)$$

Integral Coseno

$$Ci(x) = \gamma + \ln x + \int_0^x \frac{\cos t - 1}{t} dt$$

$$= \gamma + \ln x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n(2n)!}$$

$$Ci(-x) = Ci(x) - i\pi \text{ para } x > 0$$

NOTA: Para $Si(x)$ y $Ci(x)$ la precisión de la solución decrece según crece x . Para $x \leq 10$, la solución es dada con siete decimales. Para x sobre 20, la solución es dada con dos decimales.

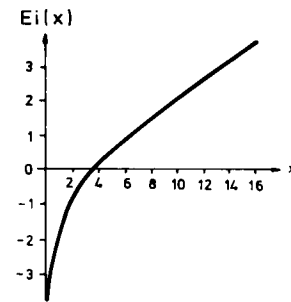
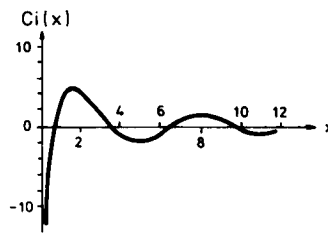
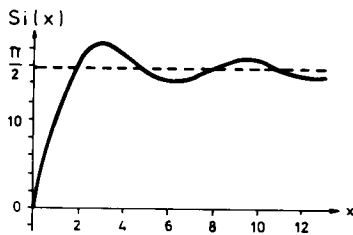
Integral Exponencial

$$Ei(x) = \int_{-\infty}^x \frac{e^t}{t} dt = \gamma + \ln x + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n n!}$$

donde $x > 0$, y $\gamma \approx 0.5772156649$ es la constante de Euler.

NOTA: Para $Ei(x)$ cuando x es demasiado grande, el cálculo de un nuevo término de la serie puede causar un rebase de la capacidad de cálculo de la maquina. En este caso el display mostrará "OUT OF RANGE" y el programa se detendrá.

El programa calcula sumas parciales sucesivas de la serie. Cuando dos sumas parciales consecutivas son iguales, el valor es tomado como la suma de la serie.



REFERENCIAS: Abramowitz, *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, 1968.

Ejemplos:

1. Calcular Si (0.69)
2. Calcular Si (9.8)
3. Calcular Ci (1.38)
4. Calcular Ci (5)
5. Calcular Ei (1.59)
6. Calcular Ei (0.61)

Teclear:

1. (XEQ) (ALPHA) SIZE (ALPHA) 004
(XEQ) (ALPHA) SI (ALPHA)
.69 (R/S)
2. (XEQ) (ALPHA) SI (ALPHA)
9.8 (R/S)
3. (XEQ) (ALPHA) CI (ALPHA)
1.38 (R/S)
4. (XEQ) (ALPHA) CI (ALPHA)
5 (R/S)
5. (XEQ) (ALPHA) EI (ALPHA)
1.59 (R/S)
6. (XEQ) (ALPHA) EI (ALPHA)
.61 (R/S)

Display:

X?
SI (0.69)=0.67

X?
SI(9.80)=1.67

X?
CI(1.38)=0.46

X?
CI(5.00)=-0.19

X?
EI(1.59)=3.57

X?
EI(0.61)=0.80

USER INSTRUCTIONS

**PROGRAMMABLAUF
INSTRUCTIONS D'EMPLOI
NORME OPERATIVE**

[illegible]

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
01	♦LBL "SI"	Si (x)	54	+	
02	"X?"		55	RTN	
03	PROMPT		56	♦LBL "EI"	Ei (x)
04	STO 02		57	"X?"	
05	STO 03		58	PROMPT	
06	X↑2		59	STO 03	
07	CHS		60	STO 00	
08	STO 00		61	1	
09	1		62	STO 02	
10	STO 01		63	0	
11	RCL 02		64	STO 01	
12	"SI<"	-----	65	RCL 00	
13	♦LBL 00	Bucle para su-	66	XEQ 01	
14	RCL 00	mar términos a	67	♦LBL 03	
15	RCL 01	la serie	68	RCL 00	
16	1		69	RCL 01	
17	+		70	XEQ 02	
18	/		71	X=Y?	
19	LASTX		72	GTO 03	-----
20	XEQ 02		73	"EI<"	display
21	X=Y?		74	♦LBL d	
22	GTO 00		75	FIX 2	
23	GTO d	-----	76	RCL 03	
24	♦LBL 02	Subrutina co-	77	ARCL X	
25	1	mún	78	"I>="	
26	+		79	ARCL Y	
27	STO 01		80	AVIEW	
28	/		81	STOP	
29	RCL 02		82	END	
30	*				
31	STO 02				
32	RCL 01				
33	/				
34	+				
35	RTN	-----			
36	♦LBL "CI"	Ci (x)			
37	"X?"		85		
38	PROMPT				
39	STO 03				
40	X↑2				
41	CHS				
42	STO 00				
43	1		90		
44	STO 02				
45	0				
46	STO 01				
47	LASTX				
48	XEQ 01		95		
49	"CI<"				
50	GTO 00				
51	♦LBL 01				
52	LN				
53	.5772156				
649			(H)		

REGISTERS, STATUS, FLAGS

REGISTERBELEGUNG, FLAGS, BETRIEBSARTEN

REGISTRES, INDICATEURS, MODES OPÉRATOIRES

REGISTRI, MODI OPERATIVI, FLAGS

Registers Datenspeicher Registres de données Registri				Status Betriebsart Modes opératoires Modi operativi			
00	$-x^2, x$	50		Size <u>004</u> Total Reg. <u>24</u>		User Mode	
01	Almacén.temp			Eng <input type="checkbox"/>	Fix <input checked="" type="checkbox"/> 2	Sci <input type="checkbox"/>	On <input type="checkbox"/>
02	Almacén.temp			Deg <input checked="" type="checkbox"/>	Rad <input type="checkbox"/>	Grad <input type="checkbox"/>	Off <input checked="" type="checkbox"/>
03	x			<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div> Purpose Bedeutung Signification Scopo # </div> <div> Flags SET CLEAR </div> </div>			
05		55					
				00			
				01			
				02			
10		60		03			
				04			
				05			
				06			
				07			
15		65		08			
				09			
				10			
				11	Audio execute		
				12			
20		70		13			
				14			
				15			
				16			
				17			
25		75		18			
				19			
				20			
				21	Printer Enable		
				22	Number Input		
30		80		23	Alpha Input		
				24	Range Ignore		
				25	Error Ignore		
				26	Audio Enable		
				27	User Mode		
35		85		28	Decimal Point		
				29	Digit Grouping		
				Assignments Tastenbelegung / Assignations / Assegnamenti			
40		90		Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto	Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto
45		95					
		99					

VALORES/VECTORES PROPIOS DE
SISTEMAS DE TERCER ORDEN CON VALORES
PROPIOS DISTINTOS Y REALES

Para una matriz de sistema A, los valores propios se obtienen de $Ax = x$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

(a) Método de las potencias

Los valores propios de A son λ_1, λ_2 y λ_3 donde $|\lambda_1| > |\lambda_2| \geq |\lambda_3|$.

Operemos ahora con A repetidamente sobre un vector v, que expresaremos como una combinación lineal de los vectores propios $v = c_1 v_1 + c_2 v_2 + c_3 v_3$ luego

$$Av = c_1 Av_1 + c_2 Av_2 + c_3 Av_3 = \lambda_1 (c_1 v_1 + c_2 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} v_2 + c_3 \frac{\lambda_3}{\lambda_1} v_3)$$

$$A^p v = \lambda_1^p (c_1 v_1 + c_2 (\frac{\lambda_2}{\lambda_1})^p v_2 + c_3 (\frac{\lambda_3}{\lambda_1})^p v_3)$$

por lo tanto

$$\lambda_1 = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{(A^{p+1} v_1)}{(A^p v_1)}$$

(b) Para el método de reducción, ver la referencia (2).

NOTA: El programa funciona solamente para sistemas con valores propios reales y distintos y una "buena" aproximación para el valor propio inicial v_1 . Si un primer componente de los vectores propios es cero, será necesario hacer transformaciones similares para usar este programa.

Referencia: Charles Cullen, *Matrices and Linear Transformations*.
Addison-Wesley Pub. Company, March 1967

Carl-Erik Froberg, *Intro. to Numerical Analysis*.
Addison-Wesley Pub. Company, 1969

Ejemplos:

Dada $A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}$ y $v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, hallar $\lambda_1, v_1, \lambda_2, v_2, \lambda_3, v_3$

Pulsar :

(USER)

(XEQ) (ALPHA) SIZE (ALPHA) 026

3 (CHS) (STO) 01

(STO) 05

(STO) 09

2 (STO) 02

(STO) 08

0 (STO) 03

(STO) 07

1 (STO) 04

(STO) 06

1 (STO) 20

(STO) 21

(STO) 22

(XEQ) (ALPHA) EVV (ALPHA)

(R/S)

(R/S)

(R/S)

(R/S)

(R/S)

(R/S)

(R/S)

(R/S)

(R/S)

(R/S)

(R/S)

Display :

(Ponga el modo USER)

-5.0000 (λ_1)

1.0000 }
-2.0000 } v_1
1.0000 }

-3.0000 (λ_2)

1.0000 }
-1.0000 -09 } v_2
-1.0000 }

-1.0000 (λ_3)

1.0000 }
2.0000 } v_3
1.0000 }

(Sigue en página 9)

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
01	01♦LBL A	-Ver la Matriz	53	STOP	
	02 1.009		54	1	
	03 STO 25		55	STO 20	
	04♦LBL 01		56	STOP	
05	05 RCL IND		57	RCL 24	
	25		58	RCL 23	
	06 STOP		59	/	
	07 ISG 25		60	STO 21	
	08 GTO 01		61	STOP	
	09 STOP	-----	62	RCL 25	
10	10♦LBL "EVV	Cálculo de λ_1	63	RCL 23	
	"	y v^1	64	/	
	11 CF 00		65	STO 22	
	12♦LBL 03		66	STOP	
	13 RCL 01		67	RCL 05	
15	14 RCL 04		68	RCL 21	
	15 XEQ 08		69	RCL 04	Construcción
	16 RCL 07		70	*	de la Matriz B
	17 RCL 22		71	-	
	18 *		72	STO 16	
	19 +		73	RCL 06	
20	20 STO 23	Iteración	74	RCL 22	-Resolución pa
	21 RCL 02	método de po-	75	RCL 04	ra λ_2 y λ_3
	22 RCL 05	terencias	76	*	
	23 XEQ 08		77	-	
	24 RCL 08		78	STO 17	
25	25 RCL 22		79	RCL 08	
	26 *		80	RCL 21	
	27 +		81	RCL 07	
	28 STO 24		82	*	
	29 RCL 03		83	-	
30	30 RCL 06		84	STO 18	
	31 XEQ 08		85	RCL 09	
	32 RCL 09		86	RCL 22	
	33 RCL 22		87	RCL 07	
	34 *		88	*	
35	35 +		89	-	
	36 STO 25		90	STO 19	
	37 RCL 23		91	RCL 16	
	38 RCL 20		92	+	
	39 /		93	STO 25	
	40 RCL 00		94	X↑2	
40	41 X=Y?		95	RCL 16	
	42 GTO 00		96	RCL 19	
	43 X<>Y		97	*	
	44 STO 00		98	RCL 18	
	45 RCL 23		99	RCL 17	
45	46 STO 20		100	*	
	47 RCL 24		101	-	
	48 STO 21		102	4	
	49 RCL 25		103	*	
	50 STO 22		104	-	
	51 GTO 03	-----	105	SQRT	
50	52♦LBL 00	display λ_1, v^1	106	2	

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
107	/		161	STO 12	
108	STO 23		162	RDN	
109	RCL 25		163	STO 11	
110	2		164	RDN	
111	/		165	STO 15	
112	STO 24		166	RDN	
113	RCL 23		167	STO 14	
114	-		168	GTO 02	
115	STO 10		169	◆ LBL 08	
116	RCL 24		170	RCL 20	
117	RCL 23		171	X<>Y	
118	+		172	RCL 21	
119	STO 13		173	◆ LBL 09	
120	◆ LBL 02	Resolución pa- ra v ²	174	*	
121	RCL 10		175	RDN	
122	STOP		176	*	
123	RCL 16		177	R↑	
124	-		178	+	
125	STO 12		179	RTN	
126	RDN		180	END	
127	RCL 18				
128	STO 11				
129	RCL 04				
130	R↑				
131	RCL 07				
132	XEQ 09				
133	RCL 10		75		
134	RCL 00				
135	-				
136	/				
137	ST/ 11				
138	ST/ 12		80		
139	RCL 21				
140	ST+ 11				
141	RCL 22				
142	ST+ 12				
143	RCL 20				
144	STOP		85		
145	RCL 11				
146	STOP				
147	RCL 12				
148	STOP				
149	FS? 00	Resolución pa- ra v ³	90		
150	RTN				
151	SF 00				
152	RCL 10				
153	RCL 13				
154	STO 10				
155	X<>Y		95		
156	STO 13				
157	RCL 11				
158	RCL 12				
159	RCL 14				
160	RCL 15		00		

REGISTERS, STATUS, FLAGS

REGISTERBELEGUNG, FLAGS, BETRIEBSARTEN

REGISTRES, INDICATEURS, MODES OPÉRATOIRES

REGISTRI, MODI OPERATIVI, FLAGS

Registers Datenspeicher Registres de données Registri				Status Betriebsart Modes opératoires Modi operativi			
00	λ_1	50		Size <u>026</u> Total Reg. <u>63</u>		User Mode	
	a11			Eng <input type="checkbox"/>	Fix <input checked="" type="checkbox"/> 4	Sci <input type="checkbox"/>	On <input checked="" type="checkbox"/>
	a12			Deg <input type="checkbox"/>	Rad <input type="checkbox"/>	Grad <input type="checkbox"/>	Off <input type="checkbox"/>
	a13			<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div> Purpose Bedeutung Signification Scopo </div> <div> Flags <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div>SET</div> <div>CLEAR</div> </div> </div> </div>			
05	a22	55					
	a23			#			
	a31			00	RETURN		C CONTINUAR
	a32			01			
	a33			02			
10	λ^3	60		03			
	z_2^3, v_2^3			04			
	z_3^3, v_3^3			05			
	λ_2			06			
	z_2^2, v_2^2			07			
15	z_3^2, v_3^2	65		08			
	b11			09			
	b21			10			
	b22			11	Audio execute		
	almacén. temp.			12			
20	$(\lambda_2) k$	70		13			
	$(x_3^1) k$			14			
	almacén. temp.			15			
	almacén. temp.			16			
	almacén. temp.			17			
25	almacén. temp.	75		18			
				19			
				20			
				21	Printer Enable		
				22	Number Input		
30		80		23	Alpha Input		
				24	Range Ignore		
				25	Error Ignore		
				26	Audio Enable		
				27	User Mode		
35		85		28	Decimal Point		
				29	Digit Grouping		
				Assignments Tastenbelegung / Assignations / Assegnamenti			
40		90		Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto	Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto
45		95					
		99					

VALORES DE EIGEN PARA SISTEMAS DE TERCER ORDEN

Este programa determina los valores de Eigen de un sistema de tercer orden como: $Ax = \lambda x$; ej.:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Los valores de Eigen λ_1 , λ_2 , y λ_3 son calculados de

$$\det (\lambda I - A) = 0$$

Las raices de la ecuación cúbica son halladas usando la fórmula exacta.

Ejemplo: Hallar los valores de Eigen de:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -0.05 \end{bmatrix}$$

Pulsar:

Display:

(XEQ) (ALPHA) SIZE (ALPHA) 021

(XEQ) (ALPHA) EV (ALPHA)

1 (R/S)

0 (R/S)

0 (R/S)

0 (R/S)

0 (R/S)

1 (R/S)

0 (R/S)

1 (CHS) (R/S)

.05 (CHS) (R/S)

(R/S)

(R↵)

(R↵)

(R↵)

1.0000

2.0000

3.0000

4.0000

5.0000

6.0000

7.0000

8.0000

9.0000

1.0000 λ_3

-0.0250 λ_1 (REAL)

-0.9997 λ_1 (IMAGINARIA)

-0.0250 λ_2 (REAL)

0.9997 λ_2 (IMAGINARIA)

USER INSTRUCTIONS

**PROGRAMMABLAUF
INSTRUCTIONS D'EMPLOI
NORME OPERATIVE**

[illegible]

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
01	LBL "EV"	Almacenar la	54	XEQ 09	
02	CLRG	matriz	55	ST+ 11	
03	10		56	RCL 01	
04	ENTER↑		57	RCL 05	
05	1		58	RCL 09	
06	LBL A		59	+	
07	STOP		60	+	
08	STO IND		61	CHS	
Y			62	STO 12	
09	RDN		63	CF 00	Comprueba si la
10	1		64	CF 01	constante es
11	+		65	RCL 10	cero
12	X=Y?		66	X=0?	
13	GTO A	-----	67	GTO d	
14	RCL 08	Cálculo de los	68	RCL 11	
15	RCL 06	coeficientes	69	3	
16	RCL 05	del polinomio	70	*	
17	RCL 09	de tercer orden	71	RCL 12	
18	XEQ 09		72	X↑2	
19	RCL 01		73	-	
20	*		74	9	
21	STO 10		75	/	
22	RCL 02		76	STO 13	
23	RCL 09		77	RCL 11	Cálculo de la
24	RCL 08		78	RCL 12	raíz real λ_3
25	RCL 03		79	*	
26	XEQ 09		80	9	
27	RCL 04		81	*	
28	*		82	RCL 10	
29	ST+ 10		83	27	
30	RCL 03		84	*	
31	RCL 05		85	-	
32	RCL 06		86	RCL 12	
33	RCL 02		87	3	
34	XEQ 09		88	Y↑X	
35	RCL 07		89	2	
36	*		90	*	
37	ST+ 10		91	-	
38	RCL 01		92	54	
39	RCL 05		93	/	
40	RCL 07		94	STO 14	
41	RCL 03		95	X↑2	
42	XEQ 09		96	RCL 13	
43	STO 11		97	3	
44	RCL 01		98	Y↑X	
45	RCL 09		99	+	
46	RCL 08		100	0	
47	RCL 06		101	X<=Y?	
48	XEQ 09		102	GTO 03	
49	ST+ 11		103	RCL 14	
50	RCL 05		104	RCL 13	
51	RCL 09		105	3	λ_3 de $Q^3+R^2 < 0$
52	RCL 04		106	Y↑X	
53	RCL 02		107	CHS	

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
108	SQRT		162	SQRT	
109	/		163	2	
110	ACOS		164	/	
111	3		165	STO 20	
112	/		166	RCL 18	
113	COS		167	CHS	
114	RCL 13		168	2	
115	CHS		169	/	
116	SQRT		170	STO 00	
117	*		171	FS? 01	
118	2		172	GTO 01	
119	*		173	RCL 20	
120	GTO 04	-----	174	+	
121	♦LBL 03	S + T	175	0	
122	X<>Y		176	X<>Y	
123	SQRT		177	RCL 00	
124	STO 19		178	RCL 20	
125	RCL 14		179	-	
126	+		180	0	
127	XEQ 05		181	X<>Y	
128	RCL 14		182	STOP	
129	RCL 19		183	♦LBL 01	
130	-		184	RCL 20	
131	XEQ 05		185	X<>Y	
132	+	-----	186	RCL 20	
133	♦LBL 04	λ_3	187	CHS	
134	RCL 12		188	RCL 00	
135	3		189	STOP	-----
136	/		190	♦LBL 09	ZT - XY
137	-		191	*	
138	STO 19		192	RDN	
139	STOP	-----	193	*	
140	RCL 12	Reduce a 2°	194	R↑	
141	RCL 19	orden y calcu-	195	-	
142	+	la λ_1, λ_2	196	RTN	-----
143	STO 18		197	♦LBL 05	$+ \sqrt[3]{\quad}$
144	RCL 10		198	X<0?	
145	RCL 19		199	SF 02	
146	/		200	ABS	
147	CHS		201	1	
148	STO 17		202	ENTER↑	
149	♦LBL 07		203	3	
150	RCL 18		204	/	
151	X↑2		205	Y↑X	
152	RCL 17		206	FS?C 02	-----
153	4		207	CHS	$\lambda_3 = 0$
154	*		208	RTN	
155	-		209	♦LBL d	
156	CHS		210	STOP	
157	X>0?		211	RCL 11	
158	SF 01		212	STO 17	
159	X=0?		213	RCL 12	
160	SF 00		214	STO 18	
161	ABS				

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
215	GTO 07		51		
216	END				
05			55		
10			60		
15			65		
20			70		
25			75		
30			80		
35			85		
40			90		
45			95		
50.			(X)		

REGISTERS, STATUS, FLAGS

REGISTERBELEGUNG, FLAGS, BETRIEBSARTEN

REGISTRES, INDICATEURS, MODES OPÉRATOIRES

REGISTRI, MODI OPERATIVI, FLAGS

Registers Datenspeicher Registres de données Registri				Status Betriebsart Modes opératoires Modi operativi			
00	- σ (0 b b/2)	50		Size <u>021</u> Total Reg. <u>61</u>		User Mode	
	a11			Eng <input type="checkbox"/>	Fix <input type="checkbox"/>	Sci <input type="checkbox"/>	On <input type="checkbox"/>
	a21			Deg <input type="checkbox"/>	Rad <input type="checkbox"/>	Grad <input type="checkbox"/>	Off <input checked="" type="checkbox"/>
	a31			<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div> Purpose Bedeutung Signification Scopo # </div> <div> Flags SET CLEAR </div> </div>			
	a12						
05	a22	55		00			
	a32			01			
	a13			02			
	a23			03			
	a33			04			
10	usado	60		05			
	usado			06			
	usado			07			
	usado			08			
15	usado	65		09			
	usado			10			
	usado			11	Audio execute		
	usado			12			
20	usado	70		13			
				14			
				15			
				16			
				17			
25		75		18			
				19			
				20			
				21	Printer Enable		
				22	Number Input		
30		80		23	Alpha Input		
				24	Range Ignore		
				25	Error Ignore		
				26	Audio Enable		
				27	User Mode		
35		85		28	Decimal Point		
				29	Digit Grouping		
				Assignments Tastenbelegung / Assignations / Assegnamenti			
				Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto	Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto
40		90		NINGUNA			
45		95					
		99					

POLINOMIOS DE CHEBYSHEV, LEGENDRE, HERMITE Y LAGUERRE

La etiqueta T calcula el valor del polinomio de Chebyshev $T_n(x)$ usando la ecuación recurrente

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x)$$

donde los valores iniciales son $T_0(x) = 1$, $T_1(x) = x$ y n es un entero positivo.

La etiqueta P calcula el valor del polinomio de Legendre $P_n(x)$ usando la ecuación recurrente

$$P_{n+1}(x) = \frac{(2n+1)xP_n(x) - nP_{n-1}(x)}{n+1}$$

donde los valores iniciales son $P_0(x)=1$, $P_1(x)=x$ y n es un entero positivo.

La etiqueta H calcula el valor del polinomio de Hermite $H_n(x)$ usando la ecuación recurrente

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x)$$

Donde los valores iniciales son $H_0(x) = 1$, $H_1(x) = 2x$ y n es un entero positivo.

La etiqueta L calcula el valor del polinomio de Laguerre $L_n(x)$ usando la ecuación recurrente

$$L_{n+1}(x) = \frac{(2n+1-x)L_n(x) - nL_{n-1}(x)}{n+1}$$

Advierta que las cuatro funciones dejan $f(x)$ en el registro x ; si desea más exactitud vea el ej. 4.

Ejemplos:

1. Hallar $T_3(0.4)$
2. Hallar $P_{10}(0.98)$
3. Hallar $H_5(3)$
4. Hallar $L_6(3)$

Pulsar:

Display:

(XEQ) (ALPHA) SIZE (ALPHA) 007

(XEQ) (ALPHA) T (ALPHA)

N?

3 (R/S)

X?

.4 (R/S)

T3(0.40)=-0.94

(XEQ) (ALPHA) P (ALPHA)

N?

10 (R/S)

X?

0.98 (R/S)

P10(0.98)=0.16

(XEQ) (ALPHA) H (ALPHA)

N?

5 (R/S)

X?

3 (R/S)

H5(3.00)=3,816.00

(XEQ) (ALPHA) L (ALPHA)

N?

6 (R/S)

X?

3 (R/S)

L6(3.00)=-0.01

■ (FIX) 4

-0.0125

USER INSTRUCTIONS

PROGRAMMABLAUF
INSTRUCTIONS D'EMPLOI
NORME OPERATIVE

[illegible]

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastensfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastensfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
01	LBL "T"	Polinomio de	55	GTO 04	
02	XEQ A	Chebyshev	56	2	
03	STO 00		57	STO 02	
04	2		58	LBL 03	-----
05	STO 01		59	RCL 04	Bucle para ecua
06	*		60	RCL 01	ción recurren-
07	STO 02		61	*	te
08	CLX		62	ENTER↑	
09	X<>Y		63	ENTER↑	
10	X<=Y?		64	RCL 03	
11	GTO 00		65	-	
12	1		66	+	
13	STO 03		67	LASTX	
14	X=Y?		68	RCL 04	
15	GTO 01	-----	69	STO 03	
16	LBL 02	Bucle para	70	CLX	
17	CLX	ecuación recu-	71	RCL 02	
18	RCL 02	rrrente	72	/	
19	RCL 00		73	-	
20	*		74	STO 04	
21	RCL 03		75	RCL 00	
22	LASTX		76	RCL 02	
23	STO 03		77	1	
24	RDN		78	+	
25	-		79	STO 02	
26	STO 00		80	X<=Y?	-----
27	CLX		81	GTO 03	Prueba
28	RCL 01		82	RCL 04	
29	1		83	"P"	
30	+		84	GTO d	
31	STO 01	-----	85	LBL 04	
32	X<=Y?	Prueba $r_1 \leq n_1$	86	RCL 01	
33	GTO 02	para volver al	87	RTN	-----
34	LBL 01	bucle	88	LBL H	Polinomio de
35	RCL 00		89	XEQ A	Hermite
36	"T"		90	STO 01	
37	GTO d		91	2	
38	LBL 00		92	*	
39	1		93	STO 03	
40	"T"		94	CLX	
41	GTO d	-----	95	X<>Y	
42	LBL "P"	Polinomio de	96	X<=Y?	
43	XEQ A	Legendre	97	GTO 00	
44	STO 01		98	1	
45	STO 04		99	STO 00	
46	CLX		100	STO 02	
47	X<>Y		101	X<>Y	
48	STO 00		102	X<=Y?	
49	X<=Y?		103	GTO 05	
50	GTO 00		104	LBL 06	-----
51	1		105	RCL 00	
52	STO 03		106	RCL 03	Prueba para la
53	X<>Y		107	STO 00	ecuación de
54	X<=Y?				recurrencia

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
108	RCL 01		161	RCL 03	
109	*		162	-	
110	X<>Y		163	RCL 02	
111	RCL 02		164	/	
112	*		165	RCL 04	
113	-		166	STO 03	
114	2		167	RDN	
115	*		168	-	
116	STO 03		169	STO 04	
117	CLX		170	RCL 00	
118	RCL 02		171	RCL 02	
119	1		172	1	
120	+		173	+	
121	STO 02		174	STO 02	
122	X<>Y	-----	175	X<=Y?	-----
123	X*Y?	Prueba	176	GTO 08	Prueba
124	GTO 06		177	LBL 07	
125	RCL 03		178	RCL 04	
126	"H"		179	"L"	
127	GTO d		180	GTO d	-----
128	LBL 05		181	STOP	
129	RCL 03		182	LBL A	Introducir n
130	RTN	-----	183	"N?"	y x
131	LBL "L"	Polinomio de	184	PROMPT	
132	XEQ A	Laquerre	185	STO 05	
133	ENTER↑		186	"X?"	
134	1		187	PROMPT	
135	STO 03		188	STO 06	
136	+		189	RTN	-----
137	STO 01		190	LBL d	Display
138	2		191	CF 29	
139	STO 02		192	FIX 0	
140	X<>Y		193	ARCL 05	
141	-		194	"f<"	
142	STO 04		195	SF 29	
143	CLX		196	FIX 2	
144	X<>Y		197	ARCL 06	
145	X<=Y?		198	"f>="	
146	GTO 00		199	ARCL X	
147	STO 00		200	AVIEW	
148	1		201	STOP	
149	X<>Y		202	END	
150	X<=Y?				
151	GTO 07	-----			
152	LBL 08	Bucle para la			
153	RCL 04	ecuación recu-			
154	RCL 03	rrente			
155	-				
156	RCL 04				
157	+				
158	RCL 01				
159	RCL 04				
160	*				

REGISTERS, STATUS, FLAGS

REGISTERBELEGUNG, FLAGS, BETRIEBSARTEN

REGISTRES, INDICATEURS, MODES OPÉRATOIRES

REGISTRI, MODI OPERATIVI, FLAGS

Registers Datenspeicher Registres de données Registri				Status Betriebsart Modes opératoires Modi operativi			
00	Cambio temp.	50		Size 007	Total Reg 45	User Mode	
	Cambio temp.			Eng <input type="checkbox"/>	Fix <input checked="" type="checkbox"/> 2	Sci <input type="checkbox"/>	On <input type="checkbox"/>
	Cambio temp.			Deg <input type="checkbox"/>	Rad <input type="checkbox"/>	Grad <input type="checkbox"/>	Off <input checked="" type="checkbox"/>
	Cambio temp.			<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div> Purpose Bedeutung Signification Scopo </div> <div> Flags SET CLEAR </div> </div>			
05	n	55					
	x			#			
				00	NINGUNA		
				01			
				02			
10		60		03			
				04			
				05			
				06			
				07			
15		65		08			
				09			
				10			
				11	Audio execute		
				12			
20		70		13			
				14			
				15			
				16			
				17			
25		75		18			
				19			
				20			
				21	Printer Enable		
				22	Number Input		
30		80		23	Alpha Input		
				24	Range Ignore		
				25	Error Ignore		
				26	Audio Enable		
				27	User Mode		
35		85		28	Decimal Point		
				29	Digit Grouping		
				Assignments Tastenbelegung / Assignations / Assegnamenti			
40		90		Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto	Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto
				NINGUNA			
45		95					
		99					

CUADRATURA GAUSSIANA DE DIEZ Y SEIS PUNTOS

Este programa calculará aproximaciones para integrales en intervalos finito o infinito mediante la cuadratura de Gauss-Legendre de diez y seis puntos. Si $f(x)$ es la función a integrar, una

$$\int_a^b f(x) \, dx \quad \text{o} \quad \int_a^\infty f(x) \, dx \quad \text{será hallada.}$$

La función $f(x)$ debe ser especificada y tecleada en la memoria del programa como LBL FX por el usuario. Después de la entrada de FX, el valor de x estará en el registro X. Los registros R_1 hasta R_6 , y el Stack son válidos para que el usuario defina la función $f(x)$.

$$\int_a^b f(x) \, dx = \frac{b-a}{2} \sum_{i=1}^{16} W_i f\left(\frac{Z_i(b-a)}{2} + \frac{b+a}{2}\right)$$

$$\int_a^\infty f(x) \, dx = 2 \sum_{i=1}^{16} \frac{W_i}{(1+Z_i)^2} f\left(\frac{2}{1+Z_i} + a-1\right)$$

Las constantes (W_i y Z_i) pueden ser almacenadas en una tarjeta de datos; sus valores y localización en la memoria se dan en la página siguiente.

NOTA:

1. El modo Trigonométrico debe ser cambiado a radianes por su rutina FX para impedir algún error en el cálculo de integrales que contienen funciones trigonométricas.
2. El espacio total requerido para este programa es de 55 registros más los necesarios para definir $f(x)$.

CONTENIDO DE LOS REGISTROS DE DATOS PARA LA CUADRATURA
GAUSSIANA DE 16 PUNTOS

<u>Registro</u>	<u>Contenido</u>	<u>Z_i o W_i</u>
0	0	
1	0	
2	0	
3	0	
4	0	
5	0	
6	0	
7	0	
8	0	
9	.02715245941	W15, W16
10	.98940093500	Z15, -Z16
11	.06225352394	W13, W14
12	.94457502310	Z13, -Z14
13	.09515851168	W11, W12
14	.86563120240	Z11, -Z12
15	.12462897130	W9, W10
16	.75540440840	Z9, -Z10
17	.14959598880	W7, W8
18	.61787624440	Z7, -Z8
19	.16915651940	W5, W6
20	.45801677770	Z5, -Z6
21	.18260341500	W3, W4
22	.28160355080	Z3, -Z4
23	.18945061050	W1, W2
24	.09501250984	Z1, -Z2
25	0	

Ejemplos:

1. Hallar $\int_1^4 1/x^2 \, dx$

2. Hallar $\int_1^\infty 1/x^2 \, dx$

Pulsar:

Display:

1. (XEQ) (ALPHA) SIZE (ALPHA) 026
 2.715245941 (EEX) 2 (CHS) (ST0) 09
 9.894009350 (EEX) 1 (CHS) (ST0) 10
 6.225352394 (EEX) 2 (CHS) (ST0) 11
 9.445750231 (EEX) 1 (CHS) (ST0) 12
 9.515851168 (EEX) 2 (CHS) (ST0) 13
 8.656312024 (EEX) 1 (CHS) (ST0) 14
 1.246289713 (EEX) 1 (CHS) (ST0) 15
 7.554044084 (EEX) 1 (CHS) (ST0) 16
 1.495959888 (EEX) 1 (CHS) (ST0) 17
 6.178762444 (EEX) 1 (CHS) (ST0) 18
 1.691565194 (EEX) 1 (CHS) (ST0) 19
 4.580167777 (EEX) 1 (CHS) (ST0) 20
 1.826034150 (EEX) 1 (CHS) (ST0) 21
 2.816035508 (EEX) 1 (CHS) (ST0) 22
 1.894506105 (EEX) 1 (CHS) (ST0) 23
 9.501250984 (EEX) 2 (CHS) (ST0) 24
 (GT0) (ALPHA) FX (ALPHA)
 (PGRM) ████ (X²) (1/X)
 (PGRM)
 (XEQ) (ALPHA) A-B (ALPHA)
 1 (R/S)
 4 (R/S)

2. (XEQ) (ALPHA) A- (ALPHA)
 1 (R/S)

a?
 b?
 7.5000 -01

a?
 1.0000 00

USER INSTRUCTIONS

**PROGRAMMABLAUF
INSTRUCTIONS D'EMPLOI
NORME OPERATIVE**

[illegible]

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
01	LBL "A-B"		53	RCL IND	
"		A-B	25		
02	SCI 4		54	DSE 25	
03	"a?"		55	*	
04	PROMPT		56	ST+ 00	
05	"b?"		57	RTN	
06	PROMPT		58	LBL "A-"	A-
07	STO 08		59	SCI 4	
08	X<>Y		60	"a?"	
09	STO 07		61	PROMPT	
10	0		62	STO 07	
11	STO 00		63	0	
12	CF 00		64	STO 00	
13	LBL 01		65	CF 00	
14	24		66	LBL 03	
15	STO 25		67	24	
16	XEQ 15		68	STO 25	
17	XEQ 15		69	XEQ 16	
18	XEQ 15		70	XEQ 16	
19	XEQ 15		71	XEQ 16	
20	XEQ 15		72	XEQ 16	
21	XEQ 15		73	XEQ 16	
22	XEQ 15		74	XEQ 16	
23	XEQ 15		75	XEQ 16	
24	FS? 00		76	XEQ 16	
25	GTO 02		77	FS? 00	
26	SF 00		78	GTO 04	
27	GTO 01		79	SF 00	
28	LBL 02		80	GTO 03	
29	RCL 08		81	LBL 04	
30	RCL 07		82	RCL 00	
31	-		83	2	
32	2		84	*	
33	/		85	RTN	
34	RCL 00		86	LBL 16	
35	*		87	RCL IND	
36	RTN		25		
37	LBL 15		88	FS? 00	
38	RCL IND		89	CHS	
25			90	1	
39	FS? 00		91	+	
40	CHS		92	2	
41	RCL 08		93	X<>Y	
42	RCL 07		94	/	
43	-		95	RCL 07	
44	*		96	+	
45	RCL 08		97	1	
46	+		98	-	
47	RCL 07		99	XEQ "FX"	
48	+		100	RCL IND	
49	2		25		
50	/		101	FS? 00	
51	XEQ "FX"		102	CHS	
52	DSE 25		103	1	

$$\int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^\infty f(x) dx$$

$$2 \sum \frac{W_i}{(1+Z_i)^2}$$

$$f\left(\frac{2}{1+Z_i} + a-1\right)$$

$$\sum w_i \frac{Z_i(b-a)+b+a}{2}$$

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG
LISTAGE DU PROGRAMME
LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
104	+		51		
105	X↑2				
106	DSE 25				
107	RCL IND				
25			55		
108	DSE 25				
109	X<>Y				
110	/				
111	*				
112	ST+ 00				
113	RTN		60		
114	LBL "FX"				
115	RTN	f(x)			
116	END				
15			65		
20			70		
25			75		
30			80		
35			85		
40			90		
45			95		
50			100		

REGISTERS, STATUS, FLAGS

REGISTERBELEGUNG, FLAGS, BETRIEBSARTEN

REGISTRES, INDICATEURS, MODES OPÉRATOIRES

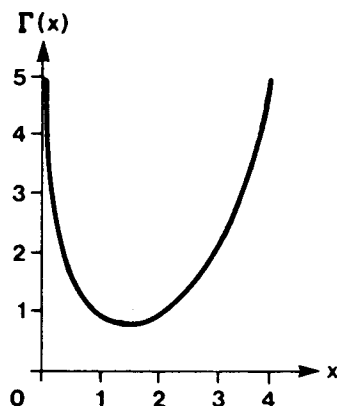
REGISTRI, MODI OPERATIVI, FLAGS

Registers Datenspeicher Registres de données Registri				Status Betriebsart Modes opératoires Modi operativi			
00	Registro SUM	50		Size 026	Total Reg. 55+	User Mode	
				Eng <input type="checkbox"/>	Fix <input type="checkbox"/>	Sci <input type="checkbox"/>	On <input type="checkbox"/>
				Deg <input type="checkbox"/>	Rad <input type="checkbox"/>	Grad <input type="checkbox"/>	Off <input checked="" type="checkbox"/>
				Purpose Flags Bedeutung # SET CLEAR Signification # SET CLEAR Scopo # SET CLEAR			
05		55		00			
	a			01			
	b			02			
10	W15, W16	60		03			
	Z 15, -Z16			04			
	W 13, W14			05			
	Z 13, -Z14			06			
	W 11, W12			07			
	Z 11, -Z12			08			
15	W 9, W10	65		09			
	Z9, -Z10			10			
	W7, W8			11	Audio execute		
	Z1, -Z8			12			
20	W5, W6	70		13			
	Z5, -Z6			14			
	W3, W4			15			
	Z3, -Z4			16			
	W1, W2			17			
	Z1, Z2			18			
25	Almacén. temp	75		19			
				20			
				21	Printer Enable		
				22	Number Input		
30		80		23	Alpha Input		
				24	Range Ignore		
				25	Error Ignore		
				26	Audio Enable		
				27	User Mode		
35		85		28	Decimal Point		
				29	Digit Grouping		
				Assignments Tastenbelegung/Assignations/Assegnamenti			
40		90		Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto	Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto
				NINGUNA			
45		95					
		99					

FUNCION GAMMA

Este programa aproxima el valor de la función gamma $\Gamma(x)$, para $1 \leq x \leq 70$.

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$



$$1. \Gamma(x) = (x-1) \Gamma(x-1) \text{ si } x > 2$$

2. para $1 \leq x \leq 2$, la aproximación polinómica puede ser usada.

$$\Gamma(x) \cong 1 + b_1 (x-1) + b_2 (x-1)^2 + \dots + b_8 (x-1)^8$$

donde

$$\begin{aligned} b_1 &= -0.577191652, & b_2 &= 0.988205891 \\ b_3 &= -0.897056937, & b_4 &= 0.918206857 \\ b_5 &= -0.756704078, & b_6 &= 0.482199394 \\ b_7 &= -0.193527818, & b_8 &= 0.035868343 \end{aligned}$$

Comentarios:

1. Este programa puede ser usado para hallar el factorial generalizado $x!$ para $0 \leq x \leq 69$ donde $x! = \Gamma(x+1)$.
2. Cuando el valor tecleado para x es un entero, $\Gamma(x)$ es evaluada como el factorial de $(x-1)$.
3. Si $x < 1$ el programa se detendrá y mostrará "ILLEGAL X".

Referencias:

Handbook of Mathematical Functions, Abramowitz and Stegun, National Bureau of Standards, 1968.

Ejemplos: Calcular la función Gamma para los argumentos
5.25, 8, y 3.34

Pulsar:

Display:

(XEQ) (ALPHA) SIZE (ALPHA) 001

(XEQ) (ALPHA) GAMMA (ALPHA)

X?

5.25 (R/S)

GAMMA=35.21

(XEQ) (ALPHA) GAMMA (ALPHA)

X?

8 (R/S)

GAMMA=5,040.00

(XEQ) (ALPHA) GAMMA (ALPHA)

X?

3.34 (R/S)

GAMMA≈2.80

USER INSTRUCTIONS

**PROGRAMMABLAUF
INSTRUCTIONS D'EMPLOI
NORME OPERATIVE**

[illegible]

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG
LISTAGE DU PROGRAMME
LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
01	LBL "GAM	Introducir x	46	+	
MA"			47	*	
02	FIX 2		48	-.577191	
03	"X?"		652		
04	PROMPT		49	+	
05	1		50	*	
06	-		51	1	
07	"ILLEGAL	(x-1) < 0, error	52	+	
"			53	RCL 00	
08	X<0?		54	*	display
09	PROMPT		55	"GAMMA="	
10	INT		56	ARCL X	
11	LASTX		57	AVIEW	
12	X=Y?		58	STOP	
13	GTO 16		59	LBL 16	
14	1		60	FACT	
15	STO 00		61	"GAMMA="	
16	X<>Y		62	ARCL X	
17	LBL 09		63	AVIEW	
18	X<=Y?	(x-1)(x-2)(x-3)	64	STOP	
19	GTO 00	... hasta < 1	65	END	
20	ST* 00				
21	1				
22	-				
23	GTO 09				
24	LBL 00				
25	ENTER↑	aprox. polinom.	75		
26	ENTER↑	aqui 0 < argu-			
27	ENTER↑	mento ≤ 1			
28	.0358683				
43					
29	*		80		
30	-.193527				
818					
31	+				
32	*				
33	.4821993		85		
94					
34	+				
35	*				
36	-.756704				
078					
37	+		90		
38	*				
39	.9182068				
57					
40	+				
41	*		95		
42	-.897056				
937					
43	+				
44	*				
45	.9882058				
91			00		

REGISTERS, STATUS, FLAGS
REGISTERBELEGUNG, FLAGS, BETRIEBSARTEN
REGISTRES, INDICATEURS, MODES OPÉRATOIRES
REGISTRI, MODI OPERATIVI, FLAGS

Registers Datenspeicher Registres de données Registri				Status Betriebsart Modes opératoires Modi operativi			
00	11	50		Size 001 Total Reg. 27		User Mode	
				Eng <input type="checkbox"/>	Fix <input checked="" type="checkbox"/> 2	Sci <input type="checkbox"/>	On <input type="checkbox"/>
				Deg <input checked="" type="checkbox"/>	Rad <input type="checkbox"/>	Grad <input type="checkbox"/>	Off <input checked="" type="checkbox"/>
				Purpose Bedeutung Signification Scopo			
05		55		Flags			
				#		SET	CLEAR
				00	NINGUNA		
				01			
				02			
10		60		03			
				04			
				05			
				06			
				07			
15		65		08			
				09			
				10			
				11	Audio execute		
				12			
20		70		13			
				14			
				15			
				16			
				17			
25		75		18			
				19			
				20			
				21	Printer Enable		
				22	Number Input		
30		80		23	Alpha Input		
				24	Range Ignore		
				25	Error Ignore		
				26	Audio Enable		
				27	User Mode		
35		85		28	Decimal Point		
				29	Digit Grouping		
				Assignments Tastenbelegung / Assignations / Assegnamenti			
40		90		Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto	Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto
45		95					
		99					

FUNCIONES DE BESSEL, FUNCION ERROR

La primera rutina calcula las funciones de Bessel $J_n(X)$ e $I_n(X)$, donde n es un entero y $x > 0$. La segunda rutina halla la función error y la función de error complementaria para argumentos positivos.

Funciones de Bessel

Las funciones de Bessel $J_n(X)$ e $I_n(x)$ son calculadas generando valores de prueba T_k a través de relaciones de recurrencia. La recurrencia comienza en un índice m dado por

$$m = 2 \text{ INT} \left[\frac{6 + \max(n, z) + z + 2}{2} \right]$$

donde

$$z = \frac{3x}{2}$$

Los valores iniciales seleccionados por recurrencia son $T_{m+1} = 10^{-9}$, $T_{m+2} = 0$.

Para las funciones $J_n(x)$, cada término T_k ($0 \leq k \leq m$) es calculado por la relación

$$T_k(x) = \frac{2(k+1)}{x} T_{k+1}(x) - T_{k+2}(x)$$

Empezando por $K = m$.

$J_n(X)$ es luego calculada dividiendo el término $T_n(X)$ por la constante normalizada

$$K = T_0(x) + 2 \sum_{k=1}^{m/2} T_{2k}(x)$$

Después de calcular un $J_n(x)$, los valores de $J_0(x)$ y $J_1(x)$ pueden ser hallados con poco cálculo adicional.

Para las funciones $I_n(x)$, cada T_k es calculado por la relación recurrente

$$T_k(x) = \frac{2(k+1)}{x} T_{k+1}(x) + T_{k+2}(x)$$

$0 \leq k \leq m$, empezando con $k = m$.

$I_n(x)$ es luego hallado por la ecuación:

$$I_n(x) = e^x \frac{T_n(x)}{T_0(x) + 2 \sum_{k=1}^m T_k(x)}$$

Función Error

La función error es definida como

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

y la función de error complementaria como

$$\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x)$$

Para valores grandes de x (≥ 3), la función error es muy próxima a 1. Si $\text{erfc}(x)$ es calculada como $1 - \text{erf}(x)$, la mayoría de las cifras significativas de $\text{erfc}(x)$ serán perdidas para $x > 3$. Por lo tanto dos algoritmos diferentes son empleados en este programa, uno para $x \leq 3$ y otro para $x > 3$. Para $x \leq 3$, la función error es calculada por la suma de la serie

$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{1.3 \dots (2n+1)} x^{2n+1}$$

y la función de error complementaria

$$\text{erfc}(x) = 1 - \text{erf}(x).$$

para $x > 3$, la función de error complementaria es calculada primero, por la expansión asintótica

$$\text{erfc}(x) = \frac{1}{x\sqrt{\pi}} e^{-x^2} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 1.3 \dots (2n-1)}{(2x^2)^n} \right]$$

y la función error por

$$\text{erf}(x) = 1 - \text{erfc}(x)$$

La precisión del cálculo de $\text{erf}(x)$ y $\text{erfc}(x)$ por la suma de las series puede ser controlada por el usuario. Para $x \leq 3$ es bastante razonable especificar 9 para la máxima precisión; para $x > 3$, la serie puede no converger nunca con 9, y sería más seguro usar 6 dígitos.

Comentarios:

1. El rango de valores $0 \leq x \leq 10^{-6}$ está fuera de los límites de este programa de funciones de Bessel. En este rango, sin embargo, se puede tomar $J_0(x) = I_0(x) = J_0(0) = I_0(0) = 1$, y $J_n(x) = J_n(0) = I_n(x) = I_n(0) = 0$; $n \neq 0$.
2. El cálculo de $\text{erfc}(x)$ se detendrá por rebase para $x \geq 15$.

Referencia: Abramowitz and Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, 1968.

Ejemplos:

1. Hallar J_5 (9.2)
2. Hallar J_0 (9.2)
3. Hallar J_1 (9.2)
4. Hallar I_3 (4.7)
5. Hallar erf y erfc 4.55 con 6 cifras

Teclear:	Display:
(USER)	(poner modo USER)
(XEQ) (ALPHA) SIZE (ALPHA) 007	
(XEQ) (ALPHA) INIT (ALPHA)	
(J)	N?
5 (R/S)	X?
1) 9.2 (R/S)	J=-0.1005
2) (R/S)	J0=-0.1367
3) (R/S)	J1=0.2174
(I)	N?
3 (R/S)	X?
4) 4.7 (R/S)	I=7.4195
(E)	ACCURACY?
6 (R/S)	X?
5) 4.55 (R/S)	ERF=1.000000
(R/S)	ERFC=1.237405E-10

USER INSTRUCTIONS

**PROGRAMMABLAUF
INSTRUCTIONS D'EMPLOI
NORME OPERATIVE**

[illegible]

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG
LISTAGE DU PROGRAMME
LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastensequenz Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastensequenz Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
01	LBL "INI	"J"	53	+	
T"			54	STO 06	
02	CLRG		55	3	
03	RTN		56	RCL 03	
04	LBL J		57	/	
05	XEQ a		58	STO 02	
06	SF 00		59	0	
07	LBL 09		60	STO 05	
08	XEQ b		61	STO 00	
09	CF 02		62	1 E-09	
10	ST+ 00		63	STO 04	
11	XEQ b		64	RTN	
12	FS?C 02		65	LBL b	Calcular un
13	GTO 09		66	DSE 06	término de FZ
14	RCL 03		67	SF 02	excepto para
15	RCL 00		68	RCL 06	F = 0
16	ENTER↑		69	RCL 01	
17	+		70	X≠Y?	
18	RCL 05		71	GTO 00	
19	-		72	RCL 04	
20	/		73	STO 03	
21	"J="		74	LBL 00	
22	XEQ d		75	RDN	
23	GTO C	introducir	76	RCL 05	
24	LBL a	n + x	77	FS? 00	
25	FIX 4		78	CHS	
26	"N?"		79	X<>Y	
27	PROMPT		80	RCL 02	
28	STO 01		81	*	
29	"X?"		82	RCL 04	
30	PROMPT		83	STO 05	
31	1.5	Inicialización	84	*	
32	*	para (J + I _n)	85	+	
33	STO 03	de Bessel	86	STO 04	
34	RCL 01		87	RTN	
35	X<=Y?		88	LBL C	
36	X<>Y		89	RCL 05	Calcul. J ₀ (x) +
37	6		90	RCL 00	J ₁ (x)
38	+		91	ENTER↑	
39	RCL 03		92	+	
40	9		93	RCL 05	
41	*		94	-	
42	RCL 03		95	/	
43	2		96	"J0="	
44	+		97	XEQ d	
45	/		98	RCL 04	
46	+		99	CHS	
47	2		100	RCL 00	
48	/		101	ENTER↑	
49	INT		102	+	
50	ENTER↑		103	RCL 05	
51	+		104	-	
52	2		105	/	

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
106	"J1="		157	2	
107	GTO d		158	+	
108	♦LBL I	"I"	159	STO 03	
109	CF 00		160	/	
110	XEQ a		161	RCL 01	
111	♦LBL 08		162	*	
112	ST+ 00		163	STO 01	
113	XEQ b		164	+	
114	FS?C 02		165	X<>Y	
115	GTO 08		166	RND	
116	RCL 03		167	X<>Y	
117	RCL 00		168	RND	
118	ENTER↑		169	X=Y?	
119	+		170	GTO 00	
120	RCL 05		171	LASTX	
121	-		172	GTO 07	
122	/		173	♦LBL 00	Salida erf
123	2		174	LASTX	
124	RCL 02		175	RCL 04	
125	/		176	/	
126	E↑X		177	2	
127	*		178	*	
128	"I="		179	1	
129	GTO d		180	X<>Y	
130	♦LBL E	Cálculo error	181	-	
131	"ACCURAC Y?"		182	LASTX	
132	PROMPT		183	GTO 02	
133	FIX IND X		184	♦LBL 03	Halla erfc
134	"X?"		185	RCL 02	x > 3
135	PROMPT		186	1/X	
136	STO 01		187	STO 02	
137	X↑2		188	RCL 01	
138	STO 04		189	1/X	
139	2		190	STO 01	
140	*		191	♦LBL 06	Bucle para erfc
141	STO 02		192	RCL 02	
142	1		193	RCL 03	
143	STO 03		194	2	
144	RCL 04		195	-	
145	E↑X		196	STO 03	
146	PI		197	*	
147	SQRT		198	RCL 01	
148	*		199	*	
149	STO 04		200	STO 01	
150	3		201	+	
151	RCL 01		202	X<>Y	
152	X>Y?		203	RND	
153	GTO 03		204	X<>Y	
154	♦LBL 07	Bucle para erf	205	RND	
155	RCL 02		206	X=Y?	
156	RCL 03		207	GTO 00	
			208	LASTX	
			209	GTO 06	

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
210	♦LBL 00	-----	51		
211	LASTX	erfc (x)			
212	RCL 04				
213	/				
214	1		55		
215	X<>Y				
216	-	-----			
217	LASTX	erf (x)			
218	X<>Y				
219	♦LBL 02		60		
220	"ERF="				
221	XEQ d				
222	X<>Y				
223	"ERFC="	-----			
224	♦LBL d	display			
225	ARCL X		65		
226	AVIEW				
227	STOP				
228	.END.				
20			70		
25			75		
30			80		
35			85		
40			90		
45			95		
50			00		

REGISTERS, STATUS, FLAGS
REGISTERBELEGUNG, FLAGS, BETRIEBSARTEN
REGISTRES, INDICATEURS, MODES OPÉRATOIRES
REGISTRI, MODI OPERATIVI, FLAGS

Registers Datenspeicher Registres de données Registri				Status Betriebsart Modes opératoires Modi operativi			
00	ΣT_k	50		Size <u>007</u> Total Reg. <u>53</u>		User Mode	
	n; erf term			Eng <input type="checkbox"/>	Fix <input checked="" type="checkbox"/> 09	Sci <input type="checkbox"/>	On <input checked="" type="checkbox"/>
	2/x			Deg <input type="checkbox"/>	Rad <input type="checkbox"/>	Grad <input type="checkbox"/>	Off <input type="checkbox"/>
	1.5x, T _n			Purpose Bedeutung Signification Scopo			
05	T _k ; (e ^{x²} √π) - 1	55		Flags SET CLEAR			
	T _{k+1}			#			
	K; cifras			00			
				01			
				02			
10		60		03			
				04			
				05			
				06			
				07			
15		65		08			
				09			
				10			
				11	Audio execute		
				12			
20		70		13			
				14			
				15			
				16			
				17			
25		75		18			
				19			
				20			
				21	Printer Enable		
				22	Number Input		
30		80		23	Alpha Input		
				24	Range Ignore		
				25	Error Ignore		
				26	Audio Enable		
				27	User Mode		
35		85		28	Decimal Point		
				29	Digit Grouping		
				Assignments Tastenbelegung / Assignations / Assegnamenti			
				Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto	Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto
40		90					
45		95					
		99					

ECUACION CARACTERISTICA DE UNA MATRIZ DE 4 X 4

(ESTE PROGRAMA REQUIERE UN MODULO DE MEMORIA ADICIONAL)

Dada

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ a_5 & a_6 & a_7 & a_8 \\ a_9 & a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \end{pmatrix}$$

La ecuación característica es $\lambda^4 + r_1\lambda^3 + r_2\lambda^2 + r_3\lambda + r_4 = 0$

donde

$$r_1 = -(a_1 + a_6 + a_{11} + a_{16})$$

$$r_2 = (a_1 + a_{11})a_6 + (a_1 + a_{16})a_{11} + (a_1 + a_6)a_{16} - a_8a_{14} - a_{12}a_{15} - a_7a_{10} - a_2a_5 - a_3a_4 - a_4a_{13}$$

$$r_3 = -\det(A_1) - a_1(a_6a_{11} + a_6a_{16} + a_{11}a_{16} - a_8a_{14} - a_{12}a_{15} - a_7a_{10}) + a_2[a_5(a_{11} + a_{16}) - a_8a_{13} - a_7a_9] - a_3[-a_9(a_6 + a_{16}) + a_5a_{10} + a_{12}a_{13}] + a_4[a_{13}(a_6 + a_{11}) - a_9a_{15} - a_5a_{14}]$$

$$r_4 = a_1\det(A_1) - a_2\det(A_2) + a_3\det(A_3) - a_4\det(A_4)$$

$$Y \quad A_1 = \begin{pmatrix} a_6 & a_7 & a_8 \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{14} & a_{15} & a_{16} \end{pmatrix} \quad A_2 = \begin{pmatrix} a_5 & a_7 & a_8 \\ a_9 & a_{11} & a_{12} \\ a_{13} & a_{15} & a_{16} \end{pmatrix} \quad A_3 = \begin{pmatrix} a_5 & a_6 & a_8 \\ a_9 & a_{10} & a_{12} \\ a_{13} & a_{14} & a_{16} \end{pmatrix}$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} a_5 & a_6 & a_7 \\ a_9 & a_{10} & a_{11} \\ a_{13} & a_{14} & a_{15} \end{pmatrix}$$

NOTA: $\text{Seguir}(A) = -r_1$ $\det(A) = -r_4$

Ejemplos: Hallar la ecuación característica de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \left(\text{Resp. } \lambda^4 - \lambda^3 + 7\lambda + 2 = 0 \right)$$

Pulsar:

Display:

(XEQ) (ALPHA) SIZE (ALPHA) 026

(XEQ) (ALPHA) CEM (ALPHA)

1 (R/S)

0 (R/S)

1 (R/S)

0 (R/S)

1 (R/S)

0 (R/S)

2 (R/S)

1 (CHS) (R/S)

3 (R/S)

1 (CHS) (R/S)

0 (R/S)

2 (R/S)

2 (CHS) (R/S)

1 (CHS) (R/S)

1 (CHS) (R/S)

0 (R/S)

(R/S)

(R/S)

(R/S)

A1?

A2?

A3?

A4?

A5?

A6?

A7?

A8?

A9?

A10?

A11?

A12?

A13?

A14?

A15?

A16?

R1=-1.000

R2=0.000

R3=7.000

R4=2.000

[illegible]

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastensequenz Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastensequenz Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
01	LBL 00	Hallar el de-	52	RCL 10	
02	RCL 05	terminante de	53	STO 00	
03	RCL 09		54	RCL 15	
04	*	[R ₁ R ₂ R ₃]	55	+	
05	RCL 06	[R ₄ R ₅ R ₆]	56	RCL 20	
06	RCL 08	[R ₇ R ₈ R ₉]	57	+	
07	*		58	RCL 25	
08	-		59	+	
09	RCL 01		60	CHS	
10	*		61	"R1="	Display r ₁
11	RCL 06		62	XEQ d	
12	RCL 07		63	RCL 10	
13	*		64	RCL 20	
14	RCL 04		65	+	
15	RCL 09		66	RCL 15	
16	*		67	*	
17	-		68	RCL 10	
18	RCL 02		69	RCL 25	
19	*		70	+	
20	+		71	RCL 20	
21	RCL 04		72	*	
22	RCL 08		73	+	
23	*		74	RCL 10	
24	RCL 05		75	RCL 15	
25	RCL 07		76	+	
26	*		77	RCL 25	
27	-		78	*	
28	RCL 03		79	+	
29	*		80	RCL 17	
30	+		81	RCL 23	
31	RTN	-----	82	*	
32	LBL "CEM	Inicializar y	83	-	
		cargar la ma-	84	RCL 21	
		triz	85	RCL 24	
33	10.025		86	*	
34	STO 25		87	-	
35	LBL 01		88	RCL 16	
36	RCL 25		89	RCL 19	
37	9.025		90	*	
38	-		91	-	
39	CF 29		92	RCL 11	
40	FIX 0		93	RCL 14	
41	"A"		94	*	
42	ARCL X		95	-	
43	"I?"		96	RCL 12	
44	PROMPT		97	RCL 18	
45	STO IND		98	*	
25			99	-	
46	ISG 25		100	RCL 13	
47	GTO 01		101	RCL 22	
48	SF 29		102	*	
49	FIX 3		103	-	
50	1		104	"R2="	
51	ST- 25				

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
105	XEQ d	Display r ₂	158	*	
106	RCL 15		159	-	
107	STO 01		160	RCL 16	
108	RCL 16		161	RCL 18	
109	STO 02		162	*	
110	RCL 17		163	-	
111	STO 03		164	RCL 11	
112	RCL 19		165	*	
113	STO 04		166	+	
114	RCL 20		167	RCL 15	
115	STO 05		168	RCL 25	
116	RCL 21		169	+	
117	STO 06		170	RCL 18	
118	RCL 23		171	*	
119	STO 07		172	RCL 19	
120	RCL 24		173	RCL 14	
121	STO 08		174	*	
122	RCL 25		175	-	
123	STO 09		176	RCL 21	
124	XEQ 00		177	RCL 22	
125	ST* 00		178	*	
126	CHS		179	-	
127	RCL 25		180	RCL 12	
128	RCL 20		181	*	
129	+		182	+	
130	RCL 20		183	RCL 15	
131	*		184	RCL 20	
132	RCL 20		185	+	
133	RCL 25		186	RCL 22	
134	*		187	*	
135	+		188	RCL 18	
136	RCL 17		189	RCL 24	
137	RCL 23		190	*	
138	*		191	-	
139	-		192	RCL 14	
140	RCL 21		193	RCL 23	
141	RCL 24		194	*	
142	*		195	-	
143	-		196	RCL 13	
144	RCL 16		197	*	
145	RCL 19		198	+	
146	*		199	"R3="	
147	-		200	XEQ d	Display r ₃
148	RCL 10		201	RCL 14	
149	*		202	STO 01	
150	-		203	RCL 18	
151	RCL 20		204	STO 04	
152	RCL 25		205	RCL 22	
153	+		206	STO 07	
154	RCL 14		207	XEQ 00	
155	*		208	RCL 11	
156	RCL 17		209	*	
157	RCL 21		210	ST- 00	

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
211	RCL 15		51		
212	STO 02				
213	RCL 19				
214	STO 05				
215	RCL 23		55		
216	STO 08				
217	XEQ 00				
218	RCL 12				
219	*				
220	ST+ 00		60		
221	RCL 16				
222	STO 03				
223	RCL 20				
224	STO 06				
225	RCL 24				
226	STO 09		65		
227	XEQ 00				
228	RCL 13				
229	*				
230	ST- 00				
231	RCL 00				
232	"R4="	-----	70		
233	♦LBL d	Display r ₄			
234	ARCL X				
235	AVIEW				
236	STOP				
237	RTN		75		
238	END				
30			80		
35			85		
40			90		
45			95		
50			100		

REGISTERS, STATUS, FLAGS
REGISTERBELEGUNG, FLAGS, BETRIEBSARTEN
REGISTRES, INDICATEURS, MODES OPÉRATOIRES
REGISTRI, MODI OPERATIVI, FLAGS

Registers Datenspeicher Registres de données Registri				Status Betriebsart Modes opératoires Modi operativi			
00	almacen temp.	50		Size 026 Total Reg. 76		User Mode	
	R1			Eng <input type="checkbox"/>	Fix <input checked="" type="checkbox"/> 3	Sci <input type="checkbox"/>	On <input type="checkbox"/>
	R2			Deg <input type="checkbox"/>	Rad <input type="checkbox"/>	Grad <input type="checkbox"/>	Off <input checked="" type="checkbox"/>
	R3			<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div> Purpose Bedeutung Signification Scopo # </div> <div> Flags SET CLEAR </div> </div>			
	R4						
05	R5	55					
	R6						
	R7			00	NINGUNA		
	R8			01			
	R9			02			
10	a1	60		03			
	a2			04			
	a3			05			
	a4			06			
	a5			07			
15	a6	65		08			
	a7			09			
	a8			10			
	a9			11	Audio execute		
	a10			12			
20	a11	70		13			
	a12			14			
	a13			15			
	a14			16			
	a15			17			
25	a16	75		18			
				19			
				20			
				21	Printer Enable		
				22	Number Input		
30		80		23	Alpha Input		
				24	Range Ignore		
				25	Error Ignore		
				26	Audio Enable		
				27	User Mode		
35		85		28	Decimal Point		
				29	Digit Grouping		
				Assignments Tastenbelegung / Assignations / Assegnamenti			
40		90		Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto	Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto
				NINGUNA			
45		95					
		99					

OPERACIONES CON MATRICES DE 4 X 4

(ESTE PROGRAMA REQUIERE UN MODULO ADICIONAL DE MEMORIA)

Este programa permite el cálculo del determinante, e inversa de una matriz de 4 x 4, y la solución de un sistema de ecuaciones con cuatro incógnitas. El método usado en este programa es la eliminación de Gauss con pivotes parciales. La memoria no permite un tratamiento completo de las ecuaciones pertinentes. Sin embargo la sección de Comentarios del listado del programa muestra las operaciones en detalle, paso a paso.

Básicamente, el programa permite introducir la matriz A y transformarla en una matriz triangular superior U siempre que A no sea singular. El multiplicador lleva a cabo la transformación a una matriz diagonal que tiene su diagonal principal con unos. Si deseamos el pivote (una técnica de intercambio de filas que puede mejorar la precisión y que puede introducir una o más permutación de matrices) luego la relación entre esas matrices es $U = LA$, siendo L la última matriz triangular. La matriz original A se perderá. Los elementos iniciales a_{ij} son reemplazados por los elementos de U ($i \leq j$) y de L ($i > j$). (Los elementos de U se referirán como a_{ij} ; los de L se llamarán m_{ij} en los comentarios del listado). La segunda parte del programa usa las matrices transformadas U y L para calcular el determinante y la inversa de A, y resolver el sistema de ecuaciones.

Ecuaciones:

$$\text{Introducir } A = \begin{bmatrix} a_1 & a_5 & a_9 & a_{13} \\ a_2 & a_6 & a_{10} & a_{14} \\ a_3 & a_7 & a_{11} & a_{15} \\ a_4 & a_8 & a_{12} & a_{16} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

para el cálculo.

El determinante de A, Det A, es hallado después de su transformación a U por el producto de los elementos de la diagonal:

$$\text{Det } A = (-1)^k a_{11} a_{22} a_{33} a_{44}$$

donde k es el número de filas intercambiadas en el pivote.

Un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas puede ser escrito como

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 &= b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + a_{34}x_4 &= b_3 \\ a_{41}x_1 + a_{42}x_2 + a_{43}x_3 + a_{44}x_4 &= b_4 \end{aligned}$$

donde $\{x_i\}$ son incógnitas y $\{b_i\}$ las constantes.

En notación matricial, esto es $Ax = b$, donde x y b son los vectores columnas

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} \quad \text{respectivamente.}$$

Este problema se resuelve (desechando el pivote) como $Ux = Lb$.

Si C es la inversa de A , y A es de 4×4 , $AC = CA = I$, donde I es la matriz unidad de 4×4 .

C es calculada como columna a la vez por el metodo siguiente:

Haciendo $c^{(j)}$ el vector j -ésimo de C , p.ej.,

$$c^{(j)} = \begin{bmatrix} c_{1j} \\ c_{2j} \\ c_{3j} \\ c_{4j} \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

Luego $c^{(j)}$ es hallado como solución de la ecuación

$$Ac^{(j)} = I^{(j)}$$

Por ejemplo, $c(1)$ es la solución de

$$A c(1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Si las operaciones van a ser sacadas de la misma matriz durante un periodo de tiempo, puede ser conveniente grabar los elementos de la matriz en una tarjeta magnética para introducirlos como datos mas tarde.

Referencias:

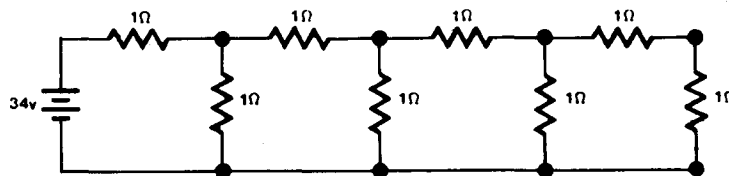
George E. Forsythe, Michael A. Malcolm, and Cleve B. Moler, Computer Methods in Mathematical Computation, Computer Science Department, Standord University, 1972.

G. Forsythe and C. Moler, Computer Solution of Linear Algebraic Systems, Prentice-Hall, 1967.

C. Moler, "Matrix Computations with Fortran and Paging," Comm, ACM, vol. 15, no. 4, pp. 268-270 (April, 1972).

Ejemplo 1:

Aplicando la técnica de las corrientes cíclicas al circuito de abajo, hallar las corrientes I_1 , I_2 , I_3 , e I_4 .



Las ecuaciones a resolver son

$$\begin{array}{rrrrrcl} 2I_1 & & -I_2 & & & = & 34 \\ -I_1 & +3I_2 & & -I_3 & & = & 0 \\ & -I_2 & +3I_3 & & -I_4 & = & 0 \\ & & -I_3 & +3I_4 & & = & 0 \end{array}$$

En forma de matriz

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 34 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pulsar:	Display:
(XEQ) (ALPHA) SIZE (ALPHA) 026	
(XEQ) (ALPHA) 4 * 4 (ALPHA)	A1?
2 (R/S)	A2?
1 (CHS) (R/S)	A3?
0 (R/S)	A4?
0 (R/S)	A5?
1 (CHS) (R/S)	A6?
3 (R/S)	A7?
1 (CHS) (R/S)	A8?
0 (R/S)	A9?
0 (R/S)	A10?
1 (CHS) (R/S)	A11?
3 (R/S)	A12?
1 (CHS) (R/S)	A13?
0 (R/S)	A14?
0 (R/S)	A15?
1 (CHS) (R/S)	A16?
3 (R/S)	20
(R/S)	2.62
(XEQ) (ALPHA) SYS (ALPHA)	b1?
34 (R/S)	b2?
0 (R/S)	b3?
0 (R/S)	b4?
0 (R/S)	21.00 (I ₁)

Pulsar:	Display:
(R/S)	8.00 (I ₂)
(R/S)	3.00 (I ₃)
(R/S)	1.00 (I ₄)

Ejemplo 2:

Hallar el determinante y la inversa de una matriz de 4x4 en el problema anterior; continuando:

(XEQ) (ALPHA) DET (ALPHA)	DET=34.00
(XEQ) (ALPHA) INV (ALPHA)	0.62 c ₁
(R/S)	0.24 c ₂
(R/S)	0.09 c ₃
(R/S)	0.03 c ₄
(R/S)	0.24 c ₅
(R/S)	0.47 c ₆
(R/S)	0.18 c ₇
(R/S)	0.06 c ₈
(R/S)	0.09 c ₉
(R/S)	0.18 c ₁₀
(R/S)	0.44 c ₁₁
(R/S)	0.15 c ₁₂
(R/S)	0.03 c ₁₃
(R/S)	0.06 c ₁₄
(R/S)	0.15 c ₁₅
(R/S)	0.38 c ₁₆

USER INSTRUCTIONS

**PROGRAMMABLAUF
INSTRUCTIONS D'EMPLOI
NORME OPERATIVE**

[illegible]

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastensequenz Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastensequenz Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
01	LBL "4*4"	Inicializar y	52	XEQ c	
02	FIX 0	almacenar	53	3	
03	CF 29		54	XEQ c	
04	4		55	4	
05	STO 00		56	XEQ c	Multiplicador
06	LBL A		57	LBL 00	
07	1		58	RCL 05	$M_{j1} \leftarrow \frac{-a_{15}}{a_{11}}$
08	ST+ 00		59	CHS	
09	"A"		60	ST/ 06	
10	RCL 00		61	ST/ 07	
11	4		62	ST/ 08	
12	-		63	9	
13	ARCL X		64	STO 25	
14	"I?"		65	XEQ d	
15	PROMPT		66	XEQ d	
16	STO IND		67	XEQ d	Empezar 3 x 3
00			68	2	Preparar pivote
17	RCL 00		69	STO 21	columna 2
18	20		70	STO 23	
19	X=Y?		71	RCL 10	
20	GTO A		72	ABS	
21	STOP		73	STO 22	
22	LBL "GO"	Empezar ejec.	74	3	
23	CLD	El pivote es	75	RCL 11	
24	FIX 2	el mayor valor	76	XEQ D	
25	SF 29	absoluto de	77	4	
26	0	las columnas	78	RCL 12	
27	STO 00		79	XEQ D	
28	1		80	2	
29	STO 21		81	RCL 21	Si n=2, no
30	STO 23		82	X=Y?	intercambiar
31	STO 24		83	GTO 00	
32	RCL 05	$n \leftarrow k \leftarrow 1$	84	10	
33	ABS	Búsqueda de	85	*	
34	STO 22	pivote, co-	86	XEQ b	
35	2	lumna 1	87	2	Cambiar fila
36	RCL 06		88	XEQ c	n con fila 2
37	XEQ D		89	3	
38	3		90	XEQ c	
39	RCL 07		91	4	
40	XEQ D		92	XEQ c	
41	4		93	LBL 00	
42	RCL 08		94	RCL 10	
43	XEQ D		95	CHS	Almacenar
44	1		96	ST/ 11	multiplicador
45	RCL 21	Si n=1	97	ST/ 12	
46	X=Y?	intercambiar	98	RCL 11	
47	GTO 00		99	RCL 14	
48	XEQ b		100	*	ajustar re-
49	1		101	ST+ 15	nentes por mul-
50	XEQ c	Cambiar fila	102	RCL 12	tiplicadores
51	2	n con fila 1	103	RCL 14	
			104	*	

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
105	ST+ 16		158	CHS	
106	RCL 11		159	STO 24	
107	RCL 18		160	RTN	
108	*		161	LBL c	
109	ST+ 19		162	STO 22	
110	RCL 12		163	RCL 23	
111	RCL 18		164	RCL 22	
112	*		165	XEQ E	
113	RCL 20		166	RCL 21	
114	+		167	RCL 22	
115	STO 20		168	XEQ E	
116	RCL 15	Empezar 2 x 2	169	X<>Y	
117	ABS	Si $ a_{23} \leq a_{33} $	170	STO IND	
118	RCL 16	no inter-	25		
119	ABS	cambiar	171	X<>Y	
120	X<=Y?		172	RCL 23	
121	GTO 00		173	RCL 22	
122	RCL 15	Cambiar	174	4	
123	RCL 16		175	*	
124	STO 15		176	+	
125	X<>Y		177	STO 25	
126	STO 16		178	RDN	
127	RCL 19		179	STO IND	
128	RCL 20		25		
129	STO 19		180	RTN	
130	X<>Y		181	LBL E	
131	STO 20		182	4	Dado i en Y
132	.4		183	*	ij en x llama
133	XEQ b	incremento	184	+	da A_{ij}
134	LBL 00	R00 por 0.4	185	STO 25	
135	RCL 15		186	CLX	
136	CHS		187	RCL IND	
137	ST/ 16		25		
138	RCL 19		188	RTN	
139	RCL 16		189	LBL d	
140	*		190	RCL IND	
141	RCL 20		25		
142	+		191	STO 21	Usada para
143	STO 20		192	ISG 25	ajustar cada
144	STOP		193	"A"	columna de
145	LBL D	Usado para ha-	194	RCL 06	3x3, en sub-
146	ABS	llar los pivo-	195	XEQ e	matrices por
147	RCL 22	tes R_{22} contie-	196	RCL 07	multiplicado
148	X>Y?	ne el mayor	197	XEQ e	res en R_{06} ,
149	RTN	elemento encon-	198	RCL 08	R_{07} , R_{08}
150	RDN	trado en la co-	199	XEQ e	
151	STO 22	lumna, ignoran	200	RTN	
152	RDN	do su signo	201	LBL e	
153	STO 21		202	RCL 21	
154	RTN		203	*	
155	LBL b		204	ST+ IND	
156	ST+ 00		25		
157	RCL 24		205	ISG 25	

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG
LISTAGE DU PROGRAMME
LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
206	RTN		255	*	
207	RTN		256	ST+ 02	
208	♦LBL "DET	Hallar el	257	RCL 01	
"		determinante	258	RCL 07	
209	RCL 24		259	*	
210	RCL 05		260	ST+ 03	
211	*		261	RCL 01	
212	RCL 10		262	RCL 08	
213	*		263	*	
214	RCL 15		264	ST+ 04	
215	*		265	RCL 00	
216	RCL 20		266	RCL 23	Empezar k=2
217	*		267	/	
218	"DET="		268	INT	
219	ARCL X		269	X=0?	n=0 no
220	AVIEW		270	GTO 00	intercambiar
221	STOP		271	STO 25	
222	♦LBL "SYS	Solución del	272	RCL IND	
"		sistema de	25		
223	"b1?"	4 x 4	273	RCL 02	
224	PROMPT		274	STO IND	
225	STO 01		25		
226	"b2?"	Introducir b	275	X<>Y	
227	PROMPT		276	STO 02	
228	STO 02		277	♦LBL 00	
229	"b3?"		278	RCL 12	
230	PROMPT		279	RCL 11	
231	STO 03		280	RCL 02	
232	"b4?"		281	*	
233	PROMPT		282	ST+ 03	
234	STO 04		283	CLX	
235	♦LBL a		284	RCL 02	
236	RCL 00		285	*	
237	10		286	ST+ 04	
238	STO 23		287	RCL 00	
239	/		288	FRC	
240	FRC		289	RCL 23	Empezar k=3
241	RCL 23		290	*	
242	*		291	X=0?	
243	INT		292	GTO 00	
244	X=0?	Si n=0, no in-	293	STO 25	
245	GTO 00	tercambiar	294	RCL IND	
246	STO 25		25		
247	RCL IND		295	RCL 03	
25			296	STO IND	
248	RCL 01		25		
249	STO IND		297	X<>Y	
25			298	STO 03	
250	X<>Y		299	♦LBL 00	
251	STO 01		300	RCL 16	
252	♦LBL 00		301	RCL 03	
253	RCL 01		302	*	
254	RCL 06		303	ST+ 04	

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastenfolge Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
304	RCL 20	-----	357	STOP	
305	ST/ 04	Hallar	358	RTN	
306	RCL 04	u _x =Lb	359	♦LBL "INV	Inversa
307	CHS		"		
308	STO 21		360	XEQ c	
309	RCL 15		361	1	
310	STO 22		362	STO 01	
311	RCL 19		363	XEQ a	
312	RCL 18		364	XEQ c	
313	RCL 17		365	1	
314	RCL 21		366	STO 02	
315	*		367	XEQ a	
316	ST+ 01		368	XEQ c	
317	CLX		369	1	
318	RCL 21		370	STO 03	
319	*		371	XEQ a	
320	ST+ 02		372	XEQ c	
321	CLX		373	1	
322	RCL 21		374	STO 04	
323	*		375	XEQ a	
324	ST+ 03		376	CLX	
325	RCL 22		377	RTN	
326	ST/ 03		378	♦LBL c	
327	RCL 03		379	CLX	
328	CHS		380	STO 01	
329	STO 21		381	STO 02	
330	RCL 10		382	STO 03	
331	STO 22		383	STO 04	
332	RCL 14		384	RTN	
333	RCL 13		385	♦LBL "REV	-----
334	RCL 21		"		Ver matriz
335	*		386	5	
336	ST+ 01		387	STO 00	
337	CLX		388	♦LBL F	
338	RCL 21		389	RCL 00	
339	*		390	4	
340	ST+ 02		391	-	
341	RCL 22		392	"A"	
342	ST/ 02		393	FIX 0	
343	RCL 09		394	CF 29	
344	RCL 02		395	ARCL X	
345	CHS		396	"I="	
346	*		397	SF 29	
347	ST+ 01		398	FIX 2	
348	RCL 05		399	ARCL IND	
349	ST/ 01		00		
350	RCL 01	-----	400	AVIEW	
351	STOP	Mostrar valo-	401	PSE	
352	RCL 02	res	402	1	
353	STOP		403	ST+ 00	
354	RCL 03		404	21	
355	STOP		405	RCL 00	
356	RCL 04		406	X=Y?	

PROGRAM LISTING

PROGRAMMAUFLISTUNG

LISTAGE DU PROGRAMME

LISTATO DI PROGRAMMA

Line Zeile Ligne Linea	Keystrokes Tastensequenz Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti	Line Zeile Ligne Linea	Key pressed Tastensequenz Touches Tasti	Comments Kommentar Commentaires Commenti
407	GTO "GO"		51		
408	GTO F				
409	END				
			55		
10			60		
15			65		
20			70		
25			75		
30			80		
35			85		
40			90		
45			95		
50			100		

REGISTERS, STATUS, FLAGS

REGISTERBELEGUNG, FLAGS, BETRIEBSARTEN

REGISTRES, INDICATEURS, MODES OPÉRATOIRES

REGISTRI, MODI OPERATIVI, FLAGS

Registers Datenspeicher Registres de données Registri				Status Betriebsart Modes opératoires Modi operativi			
00	Pivotes	50		Size <u>026</u>	Total Reg. <u>122</u>	User Mode	
	b1			Eng <input type="checkbox"/>	Fix <input checked="" type="checkbox"/> 2	Sci <input type="checkbox"/>	On <input type="checkbox"/>
	b2			Deg <input type="checkbox"/>	Rad <input type="checkbox"/>	Grad <input type="checkbox"/>	Off <input checked="" type="checkbox"/>
	b3			<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div> Purpose Bedeutung Signification Scopo # </div> <div> Flags <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div>SET</div> <div>CLEAR</div> </div> </div> </div>			
	b4						
05	a1	55		00	NINGUNA		
	a2, m21			01			
	a3m m31			02			
	a4, m41			03			
	a5			04			
10	a6	60		05			
	a7, m32			06			
	a8, m42			07			
	a9			08			
15	a10	65		09			
	a11			10			
	a12, m43			11	Audio execute		
	a13			12			
	a14			13			
	a15			14			
20	a16	70		15			
	almacén temp.			16			
	almacén temp.			17			
	10			18			
	+ 1			19			
25	almacén temp.	75		20			
				21	Printer Enable		
				22	Number Input		
30		80		23	Alpha Input		
				24	Range Ignore		
				25	Error Ignore		
				26	Audio Enable		
				27	User Mode		
35		85		28	Decimal Point		
				29	Digit Grouping		
				Assignments Tastenbelegung / Assignations / Assegnamenti			
				Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto	Function Funktion Fonction Funzione	Key Taste Touche Tasto
40		90		NINGUNA			
45		95					
		99					

MATEMATICA AVANZADA

INTEGRALES, TIPO SENO; COSENO; EXPONENCIAL
VALORES/VECTORES PROPIOS DE SISTEMAS DE TERCER ORDEN
VALORES DE EIGEN PARA SISTEMAS DE TERCER ORDEN
POLINOMIOS DE CHEBYSHEV, LEGENDRE, HERMITE Y LAGUERRE
CUADRATURA GAUSSIANA DE DIEZ Y SEIS PUNTOS
FUNCION GAMMA
FUNCIONES DE BESSEL, FUNCION ERROR
ECUACION CARACTERISTICA DE MATRICES DE 4×4
OPERACIONES CON MATRICES DE 4×4



**HEWLETT
PACKARD**