

HEWLETT-PACKARD

# HP-67/HP-97

Statistik-Paket



Das hierin enthaltene Programm-Material ist mit keiner Verpflichtung oder Garantie irgendeiner Art verbunden. Hewlett-Packard übernimmt infolgedessen keine Verantwortung und wird keine daraus folgende oder sonstige Haftung übernehmen, die auf irgendeine Art aus der Benutzung dieses Programm-Materials oder Teilen davon entsteht.

## Einleitung

Die 21 Programme des Statistik-Paketes sind verschiedenen Gebieten der allgemeinen Statistik entnommen.

Das Programmpaket enthält zu jedem dieser Programme eine oder zwei Magnetkarten und ausführliche Beschreibungen im jeweiligen Abschnitt dieses Handbuchs. Dort sind neben allgemeinen Angaben zum Programm auch die verwendeten Formeln und eine Liste mit Bedienungsanweisungen angegeben, die bei der Verwendung der Programme zu beachten sind. Die Handhabung der Programme wird außerdem durch Beispiele erläutert, für die auch die Tasten angegeben sind, die für diese spezielle Rechnung zu drücken sind. In den Speicherlisten finden Sie weitere Kommentare zu der Arbeitsweise des jeweiligen Programms. Wenn Sie die Wirkungsweise der Programme anhand dieser Listen genau verfolgen, können Sie zahlreiche Erfahrungen bezüglich der Programmierung Ihres Rechners sammeln.

Auf der Vorderseite der Magnetkarten sind Symbole aufgedruckt, die als «Kurzanleitung» für die Verwendung des Programms gedacht sind. Wenn Sie sich zum ersten Mal mit einem speziellen Programm befassen, sollten Sie die Tabelle mit den Bedienungsanweisungen zur Hilfe nehmen. Im Anschluß daran werden Ihnen die Abkürzungen auf der Programmkarte genügend Informationen für die Verwendung des Programms bieten. Sie können diesen Symbolen entnehmen, welche Daten einzugeben sind, welche Programmtasten Sie drücken müssen und wie die angezeigten Ergebnisse zu interpretieren sind. Eine Zusammenstellung aller Symbole, die bei der Beschriftung der Magnetkarten verwendet werden, finden Sie im Anhang Seite 172.

Wenn Sie bereits einige Programme des mit Ihrem Rechner gelieferten Standardpaketes verwendet haben, wissen Sie, wie die Programme eingelesen werden und die Bedienungsanweisungen zu befolgen sind. Falls Sie sich aber noch nicht mit der Verwendung vorprogrammierter Magnetkarten befaßt haben, sollten Sie sich einige Minuten Zeit nehmen und die Abschnitte *Einlesen eines Programms* und *Aufbau der Bedienungsanweisungen* im Handbuch zu Ihrem Standardpaket nachlesen. Wir hoffen, daß Ihnen das Statistik-Paket ein nützliches Hilfsmittel bei Ihren täglichen Berechnungen ist und sehen gerne Ihren Kommentaren, Fragen und Vorschlägen entgegen; sie sind unsere wichtigste Quelle für die Entwicklung neuer benutzerorientierter Programme.

# Notizen

## Inhaltsverzeichnis

Einige Bemerkungen zur Verwendung der Programme . . . . .	7
<b>Allgemeine Statistik</b>	
<b>1. Statistische Grundgrößen</b>	
Statistische Grundgrößen für zwei Variablen, unklassifizierte oder klassifizierte Daten . . . . .	10
<b>2. Fakultät, Kombinationen ohne Wiederholung mit/ohne Berücksichtigung der Anordnung</b>	
Berechnet die Fakultät (erweiterter Bereich) sowie Kombinationen mit oder ohne Berücksichtigung der Anordnung . . . . .	16
<b>3. Momente, Schiefe und Steilheit (Kurtosis) (für klassifizierte und nicht klassifizierte Daten)</b>	
Das Programm berechnet verschiedene Momente, die Schiefe und Steilheit als Maß für die Eigenschaften einer Verteilung . . . . .	20
<b>4. Erzeugung von Zufallszahlen</b>	
Es werden bis zu 500 000 verschiedene gleichverteilte Pseudo-Zufallszahlen, normalverteilte Zufallszahlen und exponentialverteilte Zufallsziffern erzeugt . . . . .	24
<b>5. Histogramm</b>	
Das Programm errechnet Daten für ein Histogramm mit 24 Intervallen gleicher Breite zwischen vorzugebenden Grenzen . . . . .	30
<b>Varianzanalyse</b>	
<b>6. Einfache Varianzanalyse</b>	
Das Programm testet die beobachteten Unterschiede zwischen den Mittelwerten von k Stichproben . . . . .	36
<b>7. Doppelte Varianzanalyse</b>	
Zerlegung der Gesamt-Variabilität einer gegebenen Datenmenge in einzelne Komponenten mit verschiedenen Einflüssen . . . . .	42
<b>8. Einfache Kovarianzanalyse</b>	
Testen den Einfluß einer Variablen unabhängig von dem Effekt einer zweiten Variablen . . . . .	48
<b>Verteilungsfunktionen</b>	
<b>9. Normalverteilung und invertiertes Normalverteilungsintegral</b>	
Das Programm berechnet die Dichtefunktion und die Verteilungsfunktion einer standardisierten Normalverteilung sowie das invertierte Normalverteilungsintegral . . . . .	56

<b>10. Chi-Quadrat-Verteilung</b>	
Das Programm berechnet die Dichtefunktion der Chi-Quadrat-Verteilung und über eine Reihenentwicklung die Chi-Quadrat-Verteilungsfunktion .....	60
<b>11. t-Verteilung</b>	
Das Programm berechnet die Dichtefunktion der t-Verteilung und die Verteilungsfunktion, wenn $x$ und die Anzahl der Freiheitsgrade $v$ gegeben ist .....	64
<b>12. F-Verteilung</b>	
Das Integral der F-Verteilung wird für gegebene Werte $x$ ( $x > 0$ ) und Anzahl der Freiheitsgrade $v_1$ und $v_2$ berechnet, vorausgesetzt, daß entweder $v_1$ oder $v_2$ geradzahlig ist .....	68
<b>Kurvenanpassung</b>	
<b>13. Multiple lineare Regression</b>	
Lineare Regression nach der Kleinst-Quadrate-Methode für zwei unabhängige Variablen .....	72
<b>14. Approximation von Funktionen durch Polynome</b>	
Wenn die Funktion $f(x)$ in Form der Funktionswerte an Punkten gleichen Abstands gegeben ist, kann das Programm ein Polynom $m$ -ten Grades ( $2 \leq m \leq 4$ ) anpassen.....	76
<b>Statistische Tests</b>	
<b>15. t-Test</b>	
Der t-Test für gepaarte Stichproben testet die Nullhypothese $H_0: \mu_1 = \mu_2$ . Für unabhängige Stichproben testet das Programm die Nullhypothese $H_0: \mu_1 - \mu_2 = d$ .....	82
<b>16. Chi-Quadrat-Test</b>	
Der Wert der $\chi^2$ -Testvariablen wird als Maß für die Güte der Anpassung berechnet .....	88
<b>17. Kontingenztafel (Unabhängigkeitstest)</b>	
$2 \times k$ - und $3 \times k$ -Kontingenztafeln werden zum Testen der Nullhypothese verwendet, daß die Variablen voneinander unabhängig sind .....	92
<b>18. Spearman'scher Rangkorrelationskoeffizient</b>	
Das Programm prüft, ob die von zwei Beobachtern vorgenommene Einteilung von Individuen in verschiedene Ränge im wesentlichen übereinstimmt .....	100

## **Qualitätskontrolle**

### **19. Statistische Qualitätskontrolle mit Kontrollkarten**

Mit Hilfe von Kontrollkarten läßt sich das Einhalten der Sollwerte regelmäßig überwachen (das Programm berücksichtigt die  $\bar{x}$ -Karte und R-Karte) ..... 104

### **20. Operations-Charakteristik**

Das Programm berechnet die Annahmewahrscheinlichkeit  $P_a$  für eine einzelne Stichprobe mit endlicher oder unendlicher Herstellungslosgröße ..... 110

## **Warteschlangen-Theorie**

### **21. Warteschlangen (eine oder mehrere Abfertigungsstellen)**

Warteschlangen-Theorie für eine endliche oder unendliche Zahl abzufertigender Kunden ..... 116

**Programmlisten** ..... 123

**Beschriftungshinweise auf Magnetkarten** ..... 172

## **Notizen**

## Einige Bemerkungen zur Verwendung der Programme

Die vorliegende Programmsammlung ist zusammen mit zwei verschiedenen Hewlett-Packard Rechnern verwendbar: mit dem *programmierbaren Rechner HP-97 im Attaché-Format mit eingebautem Thermodrucker* und mit dem *programmierbaren Taschenrechner HP-67*. Der wesentliche Unterschied beider Rechner besteht im eingebauten Drucker beim HP-97. Darüber hinaus unterscheiden sich beide Rechnermodelle noch in weiteren weniger wichtigen Details. Dieser Abschnitt befaßt sich mit der Auswirkung dieser Unterschiede auf die Verwendung der Programme dieses Paketes und soll Ihnen dabei helfen, den größten Nutzen aus dem Programm-Material und Ihrem Rechner zu ziehen, sei es nun ein HP-67 oder HP-97.

Die meisten Ergebnisse werden im Rahmen dieser Programmsammlung mit Hilfe eines PRINT-Befehls ausgegeben; in der Regel über eine **PRINT X**-Anweisung und gelegentlich über den Programmschritt **PRINT: [STACK]**. Beim HP-97 werden diese Rechenresultate vom eingebauten Thermodrucker ausgegeben. Der HP-67 interpretiert diese Druckanweisungen dagegen als Pausebefehle: das Programm hält an und das Ergebnis erscheint für ca. 5 Sekunden in der Anzeige. Anschließend setzt der HP-67 die Ausführung des Programms fort. Diese Form der Ausgabe wird allgemein als PRINT/PAUSE-Anweisung bezeichnet. Wenn Sie Besitzer eines HP-67 sind, wünschen Sie vielleicht, daß Ihnen zum Aufschreiben der Ergebnisse mehr Zeit verbleibt. Dazu genügt es, wenn Sie während der Programmpause eine beliebige Taste auf dem Tastenfeld Ihres HP-67 drücken. Wenn der soeben ausgeführte Programmschritt eine **PRINT X**-Anweisung ist (achtmaliges schnelles Blinken des Dezimalpunktes), hält das Programm nach Drücken der Taste an. Wurde dagegen ein **PRINT: [STACK]**-Befehl ausgeführt (zweimaliges langsames Blinken des Dezimalpunktes), verbleibt die soeben angezeigte Zahl solange in der Anzeige, wie Sie die Taste gedrückt halten; dann wird das nächste Stackregister angezeigt usw. Wenn alle vier Stackregister angezeigt worden sind, hält das Programm an, falls vorher eine Taste gedrückt worden ist. In beiden Fällen können Sie das Programm mit **[R/S]** zu beliebigem Zeitpunkt wieder starten.

Als Besitzer eines HP-97 sind Sie vielleicht daran interessiert, auch von den eingetasteten Werten (Ausgangsdaten) einen gedruckten Beleg zu erhalten. Dazu ist lediglich der Drucker-Wahlschalter in Stellung NORM (normal) zu schieben. Der HP-97 druckt dann sämtliche eingetasteten Zahlen und die gedrückten Programmtasten, so daß Sie eine vollständige Dokumentation des ausgeführten Programms erhalten.

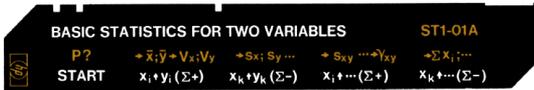
Einige Programme dieses Paketes sehen einen automatischen Ausgabemodus für errechnete Daten vor («AUTO»-Modus), der auf der

Magnetkarte mit PRINT oder P? bezeichnet ist. Das trifft im wesentlichen für solche Programme zu, bei denen lange Listen von Resultaten anfallen, die dann im Rahmen einer PRINT/PAUSE-Anweisung automatisch ausgegeben werden. Falls Sie diese Möglichkeit nicht über die entsprechende Programmtaste wählen, der «AUTO»-Modus also «abgeschaltet» ist, hält der Rechner jeweils nach der Berechnung eines Ergebnisses an. Der «AUTO»-Modus kann sowohl beim HP-97 als auch beim HP-67 verwendet werden. Der HP-97 druckt, wenn dieser Modus «eingeschaltet» ist, automatisch sämtliche Ergebnisse aus. Beim HP-67 ist es dagegen bisweilen sinnvoller, den «AUTO»-Modus abgeschaltet zu lassen, wenn die Reihe der Resultate notiert werden soll. Weitere Unterschiede zwischen beiden Rechnermodellen können im Zusammenhang mit den Tastenfolgen auffallen, die zu den einzelnen Rechenbeispielen in dieser Programmsammlung angegeben sind. Dabei treten bisweilen Operationen auf, die Präfix-Tasten erfordern; das sind **f** beim HP-97 und **f**, **g** und **h** beim HP-67. So wird zum Beispiel die Operation  $10^x$  beim HP-97 als **f** **10<sup>x</sup>** und beim HP-67 als **g** **10<sup>x</sup>** ausgeführt. In solchen Fällen sind die entsprechenden Präfix-Tasten nicht mit aufgeführt (es heißt hier also einfach **10<sup>x</sup>**). Achten Sie beim Rechnen der Beispiele darauf, daß Sie, falls erforderlich, die entsprechende Präfix-Taste nicht vergessen.

Außerdem sind die Ergebnisse zu den Rechenbeispielen, die durch einen **PRINT x**-Befehl ausgegeben werden, durch ein nachgestelltes Drei-Sterne-Symbol (\*\*\*) gekennzeichnet.

# Notizen

## Statistische Grundgrößen



Dieses Programm berechnet zu gegebenen (unklassifizierten) Daten  $\{(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n\}$  oder zu gegebenen klassifizierten Daten  $\{(x_i, y_i, f_i), i = 1, 2, \dots, n\}$  die Mittelwerte, Standardabweichungen, Kovarianz, Korrelationskoeffizient, Variationskoeffizient sowie verschiedene Summen der Produkte und Quadrate dieser Daten. Mit  $f_i$  werden die jeweiligen (absoluten) Häufigkeiten der Daten bezeichnet.

$$\text{Mittelwerte: } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

$$\text{Standardabweichung: } s_x = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$$

$$\left( \text{oder } s_x' = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n}} \right)$$

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum y_i^2 - n\bar{y}^2}{n-1}}$$

$$\left( \text{oder } s_y' = \sqrt{\frac{\sum y_i^2 - n\bar{y}^2}{n}} \right)$$

$$\text{Kovarianz: } s_{xy} = \frac{1}{n-1} \left( \sum x_i y_i - \frac{1}{n} \sum x_i \sum y_i \right)$$

$$\left( \text{oder } s_{xy}' = \frac{1}{n} \left[ \sum x_i y_i - \frac{1}{n} \sum x_i \sum y_i \right] \right)$$

$$\text{Korrelationskoeffizient: } r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

$$\text{Variationskoeffizient: } V_x = \frac{s_x}{\bar{x}} 100, \quad V_y = \frac{s_y}{\bar{y}} 100$$

### Anmerkung:

$n$  ist positiv, ganzzahlig und  $n > 1$ .

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe der Ergebnisse einschalten*		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			f a	1.00
4	Gehen Sie für klassifizierte Daten nach Zeile 8		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Führen Sie für unklassifizierte Daten die Zeilen 6–7 für $i = 1, 2, \dots, k, \dots, n$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	Geben Sie ein: $x_i$	$x_i$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$x_i$
	$y_i$	$y_i$	B <input type="text"/>	$i$
7	Falls Sie bei der Eingabe von $x_k, y_k$ einen Fehler gemacht haben, ist wie folgt zu korrigen:	$x_k$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$x_k$
		$y_k$	C <input type="text"/>	$i-1$
8	Führen Sie für klassifizierte Daten die Zeilen 9–10 für $i = 1, 2, \dots, k, \dots, n$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
9	Geben Sie ein: $x_i$	$x_i$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$x_i$
	$y_i$	$y_i$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$y_i$
	$f_i$	$f_i$	D <input type="text"/>	$\Sigma f_i$
10	Falls Sie bei der Eingabe von $x_k, y_k, f_k$ einen Fehler gemacht haben, ist wie folgt zu korrigen:	$x_k$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$x_k$
		$y_k$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$y_k$
		$f_k$	E <input type="text"/>	$\Sigma f_i - f_k$
11	Berechnung der Mittelwerte: $\bar{x}$		f b	$\bar{x}$
	$\bar{y}$		R/S <input type="text"/>	$\bar{y}$
12	Berechnung der Variationskoeffizienten: $V_X$		f b	$V_X$
	$V_Y$		R/S <input type="text"/>	$V_Y$
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
13	Berechnung der Standardabweichungen $s_x$		f c	$s_x$
	$s_y$		R/S <input type="text"/>	$s_y$
	$s_{x'}$		f c	$s_{x'}$
	$s_{y'}$		R/S <input type="text"/>	$s_{y'}$
14	Berechnung der Kovarianz: $s_{xy}$		f d	$s_{xy}$
	$s_{xy'}$		R/S <input type="text"/>	$s_{xy'}$

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
15	Berechnung des Korrelationskoeffizienten $r_{xy}$		f d	$r_{xy}$
16	Berechnung der Summen: $\Sigma x_i$		f e	$\Sigma x_i$
	$\Sigma y_i$		R/S	$\Sigma y_i$
	$\Sigma x_i y_i$		R/S	$\Sigma x_i y_i$
17	Berechnung der Quadratsummen: $\Sigma x_i^2$		f e	$\Sigma x_i^2$
	$\Sigma y_i^2$		R/S	$\Sigma y_i^2$
	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach			
	Zeile 2			
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder			
	auszuschalten, drücken Sie		CLF 0	

**Beispiel 1:**

Berechnen Sie zu den folgenden Daten die Mittelwerte, Standardabweichungen, Kovarianz, Korrelationskoeffizient, Variationskoeffizienten sowie die verschiedenen Summen.

$x_i$	26	30	44	50	62	68	74
$y_i$	92	85	78	81	54	51	40

**Drücken Sie**

**Anzeige/Ausdruck**

<b>A</b>		<b>0.00 ***</b>	
<b>f</b> <b>a</b>		<b>1.00 ***</b>	
26 <b>ENTER</b> 92 <b>B</b>	→	<b>26.00 ***</b>	( $x_1$ )
		<b>92.00 ***</b>	( $y_1$ )
		<b>1.00 ***</b>	( $i = 1$ )
100 <b>ENTER</b> 100 <b>B</b>	→	<b>100.00 ***</b>	( $x_2$ ) (Fehler)
		<b>100.00 ***</b>	( $y_2$ )
		<b>2.00 ***</b>	( $i = 2$ )
100 <b>ENTER</b> 100 <b>C</b>	→	<b>100.00 ***</b>	( $x_2$ ) (Berichtig.)
		<b>100.00 ***</b>	( $y_2$ )
		<b>1.00 ***</b>	( $i = 1$ )
30 <b>ENTER</b> 85 <b>B</b>	→	<b>30.00 ***</b>	( $x_2$ )
		<b>85.00 ***</b>	( $y_2$ )
		<b>2.00 ***</b>	( $i = 2$ )
44 <b>ENTER</b> 78 <b>B</b>	→	<b>44.00 ***</b>	( $x_3$ )
		<b>78.00 ***</b>	( $y_3$ )
		<b>3.00 ***</b>	( $i = 3$ )
50 <b>ENTER</b> 81 <b>B</b>	→	<b>50.00 ***</b>	( $x_4$ )
		<b>81.00 ***</b>	( $y_4$ )
		<b>4.00 ***</b>	( $i = 4$ )

62	<b>ENTER</b>	54	<b>B</b>	→	62.00 ***	( $x_5$ )
					54.00 ***	( $y_5$ )
					5.00 ***	( $i = 5$ )
68	<b>ENTER</b>	51	<b>B</b>	→	68.00 ***	( $x_6$ )
					51.00 ***	( $y_6$ )
					6.00 ***	( $i = 6$ )
74	<b>ENTER</b>	40	<b>B</b>	→	74.00 ***	( $x_7$ )
					40.00 ***	( $y_7$ )
					7.00 ***	( $i = 7$ )
<b>f</b>	<b>b</b>			→	50.57 ***	( $\bar{x}$ )
<b>R/S</b>				→	68.71 ***	( $\bar{y}$ )
<b>f</b>	<b>b</b>			→	36.58 ***	( $V_x$ )
<b>R/S</b>				→	29.10 ***	( $V_y$ )
<b>f</b>	<b>c</b>			→	18.50 ***	( $s_x$ )
<b>R/S</b>				→	20.00 ***	( $s_y$ )
<b>f</b>	<b>c</b>			→	17.13 ***	( $s_x'$ )
<b>R/S</b>				→	18.51 ***	( $s_y'$ )
<b>f</b>	<b>d</b>			→	-354.14 ***	( $s_{xy}$ )
<b>R/S</b>				→	-303.55 ***	( $s_{xy}'$ )
<b>f</b>	<b>d</b>			→	-0.96 ***	( $r_{xy}$ )
<b>f</b>	<b>e</b>			→	354.00 ***	( $\sum x_i$ )
<b>R/S</b>				→	481.00 ***	( $\sum y_i$ )
<b>R/S</b>				→	22200.00 ***	( $\sum x_i y_i$ )
<b>f</b>	<b>e</b>			→	19956.00 ***	( $\sum x_i^2$ )
<b>R/S</b>				→	35451.00 ***	( $\sum y_i^2$ )

**Beispiel 2:**

Berechnen Sie die verschiedenen statistischen Größen für die folgenden klassifizierten Daten:

$x_i$	4,8	5,2	3,8	4,4	4,1
$y_i$	15,1	11,5	14,3	13,6	12,8
$f_i$	1	3	1	6	2

**Drücken Sie****A****Anzeige/Ausdruck**

0.00 \*\*\*

**f** **a**

1.00 \*\*\*

4.8 **ENTER** 15.1 **ENTER** 1 **D** → 4.80 \*\*\* ( $x_1$ )15.10 \*\*\* ( $y_1$ )1.00 \*\*\* ( $f_1$ )1.00 \*\*\* ( $\sum f_1$ )5.2 **ENTER** 11.5 **ENTER** 3 **D** → 5.20 \*\*\* ( $x_2$ )11.50 \*\*\* ( $y_2$ )3.00 \*\*\* ( $f_2$ )4.00 \*\*\* ( $\sum f_2$ )

10	<b>ENTER</b> ↑	10	<b>ENTER</b> ↑	4	<b>D</b>	→	10.00 ***	( $x_3$ ) (Fehler)
							10.00 ***	( $y_3$ )
							4.00 ***	( $f_3$ )
							8.00 ***	( $\Sigma f_3$ )
10	<b>ENTER</b> ↑	10	<b>ENTER</b> ↑	4	<b>E</b>	→	10.00 ***	( $x_3$ ) (Berichtigung)
							10.00 ***	( $y_3$ )
							4.00 ***	( $f_3$ )
							4.00 ***	( $\Sigma f_2$ )
3.8	<b>ENTER</b> ↑	14.3	<b>ENTER</b> ↑	1	<b>D</b>	→	3.80 ***	( $x_3$ )
							14.30 ***	( $y_3$ )
							1.00 ***	( $f_3$ )
							5.00 ***	( $\Sigma f_3$ )
4.4	<b>ENTER</b> ↑	13.6	<b>ENTER</b> ↑	6	<b>D</b>	→	4.40 ***	( $x_4$ )
							13.60 ***	( $y_4$ )
							6.00 ***	( $f_4$ )
							11.00 ***	( $\Sigma f_4$ )
4.1	<b>ENTER</b> ↑	12.8	<b>ENTER</b> ↑	2	<b>D</b>	→	4.10 ***	( $x_5$ )
							12.80 ***	( $y_5$ )
							2.00 ***	( $f_5$ )
							13.00 ***	( $\Sigma f_5$ )
<b>f</b>	<b>b</b>					→	4.52 ***	( $\bar{x}$ )
<b>R/S</b>						→	13.16 ***	( $\bar{y}$ )
<b>f</b>	<b>b</b>					→	9.93 ***	( $V_x$ )
<b>R/S</b>						→	8.42 ***	( $V_y$ )
<b>f</b>	<b>c</b>					→	0.45 ***	( $s_x$ )
<b>R/S</b>						→	1.11 ***	( $s_y$ )
<b>f</b>	<b>c</b>					→	0.43 ***	( $s_x'$ )
<b>R/S</b>						→	1.07 ***	( $s_y'$ )
<b>f</b>	<b>d</b>					→	-0.31 ***	( $s_{xy}$ )
<b>R/S</b>						→	-0.28 ***	( $s_{xy}'$ )
<b>f</b>	<b>d</b>					→	-0.62 ***	( $r_{xy}$ )
<b>f</b>	<b>e</b>					→	58.80 ***	( $\Sigma x_i$ )
<b>R/S</b>						→	171.10 ***	( $\Sigma y_i$ )
<b>R/S</b>						→	770.22 ***	( $\Sigma x_i y_i$ )
<b>f</b>	<b>e</b>					→	268.38 ***	( $\Sigma x_i^2$ )
<b>R/S</b>						→	2266.69 ***	( $\Sigma y_i^2$ )

## **Notizen**

## Fakultät, Kombinationen ohne Wiederholung mit/ohne Berücksichtigung der Anordnung



Dieses Programm berechnet die Fakultät (wobei  $n$  größer als 69 sein darf) sowie Kombinationen ohne Wiederholung mit und ohne Berücksichtigung der Anordnung.

Kombinationen ohne Wiederholung mit bzw. ohne Berücksichtigung der Anordnung (engl.: Permutation bzw. Combination) werden mit Hilfe der Fakultät berechnet; dieses Programm verzichtet aber auf die Verwendung der  $[N!]$ -Taste des Rechners, so daß ein erweiterter Bereich und eine höhere Genauigkeit erreicht wird.

### Verwendete Formeln:

Fakultät:  $n! = n(n-1)(n-2)\dots 2 \times 1$

Kombination ohne Wiederholung mit Berücksichtigung der Anordnung:

$${}_m P_n = \frac{m!}{(m-n)!} = m(m-1)\dots(m-n+1)$$

Kombination ohne Wiederholung ohne Berücksichtigung der Anordnung (Binomialkoeffizient):

$${}_m C_n = \frac{m!}{(m-n)! n!} = \frac{m(m-1)\dots(m-n+1)}{1 \times 2 \times \dots \times n}$$

wobei  $m, n$  ganzzahlig und  $0 \leq n \leq m$ .

### Anmerkungen:

1.  ${}_m P_0 = 1$ ,  ${}_m P_1 = m$ ,  ${}_m P_m = m!$ ; daher sollte  $n!$  für große  $m$  verwendet werden.
2.  ${}_m C_0 = {}_m C_m = 1$
3.  ${}_m C_1 = {}_m C_{m-1} = m$
4.  ${}_m C_n = {}_m C_{m-n}$
5. Wenn  $n!$  für  $n > 69$  berechnet wird, nimmt die Genauigkeit ab, da die Berechnung über den Logarithmus erfolgt:  
 $n! = \log^{-1} [\log(n) + \log[(n-1)!]]$

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe der Ergebnisse einschalten*		<input type="text"/> <input type="text"/> B <input type="text"/>	1.00
4	Gehen Sie nach Zeile 5, 6 oder 7		<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Berechnen Sie $n!$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	falls $n \leq 69$	n	C <input type="text"/>	$n!$
	falls $n > 69$	n	A <input type="text"/>	n
			R/S <input type="text"/>	Exponent von 10
			R/S <input type="text"/>	Mantisse
6	Berechnen Sie ${}_m P_n$	m	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	
		n	D <input type="text"/>	${}_m P_n$
7	Berechnen Sie ${}_m C_n$	m	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	
		n	E <input type="text"/>	${}_m C_n$
	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder auszuschalten, drücken Sie		<input type="text"/> <input type="text"/> CLF 0	

**Beispiele:**

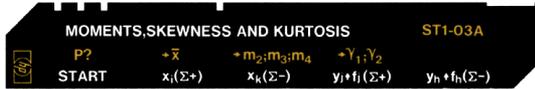
- $5! = 120$
- $69! = 1,711224524 \times 10^{98}$
- $70! = 1,197857069 \times 10^{100}$
- $100! = 9,332622518 \times 10^{157}$
- ${}_{27}P_5 = 9687600,00$
- ${}_{73}C_4 = 1088430,00$

<b>Drücken Sie</b>	<b>Anzeige/Ausdruck</b>
<b>A</b> →	<b>0.00</b>
<b>B</b> →	<b>1.00</b>
5 <b>C</b> →	<b>5.00 ***</b>
	<b>120.00 ***</b> (5!)
69 <b>C</b> →	<b>69.00 ***</b>
	<b>1.711224524+98 ***</b> (69!)
70 <b>C</b> →	<b>70.00 ***</b>
	<b>100.00 ***</b> (10 <sup>100</sup> )
	<b>1.197857069 ***</b> (Mantisse)
100 <b>C</b> →	<b>100.00 ***</b>
	<b>157.00 ***</b> (10 <sup>157</sup> )
	<b>9.332622518 ***</b> (Mantisse)
27 <b>ENTER</b> 5 <b>D</b> →	<b>27.00 ***</b>
	<b>5.00 ***</b>
	<b>9687600.00 ***</b> (27P <sub>5</sub> )
73 <b>ENTER</b> 4 <b>E</b> →	<b>73.00 ***</b>
	<b>4.00 ***</b>
	<b>1088430.00 ***</b> (73C <sub>4</sub> )

# Notizen

## Momente, Schiefe und Steilheit (Kurtosis)

(für klassifizierte und nicht klassifizierte Daten)



Das Programm berechnet verschiedene Momente zur Beschreibung einer gegebenen Datenmenge. Außerdem wird die Schiefe als Maß für die Asymmetrie einer Verteilung und die Steilheit als Maß für die relative Amplitude der Dichtefunktion berechnet. Für eine gegebene Datenmenge  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  gilt:

1. Erstes (gewöhnliches) Moment  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

2. Zweites (zentrales) Moment  $m_2 = \frac{1}{n} \sum x_i^2 - \bar{x}^2$

3. Drittes (zentrales) Moment  $m_3 = \frac{1}{n} \sum x_i^3 - \frac{3}{n} \bar{x} \sum x_i^2 + 2\bar{x}^3$

4. Viertes (zentrales) Moment  $m_4 = \frac{1}{n} \sum x_i^4 - \frac{4}{n} \bar{x} \sum x_i^3 + \frac{6}{n} \bar{x}^2 \sum x_i^2 - 3\bar{x}^4$

Schiefe:  $\gamma_1 = \frac{m_3}{m_2^{3/2}}$

Steilheit (Kurtosis):  $\gamma_2 = \frac{m_4}{m_2^2}$

Das Programm ermöglicht auch die Berechnung dieser Maßzahlen für klassifizierte Daten (indem ähnliche Formeln wie die für nicht klassifizierte Daten verwendet werden):

Daten	$y_1$	$y_2$	$\dots$	$y_m$
Häufigkeit	$f_1$	$f_2$	$\dots$	$f_m$

In diesem Fall gilt für das erste Moment:  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i x_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$

### Literatur:

*Theory and Problems of Statistics*, M. R. Spiegel, Schaum's Outline, McGraw-Hill, 1961.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		<input type="text"/> A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe der Ergebnisse einschalten*		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> f <input type="text"/> a	1.00
4	Gehen Sie für klassifizierte Daten nach Zeile 12		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Führen Sie für unklassifizierte Daten die Zeilen 6–7 für $i = 1, 2, \dots, n$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
6	$x_i$ eingeben	$x_i$	<input type="text"/> B <input type="text"/>	$i$
7	Wenn Sie bei der Eingabe von $x_k$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt:	$x_k$	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> C <input type="text"/>	$i-1$
8	Berechnen Sie $\bar{x}$		<input type="text"/> f <input type="text"/> b	$\bar{x}$
9	Berechnen Sie $m_2$		<input type="text"/> f <input type="text"/> c	$m_2$
	$m_3$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$m_3$
	$m_4$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$m_4$
10	Berechnen Sie $\gamma_1$		<input type="text"/> f <input type="text"/> d	$\gamma_1$
	$\gamma_2$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$\gamma_2$
11	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
12	Führen Sie für klassifizierte Daten die Zeilen 13–14 für $j = 1, 2, \dots, m$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
13	$y_j$ eingeben		<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$y_j$
	$f_j$ eingeben		<input type="text"/> D <input type="text"/>	$j$
14	Wenn Sie bei der Eingabe von $y_h$ oder $f_h$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt:	$y_h$ $f_h$	<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> ↑ <input type="text"/> <input type="text"/> E <input type="text"/>	$y_h$ $j-1$
15	Gehen Sie nach Zeile 8		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder auszuschalten, drücken Sie		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> CLF <input type="text"/> 0	

**Beispiele:**

1. Nicht klassifizierte Daten

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$x_i$	2,1	3,5	4,2	6,5	4,1	3,6	5,3	3,7	4,9

$\bar{x} = 4,21, m_2 = 1,39, m_3 = 0,39, m_4 = 5,49$

$\gamma_1 = 0,24, \gamma_2 = 2,84$

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck	
<b>A</b> →	0.00 ***	
<b>f</b> <b>a</b> →	1.00 ***	
2.1 <b>B</b> →	2.10 ***	( $x_1$ )
	1.00 ***	( $i = 1$ )
4 <b>B</b> →	4.00 ***	( $x_2$ ) (Fehler)
	2.00 ***	
4 <b>C</b> →	4.00 ***	( $x_2$ ) (Berichtig.)
	1.00 ***	
3.5 <b>B</b> →	3.50 ***	( $x_2$ )
	2.00 ***	
4.2 <b>B</b> →	4.20 ***	( $x_3$ )
	3.00 ***	
6.5 <b>B</b> →	6.50 ***	( $x_4$ )
	4.00 ***	
4.1 <b>B</b> →	4.10 ***	( $x_5$ )
	5.00 ***	
3.6 <b>B</b> →	3.60 ***	( $x_6$ )
	6.00 ***	
5.3 <b>B</b> →	5.30 ***	( $x_7$ )
	7.00 ***	
3.7 <b>B</b> →	3.70 ***	( $x_8$ )
	8.00 ***	
4.9 <b>B</b> →	4.90 ***	( $x_9$ )
	9.00 ***	
<b>f</b> <b>b</b> →	4.21 ***	( $\bar{x}$ )
<b>f</b> <b>c</b> →	1.39 ***	( $m_2$ )
<b>R/S</b> →	0.39 ***	( $m_3$ )
<b>R/S</b> →	5.49 ***	( $m_4$ )
<b>f</b> <b>d</b> →	0.24 ***	( $\gamma_1$ )
<b>R/S</b> →	2.84 ***	( $\gamma_2$ )

## 2. Klassifizierte Daten

j	1	2	3	4	5
$y_j$	3	2	4	6	1
$f_j$	4	5	3	2	1

$$\bar{x} = 3,13, m_2 = 1,98, m_3 = 2,14, m_4 = 11,05$$

$$\gamma_1 = 0,77, \gamma_2 = 2,81$$

Drücken Sie

Anzeige/Ausdruck

<b>A</b> →	0.00 ***	
<b>f</b> <b>a</b> →	1.00 ***	
3 <b>ENTER</b> 4 <b>D</b> →	3.00 ***	( $y_1$ )
	4.00 ***	( $f_1$ )
	1.00 ***	
2 <b>ENTER</b> 5 <b>D</b> →	2.00 ***	( $y_2$ )
	5.00 ***	( $f_2$ )
	2.00 ***	
5 <b>ENTER</b> 5 <b>D</b> →	5.00 ***	( $y_3$ ) (Fehler)
	5.00 ***	( $f_3$ )
	3.00 ***	
5 <b>ENTER</b> 5 <b>E</b> →	5.00 ***	( $y_3$ ) (Berichtig.)
	5.00 ***	( $f_3$ )
	2.00 ***	
4 <b>ENTER</b> 3 <b>D</b> →	4.00 ***	( $y_3$ )
	3.00 ***	( $f_3$ )
	3.00 ***	
6 <b>ENTER</b> 2 <b>D</b> →	6.00 ***	( $y_4$ )
	2.00 ***	( $f_4$ )
	4.00 ***	
1 <b>ENTER</b> 1 <b>D</b> →	1.00 ***	( $y_5$ )
	1.00 ***	( $f_5$ )
	5.00 ***	
<b>f</b> <b>b</b> →	3.13 ***	( $\bar{x}$ )
<b>f</b> <b>c</b> →	1.98 ***	( $m_2$ )
<b>R/S</b> →	2.14 ***	( $m_3$ )
<b>R/S</b> →	11.05 ***	( $m_4$ )
<b>f</b> <b>d</b> →	0.77 ***	( $\gamma_1$ )
<b>R/S</b> →	2.81 ***	( $\gamma_2$ )

## Erzeugung von Zufallszahlen



Für Zufallszahlen gibt es in der Praxis zahlreiche Anwendungen; sie werden für Simulationen, zur Erzeugung von Stichprobenwerten, für die Computer-Programmierung, numerische Lösungsverfahren und für Spiele verwendet.

Dieses Programm erzeugt (1) gleichförmig verteilte Zufallszahlen, (2) gleichförmig verteilte ganze Zahlen, (3) normalverteilte Zufallszahlen, (4) exponentialverteilte Zufallszahlen und (5) Mittelwert, Standardabweichung und laufende Nummer der erzeugten Pseudo-Zufallszahlen.

Zufallszahlengenerator:  $Z_{i+1} = \text{FRC}(997 z_i)$   $i = 0, 1, 2, \dots$

FRC  $\hat{=}$  Dezimalteil

$z_0 = 0,5284163$

### Verwendete Formeln:

1. Gleichförmig verteilte Pseudo-Zufallszahlen  $u_i$  im Bereich  $a < u_i < b$ . Das Programm errechnet die Zufallszahlen nach der folgenden multiplikativen Rekursionsformel:

$$u_{i+1} = (b - a) \times \text{Dezimalteil von } (997 z_i) + a = (b - a) z_{i+1} + a$$

wobei  $i = 0, 1, 2, \dots$

$$z_0 = 0,5284163$$

Die Periode der solchermaßen erzeugten Zahlenfolge beträgt 500000 (d.h. es werden 500000 verschiedene Pseudo-Zufallszahlen erzeugt, bevor sich ein Wert wiederholt). Die geringerwertigen Ziffern (rechts) sind «weniger zufällig» verteilt als die höherwertigen (unmittelbar hinter dem Dezimalpunkt). Werden also Zufallsziffern benötigt, so sollten sie von dem höherwertigen Teil der Pseudo-Zufallszahlen bestimmt werden. Dieser Zufallszahlen-Generator besteht den Chi-Quadrat-Test und weitere statistischen Prüfverfahren zur Untersuchung der Gleichverteilung.

Wenn eine andere Zahlenfolge gewünscht wird, kann ein anderer Anfangswert  $z_0$  (mit  $0 < z_0 < 1$ ) gewählt werden. Dazu sind einige Programmschritte (die den Startwert unter **LBL** 0 abspeichern) abzuändern. Wenn  $z_0 \times 10^7$  nicht durch 2 oder 5 teilbar ist, hat die Periode eine Länge von 500000. Bevor Sie den auf diese Weise abgeänderten Zufallszahlen-Generator verwenden, sollten die erzeugten Werte mit statistischen Testverfahren überprüft werden.

2. Gleichförmig verteilte Zufallsziffern  $d_i$  im Bereich  $1 \leq d_i \leq k$ .

Angenommen,  $z_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) ist eine Folge von gleichförmig verteilten Zufallszahlen zwischen 0 und 1. Dann gilt:

$$d_i = 1 + \text{ganzzahliger Anteil von } (kz_i)$$

3. Normalverteilte Pseudo-Zufallszahlen  $n_i$  zu gegebenen Werten für Mittelwert  $m$  und Standardabweichung  $\sigma$ .

Angenommen,  $z_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) ist eine Folge von gleichförmig verteilten Zufallszahlen zwischen 0 und 1. Es sei:

$$V_1 = (2z_i - 1) \quad V_2 = (2z_{i+1} - 1)$$

$$S = V_1^2 + V_2^2 \quad (i = 1, 2, \dots)$$

Falls  $S \geq 1$ , sind die beiden gleichverteilten Werte  $u_i$  und  $u_{i+1}$  durch die nächsten beiden Zufallszahlen der Folge zu ersetzen. Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis  $S < 1$ . Anschließend werden die beiden normalverteilten Pseudo-Zufallszahlen nach folgenden Gleichungen berechnet:

$$n_i = \sigma V_1 \sqrt{\frac{-2 \ln S}{S}} + m$$

$$n_{i+1} = \sigma V_2 \sqrt{\frac{-2 \ln S}{S}} + m$$

4. Exponentialverteilte Pseudo-Zufallszahlen  $e_i$  mit dem Mittelwert  $\mu$ . Angenommen,  $z_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) ist eine Folge von gleichförmig verteilten Zufallszahlen zwischen 0 und 1. Dann gilt:

$$e_i = -\mu \ln z_i$$

5. Der Mittelwert  $\bar{x}$ , die Standardabweichung  $s$  und die laufende Nummer  $n$  der erzeugten Pseudo-Zufallszahlen  $x_i$  werden nach folgenden Formeln berechnet:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$$

wobei  $x_i$  eine der Größen  $u_i$ ,  $d_i$ ,  $n_i$  oder  $e_i$  ist.

### Literatur:

Donald E. Knuth, *The Art of Computer Programming*, Vol. 2, Addison-Wesley, 1971.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Gehen Sie für gleichverteilte Zufallsziffern		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	nach Zeile 6, für normalverteilte Zufallszahlen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	nach Zeile 9 oder für exponentialverteilte		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zufallszahlen nach Zeile 12		<input type="text"/> <input type="text"/>	
3	Geben Sie die Intervallgrenzen für die		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Erzeugung von gleichförmig verteilten		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zufallszahlen ein	a	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	a
		b	<input type="text"/> f <input type="text"/> a	b
4	Führen Sie Zeile 4 für $i = 1, 2, \dots$ aus		<input type="text"/> A <input type="text"/>	$u_i$
5	Gehen Sie für $\bar{x}$ , s und n nach Zeile 14		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	Geben Sie den maximal erwünschten ganz-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	zahligen Wert ein	k	<input type="text"/> f <input type="text"/> b	k
7	Führen Sie Zeile 7 für $i = 1, 2, \dots$ aus		<input type="text"/> B <input type="text"/>	$d_i$
8	Gehen Sie für $\bar{x}$ , s und n nach Zeile 14		<input type="text"/> <input type="text"/>	
9	Geben Sie für normalverteilte Zufallszahlen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	den Mittelwert und die Standardabweichung		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	ein	m	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	m
		$\sigma$	<input type="text"/> f <input type="text"/> c	$\sigma$
10	Führen Sie Zeile 10 für $i = 1, 2, \dots$ aus		<input type="text"/> C <input type="text"/>	$n_i$
11	Gehen Sie für $\bar{x}$ , s und n nach Zeile 14		<input type="text"/> <input type="text"/>	
12	Geben Sie für exponentialverteilte Zufalls-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	zahlen den Mittelwert ein	$\mu$	<input type="text"/> f <input type="text"/> d	$\mu$
13	Führen Sie Zeile 13 für $i = 1, 2, \dots$ aus.		<input type="text"/> D <input type="text"/>	$e_i$
14	<i>Auf Wunsch:</i> Berechnen Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	den Mittelwert		<input type="text"/> E <input type="text"/>	$\bar{x}$
	die Standardabweichung		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	s
	die laufende Nummer (Zähler)		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	n
15	Gehen Sie zur Fortsetzung der Berechnung		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	nach Zeile 4, 7, 10 oder 13		<input type="text"/> <input type="text"/>	
16	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	

**Beispiel 1:**

Erzeugen Sie eine Folge von gleichförmig verteilten Pseudo-Zufallszahlen zwischen 0 und 1.

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck	
0 <b>ENTER</b>   <b>f</b> <b>a</b> →	0.00 ***	(a)
	1.00 ***	(b)
<b>A</b> →	0.83 ***	(u <sub>1</sub> )
<b>A</b> →	0.56 ***	(u <sub>2</sub> )
<b>A</b> →	0.27 ***	.
<b>A</b> →	0.04 ***	.
<b>A</b> →	0.20 ***	.
<b>A</b> →	0.75 ***	.
<b>A</b> →	0.83 ***	.
<b>A</b> →	0.95 ***	.
<b>E</b> →	0.55 ***	(Mittelwert $\bar{x}$ )
<b>R/S</b> →	0.34 ***	(Standardabw. 5)
<b>R/S</b> →	8.00 ***	(Zähler n)
<b>A</b> →	0.68 ***	
<b>A</b> →	0.63 ***	
<b>A</b> →	0.22 ***	
	usw.	

**Beispiel 2:**

Simulieren Sie mit dem Zufallszahlen-Generator das fortgesetzte Werfen eines Würfels.

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck	
6 <b>f</b> <b>b</b> →	6.00 ***	(k)
<b>B</b> →	5.00 ***	(d <sub>1</sub> )
<b>B</b> →	4.00 ***	(d <sub>2</sub> )
<b>B</b> →	2.00 ***	.
<b>B</b> →	1.00 ***	.
<b>B</b> →	2.00 ***	.
<b>B</b> →	5.00 ***	.
	usw.	

**Beispiel 3:**

Ein Lehrer möchte es sich bei der Notengebung leicht machen und entschließt sich, die Noten zufällig und ohne Bevorzugung einzelner Schüler zu verteilen. Die Noten sollen um einen Mittelwert von 75 normalverteilt sein, wobei die Standardabweichung 10 betragen soll. Wie kann der Zufallszahlen-Generator für diesen Zweck verwendet werden?

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck
75 <b>ENTER</b> 10 <b>f</b> <b>C</b> →	<b>75.00 ***</b> (m)
	<b>10.00 ***</b> ( $\sigma$ )
<b>C</b> →	<b>87.42 ***</b> ( $n_1$ )
<b>C</b> →	<b>77.17 ***</b> ( $n_2$ )
<b>C</b> →	<b>67.44 ***</b> .
<b>C</b> →	<b>81.23 ***</b> .
<b>C</b> →	<b>89.91 ***</b> .
<b>C</b> →	<b>85.32 ***</b> .
	usw.

**Beispiel 4:**

Eine radioaktive Substanz sendet Alpha-Teilchen aus. Im Durchschnitt erfolgt dabei alle fünf Sekunden die Aussendung eines Teilchens. Die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Emissionen ist exponentialverteilt, wobei der Mittelwert 5 beträgt. Erzeugen Sie jetzt mit Hilfe dieses Programms eine Folge von Pseudo-Zufallszahlen, die als Meßwerte für die Zeit zwischen aufeinanderfolgenden Emissionen eines Alpha-Teilchens angesehen werden können.

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck
5 <b>f</b> <b>d</b> →	<b>5.00 ***</b> ( $\mu$ )
<b>D</b> →	<b>0.93 ***</b> ( $e_1$ )
<b>D</b> →	<b>2.92 ***</b> ( $e_2$ )
<b>D</b> →	<b>6.49 ***</b> .
<b>D</b> →	<b>15.93 ***</b> .
<b>D</b> →	<b>8.14 ***</b> .
<b>D</b> →	<b>1.44 ***</b> .
	usw.

# Notizen

## Histogramm



Tabellarisch angeordnete Daten und Ergebnisse mancher Rechnungen lassen sich sehr übersichtlich und zweckmäßig in Form eines Histogramms (siehe folgende Abbildung) darstellen. Ein bestimmter Trend sowie herausragende Werte fallen bei der Betrachtung eines solchen Histogramms besonders deutlich auf.

### Histogramm

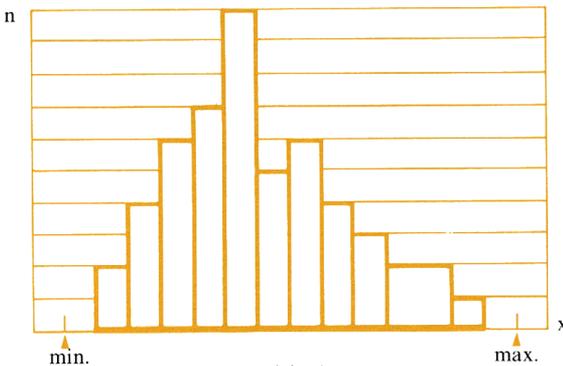


Abb. 1

Das Programm sortiert die eingegebenen Daten nach 24 Intervallen gleicher Breite, die innerhalb einer vorgegebenen unteren und oberen Grenze liegen.

Anschließend «erhöht» das Programm die Höhe desjenigen Kästchens um «1», in dessen Intervall der eingegebene Wert fällt. Dieses Verfahren wird für alle  $x$ -Werte – d.h. für sämtliche Ausgangsdaten – wiederholt. Wenn Sie nach Eingabe aller Daten **f** **▢** drücken, gibt das Programm die Gesamtzahl der Eingabedaten, den Mittelwert und die Standardabweichung aus. Das Histogramm wird mit **f** **▣** aufgelistet; der Rechner gibt die Anzahl der Eingabewerte an, die in das jeweilige «Kästchen» (d. h. Intervall) fallen.

Die Zähler für die 24 Intervalle sind in den Registern  $R_1$  bis  $R_9$  gespeichert; dabei belegen jeweils drei Intervalle gemeinsam ein Register. Fehlerhaft eingegebene Werte können jederzeit entfernt werden, indem dieser Wert erneut eingetastet und dann **E** gedrückt wird. Lag der Wert außerhalb der zu Beginn eingegebenen Grenzen, zeigt der Rechner «Error» an und das Programm ist erneut zu starten.

Zu Beginn sind die Grenzwerte für das Histogramm vorzugeben. Dies ist in der Regel der kleinste erwartete Wert und der größte in den Ausgangsdaten vorkommende Wert.

**Verwendete Formeln:**

Für das Histogramm: Mittelwert =  $\frac{\sum x_i}{n}$

Standardabweichung =  $\sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$

$$y_i = 1 + \text{Int} \left[ 24 \frac{x_i - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} \right]$$

wobei:

$y_i$  = Intervall-Nummer

$x_i$  = eingegebener Wert

$x_{\min}$  = untere Grenze für das Histogramm

$x_{\max}$  = obere Grenze für das Histogramm

Int = ganzzahliger Anteil (entspricht der Tastenfunktion **INT**)

**Anmerkungen:**

Da jedem Intervall beim Abspeichern nur drei Stellen zur Verfügung stehen, findet ein Überlauf zum benachbarten Intervall statt, wenn mehr als 999 Werte in eines dieser «Fächer» fallen.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	NORM-Modus für die automatische Ausgabe der Ergebnisse einschalten*		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			B <input type="text"/>	1.00
4	Geben Sie ein: unteren Grenzwert	$x_{\min}$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$-x_{\min}$
	oberen Grenzwert	$x_{\max}$	C <input type="text"/>	$x_{\max}$ .
5	Führen Sie die Zeilen 6 – 7 für $i = 1, 2, \dots, n$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	$x_i$ eingeben	$x_i$	D <input type="text"/>	i
7	Wenn Sie bei der Eingabe von $x_k$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt:	$x_k$	<input type="text"/> <input type="text"/>	
			E <input type="text"/>	$i - 1$
8	Histogramm auflisten		f a	Liste
9	$n$ , $\bar{x}$ und $s$ ausgeben		f b	n
			R/S <input type="text"/>	$\bar{x}$
			R/S <input type="text"/>	s
10	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder auszuschalten, drücken Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			CLF 0	

**Beispiel:**

Stellen Sie die folgenden Daten in Form eines Histogramms dar. Verwenden Sie als Grenzen  $x_{\min} = 0$  und  $x_{\max} = 24$ .

{18,1, 14,3, 8,4, 0,7, 20,2, 14, 17,2, 24, 8,8, 5,7, 13,2, 22,1, 15,7, 18,9, 23}

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

A	→	0.00 ***	
B	→	1.00 ***	
0	ENTER ↑ 24 C	→	0.00 *** ( $x_{\min}$ )
			24.00 *** ( $x_{\max}$ )
18.1	D	→	18.10 ***
			1. ***
14.3	D	→	14.30 ***
			2. ***
8.4	D	→	8.40 ***
			3. ***

0.7	<b>D</b>	→	0.70 ***	
			4. ***	
9.9	<b>D</b>	→	9.90 ***	(Fehler)
			5. ***	
9.9.	<b>E</b>	→	9.90 ***	(Berichtigung)
			4. ***	
20.2	<b>D</b>	→	20.20 ***	
			5. ***	
14	<b>D</b>	→	14.00 ***	
			6. ***	
17.2	<b>D</b>	→	17.20 ***	
			7. ***	
24	<b>D</b>	→	24.00 ***	
			8. ***	
8.8	<b>D</b>	→	8.80 ***	
			9. ***	
5.7	<b>D</b>	→	5.70 ***	
			10. ***	
13.2	<b>D</b>	→	13.20 ***	
			11. ***	
22.1	<b>D</b>	→	22.10 ***	
			12. ***	
15.7	<b>D</b>	→	15.70 ***	
			13. ***	
18.9	<b>D</b>	→	18.90 ***	
			14. ***	
23	<b>D</b>	→	23.00 ***	
			15. ***	
<b>f</b> <b>b</b>		→	15.00 ***	(n)
<b>R/S</b>		→	14.95 ***	( $\bar{x}$ )
<b>R/S</b>		→	6.71 ***	(s)
<b>f</b> <b>a</b>		→	0.00 ***	} Intervallgrenzen
			1.00 ***	
			1. ***	
			1.00 ***	
			2.00 ***	
			0. ***	
			2.00 ***	
			3.00 ***	
			0. ***	
			3.00 ***	
			4.00 ***	
			0. ***	
			4.00 ***	
			5.00 ***	
			0. ***	

5.00 \*\*\*  
6.00 \*\*\*  
1. \*\*\*  
6.00 \*\*\*  
7.00 \*\*\*  
0. \*\*\*  
7.00 \*\*\*  
8.00 \*\*\*  
0. \*\*\*  
8.00 \*\*\*  
9.00 \*\*\*  
2. \*\*\*  
9.00 \*\*\*  
10.00 \*\*\*  
0. \*\*\*  
10.00 \*\*\*  
11.00 \*\*\*  
0. \*\*\*  
11.00 \*\*\*  
12.00 \*\*\*  
0. \*\*\*  
12.00 \*\*\*  
13.00 \*\*\*  
0. \*\*\*  
13.00 \*\*\*  
14.00 \*\*\*  
1. \*\*\*  
14.00 \*\*\*  
15.00 \*\*\*  
2. \*\*\*  
15.00 \*\*\*  
16.00 \*\*\*  
1. \*\*\*  
16.00 \*\*\*  
17.00 \*\*\*  
0. \*\*\*  
17.00 \*\*\*  
18.00 \*\*\*  
1. \*\*\*  
18.00 \*\*\*  
19.00 \*\*\*  
2. \*\*\*  
19.00 \*\*\*  
20.00 \*\*\*  
0. \*\*\*  
20.00 \*\*\*

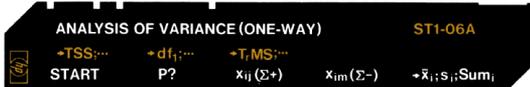
21.00 \*\*\*  
 1. \*\*\*  
 21.00 \*\*\*  
 22.00 \*\*\*  
 0. \*\*\*  
 22.00 \*\*\*  
 23.00 \*\*\*  
 1. \*\*\*  
 23.00 \*\*\*  
 24.00 \*\*\*  
 2. \*\*\*

### Histogramm



Abb. 2

## Einfache Varianzanalyse



Mit Hilfe der einfachen Varianzanalyse wird getestet, ob die beobachteten Differenzen der Mittelwerte von  $k$  aufbereiteten Klassen zufallsbedingt oder darauf zurückzuführen sind, daß tatsächlich Unterschiede bei den Mittelwerten der entsprechenden Grundgesamtheiten bestehen. Angenommen, die  $i$ -te Klasse setzt sich aus  $n_i$  Beobachtungen zusammen (die Anzahl der Beobachtungen der jeweiligen Stichproben kann gleich oder verschieden sein). Es ist die Nullhypothese zu testen, daß die Mittelwerte der  $k$  Grundgesamtheiten alle gleich sind. Das Programm berechnet sämtliche Werte der Anova-Tafel (siehe Literatur).

1. Mittelwert der Beobachtungen der  $i$ -ten Klasse ( $i = 1, 2, \dots, k$ )

$$\bar{x}_i = \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} / n_i$$

2. Standardabweichung der Beobachtungen in der  $i$ -ten Klasse

$$s_i = \left[ \left( \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}^2 - n \bar{x}_i^2 \right) / (n_i - 1) \right]^{1/2}$$

3. Summe der Beobachtungen der  $i$ -ten Klasse

$$\text{Sum}_i = \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$$

4. Gesamtquadratsumme

$$\text{TSS} = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} \right)^2}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

5. Quadratsumme zwischen den Mittelwerten der Klasse

$$\text{TrSS} = \sum_{i=1}^k \frac{\left( \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} \right)^2}{n_i} - \frac{\left( \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} \right)^2}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

6. Fehlerquadratsumme = Quadratsumme innerhalb der Klassen

$$\text{ESS} = \text{TSS} - \text{TrSS}$$

7. Anzahl der Freiheitsgrade von TrSS

$$df_1 = k - 1$$

8. Anzahl der Freiheitsgrade von ESS

$$df_2 = \sum_{i=1}^k n_i - k$$

9. Gesamtzahl der Freiheitsgrade

$$df_3 = df_1 + df_2 = \sum_{i=1}^k n_i - 1$$

10. Durchschnittsquadrat zwischen den Klassen

$$\text{TrMS} = \frac{\text{TrSS}}{df_1}$$

11. Durchschnittsquadrat innerhalb der Klassen

$$\text{EMS} = \frac{\text{ESS}}{df_2}$$

12.  $F = \frac{\text{TrMS}}{\text{EMS}}$  (mit den Freiheitsgraden  $df_1, df_2$ )

**Literatur:**

J. E. Freund, *Mathematical Statistics*, Prentice Hall, 1962.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe der Ergebnisse einschalten*		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			B <input type="text"/>	1.00
4	Führen Sie die Zeilen 5–7 für $i=1, 2, \dots, k$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Führen Sie Zeile 6 für $j=1, 2, \dots, n_j$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	$x_{ij}$ eingeben	$x_{ij}$	C <input type="text"/>	j
7	Wenn Sie bei der Eingabe von $x_{im}$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt:	$x_{im}$	<input type="text"/> <input type="text"/>	
			D <input type="text"/>	$j-1$
8	Berechnen Sie den Mittelwert $\bar{x}_i$ die Standardabweichung $s_i$ Summe (Sum <sub>j</sub> )		E <input type="text"/>	$\bar{x}_i$
			R/S <input type="text"/>	$s_i$
			R/S <input type="text"/>	Sum <sub>j</sub>
9	Berechnen Sie die Gesamtquadratsumme Quadratsumme zwischen den Mittelwerten der Klasse Fehlerquadratsumme		f <input type="text"/> a <input type="text"/>	TSS
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
			R/S <input type="text"/>	TrSS
			R/S <input type="text"/>	ESS
10	Berechnen Sie die Anzahl der Freiheitsgrade $df_1$ $df_2$ $df_3$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			f <input type="text"/> b <input type="text"/>	$df_1$
			R/S <input type="text"/>	$df_2$
			R/S <input type="text"/>	$df_3$
11	Berechnen Sie Durchschnittsquadrat zwischen den Klassen Durchschnittsquadrat innerhalb der Klassen F		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			f <input type="text"/> c <input type="text"/>	TrMS
			R/S <input type="text"/>	EMS
			R/S <input type="text"/>	F
12	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder auszuschalten, drücken Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			CLF <input type="text"/> 0 <input type="text"/>	

**Beispiel:**

Die folgende Tabelle enthält die Punktzahlen, die von zufällig ausgewählten Schülergruppen von vier verschiedenen Lehranstalten anlässlich eines groß angelegten Leistungs-Tests erreicht wurden:

i \ j	1	2	3	4	5	6	7
Schule 1	88	99	96	68	85		
Schule 2	78	62	98	83	61	88	
Schule 3	80	61	74	92	78	54	77
Schule 4	71	65	90	46			

Wenden Sie das vorliegende Programm auf diese Daten an (erstellen Sie die vollständige Anova-Tafel) und testen Sie die Nullhypothese, daß die Unterschiede zwischen den Mittelwerten dieser Stichprobenklassen dem Zufall zuzuschreiben sind. Verwenden Sie dabei als Signifikanzwert  $\alpha = 0,01$ .

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck	
<b>A</b> →	0.00 ***	
<b>B</b> →	1.00 ***	
88 <b>C</b> →	88.00 ***	
	1.00 ***	
99 <b>C</b> →	99.00 ***	
	2.00 ***	
96 <b>C</b> →	96.00 ***	
	3.00 ***	
68 <b>C</b> →	68.00 ***	
	4.00 ***	
85 <b>C</b> →	85.00 ***	
	5.00 ***	
<b>E</b> →	87.20 ***	( $\bar{x}_1$ )
<b>R/S</b> →	12.15 ***	( $s_1$ )
<b>R/S</b> →	436.00 ***	(Sum <sub>1</sub> )
78 <b>C</b> →	78.00 ***	
	1.00 ***	
62 <b>C</b> →	62.00 ***	
	2.00 ***	
98 <b>C</b> →	98.00 ***	
	3.00 ***	
83 <b>C</b> →	83.00 ***	
	4.00 ***	
61 <b>C</b> →	61.00 ***	
	5.00 ***	
88 <b>C</b> →	88.00 ***	
	6.00 ***	
<b>E</b> →	78.33 ***	( $\bar{x}_2$ )

<b>R/S</b>	→	<b>14.62 ***</b>	( $\bar{s}_2$ )
<b>R/S</b>	→	<b>470.00 ***</b>	(Sum <sub>2</sub> )
<b>80 C</b>	→	<b>80.00 ***</b>	
		<b>1.00 ***</b>	
<b>61 C</b>	→	<b>61.00 ***</b>	
		<b>2.00 ***</b>	
<b>74 C</b>	→	<b>74.00 ***</b>	
		<b>3.00 ***</b>	
<b>92 C</b>	→	<b>92.00 ***</b>	
		<b>4.00 ***</b>	
<b>78 C</b>	→	<b>78.00 ***</b>	
		<b>5.00 ***</b>	
<b>54 C</b>	→	<b>54.00 ***</b>	
		<b>6.00 ***</b>	
<b>77 C</b>	→	<b>77.00 ***</b>	
		<b>7.00 ***</b>	
<b>E</b>	→	<b>73.71 ***</b>	( $\bar{x}_3$ )
<b>R/S</b>	→	<b>12.61 ***</b>	( $s_3$ )
<b>R/S</b>	→	<b>516.00 ***</b>	(Sum <sub>3</sub> )
<b>71 C</b>	→	<b>71.00 ***</b>	
		<b>1.00 ***</b>	
<b>66 C</b>	→	<b>66.00 ***</b>	(Fehler)
		<b>2.00 ***</b>	
<b>66 D</b>	→	<b>66.00 ***</b>	(Berichtigung)
		<b>1.00 ***</b>	
<b>65 C</b>	→	<b>65.00 ***</b>	
		<b>2.00 ***</b>	
<b>90 C</b>	→	<b>90.00 ***</b>	
		<b>3.00 ***</b>	
<b>46 C</b>	→	<b>46.00 ***</b>	
		<b>4.00 ***</b>	
<b>E</b>	→	<b>68.00 ***</b>	( $\bar{x}_4$ )
<b>R/S</b>	→	<b>18.13 ***</b>	( $s_4$ )
<b>R/S</b>	→	<b>272.00 ***</b>	(Sum <sub>4</sub> )
<b>f a</b>	→	<b>4530.00 ***</b>	(TSS)
<b>R/S</b>	→	<b>930.44 ***</b>	(TrSS)
<b>R/S</b>	→	<b>3599.56 ***</b>	(ESS)
<b>f b</b>	→	<b>3.00 ***</b>	(df <sub>1</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>18.00 ***</b>	(df <sub>2</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>21.00 ***</b>	(df <sub>3</sub> )
<b>f c</b>	→	<b>310.15 ***</b>	(TrMS)
<b>R/S</b>	→	<b>199.98 ***</b>	(EMS)
<b>R/S</b>	→	<b>1.55 ***</b>	(F)

## Anova-Tafel

	SS	df	MS	F
Tr (Treatments)	930,44	3	310,15	1,55
E (Error)	3599,56	18	199,98	
$\Sigma$ (Total)	4530,00	21		

Da  $F = 1,55$  den Wert  $F_{0,01;3;18} = 5,09$  nicht übersteigt, kann die Nullhypothese nicht verworfen werden. Wir schließen daraus, daß die unterschiedlichen Punktzahl-Ergebnisse der verschiedenen Schulen nicht signifikant sind, sondern zufallsbedingt.

## Doppelte Varianzanalyse



Die Varianzanalyse ist die Zerlegung der Gesamt-Variabilität einer gegebenen Datenmenge (gemessen an der Gesamtquadratsumme) in einzelne Komponenten mit verschiedenen Variations-Ursachen.

Die doppelte Varianzanalyse testet die Zeilen- und Spalteneffekte unabhängig voneinander. Das Programm berechnet sämtliche nachfolgenden Größen (vollständige Anova-Tafel – siehe Literatur) für den Fall, daß (1) jede Zeile nur eine Beobachtung enthält und (2) die Zeilen- und Spalteneffekte voneinander unabhängig sind.

### Verwendete Formeln:

#### 1. Summen

$$\text{Zeilensumme Row } RS_i = \sum_j x_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, r$$

$$\text{Spaltensumme Column } CS_j = \sum_i x_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, c$$

#### 2. Quadratsummen

$$\text{Gesamtquadratsumme Total TSS} = \sum \sum x_{ij}^2 - (\sum \sum x_{ij})^2 / rc$$

Quadratsumme zwischen den Mittelwerten der Zeilen

$$\text{Row RSS} = \sum_i \left( \sum_j x_{ij} \right)^2 / c - (\sum \sum x_{ij})^2 / rc$$

Quadratsumme zwischen den Mittelwerten der Spalten

$$\text{Column CSS} = \sum_j \left( \sum_i x_{ij} \right)^2 / r - (\sum \sum x_{ij})^2 / rc$$

$$\text{Quadratische Restsumme Error ESS} = \text{TSS} - \text{RSS} - \text{CSS}$$

#### 3. Anzahl der Freiheitsgrade

$$\text{Zwischen den Zeilen} \quad df_1 = r - 1$$

$$\text{Zwischen den Spalten} \quad df_2 = c - 1$$

$$\text{Rest} \quad df_3 = (r - 1)(c - 1)$$

#### 4. F

$$\text{Zeile } F_1 = \frac{\text{RSS}}{df_1} \bigg/ \frac{\text{ESS}}{df_3}$$

$$\text{Spalte } F_2 = \frac{\text{CSS}}{df_2} \bigg/ \frac{\text{ESS}}{df_3}$$

**Literatur:**

Dixon and Massey, *Introduction to Statistical Analysis*, McGraw-Hill, 1969.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe der Ergebnisse einschalten *		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			B <input type="text"/>	1.00
4	Geben Sie ein: Anzahl der Zeilen r	r	↑ <input type="text"/>	
	Anzahl der Spalten c	c	C <input type="text"/>	c
5	Führen Sie die Zeilen 6–9 für $i=1, 2, \dots, r$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	Führen Sie die Zeilen 7–8 für $j=1, 2, \dots, c$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
7	$x_{ij}$ eingeben	$x_{ij}$	D <input type="text"/>	j
8	Wenn Ihnen bei der Eingabe von $x_{im}$ ein Fehler unterlaufen ist, korrigieren Sie wie folgt:	$x_{im}$	<input type="text"/> <input type="text"/>	
			E <input type="text"/>	$i-1$
9	Berechnen Sie die Zeilensummen $RS_i$		f a	$RS_i$
10	Zwischenschritt		f b	0.00
11	Führen Sie die Zeilen 12–15 für $j=1, 2, \dots, c$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
12	Führen Sie die Zeilen 13–14 für $i=1, 2, \dots, r$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
13	$x_{ij}$ eingeben	$x_{ij}$	D <input type="text"/>	i
14	Wenn Sie bei der Eingabe von $x_{hj}$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt:	$x_{hj}$	<input type="text"/> <input type="text"/>	
			E <input type="text"/>	$i-1$
15	Berechnen Sie die Spaltensummen $CS_i$		f c	$CS_i$
16	Berechnen Sie F: Zeilen $F_1$ Spalten $F_2$		f d	$F_1$
			R/S <input type="text"/>	$F_2$
17	Berechnen Sie die Anzahl der Freiheitsgrade: Zeile $df_1$ Spalte $df_2$ Rest $df_3$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			f d	$df_1$
			R/S <input type="text"/>	$df_2$
			R/S <input type="text"/>	$df_3$
18	Berechnen Sie die Quadratsummen Zeile RSS Spalte CSS Rest ESS Gesamt TSS		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			f e	RSS
			R/S <input type="text"/>	CSS
			R/S <input type="text"/>	ESS
			R/S <input type="text"/>	TSS
19	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
	*Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	

**Beispiel:**

Wenden Sie das Programm auf die folgende Datenmenge an.

i \ j	Zeilen			
	1	2	3	4
1	7	6	8	7
2	2	4	4	4
3	4	6	5	3

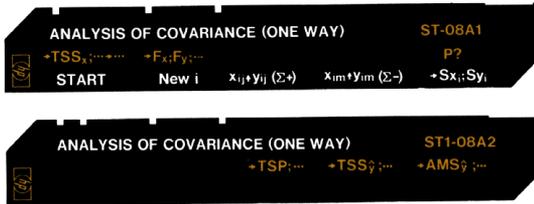
Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck	
<b>A</b> →	0.00 ***	
<b>B</b> →	1.00 ***	
3 <b>ENTER</b> 4 <b>C</b> →	3.00 ***	(r)
	4.00 ***	(c)
7 <b>D</b> →	7.00 ***	
	1.00 ***	
6 <b>D</b> →	6.00 ***	
	2.00 ***	
8 <b>D</b> →	8.00 ***	
	3.00 ***	
7 <b>D</b> →	7.00 ***	
	4.00 ***	
<b>f</b> <b>a</b> →	28.00 ***	(RS <sub>1</sub> )
2 <b>D</b> →	2.00 ***	
	1.00 ***	
4 <b>D</b> →	4.00 ***	
	2.00 ***	
4 <b>D</b> →	4.00 ***	
	3.00 ***	
4 <b>D</b> →	4.00 ***	
	4.00 ***	
<b>f</b> <b>a</b> →	14.00 ***	(RS <sub>2</sub> )
4 <b>D</b> →	4.00 ***	
	1.00 ***	
7 <b>D</b> →	7.00 ***	(Fehler)
	2.00 ***	
7 <b>E</b> →	7.00 ***	(Berichtigung)
	1.00 ***	

6	<b>D</b>	→	6.00 ***	
			2.00 ***	
5	<b>D</b>	→	5.00 ***	
			3.00 ***	
3	<b>D</b>	→	3.00 ***	
			4.00 ***	
<b>f</b>	<b>a</b>	→	18.00 ***	(RS <sub>3</sub> )
<b>f</b>	<b>b</b>	→	0.00 ***	
7	<b>D</b>	→	7.00 ***	
			1.00 ***	
2	<b>D</b>	→	2.00 ***	
			2.00 ***	
4	<b>D</b>	→	4.00 ***	
			3.00 ***	
<b>f</b>	<b>c</b>	→	13.00 ***	(CS <sub>1</sub> )
6	<b>D</b>	→	6.00 ***	
			1.00 ***	
4	<b>D</b>	→	4.00 ***	
			2.00 ***	
6	<b>D</b>	→	6.00 ***	
			3.00 ***	
<b>f</b>	<b>c</b>	→	16.00 ***	(CS <sub>2</sub> )
8	<b>D</b>	→	8.00 ***	
			1.00 ***	
4	<b>D</b>	→	4.00 ***	
			2.00 ***	
5	<b>D</b>	→	5.00 ***	
			3.00 ***	
<b>f</b>	<b>c</b>	→	17.00 ***	(CS <sub>3</sub> )
7	<b>D</b>	→	7.00 ***	
			1.00 ***	
4	<b>D</b>	→	4.00 ***	
			2.00 ***	
3	<b>D</b>	→	3.00 ***	
			3.00 ***	
<b>f</b>	<b>c</b>	→	14.00 ***	(CS <sub>4</sub> )
<b>f</b>	<b>d</b>	→	11.70 ***	(F <sub>1</sub> )
<b>R/S</b>		→	1.00 ***	(F <sub>2</sub> )
<b>f</b>	<b>d</b>	→	2.00 ***	(df <sub>1</sub> )
<b>R/S</b>		→	3.00 ***	(df <sub>2</sub> )
<b>R/S</b>		→	6.00 ***	(df <sub>3</sub> )
<b>f</b>	<b>e</b>	→	26.00 ***	(RSS)
<b>R/S</b>		→	3.33 ***	(CSS)
<b>R/S</b>		→	6.67 ***	(ESS)
<b>R/S</b>		→	36.00 ***	(TSS)

Anova-Tafel (siehe Literatur)

	SS	df	F
Zeile	26,00	2	11,70
Spalte	3,33	3	1,00
Rest	6,67	6	
Gesamt	36,00		

## Einfache Kovarianzanalyse



Die einfache Kovarianzanalyse testet den Einfluß einer Variablen unabhängig von dem Effekt einer zweiten Variablen, wenn diese zweite Variable eine tatsächliche Meßgröße für jeden Einzelwert darstellt. Angenommen,  $(x_{ij}, y_{ij})$  ist die  $j$ -te Beobachtung aus der  $i$ -ten Grundgesamtheit ( $i = 1, 2, \dots, k$ ;  $j = 1, 2, \dots, n_i$ ). Beachten Sie, daß die Stichproben auch ungleich viele Beobachtungen umfassen können. Die Kovarianzanalyse prüft, ob ein Unterschied in den Mittelwerten der Residualwerte besteht. Die Residual- oder Restwerte stellen die Differenzen zwischen den Beobachtungsdaten und einer Schätzgröße dar, die auf der zugehörigen zweiten Variablen basiert. Das Verfahren der Kovarianzanalyse beruht auf der Zerlegung der Quadratsummen und Produktsummen in mehrere Anteile. Das Programm berechnet sämtliche nachfolgenden Größen (vollständige Anocov-Tafel – siehe Literatur).

### Verwendete Formeln:

#### 1. Summen und Quadratsummen

$$Sx_i = \sum_j x_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, k)$$

$$TSSx = \sum_i \sum_j x_{ij}^2 - \frac{(\sum_i \sum_j x_{ij})^2}{\sum_i n_i}$$

$$ASSx = \sum_i \frac{\left(\sum_j x_{ij}\right)^2}{n_i} - \frac{(\sum_i \sum_j x_{ij})^2}{\sum_i n_i}$$

$$WSSx = TSSx - ASSx$$

#### 2. Anzahl der Freiheitsgrade

$$df_1 = k - 1$$

$$df_2 = \sum_i n_i - k$$

## 3. Durchschnittsquadrat und F-Größe

$$\text{AMS}_x = \frac{\text{ASS}_x}{df_1}$$

$$\text{WMS}_x = \frac{\text{WSS}_x}{df_2}$$

$$F_x = \frac{\text{AMS}_x}{\text{WMS}_x} \text{ mit den Freiheitsgraden } df_1, df_2.$$

Wenn  $x_{ij}$  durch  $y_{ij}$  ersetzt wird, erhält man ähnliche Formeln für  $y_{ij}$ .

## 4. Produktsummen

$$\text{TSP} = \sum \sum x_{ij} y_{ij} - \frac{(\sum \sum x_{ij})(\sum \sum y_{ij})}{\sum_i n_i}$$

$$\text{ASP} = \sum_i \frac{\left(\sum_j x_{ij}\right)\left(\sum_j y_{ij}\right)}{n_i} - \frac{(\sum \sum x_{ij})(\sum \sum y_{ij})}{\sum_i n_i}$$

$$\text{WSP} = \text{TSP} - \text{ASP}$$

## 5. Residualquadratsummen

$$\text{TSS}\hat{y} = \text{TSS}_y - \frac{(\text{TSP})^2}{\text{TSS}_x}$$

$$\text{WSS}\hat{y} = \text{WSS}_y - \frac{(\text{WSP})^2}{\text{WSS}_x}$$

$$\text{ASS}\hat{y} = \text{TSS}\hat{y} - \text{WSS}\hat{y}$$

## 6. Residual-Freiheitsgrade

$$df_3 = k - 1$$

$$df_4 = \sum_i n_i - k - 1$$

## 7. Residual-Durchschnittsquadrat und F-Größe

$$\text{AMS}\hat{y} = \frac{\text{ASS}\hat{y}}{df_3}$$

$$\text{WMS}\hat{y} = \frac{\text{WSS}\hat{y}}{df_4}$$

$F = \frac{AMS\hat{y}}{WMS\hat{y}}$  mit den Freiheitsgraden  $df_3, df_4$ .

### Anocov-Tafel

	Freiheits- grade	SSx	SP	SSy	Freiheits- grade	Residualwerte SS $\hat{y}$	MS $\hat{y}$	F
Zwischen den Gruppen	$df_1$	ASSx	ASP	ASSy	$df_3$	ASS $\hat{y}$	AMS $\hat{y}$	F
Innerhalb der Gruppen	$df_2$	WSSx	WSP	WSSy	$df_4$	WSS $\hat{y}$	WMS $\hat{y}$	
Insgesamt		TSSx	TSP	TSSy		TSS $\hat{y}$		

### Anmerkungen:

1. Mit  $F_x$  kann geprüft werden, ob die X-Mittelwerte gleich sind (Anova für X).
2. Mit  $F_y$  kann getestet werden, ob die Y-Mittelwerte (ohne Verwendung der X-Werte) gleich sind (Anova für nicht aufbereitete Y).

### Literatur:

Dixon and Massey, *Introduction to Statistical Analysis*, McGraw-Hill, 1969.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte 1 einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		<input type="text"/> A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten *		<input type="text"/> f <input type="text"/> e	1.00
4	Führen Sie die Zeilen 5 – 9 für $i = 1, 2, \dots, k$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Vorbereitungsschritt für neues $i$		<input type="text"/> B <input type="text"/>	$i$
6	Führen Sie die Zeilen 7 – 8 für $j = 1, 2, \dots, n_i$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
7	$x_{ij}$ und $y_{ij}$ eingeben	$x_{ij}$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$x_{ij}$
		$y_{ij}$	<input type="text"/> C <input type="text"/>	$j$
8	Wenn Ihnen bei der Eingabe von $x_{im}$ oder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	$y_{im}$ ein Fehler unterlaufen ist, korrigieren Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	wie folgt:	$x_{im}$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$x_{im}$
		$y_{im}$	<input type="text"/> D <input type="text"/>	$j = 1$
9	Berechnen Sie die $i$ -ten Summen $S_{x_i}$		<input type="text"/> E <input type="text"/>	$S_{x_i}$
	$S_{y_i}$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$S_{y_i}$
10	Berechnen Sie die Summen: $TSS_x$		<input type="text"/> f <input type="text"/> a	$TSS_x$
	(zwischen den Gruppen) $ASS_x$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$ASS_x$
	(innerhalb der Gruppen) $WSS_x$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$WSS_x$
11	Berechnen Sie die Summen: $TSS_y$		<input type="text"/> f <input type="text"/> a	$TSS_y$
	(zwischen den Gruppen) $ASS_y$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$ASS_y$
	(innerhalb der Gruppen) $WSS_y$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$WSS_y$
12	Berechnen Sie: $F_x$		<input type="text"/> f <input type="text"/> b	$F_x$
	$F_y$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$F_y$
	Freiheitsgrade: $df_1$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$df_1$
	$df_2$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$df_2$
13	Lesen Sie Seite 1 der Programmkarte 2 ein		<input type="text"/> <input type="text"/>	
14	Berechnen Sie die Produktsummen: TSP		<input type="text"/> f <input type="text"/> c	TSP
	(zwischen den Gruppen) ASP		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	ASP
	(innerhalb der Gruppen) WSP		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	WSP
15	Berechnen Sie: $TSS_{\hat{y}}$		<input type="text"/> f <input type="text"/> d	$TSS_{\hat{y}}$
	$WSS_{\hat{y}}$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$WSS_{\hat{y}}$
	$ASS_{\hat{y}}$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$ASS_{\hat{y}}$

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
16	Berechnen Sie: $AMS\hat{y}$		f e	$AMS\hat{y}$
	$WMS\hat{y}$		R/S	$WMS\hat{y}$
	F		R/S	F
	Freiheitsgrade $df_3$		R/S	$df_3$
	$df_4$		R/S	$df_4$
17	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach			
	Zeile 1			
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder			
	auszuschalten, drücken Sie		CLF	
			0	

**Beispiel:**

		j			
		Zeile			
i		1	2	3	4
1	$x_{1j}$	3	2	1	2
	$y_{1j}$	10	8	8	11
2	$x_{2j}$	4	3	3	5
	$y_{2j}$	12	12	10	13
3	$x_{3j}$	1	2	3	1
	$y_{3j}$	6	5	8	7

( $k = 3, n_1 = n_2 = n_3 = 4$ )

**Drücken Sie** **Anzeige/Ausdruck**

Seite 1 und 2 der Programmkarte 1 einlesen

**A** → 0.00 \*\*\*

**f** **e** → 1.00 \*\*\*

**B** → 1.00 \*\*\*

3 **ENTER** 10 **C** → 3.00 \*\*\*

10.00 \*\*\*

1.00 \*\*\*

2 **ENTER** 8 **C** → 2.00 \*\*\*

8.00 \*\*\*

2.00 \*\*\*

5 **ENTER** 5 **C** → 5.00 \*\*\*

5.00 \*\*\*

3.00 \*\*\*

(Fehler)

5	<b>ENTER↑</b> 5 <b>D</b>	→	5.00 ***	
			5.00 ***	
			2.00 ***	
1	<b>ENTER↑</b> 8 <b>C</b>	→	1.00 ***	
			8.00 ***	
			3.00 ***	
2	<b>ENTER↑</b> 11 <b>C</b>	→	2.00 ***	
			11.00 ***	
			4.00 ***	
	<b>E</b>	→	8.00 ***	(Sx <sub>1</sub> )
	<b>R/S</b>	→	37.00 ***	(Sy <sub>1</sub> )
	<b>B</b>	→	2.00 ***	
4	<b>ENTER↑</b> 12 <b>C</b>	→	4.00 ***	
			12.00 ***	
			1.00 ***	
3	<b>ENTER↑</b> 12 <b>C</b>	→	3.00 ***	
			12.00 ***	
			2.00 ***	
3	<b>ENTER↑</b> 10 <b>C</b>	→	3.00 ***	
			10.00 ***	
			3.00 ***	
5	<b>ENTER↑</b> 13 <b>C</b>	→	5.00 ***	
			13.00 ***	
			4.00 ***	
	<b>E</b>	→	15.00 ***	(Sx <sub>2</sub> )
	<b>R/S</b>	→	47.00 ***	(Sy <sub>2</sub> )
	<b>B</b>	→	3.00 ***	
1	<b>ENTER↑</b> 6 <b>C</b>	→	1.00 ***	
			6.00 ***	
			1.00 ***	
2	<b>ENTER↑</b> 5 <b>C</b>	→	2.00 ***	
			5.00 ***	
			2.00 ***	
3	<b>ENTER↑</b> 8 <b>C</b>	→	3.00 ***	
			8.00 ***	
			3.00 ***	
1	<b>ENTER↑</b> 7 <b>C</b>	→	1.00 ***	
			7.00 ***	
			4.00 ***	
	<b>E</b>	→	7.00 ***	(Sx <sub>3</sub> )
	<b>R/S</b>	→	26.00 ***	(Sy <sub>3</sub> )
	<b>f</b> <b>a</b>	→	17.00 ***	(TSSx)
	<b>R/S</b>	→	9.50 ***	(ASSx)
	<b>R/S</b>	→	7.50 ***	(WSSx)
	<b>f</b> <b>a</b>	→	71.67 ***	(TSSy)
	<b>R/S</b>	→	55.17 ***	(ASSy)

(Berichtigung)

<b>R/S</b>	→	<b>16.50 ***</b>	(WSS <sub>y</sub> )
<b>f</b> <b>b</b>	→	<b>5.70 ***</b>	(F <sub>x</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>15.05 ***</b>	(F <sub>y</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>2.00 ***</b>	(df <sub>1</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>9.00 ***</b>	(df <sub>2</sub> )

Seite 1 der Programmkarte 2 einlesen

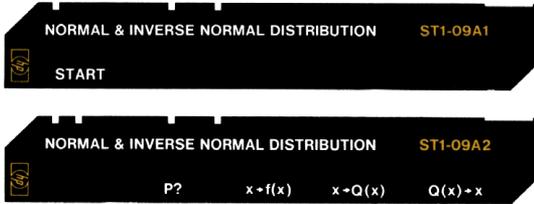
<b>f</b> <b>c</b>	→	<b>27.00 ***</b>	(TSP)
<b>R/S</b>	→	<b>20.75 ***</b>	(ASP)
<b>R/S</b>	→	<b>6.25 ***</b>	(WSP)
<b>f</b> <b>d</b>	→	<b>28.78 ***</b>	(TSS <sub>y</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>11.29 ***</b>	(WSS <sub>y</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>17.49 ***</b>	(ASS <sub>y</sub> )
<b>f</b> <b>e</b>	→	<b>8.75 ***</b>	(AMS <sub>y</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>1.41 ***</b>	(WMS <sub>y</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>6.20 ***</b>	(F)
<b>R/S</b>	→	<b>2.00 ***</b>	(df <sub>3</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>8.00 ***</b>	(df <sub>4</sub> )

Anocov-Tafel

	df	SS <sub>x</sub>	SP	SS <sub>y</sub>	Residualwerte			
					df	SS <sub>y</sub>	MS <sub>y</sub> F	
Zwischen den Gruppen A..	2	9,50	20,75	55,17	2	17,49	8,75	6,20
Innerhalb der Gruppen W..	9	7,50	6,25	16,50	8	11,29	1,41	
Insgesamt T..		17,00	27,00	71,67		28,78		

## Notizen

## Normalverteilung und invertiertes Normalverteilungsintegral



Das Programm berechnet die Dichtefunktion  $f(x)$  und die Verteilungsfunktion  $Q(x)$  einer standardisierten Normalverteilung, wenn der Wert der Zufallsvariablen  $x$  gegeben ist. Falls  $Q$  vorgegeben ist, kann das Programm umgekehrt den Wert  $x$  berechnen.

Eine standardisiert normalverteilte Zufallsvariable  $x$  hat den Mittelwert 0 und die Standardabweichung 1.

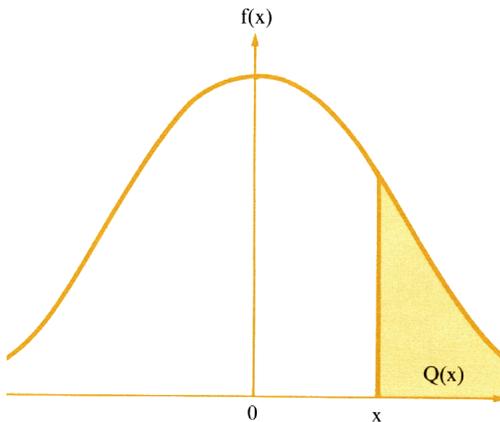
### Verwendete Formeln:

#### 1. Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

#### 2. Verteilungsfunktion

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$



$Q(x)$  wird zu gegebenem  $x$  mit Hilfe einer Approximation über das folgende Polynom berechnet:

Es sei  $R = f(x)(b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 + b_4 t^4 + b_5 t^5) + \varepsilon(x)$

wobei

$$|\varepsilon(x)| < 7,5 \times 10^{-8}$$

$$t = \frac{1}{1 + r|x|} \quad r = 0,2316419$$

$$b_1 = 0,31938153 \quad b_2 = -0,356563782$$

$$b_3 = 1,781477937 \quad b_4 = -1,821255978$$

$$b_5 = 1,330274429$$

$$\text{Dann gilt } Q(x) = \begin{cases} R & \text{falls } x \geq 0 \\ 1-R & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

## 2. Invertiertes Normalverteilungsintegral

Zu gegebenem  $Q > 0$  berechnet das Programm den Wert  $x$ , so daß gilt:

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Zur Lösung des Problems verwendet das Programm die folgende rationale Approximation:

$$\text{Es sei } y = t - \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} + \varepsilon(Q)$$

$$\text{wobei } |\varepsilon(Q)| < 4.5 \times 10^{-4}$$

$$t = \begin{cases} \sqrt{\ln \frac{1}{Q^2}} & \text{falls } 0 < Q \leq 0.5 \\ \sqrt{\ln \frac{1}{(1-Q)^2}} & \text{falls } 0.5 < Q < 1 \end{cases}$$

$$c_0 = 2,515517 \quad d_1 = 1,432788$$

$$c_1 = 0,802853 \quad d_2 = 0,189269$$

$$c_2 = 0,010328 \quad d_3 = 0,001308$$

$$\text{Dann gilt } x = \begin{cases} y & \text{falls } 0 < Q \leq 0,5 \\ -y & \text{falls } 0,5 < Q < 1 \end{cases}$$

### Literatur:

Abramowitz and Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, 1970.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte 1 einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt (Programmstart)		A <input type="text"/>	0.00
3	Seite 1 und 2 der Programmkarte 2 einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
4	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe der Ergebnisse einschalten*		B <input type="text"/>	1.00
5	Geben Sie x ein und berechnen Sie f(x)	x	C <input type="text"/>	f(x)
6	Geben Sie x ein und berechnen Sie Q(x)	x	D <input type="text"/>	Q(x)
	Gehen Sie für einen neuen x-Wert nach Zeile 5 oder 6		<input type="text"/> <input type="text"/>	
7	Geben Sie Q(x) ein und berechnen Sie x	Q(x)	E <input type="text"/>	x
	Gehen Sie für einen neuen Wert Q(x) nach Zeile 7		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder auszuschalten, drücken Sie		0 <input type="text"/>	
			STO <input type="text"/>	
			A <input type="text"/>	
			STO <input type="text"/>	
			B <input type="text"/>	

**Beispiel 1:**

Berechnen Sie f(x) und Q(x) für x = 1,18 und x = -2,28.

Lesen Sie Seite 1 und 2 der Programmkarte 1 ein.

Drücken Sie: **A**.

Lesen Sie Seite 1 und 2 der Programmkarte 2 ein.

**Drücken Sie**

**Anzeige/Ausdruck**

<b>B</b>	→	<b>1.00</b> ***	AUTO-Modus
1.18 <b>C</b>	→	<b>1.18</b> ***	
		<b>0.20</b> ***	(f(1,18))
1.18 <b>D</b>	→	<b>1.18</b> ***	
		<b>0.12</b> ***	(Q(1,18))
2.28 <b>CHS D</b>	→	<b>-2.28</b> ***	
		<b>0.99</b> ***	(Q(-2,28))
2.28 <b>CHS C</b>	→	<b>-2.28</b> ***	
		<b>0.03</b> ***	(f(-2,28))

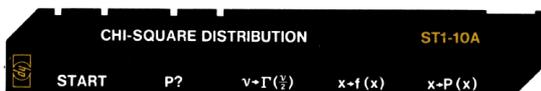
**Beispiel 2:**

Gegeben ist  $Q = 0,12$  und  $Q = 0,95$ ; berechnen Sie  $x$ .

(Wenn Sie das erste Beispiel gerechnet haben, können Sie jetzt fortfahren; anderenfalls sind die Programmkarten, wie in Beispiel 1 beschrieben, einzulesen.)

<b>Drücken Sie</b>	<b>Anzeige/Ausdruck</b>
0.12 <b>E</b> →	<b>0.12 ***</b>
	<b>1.18 ***</b> (x)
0.95 <b>E</b> →	<b>0.95 ***</b>
	<b>-1.65 ***</b> (x)

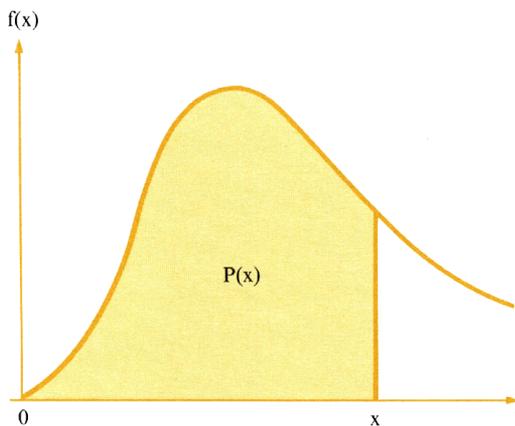
## Chi-Quadrat-Verteilung



Dieses Programm berechnet die Chi-Quadrat-Dichtefunktion.

$$f(x) = \frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} x^{\frac{\nu}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}$$

für  $x \geq 0$ ;  $\nu$  ist die Anzahl der Freiheitsgrade.



Die Chi-Quadrat-Verteilungsfunktion wird über die folgende Reihenentwicklung berechnet:

$$P(x) = \int_0^x f(t) dt$$

$$= \left(\frac{x}{2}\right)^{\frac{\nu}{2}} \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{\Gamma\left(\frac{\nu+2}{2}\right)} \left[ 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{(\nu+2)(\nu+4)\dots(\nu+2k)} \right]$$

Das Programm berechnet aufeinanderfolgende Partialsummen der angegebenen Reihe. Haben zwei aufeinanderfolgende Partialsummen den gleichen Wert, so wird dieser letzte Wert als Ergebnis verwendet.

**Anmerkungen:**

1. Das Programm fordert  $v \leq 141$ . Bei größeren Werten für  $v$  treten Überlauf-Fehler auf.
2. Wenn sowohl  $x$  als auch  $v$  sehr groß ist, kann ein Rechner-Überlauf auftreten, wenn  $f(x)$  berechnet wird.
3. Für  $v$  geradzahlig gilt:

$$\Gamma\left(\frac{v}{2}\right) = \left(\frac{v}{2} - 1\right)!$$

Falls  $v$  ungerade:

$$\Gamma\left(\frac{v}{2}\right) = \left(\frac{v}{2} - 1\right)\left(\frac{v}{2} - 2\right) \dots \left(\frac{1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$$

4.

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$

**Literatur:**

Abramowitz and Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, 1970.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		<input type="text"/> A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten*		<input type="text"/> B <input type="text"/>	1.00
4	Geben Sie die Anzahl der Freiheitsgrade $\nu$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	ein	$\nu$	<input type="text"/> C <input type="text"/>	$\Gamma(\nu/2)$
5	Geben Sie $x$ ein und berechnen Sie $f(x)$	$x$	<input type="text"/> D <input type="text"/>	$f(x)$
6	Geben Sie $x$ ein und berechnen Sie $P(x)$	$x$	<input type="text"/> E <input type="text"/>	$P(x)$
	(i) Gehen Sie für eine neue Rechnung mit		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	gleichem $\nu$ nach Zeile 5 oder 6		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	(ii) Gehen Sie für eine neue Rechnung mit		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	einem geänderten Wert für $\nu$ nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		<input type="text"/> CLF <input type="text"/>	
			<input type="text"/> 0 <input type="text"/>	

**Beispiel 1:**

Berechnen Sie  $f(x)$  und  $P(x)$  für  $x = 9,6$  und  $x = 15$ . Für die Anzahl der Freiheitsgrade gilt  $\nu = 20$ .

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck
<b>A</b> →	0.00 ***
<b>B</b> →	1.00 ***      AUTO-Modus
20 <b>C</b> →	20.00 ***
	362880.00 ***      ( $\Gamma(20/2)$ )
9.6 <b>D</b> →	9.60 ***
	0.02 ***      ( $f(9,6)$ )
9.6 <b>E</b> →	9.60 ***
	0.03 ***      ( $P(9,6)$ )
15 <b>E</b> →	15.00 ***
	0.22 ***      ( $P(15)$ )
15 <b>D</b> →	15.00 ***
	0.06 ***      ( $f(15)$ )

**Beispiel 2:**

Berechnen Sie  $f(x)$  und  $P(x)$ , wenn  $v = 3$  und  $x = 7,82$ .

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck	
<b>A</b> →	<b>00.0 ***</b>	
<b>B</b> →	<b>1.00 ***</b>	AUTO-Modus
3 <b>C</b> →	<b>3.00 ***</b>	
	<b>0.89 ***</b>	$(\Gamma(3/2))$
7.82 <b>D</b> →	<b>7.82 ***</b>	
	<b>0.02 ***</b>	$(f(7,82))$
7.82 <b>E</b> →	<b>7.82 ***</b>	
	<b>0.95 ***</b>	$(P(7,82))$

## t-Verteilung



Dieses Programm berechnet die Dichtefunktion  $f(x)$  der t-Verteilung sowie die Verteilungsfunktion  $P(x)$ , wenn  $x$  und die Anzahl der Freiheitsgrade  $v$  gegeben ist.

### Verwendete Formeln:

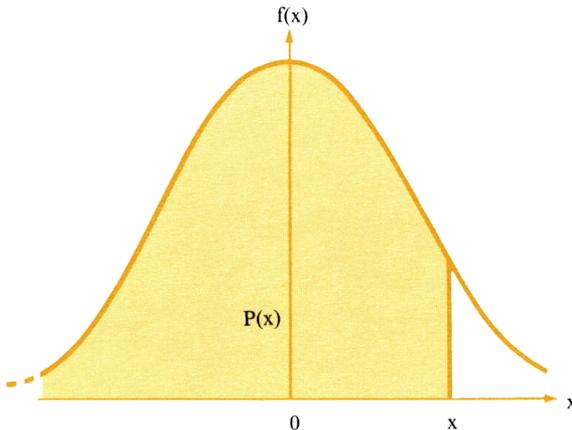
#### 1. Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi v} \Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \left(1 + \frac{x^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}}$$

#### 2. Verteilungsfunktion

$$P(x) = \int_{-\infty}^x f(y) dy$$

$$\text{Es sei } \theta = \tan^{-1}\left(\frac{|x|}{\sqrt{v}}\right)$$



(a)  $\nu$  geradzahlig:

$$R = \sin \theta \left\{ 1 + \frac{1}{2} \cos^2 \theta + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cos^4 \theta + \dots \right. \\ \left. + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (\nu-3)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (\nu-2)} \cos^{\nu-2} \theta \right\}$$

(b)  $\nu$  ungerade:

$$R = \begin{cases} \frac{2\theta}{\pi} & \text{falls } \nu = 1 \\ \frac{2\theta}{\pi} + \frac{2}{\pi} \cos \theta \left\{ \sin \theta \left[ 1 + \frac{2}{3} \cos^2 \theta + \dots \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2 \cdot 4 \dots (\nu-3)}{1 \cdot 3 \dots (\nu-2)} \cos^{\nu-3} \theta \right] \right\} & \text{falls } \nu > 1 \end{cases}$$

$$\text{Es gilt: } P(x) = \begin{cases} \frac{1+R}{2} & \text{falls } x > 0 \\ \frac{1-R}{2} & \text{falls } x \leq 0 \end{cases}$$

**Anmerkung:**

Das Programm erfordert für  $f(x)$ , daß  $\nu \leq 141$ ; anderenfalls tritt ein Rechner-Überlauf auf.

**Literatur:**

Abramowitz and Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, 1970.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		<input type="text"/> A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten*		<input type="text"/> B <input type="text"/>	1.00
4	Geben Sie die Anzahl der Freiheitsgrade $\nu$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	ein	$\nu$	<input type="text"/> C <input type="text"/>	$\nu$
5	Geben Sie $x$ ein und berechnen Sie $f(x)$	$x$	<input type="text"/> D <input type="text"/>	$f(x)$
6	Geben Sie $x$ ein und berechnen Sie $P(x)$	$x$	<input type="text"/> E <input type="text"/>	$P(x)$
	(i) Gehen Sie für eine neue Rechnung mit		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der gleichen Anzahl von Freiheits-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	graden $\nu$ nach Zeile 5 oder 6		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	(ii) Gehen Sie für eine neue Rechnung mit		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	einem neuen Wert für $\nu$ nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		<input type="text"/> CLF <input type="text"/>	
			<input type="text"/> 0 <input type="text"/>	

**Beispiel 1:**

Berechnen Sie  $f(x)$  und  $P(x)$  für  $x = -2,2$  und  $\nu = 11$ .

**Drücken Sie**

**Anzeige/Ausdruck**

<b>A</b>	→	<b>0.00</b> ***	
<b>B</b>	→	<b>1.00</b> ***	
11 <b>C</b>	→	<b>11.00</b> ***	AUTO-Modus
2.2 <b>E</b>	→	<b>2.20</b> ***	( $\nu$ )
		<b>0.97</b> ***	( $x$ )
			( $P(2,2)$ )
2.2 <b>D</b>	→	<b>2.20</b> ***	( $x$ )
		<b>0.04</b> ***	( $f(2,2)$ )

**Beispiel 2:**

Berechnen Sie  $f(x)$  und  $P(x)$  für  $x = -1,75$  und  $v = 30$ .

**Drücken Sie**

**Anzeige/Ausdruck**

<b>A</b> →	<b>0.00 ***</b>	
<b>B</b> →	<b>1.00 ***</b>	AUTO-Modus
30 <b>C</b> →	<b>30.00 ***</b>	(v)
1.75 <b>CHS D</b> →	<b>-1.75 ***</b>	(x)
	<b>0.09 ***</b>	(f(-1,75))
1.75 <b>CHS E</b> →	<b>-1.75 ***</b>	(x)
	<b>0.05 ***</b>	(P(-1,75))

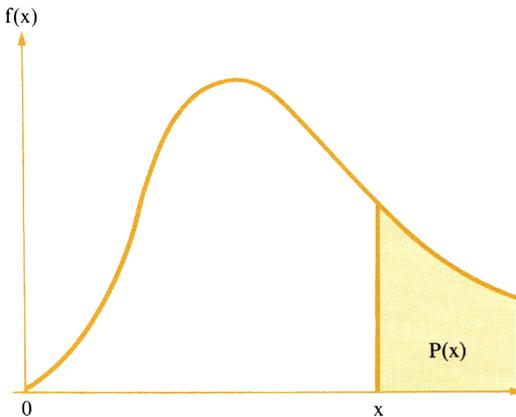
## F-Verteilung



Dieses Programm berechnet das Integral der F-Verteilung

$$P(x) = \int_x^{\infty} \frac{\Gamma\left(\frac{\nu_1 + \nu_2}{2}\right) y^{\frac{\nu_1}{2} - 1} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{\frac{\nu_1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right) \left(1 + \frac{\nu_1}{\nu_2} y\right)^{\frac{\nu_1 + \nu_2}{2}}} dy$$

für gegebene Werte  $x$  ( $x > 0$ ) und gegebene Anzahl der Freiheitsgrade  $\nu_1$  und  $\nu_2$ , wobei vorausgesetzt wird, daß entweder  $\nu_1$  oder  $\nu_2$  geradzahlig ist.



Das Integral wird über die folgende Reihenentwicklung berechnet:

1.  $\nu_1$  geradzahlig:

$$P(x) = t^{\frac{\nu_2}{2}} \left[ 1 + \frac{\nu_2}{2}(1-t) + \dots + \frac{\nu_2(\nu_2+2) \dots (\nu_2+\nu_1-4)}{2 \cdot 4 \dots (\nu_1-2)} (1-t)^{\frac{\nu_1-2}{2}} \right]$$

2.  $\nu_2$  geradzahlig:

$$P(x) = 1 - (1 - t)^{\frac{\nu_1}{2}} \left[ 1 + \frac{\nu_1}{2}t + \dots + \frac{\nu_1(\nu_1 + 2) \dots (\nu_2 + \nu_1 - 4)}{2 \cdot 4 \dots (\nu_2 - 2)} t^{\frac{\nu_2 - 2}{2}} \right]$$

wobei  $t = \frac{\nu_2}{\nu_2 + \nu_1 x}$

**Anmerkung:**

In der Regel wird die Anzahl der Freiheitsgrade des Zählers mit  $\nu_1$  und die des Nenners mit  $\nu_2$  bezeichnet.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten *		B <input type="text"/>	1.00
4	$\nu_1$ eingeben	$\nu_1$	C <input type="text"/>	$\nu_1$
5	$\nu_2$ eingeben	$\nu_2$	D <input type="text"/>	$\nu_2$
6	Geben Sie x ein und berechnen Sie P(x)	x	E <input type="text"/>	P(x)
7	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	

**Beispiele:**

1.  $v_1 = 7, v_2 = 6$

$P(4,21) = 0,05$

2.  $v_1 = 4, v_2 = 20$

$P(2,25) = 0,10$

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

<b>A</b> →	<b>0.00</b> ***	
<b>B</b> →	<b>1.00</b> ***	
7 <b>C</b> →	<b>7.00</b> ***	AUTO-MODUS ( $v_1$ )
6 <b>D</b> →	<b>6.00</b> ***	( $v_2$ )
4.21 <b>E</b> →	<b>4.21</b> ***	( $x$ )
	<b>0.05</b> ***	( $P(x)$ )
4 <b>C</b> →	<b>4.00</b> ***	( $v_1$ )
20 <b>D</b> →	<b>20.00</b> ***	( $v_2$ )
2.25 <b>E</b> →	<b>2.25</b> ***	( $x$ )
	<b>0.10</b> ***	( $P(x)$ )

## **Notizen**

## Multiple lineare Regression



Dieses Programm paßt eine lineare Gleichung der Form

$$z = a + bx + cy$$

nach der Methode der kleinsten Quadrate an eine gegebene Datenmenge  $\{(x_i, y_i, z_i), i = 1, 2, \dots, n\}$  an.

Die Regressionskoeffizienten  $a$ ,  $b$  und  $c$  werden als Lösungen des folgenden Normalgleichungssystems ermittelt:

$$\begin{cases} \Sigma z_i = an + b \Sigma x_i + c \Sigma y_i \\ \Sigma x_i z_i = a \Sigma x_i + b \Sigma x_i^2 + c \Sigma x_i y_i \\ \Sigma y_i z_i = a \Sigma y_i + b \Sigma x_i y_i + c \Sigma y_i^2 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$c = \frac{A - B}{[n \Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2] [n \Sigma y_i^2 - (\Sigma y_i)^2] - [n \Sigma x_i y_i - (\Sigma x_i)(\Sigma y_i)]^2}$$

wobei  $A = [n \Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2] [n \Sigma y_i z_i - (\Sigma y_i)(\Sigma z_i)]$

$$B = [n \Sigma x_i y_i - (\Sigma x_i)(\Sigma y_i)] [n \Sigma x_i z_i - (\Sigma x_i)(\Sigma z_i)]$$

$$b = \frac{[n \Sigma x_i z_i - (\Sigma x_i)(\Sigma z_i)] - c [n \Sigma x_i y_i - (\Sigma x_i)(\Sigma y_i)]}{n \Sigma x_i^2 - (\Sigma x_i)^2}$$

$$a = \frac{1}{n} (\Sigma z_i - c \Sigma y_i - b \Sigma x_i)$$

$$R^2 = \frac{a \Sigma z_i + b \Sigma x_i z_i + c \Sigma y_i z_i - \frac{1}{n} (\Sigma z_i)^2}{(\Sigma z_i^2) - \frac{(\Sigma z_i)^2}{n}}$$

### Literatur:

Introduction to the Theory of Statistics, Mood and Graybill, McGraw-Hill, 1963.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe der Ergebnisse einschalten*		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			B <input type="text"/>	1.00
4	Führen Sie die Zeilen 5 – 6 für $i = 1, 2, \dots, n$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Geben Sie ein $x_i$	$x_i$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$x_i$
	$y_i$	$y_i$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$y_i$
	$z_i$	$z_i$	C <input type="text"/>	i
6	Wenn Sie bei der Eingabe von $x_k, y_k$ oder $z_k$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt:		<input type="text"/> <input type="text"/>	
		$x_k$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$x_k$
		$y_k$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$y_k$
		$z_k$	D <input type="text"/>	$i - 1$
7	Berechnen Sie die Regressions- koeffizienten a		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	b		E <input type="text"/>	a
	c		R/S <input type="text"/>	b
			R/S <input type="text"/>	c
8	Berechnen Sie das Quadrat des multiplen Regressionskoeffizienten $R^2$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			f <input type="text"/> a <input type="text"/>	$R^2$
9	Berechnen Sie einen Schätzwert für z		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Geben Sie ein: x	x	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	x
	y	y	f <input type="text"/> b <input type="text"/>	z
10	Wiederholen Sie Zeile 9 für verschiedene Datenpaare (x, y)		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
11	Rückruf der Summen $\Sigma x_i$		f <input type="text"/> c <input type="text"/>	$\Sigma x_i$
	$\Sigma y_i$		R/S <input type="text"/>	$\Sigma y_i$
	$\Sigma z_i$		R/S <input type="text"/>	$\Sigma z_i$
12	Zeigen Sie die Summen der Quadrate an		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	$\Sigma x_i^2$		f <input type="text"/> d <input type="text"/>	$\Sigma x_i^2$
	$\Sigma y_i^2$		R/S <input type="text"/>	$\Sigma y_i^2$
	$\Sigma z_i^2$		R/S <input type="text"/>	$\Sigma z_i^2$

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
13	Rückruf der Produktsummen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
		$\Sigma x_i y_i$	f e	$\Sigma x_i y_i$
		$\Sigma x_i z_i$	R/S <input type="text"/>	$\Sigma x_i z_i$
		$\Sigma y_i z_i$	R/S <input type="text"/>	$\Sigma y_i z_i$
14	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	

**Beispiel:**

Berechnen Sie die Regressionsgerade und die übrigen Größen für die folgende Datenmenge:

i	1	2	3	4
$x_i$	1,5	0,45	1,8	2,8
$y_i$	0,7	2,3	1,6	4,5
$z_i$	2,1	4,0	4,1	9,4

**Drücken Sie**

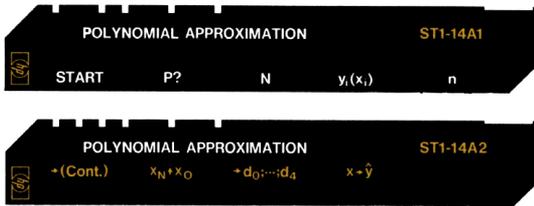
**Anzeige/Ausdruck**

<b>A</b> _____ →	<b>0.00 ***</b>	
<b>B</b> _____ →	<b>1.00 ***</b>	AUTO-Modus
1,5 <b>ENTER+</b> 0,7 <b>ENTER+</b> 2,1 <b>C</b> →	<b>1.50 ***</b>	
	<b>0.70 ***</b>	
	<b>2.10 ***</b>	
	<b>1.00 ***</b>	
9 <b>ENTER+</b> 9 <b>ENTER+</b> 9 <b>C</b> →	<b>9.00 ***</b>	
	<b>9.00 ***</b>	(Fehler)
	<b>9.00 ***</b>	
	<b>2.00 ***</b>	
9 <b>ENTER+</b> 9 <b>ENTER+</b> 9 <b>D</b> →	<b>9.00 ***</b>	
	<b>9.00 ***</b>	(Berichtigung)
	<b>9.00 ***</b>	
	<b>1.00 ***</b>	
0,45 <b>ENTER+</b> 2,3 <b>ENTER+</b> 4 <b>C</b> →	<b>0.45 ***</b>	
	<b>2.30 ***</b>	
	<b>4.00 ***</b>	
	<b>2.00 ***</b>	

1.8	<b>ENTER↑</b>	1.6	<b>ENTER↑</b>	4.1	<b>C</b>	→	1.80 ***	
							1.60 ***	
							4.10 ***	
							3.00 ***	
2.8	<b>ENTER↑</b>	4.5	<b>ENTER↑</b>	9.4	<b>C</b>	→	2.80 ***	
							4.50 ***	
							9.40 ***	
							4.00 ***	
<b>E</b>						→	-0.10 ***	(a)
<b>R/S</b>						→	0.79 ***	(b)
<b>R/S</b>						→	1.63 ***	(c)
<b>f</b>	<b>a</b>					→	1.00 ***	(R <sup>2</sup> )
<b>DSP</b>	<b>9</b>	<b>PRINT X</b>				→	0.998411259 ***	
<b>DSP</b>	<b>2</b>							
2	<b>ENTER↑</b>	3	<b>f</b>	<b>b</b>		→	2.00 ***	
							3.00 ***	
							6.37 ***	(z)
<b>f</b>	<b>c</b>					→	6.55 ***	( $\sum x_i$ )
<b>R/S</b>						→	9.10 ***	( $\sum y_i$ )
<b>R/S</b>						→	19.60 ***	( $\sum z_i$ )
<b>f</b>	<b>d</b>					→	13.53 ***	( $\sum x_i^2$ )
<b>R/S</b>						→	28.59 ***	( $\sum y_i^2$ )
<b>R/S</b>						→	125.58 ***	( $\sum z_i^2$ )
<b>f</b>	<b>e</b>					→	17.57 ***	( $\sum x_i y_i$ )
<b>R/S</b>						→	38.65 ***	( $\sum x_i z_i$ )
<b>R/S</b>						→	59.53 ***	( $\sum y_i z_i$ )

Regressionsgerade:  $x = -0.10 + 0.79x + 1.63y$ .  
Für  $x = 2$  und  $y = 3$  ergibt sich  $z = 6.37$ .

## Approximation von Funktionen durch Polynome



Angenommen,  $x_0, x_1, \dots, x_N$  sind Punkte gleichen Abstands ( $x_0 < x_N$ ), an denen die Werte  $f(x_0), f(x_1), \dots, f(x_N)$  der Funktion  $f(x)$  bekannt sind.

Das Programm paßt dieser diskret gegebenen Funktion dann ein Polynom vom Grad  $m$  ( $2 \leq m \leq 4$ ) an. Die Anpassung erfolgt nach der Kleinst-Quadrate-Methode unter Verwendung der speziellen Chebyshev-Polynome für diskrete Intervalle.

### Verwendete Formeln:

$f_n(x)$  seien orthogonale Polynome ( $x = 0, 1, 2, \dots, N$ ), so daß

$$f_0(x) = 1$$

$$f_1(x) = 1 - \frac{2x}{N} \quad \text{und}$$

$$(n+1)(N-n)f_{n+1}(x) = (2n+1)(N-2x)f_n(x) - n(N+n+1)f_{n-1}(x)$$

wobei  $n = 1, 2, \dots, m-1$ .

Es soll weiter gelten

$$(f_n, f_n) = \frac{(N+n+1)!(N-n)!}{(2n+1)(N!)^2}$$

$$(f, f_n) = \sum_{j=0}^n f_n(j) f(x_j)$$

und

$$a_n = \frac{(f, f_n)}{(f_n, f_n)}$$

Das Programm berechnet alle Werte von  $(f, f_n)$  für  $n = 0, 1, 2, 3, 4$ . Wenn der Grad  $m$  gleich 4 ist, werden alle Terme verwendet. Falls  $m = 3$ , wird  $(f, f_4)$  in späteren Rechnungen durch Null ersetzt; falls  $m = 2$ , werden sowohl  $(f, f_4)$  als auch  $(f, f_3)$  durch Null ersetzt.

$g_n(u)$  sei die symmetrische Form des orthogonalen Polynoms im Bereich  $-1 < u < 1$ , so daß gilt

$$g_0(u) = 1 \quad g_1(u) = u$$

und

$$g_{n+1}(u) = \frac{(2n+1)N}{(n+1)(N-n)} u g_n(u) - \frac{n(N+n+1)}{(n+1)(N-n)} g_{n-1}(u)$$

wobei  $n = 1, 2, \dots, m-1$ .

Das Programm berechnet die Koeffizienten des Polynoms

$$\sum_{n=0}^N a_n g_n(u) = b_0 + b_1 u + b_2 u^2 + b_3 u^3 + b_4 u^4 \quad (1)$$

Jetzt wird  $g_n(u)$  wie folgt auf ein passendes Intervall zwischen  $x_0$  und  $x_N$  verschoben

$$u = \beta + \alpha x$$

wobei

$$\alpha = -\frac{2}{x_N - x_0}$$

$$\beta = \frac{x_N + x_0}{x_N - x_0}$$

Die Transformation erfolgt in zwei Schritten. Als erstes wird  $z = u - \beta$  gesetzt. Damit wird (1) zu:

$$c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + c_3 z^3 + c_4 z^4 \quad (2)$$

wobei

$$c_0 = b_0 + b_1 \beta + b_2 \beta^2 + b_3 \beta^3 + b_4 \beta^4$$

$$c_1 = b_1 + 2b_2 \beta + 3b_3 \beta^2 + 4b_4 \beta^3$$

$$c_2 = b_2 + 3b_3 \beta + 6b_4 \beta^2$$

$$c_3 = b_3 + 4b_4 \beta$$

$$c_4 = b_4$$

Jetzt wird  $z = \alpha x$  gesetzt, so daß (2) jetzt wie folgt aussieht:

$$d_0 + d_1 x + d_2 x^2 + d_3 x^3 + d_4 x^4 \quad (3)$$

wobei  $d_i = \alpha^i c_i$  ( $i = 0, 1, 2, 3, 4$ ).

(3) stellt das an die Funktion  $f(x)$  angepaßte Polynom dar.

**Anmerkung:**

Das Programm erfordert, daß  $N \geq 4$ .

**Literatur:**

Abramowitz and Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, 1970.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte 1 einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe der Ergebnisse einschalten *		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			B <input type="text"/>	1.00
4	N eingeben **	N	C <input type="text"/>	N
5	Führen Sie Zeile 6 für $i = 0, 1, 2, \dots, N$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	Geben Sie $y_i(x_i)$ ein	$y_i(x_i)$	D <input type="text"/>	i
7	Geben Sie n für eine Anpassung n-ten Grades ein	n	<input type="text"/> <input type="text"/>	
			E <input type="text"/>	0.00
8	Seite 1 und 2 der Programmkarte 2 einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
9	Programmausführung fortsetzen		f <input type="text"/> a	1.00
10	Geben Sie ein $x_N$ und $x_0$	$x_N$ $x_0$	<input type="text"/> <input type="text"/>	
			f <input type="text"/> b	
11	Berechnen Sie die Koeffizienten $d_j$		f <input type="text"/> c	$d_0$
			R/S <input type="text"/>	$d_1$
			R/S <input type="text"/>	$d_2$
			R/S <input type="text"/>	$d_3$
			R/S <input type="text"/>	$d_4$
12	Zur Berechnung eines y-Wertes (Schätzwert)	x	<input type="text"/> <input type="text"/>	
			f <input type="text"/> d	$\hat{y}$
13	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 1		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder auszuschalten, drücken Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	
	** N = Anzahl der Daten - 1		<input type="text"/> <input type="text"/>	

**Beispiel:**

Passen Sie ein Polynom dritten Grades an folgende Daten an:

x	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3
f(x)	2,72	3,49	4,48	5,75	7,39	9,49	12,18	15,64	20,09

(Anmerkung:  $f(x) = e^x$ .)

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

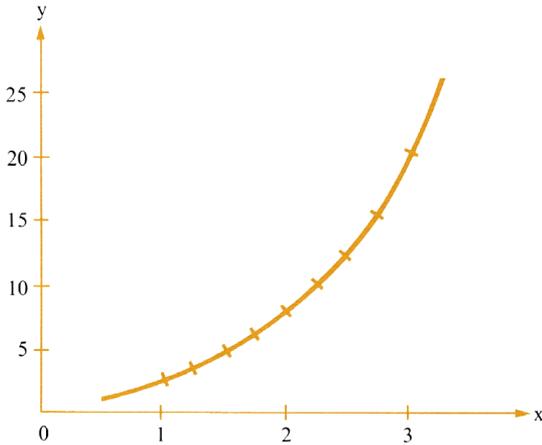
Lesen Sie Seite 1 und 2 der Programmkarte 1 ein

<b>A</b>	→	<b>0.00 ***</b>	
<b>B</b>	→	<b>1.00 ***</b>	
8 <b>C</b>	→	<b>8.00 ***</b>	(N)
2.72 <b>D</b>	→	<b>2.72 ***</b>	(x <sub>0</sub> )
		<b>1.00 ***</b>	
3.49 <b>D</b>	→	<b>3.49 ***</b>	
		<b>2.00 ***</b>	
4.48 <b>D</b>	→	<b>4.48 ***</b>	
		<b>3.00 ***</b>	
5.75 <b>D</b>	→	<b>5.75 ***</b>	
		<b>4.00 ***</b>	
7.39 <b>D</b>	→	<b>7.39 ***</b>	
		<b>5.00 ***</b>	
9.49 <b>D</b>	→	<b>9.49 ***</b>	
		<b>6.00 ***</b>	
12.18 <b>D</b>	→	<b>12.18 ***</b>	
		<b>7.00 ***</b>	
15.64 <b>D</b>	→	<b>15.64 ***</b>	
		<b>8.00 ***</b>	
20.09 <b>D</b>	→	<b>20.09 ***</b>	
		<b>9.00 ***</b>	
3 <b>E</b>	→	<b>3.00 ***</b>	(x)

Lesen Sie Seite 1 und 2 der Programmkarte 2 ein

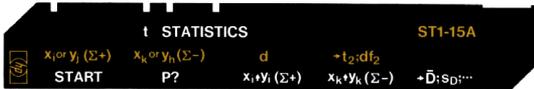
<b>f</b> <b>a</b>	→	<b>1.00 ***</b>	
3 <b>ENTER</b> 1 <b>f</b> <b>b</b>	→	<b>3.00 ***</b>	( $x_N$ )
		<b>1.00 ***</b>	( $x_0$ )
<b>f</b> <b>c</b>	→	<b>-1.79 ***</b>	( $d_0$ )
<b>R/S</b>	→	<b>7.03 ***</b>	( $d_1$ )
<b>R/S</b>	→	<b>-3.85 ***</b>	( $d_2$ )
<b>R/S</b>	→	<b>1.31 ***</b>	( $d_3$ )
<b>R/S</b>	→	<b>0.00 ***</b>	( $d_4$ )
2 <b>f</b> <b>d</b>	→	<b>2.00 ***</b>	
		<b>7.35 ***</b>	( $\hat{y}$ )
3 <b>f</b> <b>d</b>	→	<b>3.00 ***</b>	
		<b>20.06 ***</b>	( $\hat{y}$ )
1 <b>f</b> <b>d</b>	→	<b>1.00 ***</b>	
		<b>2.69 ***</b>	( $\hat{y}$ )

Das Polynom hat die Form  $-1,79 + 7,03x - 3,85x^2 + 1,31x^3$ .



## Notizen

## t-Test

**I. t-Test (gepaarte Stichproben)**

Gegeben ist eine Menge von Beobachtungspaaren zweier normalverteilter Grundgesamtheiten mit den (unbekannten) Mittelwerten  $\mu_1$  und  $\mu_2$ .

$x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$
$y_i$	$y_1$	$y_2$	...	$y_n$

Es sei

$$D_i = x_i - y_i$$

$$\bar{D} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n D_i$$

$$s_D = \sqrt{\frac{\sum D_i^2 - \frac{1}{n} (\sum D_i)^2}{n-1}}$$

$$s_{\bar{D}} = \frac{s_D}{\sqrt{n}}$$

Die Testvariable

$$t = \frac{\bar{D}}{s_{\bar{D}}}$$

die  $n-1$  Freiheitsgrade besitzt, kann zum Testen der Nullhypothese

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

verwendet werden.

**Literatur:**

*Statistics in Research*, B. Ostle, Iowa State University Press, 1963.

**II. t-Test (unabhängige Stichproben)**

Angenommen,  $\{x_1, x_2, \dots, x_{n1}\}$  und  $\{y_1, y_2, \dots, y_{n2}\}$  sind unabhängige Stichproben zweier normalverteilter Grundgesamtheiten mit den (unbekannten) Mittelwerten  $\mu_1$  und  $\mu_2$  und der gleichen unbekanntem Varianz  $\sigma^2$ .

Wir wollen folgende Nullhypothese testen:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = d$$

Hierzu definieren wir:

$$\bar{x} = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} x_i$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} y_i$$

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y} - d}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - n_1 \bar{x}^2 + \sum y_i^2 - n_2 \bar{y}^2}{n_1 + n_2 - 2}}}$$

Wir verwenden diese Testvariable t, die der t-Verteilung mit  $n_1 + n_2 - 2$  Freiheitsgraden (df) folgt, um die Nullhypothese  $H_0$  zu testen.

**Anmerkung:**

$n_2$ ,  $\sum y_i$ ,  $\sum y_i^2$ ,  $n_1$ ,  $\sum x_i$  und  $\sum x_i^2$  stehen in den Speicherregistern  $R_1$  bis  $R_6$ .

**Literatur:**

*Statistical Theory and Methodology in Science and Engineering*, K. A. Brownlee, John Wiley & Sons, 1965.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe der Ergebnisse einschalten*		<input type="text"/> <input type="text"/> B <input type="text"/>	1.00
4	Gehen Sie für gepaarte Stichproben nach Zeile 6		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Gehen Sie für unabhängige Stichproben nach Zeile 11		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
6	Führen Sie die Zeilen 7–8 für $i = 1, 2, \dots, n$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
7	Geben Sie ein: $x_i$ $y_i$	$x_i$ $y_i$	$\uparrow$ <input type="text"/> C <input type="text"/>	$x_i$ i
8	Wenn Sie bei der Eingabe von $x_k, y_k$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt:	$x_k$ $y_k$	$\uparrow$ <input type="text"/> D <input type="text"/>	$x_k$ $i-1$
9	Berechnen Sie: $\bar{D}$ $S_D$ Testvariable t Anzahl der Freiheitsgrade		E <input type="text"/> R/S <input type="text"/> R/S <input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$\bar{D}$ $S_D$ t df
10	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
11	Führen Sie die Zeilen 12–13 für $i = 1, 2, \dots, n_1$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
12	Geben Sie $x_i$ ein	$x_i$	f a	i
13	Wenn Ihnen bei der Eingabe von $x_k$ ein Fehler unterlaufen ist, korrigieren Sie wie folgt:	$x_k$	f b	$i-1$
14	Geben Sie d ein	d	f c	d
15	Führen Sie die Zeilen 16–17 für $j = 1, 2, \dots, n_2$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
16	Geben Sie $y_j$ ein	$y_j$	f a	j
17	Wenn Ihnen bei der Eingabe von $y_k$ ein Fehler unterlaufen ist, korrigieren Sie wie folgt:	$y_k$	f b	$i-1$

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
18	Berechnen Sie $t$		<input type="text" value="f"/> <input type="text" value="d"/>	$t$
	$df$		R/S <input type="text"/>	$df$
19	Wenn Sie einen anderen Wert für $d$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	berücksichtigen wollen, geben Sie $d$ ein;	$d$	<input type="text" value="f"/> <input type="text" value="b"/>	$d$
	berechnen Sie $t$		<input type="text" value="f"/> <input type="text" value="d"/>	$t$
	$df$		R/S <input type="text"/>	$df$
20	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	auszuschalten, drücken Sie		CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	

**Beispiel 1:**

$x_i$  | 14    17,5    17    17,5    15,4

$y_i$  | 17    20,7    21,6    20,9    17,2

$\bar{D} = -3,20$

$s_D = 1,00$

$t = -7,16$

$df = 4,00$

**Drücken Sie**

**Anzeige/Ausdruck**

<b>A</b> →	0.00 ***	
<b>B</b> →	1.00 ***	AUTO-Modus
14 <b>ENTER</b> 17 <b>C</b> →	14.00 ***	
	17.00 ***	
	1.00 ***	
17 <b>ENTER</b> 15 <b>C</b> →	17.00 ***	
	15.00 ***	(Fehler)
	2.00 ***	
17 <b>ENTER</b> 15 <b>D</b> →	17.00 ***	
	15.00 ***	(Berichtigung)
	1.00 ***	
17.5 <b>ENTER</b> 20.7 <b>C</b> →	17.50 ***	
	20.70 ***	
	2.00 ***	

17	<b>ENTER</b> ↑	21.6	<b>C</b>	→	17.00 ***	
					21.60 ***	
					3.00 ***	
17.5	<b>ENTER</b> ↑	20.9	<b>C</b>	→	17.50 ***	
					20.90 ***	
					4.00 ***	
15.4	<b>ENTER</b> ↑	17.2	<b>C</b>	→	15.40 ***	
					17.20 ***	
					5.00 ***	
<b>E</b>				→	-3.20 ***	( $\bar{D}$ )
<b>R/S</b>				→	1.00 ***	( $s_D$ )
<b>R/S</b>				→	-7.16 ***	( $t_1$ )
<b>R/S</b>				→	4.00 ***	( $df_1$ )

**Beispiel 2:**

x: 79, 84, 108, 114, 120, 103, 122, 120  
 y: 91, 103, 90, 113, 108, 87, 100, 80, 99, 54  
 $n_1 = 8$   
 $n_2 = 10$

Für  $d = 0$  (d. h.  $H_0: \mu_1 = \mu_2$ ) ergibt sich  $t = 1,73$  und  $df = 16,00$ .

Drücken Sie		Anzeige/Ausdruck	
<b>A</b>	→	0.00 ***	
<b>B</b>	→	1.00 ***	AUTO-Modus
79	<b>f</b> <b>a</b>	→ 79.00 ***	
		1.00 ***	
84	<b>f</b> <b>a</b>	→ 84.00 ***	
		2.00 ***	
99	<b>f</b> <b>a</b>	→ 99.00 ***	(Fehler)
		3.00 ***	
99	<b>f</b> <b>b</b>	→ 99.00 ***	(Berichtigung)
		2.00 ***	
108	<b>f</b> <b>a</b>	→ 108.00 ***	
		3.00 ***	
114	<b>f</b> <b>a</b>	→ 114.00 ***	
		4.00 ***	
120	<b>f</b> <b>a</b>	→ 120.00 ***	
		5.00 ***	
103	<b>f</b> <b>a</b>	→ 103.00 ***	
		6.00 ***	
122	<b>f</b> <b>a</b>	→ 122.00 ***	
		7.00 ***	
120	<b>f</b> <b>a</b>	→ 120.00 ***	
		8.00 ***	

0	<b>f</b>	<b>c</b>	→	0.00	***	
91	<b>f</b>	<b>a</b>	→	91.00	***	(d)
				1.00	***	
103	<b>f</b>	<b>a</b>	→	103.00	***	
				2.00	***	
90	<b>f</b>	<b>a</b>	→	90.00	***	
				3.00	***	
113	<b>f</b>	<b>a</b>	→	113.00	***	
				4.00	***	
108	<b>f</b>	<b>a</b>	→	108.00	***	
				5.00	***	
87	<b>f</b>	<b>a</b>	→	87.00	***	
				6.00	***	
100	<b>f</b>	<b>a</b>	→	100.00	***	
				7.00	***	
80	<b>f</b>	<b>a</b>	→	80.00	***	
				8.00	***	
99	<b>f</b>	<b>a</b>	→	99.00	***	
				9.00	***	
54	<b>f</b>	<b>a</b>	→	54.00	***	
				10.00	***	
	<b>f</b>	<b>d</b>	→	1.73	***	(t)
	<b>R/S</b>		→	16.00	***	(df)

## Chi-Quadrat-Test



Dieses Programm ermittelt den Wert der  $\chi^2$ -Testvariablen als Maß für die Güte der Anpassung nach folgender Gleichung:

$$\chi_1^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

wobei:  $O_i$  = beobachtete (absolute) Häufigkeit  
 $E_i$  = erwartete (theoretische) Häufigkeit

Die  $\chi^2$ -Testvariable liefert eine Aussage über das Maß der Übereinstimmung zwischen den absoluten und theoretischen Häufigkeiten.

Wenn die Erwartungswerte alle gleich sind

$$\left( E = E_i = \frac{\sum O_i}{n} \text{ für alle } i \right)$$

dann gilt:

$$\chi_2^2 = \frac{n \sum O_i^2}{\sum O_i} - \sum O_i$$

### Anmerkung:

Um den Test für die Güte der Anpassung auf gegebene Beobachtungsdaten anwenden zu können, wird es mitunter nötig sein, einige Klassen zusammenzufassen, um sicherzustellen, daß jede einzelne erwartete Häufigkeit nicht zu klein (nicht kleiner als 5) ist.

### Literatur:

*Mathematical Statistics*, J. E. Freund, Prentice Hall, 1962.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe der Ergebnisse einschalten *		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			B <input type="text"/>	1.00
4	Gehen Sie für gleiche Erwartungswerte nach Zeile 10		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Führen Sie die Zeilen 6–7 für $i = 1, 2, \dots, n$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	Geben Sie ein: $O_i$	$O_i$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$O_i$
	$E_i$	$E_i$	C <input type="text"/>	i
7	Wenn Sie bei der Eingabe von $O_k$ bzw. $E_k$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt:		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
		$O_k$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$O_k$
		$E_k$	D <input type="text"/>	$i-1$
8	Berechnen Sie $\chi_{i-1}^2$		E <input type="text"/>	$\chi_{i-1}^2$
9	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
10	Führen Sie für gleiche Erwartungswerte die Zeilen 11–12 für $i = 1, 2, \dots, n$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
11	Geben Sie $O_i$ ein	$O_i$	f <input type="text"/> a <input type="text"/>	i
12	Wenn Ihnen bei der Eingabe von $O_k$ ein Fehler unterlaufen ist, korrigieren Sie wie folgt:		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
		$O_k$	f <input type="text"/> b <input type="text"/>	$i-1$
13	Berechnen Sie $\chi_{i-2}^2$		f <input type="text"/> c <input type="text"/>	$\chi_{i-2}^2$
	E		f <input type="text"/> d <input type="text"/>	E
14	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder auszuschalten, drücken Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	

**Beispiel 1:**

Berechnen Sie  $\chi^2$  als Maß für die Güte der Anpassung für folgende Daten:

$O_i$	8	50	47	56	5	14
$E_i$	9,6	46,75	51,85	54,4	8,25	9,15

$$\chi^2 = 4,84$$

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

<b>A</b> →		0.00 ***	
<b>B</b> →		1.00 ***	AUTO-Modus
8 <b>ENTER</b> 9.6 <b>C</b> →		8.00 ***	
		9.60 ***	
		1.00 ***	
50 <b>ENTER</b> 46.75 <b>C</b> →		50.00 ***	
		46.75 ***	
		2.00 ***	
47 <b>ENTER</b> 51.85 <b>C</b> →		47.00 ***	
		51.85 ***	
		3.00 ***	
56 <b>ENTER</b> 54.4 <b>C</b> →		56.00 ***	
		54.40 ***	
		4.00 ***	
5 <b>ENTER</b> 8.25 <b>C</b> →		5.00 ***	
		8.25 ***	
		5.00 ***	
100 <b>ENTER</b> 100 <b>C</b> →		100.00 ***	(Fehler)
		100.00 ***	
		6.00 ***	
100 <b>ENTER</b> 100 <b>D</b> →		100.00 ***	(Berichtigung)
		100.00 ***	
		5.00 ***	
14 <b>ENTER</b> 9.15 <b>C</b> →		14.00 ***	
		9.15 ***	
		6.00 ***	
<b>E</b> →		4.84 ***	( $\chi^2$ )

**Beispiel 2:**

In der folgenden Tabelle stehen die Häufigkeiten, mit der bei 120-maligem Würfeln die Augenzahlen 1 bis 6 auftraten (beobachtete Häufigkeiten). Geht man von der Erwartung gleicher (theoretischer) Häufigkeiten aus, also  $E = 20$ , so kann man mit Hilfe der Chi-Quadrat-Testvariablen  $\chi^2$  die Qualität des Würfels prüfen.

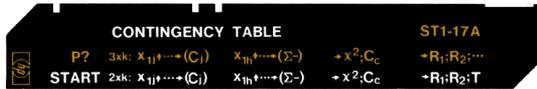
Augenzahl	1	2	3	4	5	6
Häufigkeit $O_i$	25	17	15	23	24	16

$$\chi^2 = 5,00$$

$$E = 20,00$$

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck	
<b>A</b> →	0.00 ***	
<b>B</b> →	1.00 ***	AUTO-Modus
25 <b>f</b> <b>a</b> →	25.00 ***	
	1.00 ***	
17 <b>f</b> <b>a</b> →	17.00 ***	
	2.00 ***	
19 <b>f</b> <b>a</b> →	19.00 ***	(Fehler)
	3.00 ***	
19 <b>f</b> <b>b</b> →	19.00 ***	(Berichtigung)
	2.00 ***	
15 <b>f</b> <b>a</b> →	15.00 ***	
	3.00 ***	
23 <b>f</b> <b>a</b> →	23.00 ***	
	4.00 ***	
24 <b>f</b> <b>a</b> →	24.00 ***	
	5.00 ***	
16 <b>f</b> <b>a</b> →	16.00 ***	
	6.00 ***	
<b>f</b> <b>c</b> →	5.00 ***	( $\chi^2$ )
<b>f</b> <b>d</b> →	20.00 ***	(E)

## Kontingenztafel (Unabhängigkeitstest)



### I. 2 × k-Kontingenztafel

Mit Hilfe von Kontingenztafeln testet man die Nullhypothese auf die Unabhängigkeit zweier Variablen.

i \ j	1	2	...	k	Summen
1	x <sub>11</sub>	x <sub>12</sub>	...	x <sub>1k</sub>	R <sub>1</sub>
2	x <sub>21</sub>	x <sub>22</sub>	...	x <sub>2k</sub>	R <sub>2</sub>
Summen	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	...	C <sub>k</sub>	T

Testgröße:

$$\chi^2 = \frac{T}{R_1} \sum_{i=1}^k \frac{x_{1i}^2}{C_i} + \frac{T}{R_2} \sum_{i=1}^k \frac{x_{2i}^2}{C_i} - T$$

Anzahl der Freiheitsgrade = df = k - 1.

Der Kontingenz-Koeffizient C<sub>c</sub> von Pearson mißt den Grad der Abhängigkeit zwischen den beiden Variablen.

$$C_c = \sqrt{\frac{\chi^2}{T + \chi^2}}$$

### II. 3 × k-Kontingenztafel

Kontingenztafeln werden zum Testen der Nullhypothese verwendet, daß zwei Variable voneinander unabhängig sind.

i \ j	1	2	...	k	Summen
1	x <sub>11</sub>	x <sub>12</sub>	...	x <sub>1k</sub>	R <sub>1</sub>
2	x <sub>21</sub>	x <sub>22</sub>	...	x <sub>2k</sub>	R <sub>2</sub>
3	x <sub>31</sub>	x <sub>32</sub>	...	x <sub>3k</sub>	R <sub>3</sub>
Summen	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	...	C <sub>k</sub>	T

Das Programm berechnet die  $\chi^2$ -Testgröße (mit 2(k - 1) Freiheitsgraden), um die Unabhängigkeit der beiden Variablen zu prüfen. Außerdem wird der Kontingenz-Koeffizient C<sub>c</sub> von Pearson berechnet, der den Grad der Abhängigkeit zwischen den beiden Variablen mißt.

**Verwendete Formeln:**

$$\text{Zeilensumme} \quad R_i = \sum_{j=1}^k x_{ij} \quad i = 1, 2, 3$$

$$\text{Spaltensumme} \quad C_j = \sum_{i=1}^3 x_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, k$$

$$\text{Gesamtsumme} \quad T = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^k x_{ij}$$

$$\begin{aligned} \text{Chi-Quadrat Testgröße} \quad \chi^2 &= \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^k \frac{(x_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \\ &= T \left( \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^k \frac{x_{ij}^2}{R_i C_j} \right) - T \end{aligned}$$

$$\text{mit der erwarteten Häufigkeit} \quad E_{ij} = \frac{R_i C_j}{T}$$

$$\text{Kontingenz-Koeffizient} \quad C_c = \sqrt{\frac{\chi^2}{T + \chi^2}}$$

**Literatur:**

B. Ostle, *Statistics in Research*, Iowa State University Press, 1972.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	der Ergebnisse einschalten*		f a	1.00
4	Gehen Sie für $2 \times k$ nach Zeile 5 oder für $3 \times k$ nach Zeile 11		<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Führen Sie die Zeilen 6 – 7 für $j = 1, 2, \dots, k$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	Geben Sie ein $x_{1j}$	$x_{1j}$	↑ <input type="text"/>	$x_{1j}$
	$x_{2j}$	$x_{2j}$	B <input type="text"/>	j
	<i>Auf Wunsch:</i> Berechnen Sie die Spalten-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	summe $C_j$		R/S <input type="text"/>	$C_j$
7	Wenn Ihnen bei der Eingabe von $x_{1k}$ bzw. $x_{2k}$ ein Fehler unterlaufen ist, korrigieren Sie wie folgt:	$x_{1k}$	↑ <input type="text"/>	$x_{1k}$
		$x_{2k}$	C <input type="text"/>	$i-1$
	<i>Auf Wunsch:</i> Berechnen Sie die Spalten-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	summe $C_k$ (Berichtigung)		R/S <input type="text"/>	$C_k$
8	Berechnen Sie $\chi^2$		D <input type="text"/>	$\chi^2$
	$C_c$		R/S <input type="text"/>	$C_c$
9	Berechnen Sie Zeilensumme $R_1$		E <input type="text"/>	$R_1$
	$R_2$		R/S <input type="text"/>	$R_2$
	Gesamtsumme T		R/S <input type="text"/>	T
10	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
11	Führen Sie die Zeilen 12 – 13 für $j = 1, 2, \dots, k$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
12	Geben Sie ein $x_{1j}$	$x_{1j}$	↑ <input type="text"/>	$x_{1j}$
	$x_{2j}$	$x_{2j}$	↑ <input type="text"/>	$x_{2j}$
	$x_{3j}$	$x_{3j}$	f b	j
	<i>Auf Wunsch:</i> Berechnen Sie die Spalten-		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	summe $C_j$		R/S <input type="text"/>	$C_j$

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
13	Wenn Sie bei der Eingabe von $x_{1k}$ oder $x_{2k}$ einen Fehler gemacht haben, können Sie wie folgt korrigieren:		<input type="text"/> <input type="text"/>	
		$x_{1k}$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$x_{1k}$
		$x_{2k}$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$x_{2k}$
		$x_{3k}$	<input type="text"/> f <input type="text"/> c	$j-1$
	Auf Wunsch: Berechnen Sie die Spaltensumme $C_k$		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$-C_k$
14	Berechnen Sie $\chi^2$		<input type="text"/> f <input type="text"/> d	$\chi^2$
	$C_c$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$C_c$
15	Berechnen Sie Zeilensummen $R_1$		<input type="text"/> f <input type="text"/> e	$R_1$
	$R_2$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$R_2$
	$R_3$		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	$R_3$
	Gesamtsumme T		<input type="text"/> R/S <input type="text"/>	T
16	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder auszuschalten, drücken Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> CLF <input type="text"/>	
			<input type="text"/> 0 <input type="text"/>	

**Beispiel 1:**

Im Rahmen einer Erhebung wurden 250 Männer und 250 Frauen daraufhin befragt, ob sie gerne einen Fernsehempfänger besitzen möchten. Dabei erhielt man die nachfolgenden Daten. Prüfen Sie das Ergebnis der Umfrage; verwenden Sie dazu das vorliegende Programm.

Ergebnis der Umfrage	Männer	Frauen	Summe
Möchten einen Fernseher besitzen	80	120	200
Möchten keinen Fernseher besitzen	170	130	300
Summe	250	250	

**Drücken Sie**

**A** →  
**f** **a** →  
 80 **ENTER** 170 **B** →

**Anzeige/Ausdruck**

**0.00 \*\*\***  
**1.00 \*\*\***      AUTO-Modus  
**80.00 \*\*\***  
**170.00 \*\*\***  
**1.00 \*\*\***

120 **ENTER** 130 **B** → 120.00 \*\*\*  
 130.00 \*\*\*  
 2.00 \*\*\*  
**D** → 13.33 \*\*\* ( $\chi^2$ )

$\chi^2 = 13,33 > \chi^2_{0,99(1)} = 6,63.$

Die Hypothese, daß der Wunsch nach einem eigenen Fernsehgerät vom Geschlecht unabhängig ist, muß demnach verworfen werden.

**Beispiel 2:**

Berechnen Sie zu den folgenden Daten den Wert der Testgröße  $\chi^2$  und den Kontingenz-Koeffizienten  $C_c$ .

	1	2	3
A	2	5	4
B	3	8	7

**Drücken Sie**

**Anzeige/Ausdruck**

**A** → 0.00 \*\*\*  
**f a** → 1.00 \*\*\* AUTO-Modus  
 2 **ENTER** 3 **B** → 2.00 \*\*\*  
 3.00 \*\*\*  
 1.00 \*\*\*  
**R/S** → 5.00 \*\*\* ( $C_1$ )  
 5 **ENTER** 8 **B** → 5.00 \*\*\*  
 8.00 \*\*\*  
 2.00 \*\*\*  
**R/S** → 13.00 \*\*\* ( $C_2$ )  
 6 **ENTER** 9 **B** → 6.00 \*\*\* (Fehler)  
 9.00 \*\*\*  
 3.00 \*\*\*  
**R/S** → 15.00 \*\*\* ( $C_3$ )  
 6 **ENTER** 9 **C** → 6.00 \*\*\* (Berichtigung)  
 9.00 \*\*\*  
 2.00 \*\*\*  
**R/S** → -15.00 \*\*\* ( $-C_3$ )  
 4 **ENTER** 7 **B** → 4.00 \*\*\*  
 7.00 \*\*\*  
 3.00 \*\*\*  
**R/S** → 11.00 \*\*\* ( $C_3$ )  
**D** → 0.02 \*\*\* ( $\chi^2$ )  
**R/S** → 0.03 \*\*\* ( $C_c$ )  
**E** → 11.00 \*\*\* ( $R_1$ )  
**R/S** → 18.00 \*\*\* ( $R_2$ )  
**R/S** → 29.00 \*\*\* (T)

**Beispiel 3:**

Gegeben sind die folgenden Daten; berechnen Sie  $\chi^2$  und den Kontingenz-Koeffizienten  $C_c$ .

i \ j	1	2	3	4
1	36	67	49	58
2	31	60	49	54
3	58	87	80	68

**Drücken Sie****Anzeige/Ausdruck**

<b>A</b> →	0.00	
<b>f</b> <b>a</b> →	1.00	
36 <b>ENTER</b> 31 <b>ENTER</b> 58 <b>f</b> <b>b</b> →	36.00 *** 31.00 *** 58.00 *** 1.00 ***	
<b>R/S</b> →	125.00 ***	(C <sub>1</sub> )
67 <b>ENTER</b> 60 <b>ENTER</b> 87 <b>f</b> <b>b</b> →	67.00 *** 60.00 *** 87.00 *** 2.00 ***	
<b>R/S</b> →	214.00 ***	(C <sub>2</sub> )
4 <b>ENTER</b> 49 <b>ENTER</b> 80 <b>f</b> <b>b</b> →	4.00 *** 49.00 *** 80.00 *** 3.00 ***	(Fehler)
<b>R/S</b> →	133.00 ***	(C <sub>3</sub> )
4 <b>ENTER</b> 49 <b>ENTER</b> 80 <b>f</b> <b>c</b> →	4.00 *** 49.00 *** 80.00 *** 2.00 ***	(Berichtigung)
<b>R/S</b> →	-133.00 ***	(-C <sub>3</sub> )
49 <b>ENTER</b> 49 <b>ENTER</b> 80 <b>f</b> <b>b</b> →	49.00 *** 49.00 *** 80.00 *** 3.00 ***	
<b>R/S</b> →	178.00 ***	(C <sub>3</sub> )
58 <b>ENTER</b> 54 <b>ENTER</b> 68 <b>f</b> <b>b</b> →	58.00 *** 54.00 *** 68.00 *** 4.00 ***	
<b>R/S</b> →	180.00 ***	(C <sub>4</sub> )
<b>f</b> <b>d</b> →	3.36 ***	( $\chi^2$ )
<b>R/S</b> →	0.07 ***	(C <sub>c</sub> )
<b>f</b> <b>e</b> →	210.00 ***	(R <sub>1</sub> )

<b>R/S</b>	→	<b>194.00 ***</b>	(R <sub>2</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>293.00 ***</b>	(R <sub>3</sub> )
<b>R/S</b>	→	<b>697.00 ***</b>	(T)

## Notizen

## Spearman'scher Rangkorrelationskoeffizient



Der Spearman'sche Rangkorrelationskoeffizient ist unter folgenden Umständen ein Maß für die Rangkorrelation:  $n$  Individuen werden bezüglich spezieller Merkmale von zwei Beobachtern in Klassen von 1 bis  $n$  eingeordnet. Hierbei ist von Interesse, ob die beiden Einteilungen in Ränge im wesentlichen übereinstimmen.

Der Spearman'sche Rangkorrelationskoeffizient ist wie folgt definiert:

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n D_i^2}{n(n^2 - 1)}$$

wobei  $n$  = Anzahl der Datenpaare  $(x_i, y_i)$

$D_i$  = Differenz der entsprechenden Rangnummern eines Paares (ordinale Messung)

$D_i = \text{Rang}(x_i) - \text{Rang}(y_i) = R_i - S_i$

Sind die Zufallsvariablen  $X$  und  $Y$ , von denen die  $n$  beobachteten Paare stammen, unabhängig, dann hat  $r_s$  den Mittelwert 0 und die Varianz  $1/(n-1)$ .

Für den Test der Nullhypothese

$H_0$ :  $X$  und  $Y$  sind unabhängig

gilt  $z = r_s \sqrt{n-1}$

$z$  stellt eine näherungsweise standardisiert normalverteilte Variable dar (soweit  $n$  ausreichend groß, etwa  $n \geq 10$ ).

Wird die Nullhypothese auf Unabhängigkeit nicht verworfen, können wir folgern, daß der Korrelationskoeffizient der Grundgesamtheit  $\rho(x, y) = 0$  ist.

Aus der Abhängigkeit der Variablen folgt allerdings nicht notwendigerweise, daß  $\rho(x, y) \neq 0$ .

### Anmerkung:

$-1 \leq r_s \leq 1$ , wobei  $r_s = 1$  die exakte Übereinstimmung der Rangordnung anzeigt;  $r_s = -1$  für die exakte Übereinstimmung bei gegenläufiger Rangordnung.

### Literatur:

*Nonparametric Statistical Inference*, J.D. Gibbons, McGraw Hill, 1971.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe der Ergebnisse einschalten*		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			B <input type="text"/>	1.00
4	Führen Sie die Zeilen 5–6 für $i = 1, 2, \dots, n$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Geben Sie ein: $R_i$	$R_i$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$R_i$
	$S_i$	$S_i$	C <input type="text"/>	i
6	Wenn Sie bei der Eingabe von $R_k$ oder $S_k$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt:	$R_k$	<input type="text"/> <input type="text"/>	
		$S_k$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$R_k$
			D <input type="text"/>	$i - 1$
7	Berechnen Sie: $r_s$		E <input type="text"/>	$r_s$
	z		R/S <input type="text"/>	z
8	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder auszuschalten, drücken Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	



5	<b>ENTER↑</b>	5	<b>D</b>	→	5.00 *** 5.00 *** 5.00 ***
15	<b>ENTER↑</b>	15	<b>C</b>	→	15.00 *** 15.00 *** 6.00 ***
4	<b>ENTER↑</b>	1	<b>C</b>	→	4.00 *** 1.00 *** 7.00 ***
2	<b>ENTER↑</b>	9	<b>C</b>	→	2.00 *** 9.00 *** 8.00 ***
9	<b>ENTER↑</b>	6	<b>C</b>	→	9.00 *** 6.00 *** 9.00 ***
10	<b>ENTER↑</b>	10	<b>C</b>	→	10.00 *** 10.00 *** 10.00 ***
5	<b>ENTER↑</b>	5	<b>C</b>	→	5.00 *** 5.00 *** 11.00 ***
8	<b>ENTER↑</b>	13	<b>C</b>	→	8.00 *** 13.00 *** 12.00 ***
13	<b>ENTER↑</b>	12	<b>C</b>	→	13.00 *** 12.00 *** 13.00 ***
7	<b>ENTER↑</b>	3	<b>C</b>	→	7.00 *** 3.00 *** 14.00 ***
12	<b>ENTER↑</b>	14	<b>C</b>	→	12.00 *** 14.00 *** 15.00 ***
<b>E</b>				→	0.76 ***
<b>R/S</b>				→	2.85 **

(Berichtigung)

 $(r_s)$  $(z)$

## Statistische Qualitätskontrolle mit Kontrollkarten



Bei der Qualitätskontrolle finden häufig Kontrollkarten Verwendung, die das Einhalten von Sollwerten überwachen helfen. Die Verwendung solcher Karten erleichtert das Erkennen und Abstellen von Produktionsabweichungen, die durch erklärbare Ursachen bedingt werden. Auf diese Weise läßt sich der Ausschuß und die Notwendigkeit der Nachbearbeitung von Teilen klein halten, d. h., die Produktionsqualität wird verbessert und der Aufwand für die Endkontrolle verringert.

Die  $\bar{x}$ - und R-Karte sind zwei häufig verwendete Hilfsmittel; sie befassen sich mit Meßdaten.

Angenommen,  $x_{ij}$  ist der j-te Datenpunkt der i-ten Stichprobe,  $i = 1, 2, \dots, m$  und  $j = 1, 2, \dots, n$ . Dieses Programm berechnet (1) den Stichprobenmittelwert  $\bar{x}_i$  und die Stichproben-Spannweite  $R_i$ , (2) den Gesamt-Mittelwert  $\bar{\bar{x}}$  und die Gesamt-Spannweite  $\bar{R}$ , (3) die obere Kontrollgrenze  $U_{\bar{x}}$  und die untere Kontrollgrenze  $L_{\bar{x}}$  für  $\bar{x}$  und (4) die obere Kontrollgrenze  $U_R$  und die untere Kontrollgrenze  $L_R$  für R.

### Verwendete Formeln:

$$1. \quad \bar{x}_i = \sum_{j=1}^n x_{ij}/n$$

$$R_i = x_{\max} - x_{\min}$$

wobei  $x_{\max}$  und  $x_{\min}$  das Maximum und Minimum des x-Wertes in der i-ten Stichprobe sind.

$$2. \quad \bar{\bar{x}} = \sum_{i=1}^m \bar{x}_i/m$$

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^m R_i/m$$

$$3. \quad L_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

$$U_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

wobei  $A_2$  der Faktor der  $\bar{x}$ -Karte ist, der in der nachfolgenden Tabelle zu finden ist.

$$4. \quad L_R = D_3 \bar{R}$$

$$U_R = D_4 \bar{R}$$

$D_3$  und  $D_4$  sind Faktoren für die R-Karte, die ebenfalls in der Tabelle aufgeführt sind.

Stichproben- umfang n	Faktoren für $\bar{x}$ -Karte $A_2$	Faktoren für R-Karte	
		Untere Grenze $D_3$	Obere Grenze $D_4$
2	1,88	0	3,27
3	1,02	0	2,57
4	0,73	0	2,28
5	0,58	0	2,11
6	0,48	0	2,00
7	0,42	0,08	1,92
8	0,37	0,14	1,86
9	0,34	0,18	1,82
10	0,31	0,22	1,78
11	0,29	0,26	1,74
12	0,27	0,28	1,72
13	0,25	0,31	1,69
14	0,24	0,33	1,67
15	0,22	0,35	1,65
16	0,21	0,36	1,64
17	0,20	0,38	1,62
18	0,19	0,39	1,61
19	0,19	0,40	1,60
20	0,18	0,41	1,59

Alle Faktoren basieren auf der Normalverteilung

Die Tabelle wurde mit Genehmigung der McGraw-Hill Book Company aus *Statistical Quality Control*, by Grand and Leavenworth, 1972, entnommen.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe der Ergebnisse einschalten *		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			B <input type="text"/>	1.00
4	Führen Sie die Zeilen 5 – 9 für $i = 1, 2, \dots, m$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
5	Führen Sie die Zeilen 6 – 7 für $j = 1, 2, \dots, n$ aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	$x_{ij}$ eingeben	$x_{ij}$	C <input type="text"/>	j
7	Wenn Sie bei der Eingabe von $x_{ik}$ einen Fehler gemacht haben, korrigieren Sie wie folgt**:	$x_{ik}$	<input type="text"/> <input type="text"/>	
			D <input type="text"/>	$j - 1$
8	Berechnen Sie: $x_{\max}$ $x_{\min}$		E <input type="text"/>	$x_{\max}$
			E <input type="text"/>	$x_{\min}$
9	Berechnen Sie: Mittelwert $\bar{x}_i$ Spannweite $R_i$		f <input type="text"/> a <input type="text"/>	$\bar{x}_i$
			f <input type="text"/> a <input type="text"/>	$R_i$
10	Berechnen Sie: $\bar{x}$ $\bar{R}$		f <input type="text"/> b <input type="text"/>	$\bar{x}$
			f <input type="text"/> b <input type="text"/>	$\bar{R}$
11	Berechnen Sie die $\bar{x}$ Grenzen: obere Grenze untere Grenze	$A_2$	<input type="text"/> <input type="text"/>	
			f <input type="text"/> c <input type="text"/>	$L_{\bar{x}}$
			f <input type="text"/> c <input type="text"/>	$U_{\bar{x}}$
12	Berechnen Sie $L_R$	$D_3$	f <input type="text"/> d <input type="text"/>	$L_R$
13	Berechnen Sie $U_R$	$D_4$	f <input type="text"/> e <input type="text"/>	$U_R$
14	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder auszuschalten, drücken Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			1 <input type="text"/>	
			STO <input type="text"/>	
			E <input type="text"/>	
	** Anmerkung: Wenn Sie mehrere auf- einanderfolgende Werte $x_{ik}$ fehlerhaft einge- geben haben, ist von Zeile 2 an erneut zu beginnen.		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	
			<input type="text"/> <input type="text"/>	

**Beispiel:**

Berechnen Sie zu den nachfolgenden Daten die oberen und unteren Kontrollgrenzen für  $\bar{x}$  und R.

	i \ j	1	2	3	4	5
Stichprobe	1	10,04	10,00	10,02	10,01	10,02
	2	10,00	10,01	10,03	10,02	10,01
	3	10,02	10,02	10,02	10,04	10,01

(Anmerkung:  $n = 5, A_2 = 0,58, D_3 = 0, D_4 = 2,11$ .)

**Drücken Sie**

**Anzeige/Ausdruck**

- A** → 0.00 \*\*\*
- B** → 1.00 \*\*\*
- 10.04 **C** → 10.04 \*\*\*
- 10 **C** → 1.00 \*\*\*
- 10.02 **C** → 10.02 \*\*\*
- 11.11 **C** → 11.11 \*\*\*
- 11.11 **D** → 11.11 \*\*\*
- 10.01 **C** → 10.01 \*\*\*
- 10.02 **C** → 10.02 \*\*\*
- E** → 10.04 \*\*\*
- E** → 10.00 \*\*\*
- f** **a** → 10.02 \*\*\*
- f** **a** → 0.04 \*\*\*
- 10 **C** → 10.00 \*\*\*
- 10.01 **C** → 10.01 \*\*\*
- 10.03 **C** → 10.03 \*\*\*
- 10.02 **C** → 10.02 \*\*\*
- 10.01 **C** → 10.01 \*\*\*

AUTO-Modus

(Fehler)

(Berichtigung)

( $x_{1 \max}$ )

( $x_{1 \min}$ )

( $\bar{x}_1$ )

( $R_1$ )

<b>E</b> →	10.03 ***	( $\bar{x}_{2 \max}$ )
<b>E</b> →	10.00 ***	( $\bar{x}_{2 \min}$ )
<b>f a</b> →	10.01 ***	( $\bar{x}_2$ )
<b>f a</b> →	0.03 ***	( $R_2$ )
10.02 <b>C</b> →	10.02 ***	
	1.00 ***	
10.02 <b>C</b> →	10.02 ***	
	2.00 ***	
10.04 <b>C</b> →	10.04 ***	(Fehler)
	3.00 ***	
10.04 <b>D</b> →	10.04 ***	(Berichtigung)
	2.00 ***	
10.02 <b>C</b> →	10.02 ***	
	3.00 ***	
10.04 <b>C</b> →	10.04 ***	
	4.00 ***	
10.01 <b>C</b> →	10.01 ***	
	5.00 ***	
<b>E</b> →	10.04 ***	( $\bar{x}_{3 \max}$ )
<b>E</b> →	10.01 ***	( $\bar{x}_{3 \min}$ )
<b>f a</b> →	10.02 ***	( $\bar{x}_3$ )
<b>f a</b> →	0.03 ***	( $R_3$ )
<b>f b</b> →	10.02 ***	( $\bar{\bar{x}}$ )
<b>f b</b> →	0.03 ***	( $\bar{R}$ )
0.58 <b>f c</b> →	10.00 ***	( $L_{\bar{x}}$ )
<b>f c</b> →	10.04 ***	( $U_{\bar{x}}$ )
0 <b>f d</b> →	0.00 ***	( $L_R$ )
2.11 <b>f d</b> →	0.07 ***	( $U_R$ )

**Literatur:**

Grant and Leavenworth, *Statistical Quality Control*, McGraw-Hill, 1972.

# Notizen

## Operations-Charakteristik



Dieses Programm berechnet die Annahmewahrscheinlichkeit  $P_a$  für eine einzelne Stichprobe mit endlicher oder unendlicher Herstellungslosgröße.

### Verwendete Formeln:

#### 1. Endliche Losgröße

Die Wahrscheinlichkeit  $P_a$  wird mit Hilfe der hypergeometrischen Verteilung berechnet. Die Losgröße  $N$ , der Stichprobenumfang  $n$  und die Annahmegröße  $c$  (maximal erlaubte Anzahl von fehlerhaften Elementen in der Stichprobe) müssen gegeben sein. Die Wahrscheinlichkeit  $P_a$ , dies ist die Ordinate der Annahmekennlinie vom Typ A, kann für verschiedene Werte  $p$  des Ausschußanteils an der Partie berechnet werden.

$$P_a = \sum_{x=0}^c f(x)$$

$$f(x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

wobei  $f(x)$  die Dichtefunktion der hypergeometrischen Verteilung ist;  $M$  bezeichnet die Anzahl fehlerhafter Teile in einem Los, die als ganzzahliger Teil von  $Np$  berechnet wird.

Mit Hilfe der Rekursionsformel

$$f(x+1) = \frac{(x-M)(x-n)}{(x+1)(N-M-n+x+1)} f(x)$$

$$(x = 0, 1, 2, \dots, n-1)$$

wird die Wahrscheinlichkeit  $P_a = \sum_{x=0}^c f(x)$

mit dem Anfangswert  $f(0) = \frac{\binom{N-M}{n}}{\binom{N}{n}}$

berechnet. Der Binomialkoeffizient  $\binom{N}{n}$  wird nach folgender Formel berechnet:

$$\binom{N}{n} = \frac{N(N-1)\dots(N-n+1)}{1 \times 2 \times \dots \times n}$$

## 2. Unendliche Losgröße

Hier berechnet sich die Wahrscheinlichkeit  $P_a$  mit Hilfe der Binomialverteilung. Der Stichprobenumfang  $n$  und die Annahmegröße  $c$  sind vorzugeben. Die Wahrscheinlichkeit  $P_a$ , dies ist die Ordinate der Annahmekennlinie vom Typ B, kann für verschiedene Werte  $p$  des Ausschußanteils an der Partie berechnet werden.

$$P_a = \sum_{x=0}^c f(x)$$

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

wobei  $0 \leq p < 1$ .

Die Rekursionsformel

$$f(x+1) = \frac{p(n-x)}{(x+1)(1-p)} f(x)$$

$$(x = 0, 1, 2, \dots, n-1)$$

wird zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit  $P_a = \sum_{x=0}^c f(x)$

mit dem Anfangswert  $f(0) = (1-p)^n$  verwendet.

### Anmerkungen:

1. Das Programm erfordert, daß  $0 \leq p < 1$ .
2. Für die Kurve vom Typ A (endliche Losgröße) gilt: wenn  $c = 0$ , dann  $P_a = f(0)$ .
3. Bei bestimmten Kombinationen von  $N$ ,  $n$  und  $c$  (vor allem, wenn diese Werte groß sind), kann ein Überlauf auftreten. Das Programm hält in diesem Fall mit der Anzeige 9.99999999 99 an.
4. Im Fall einer endlichen Losgröße (Typ A) hängt die Rechenzeit im wesentlichen vom Stichprobenumfang  $n$  und von der Annahmegröße  $c$  ab; je größer diese Werte sind, desto länger benötigt das Programm zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit.

5. Die Annahmekennlinie vom Typ A ist eigentlich eine Menge diskreter Punkte, da die Anzahl fehlerhafter Teile zwangsweise ganzzahlig ist. Diese Punkte rücken für große Losgrößen sehr dicht zusammen, so daß eine praktisch stetige Kurve entsteht.

Die Annahmekennlinien vom Typ B können als Annäherung an die Kurven des Typs A angesehen werden, wenn der Stichprobenumfang  $n$  im Vergleich zur Losgröße  $N$  klein ist (i. d. R., wenn  $n/N \leq 0,1$ ).

6. Solange das Verhältnis  $n/N$  klein ist, hat die Losgröße  $N$  nur einen geringen Einfluß auf die Annahmekennlinie vom Typ A. Der Stichprobenumfang  $n$  ist für die Kurve vom Typ A von wesentlich größerer Bedeutung.

Die Annahmegröße  $c$  hat im Fall der Kurve vom Typ B für jeden gegebenen Defektanteil  $p$  einen sehr starken Einfluß auf die Annahmewahrscheinlichkeit.

### Literatur:

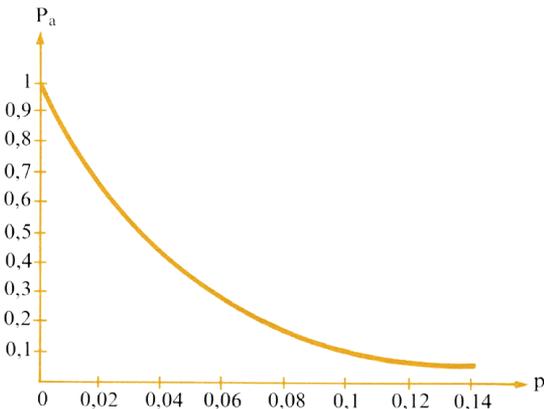
1. Dodge and Romig, *Sampling Inspection Tables*, John Wiley and Sons, 1959.
2. Grand and Leavenworth, *Statistical Quality Control*, McGraw-Hill, 1972.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Vorbereitungsschritt		A <input type="text"/>	0.00
3	AUTO-Modus für die automatische Ausgabe der Ergebnisse einschalten *		<input type="text"/> <input type="text"/>	
4	Gehen Sie für eine unendliche Losgröße (Typ B) nach Zeile 11		B <input type="text"/>	1.00
5	Führen Sie für eine endliche Losgröße (Typ A) die folgenden Schritte aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
6	Geben Sie die Losgröße ein	N	C <input type="text"/>	N
7	Geben Sie ein: Stichprobenumfang n Annahmegröße c	n c	<input type="text"/> <input type="text"/>	n c
8	Berechnen Sie die Annahmewahrschein- lichkeit $P_a$	p	<input type="text"/> <input type="text"/>	$P_a$
9	Gehen Sie für einen neuen Wert P nach Zeile 8		<input type="text"/> <input type="text"/>	
10	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
11	Geben Sie ein: Stichprobenumfang n Annahmegröße c	n c	<input type="text"/> <input type="text"/>	n c
12	Berechnen Sie die Annahmewahrschein- lichkeit $P_a$	p	<input type="text"/> <input type="text"/>	$P_a$
13	Gehen Sie für einen neuen Wert P nach Zeile 12		<input type="text"/> <input type="text"/>	
14	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
	* Anmerkung: Um den AUTO-Modus wieder auszuschalten, drücken Sie		<input type="text"/> <input type="text"/>	
			CLF <input type="text"/>	
			0 <input type="text"/>	

**Beispiel 1:**

Berechnen Sie die Annahmekennlinie vom Typ A für folgende Stichprobe:  $N = 200$ ,  $n = 20$ ,  $c = 0$  (berechnen Sie  $P_a$  für  $p = 0, 0,02, 0,04, 0,06, 0,08, 0,1, 0,12$  und  $0,14$ ).

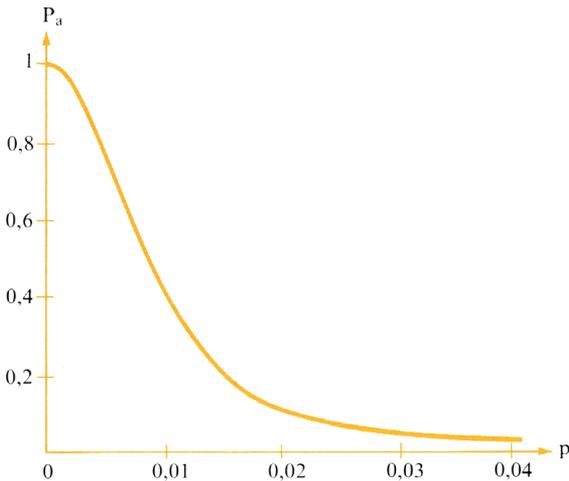
Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck	
<b>A</b> →	0.00 ***	
<b>B</b> →	1.00 ***	AUTO-Modus
200 <b>C</b> →	200.00 ***	(N)
20 <b>ENTER</b> 0 <b>D</b> →	20.00 ***	(n)
	0.00 ***	(c)
0 <b>E</b> →	0.00 ***	
	1.00 ***	
0.02 <b>E</b> →	0.02 ***	
	0.65 ***	
0.04 <b>E</b> →	0.04 ***	
	0.42 ***	
0.06 <b>E</b> →	0.06 ***	
	0.27 ***	
0.08 <b>E</b> →	0.08 ***	
	0.17 ***	
0.1 <b>E</b> →	0.10 ***	
	0.11 ***	
0.12 <b>E</b> →	0.12 ***	
	0.07 ***	
0.14 <b>E</b> →	0.14 ***	
	0.04 ***	



**Beispiel 2:**

Ermitteln Sie die Annahmekennlinie vom Typ B für  $n = 200$  und  $c = 1$  (berechnen Sie  $P_a$  für  $p = 0, 0,01, 0,02, 0,03, 0,04$ ).

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck	
<b>A</b> _____ →	<b>0.00 ***</b>	
<b>B</b> _____ →	<b>1.00 ***</b>	AUTO-Modus
200 <b>ENTER</b> 1 <b>f</b> <b>d</b> _____ →	<b>200.00 ***</b>	(n)
	<b>1.00 ***</b>	(c)
0 <b>f</b> <b>e</b> _____ →	<b>0.00 ***</b>	
	<b>1.00 ***</b>	
0.01 <b>f</b> <b>e</b> _____ →	<b>0.01 ***</b>	
	<b>0.40 ***</b>	
0.02 <b>f</b> <b>e</b> _____ →	<b>0.02 ***</b>	
	<b>0.09 ***</b>	
0.03 <b>f</b> <b>e</b> _____ →	<b>0.03 ***</b>	
	<b>0.02 ***</b>	
0.04 <b>f</b> <b>e</b> _____ →	<b>0.04 ***</b>	
	<b>2.656338303-03 ***</b>	



## Warteschlangen (eine oder mehrere Abfertigungsstellen)



### I. Unendlich viele Personen in der Warteschlange

Angenommen, es stehen  $n$  ( $n \geq 1$ ) gleichartige Abfertigungsstationen zur Verfügung, die eine unendliche Zahl von Kunden bedienen.  $\lambda$  sei die (poissonverteilte) Ankunftsrate der Kunden und  $\mu$  die Abfertigungsrate (exponentialverteilt). Die Abfertigung erfolgt in der Weise, daß wer zuerst kommt auch zuerst bedient wird. Es wird weiter angenommen, daß alle auf Bedienung wartenden Kunden in einer Schlange stehen und – wenn sie an der Reihe sind – von einer der freien Abfertigungsstellen bedient werden. Außerdem wird vorausgesetzt, daß keiner der Wartenden die Schlange verläßt (d. h. verloren geht).

Die folgenden Größen werden vom Programm ermittelt, wenn  $n$ ,  $\lambda$  und  $\mu$  bekannt sind.

#### Verwendete Formeln:

1. Intensität

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

( $\rho$  muß kleiner als  $n$  sein.)

2. Die Wahrscheinlichkeit, daß alle Abfertigungsstellen unbeschäftigt sind

$$P_0 = \left[ \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\rho^k}{k!} + \frac{\rho^n}{n! \left(1 - \frac{\rho}{n}\right)} \right]^{-1}$$

3. Die Wahrscheinlichkeit, daß alle Abfertigungsstellen besetzt sind

$$P_b = \frac{\rho^n P_0}{n! \left(1 - \frac{\rho}{n}\right)}$$

4. Durchschnittliche Länge der Schlange (Anzahl der Wartenden)

$$L_q = \frac{\rho P_b}{n - \rho}$$

5. Durchschnittliche Anzahl von Kunden im System (wartende Kunden und solche, die gerade bedient werden)

$$L = L_q + \rho$$

6. Mittlere Wartezeit in der Schlange

$$T_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

7. Mittlere Durchlaufzeit durch das System

$$T = \frac{L}{\lambda}$$

8. Wahrscheinlichkeit, länger als eine Zeit  $t$  warten zu müssen

$$P(t) = P_b e^{-(n\mu - \lambda)t}$$

### Anmerkungen:

1.  $n$  muß ganzzahlig und größer oder gleich 1 sein.
2.  $\rho < n$ , anderenfalls wächst die Warteschlange über alle Grenzen.
3.  $\lambda$  und  $\mu$  sind Raten, d. h. Anzahl pro Zeiteinheit.

## II. Endlich viele Personen in der Warteschlange

Angenommen, für die Abfertigung stehen  $n$  ( $n \geq 1$ ) gleichartige Schalter zur Verfügung. Dieses Programm behandelt den Fall, daß eine endliche Anzahl von Kunden abgefertigt werden will.

Die Anzahl der Kunden  $m$  ist eine feste Größe;  $a$  sei die mittlere Zeit zwischen der Ankunft aufeinanderfolgender Kunden und  $s$  die mittlere Beschäftigungszeit mit einer Person. Wenn  $m$ ,  $n$ ,  $s$  und  $a$  gegeben sind, berechnet das Programm die folgenden Größen.

### Verwendete Formeln:

1. Durchschnittliche Anzahl von Personen im System (wartende Kunden und solche, die gerade bedient werden)

$$L = \frac{\sum_{k=0}^m k Q_k}{\sum_{k=0}^m Q_k}$$

wobei  $Q_0 = 1$

$$(m - k + 1)\rho Q_{k-1} = \begin{cases} kQ_k & \text{falls } 1 \leq k \leq n \\ nQ_k & \text{falls } n < k \leq m \end{cases}$$

und

$$\rho = \frac{s}{a}$$

2. Mittlere Durchlaufzeit durch das System

$$T = aL$$

3. Mittlere Anzahl von Kunden in der Warteschlange

$$L_q = m \left[ (\rho + 1) \left( \frac{L}{m} - 1 \right) + 1 \right]$$

4. Mittlere Wartezeit in der Schlange

$$T_q = aL_q$$

5. Gesamtleistungsfaktor des Systems

$$F = -(\rho + 1) \left( \frac{L}{m} - 1 \right)$$

#### Anmerkungen:

1. Für große Werte  $m$  und/oder kleine Werte für  $\rho$  kann bei der Berechnung von  $Q_k$  (unter Marke **f** ☐) ein Unterlauf auftreten. Um das zu vermeiden, prüft das Programm, ob  $Q_k < 10^{-90}$ . Ist dies der Fall, bricht das Programm die rekursive Berechnung von  $Q_k$  ab und fährt sofort mit der Berechnung von  $L$  fort. Der errechnete Wert für  $L$  wird dadurch nicht verfälscht.
2. Für bestimmte Kombinationen von  $m$ ,  $n$ ,  $s$  und  $a$  kann ein Überlauf auftreten. Das Programm hält dann an und weist mit der Anzeige 9.99999999 99 auf den Rechner-Überlauf hin.
3. Die Laufzeit des Programms zur Berechnung von  $L$  hängt vom Wert  $m$  ab; je größer  $m$  ist, desto länger braucht der Rechner. Die erforderliche Rechenzeit für diese Routine (unter Marke **f** ☐) läßt sich durch den Ausdruck  $m/30$  Minuten abschätzen.
4. Angenommen, statt  $s$  und  $a$  sind die Abfertigungsrate  $\mu$  jedes Bedienungsschalters und die Ankunftsrate  $\lambda$  gegeben. Sie können  $s$  und  $a$  dann nach folgenden Formeln berechnen und anschließend dieses Programm verwenden.

$$s = \frac{1}{\mu}$$

$$a = \frac{1}{\lambda}$$

Beachten Sie, daß  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

**Literatur:**

1. H. M. Wagner, *Principles of Operations Research with Applications to Managerial Decisions*, Prentice-Hall, 1969.
2. James Martin, *Systems Analysis for Data Transmission*, Prentice-Hall, 1972.
3. Hillier and Lieberman, *Introduction to Operations Research*, Holden-Day, 1970.
4. Peck and Hazelwood, *Finite Queuing Tables*, John Wiley and Sons, 1958.

Nr.	Anweisung	Werte	Tasten	Anzeige
1	Seite 1 und 2 der Programmkarte einlesen		<input type="text"/> <input type="text"/>	
2	Gehen Sie für endlich viele Kunden nach Zeile 11		<input type="text"/> <input type="text"/>	
3	Führen Sie für eine unendliche Zahl von Kunden die Zeilen 4–9 aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
4	Geben Sie ein: $\mu$	$\mu$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$\mu$
	$\lambda$	$\lambda$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$\lambda$
	$n$	$n$	<input type="text"/> A <input type="text"/>	$\rho$
5	Berechnen Sie: $P_0$		<input type="text"/> B <input type="text"/>	$P_0$
	$P_b$		<input type="text"/> B <input type="text"/>	$P_b$
6	Berechnen Sie: $L_q$		<input type="text"/> C <input type="text"/>	$L_q$
	$L$		<input type="text"/> C <input type="text"/>	$L$
7	Berechnen Sie: $T_q$		<input type="text"/> D <input type="text"/>	$T_q$
	$T$		<input type="text"/> D <input type="text"/>	$T$
8	Geben Sie $t$ ein und berechnen Sie $P(t)$	$t$	<input type="text"/> E <input type="text"/>	$P(t)$
9	Gehen Sie für einen geänderten Wert $t$ nach Zeile 8		<input type="text"/> <input type="text"/>	
10	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	
11	Führen Sie für endlich viele Kunden die Zeilen 12–16 aus		<input type="text"/> <input type="text"/>	
12	Geben Sie ein: Anzahl der Kunden	$m$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$m$
	Anzahl der Abfertigungs- stellen	$n$	<input type="text"/> f <input type="text"/> a	$m$
13	Geben Sie ein: mittlere Abfertigungs- zeit pro Kunde	$s$	<input type="text"/> ↑ <input type="text"/>	$s$
	mittlere Zeit zwischen Ankunft des Kunden	$a$	<input type="text"/> f <input type="text"/> b	$\rho$
14	Berechnen Sie: Anzahl Kunden im System		<input type="text"/> f <input type="text"/> c	$L$
	mittlere Durchlaufzeit		<input type="text"/> f <input type="text"/> c	$T$
15	Berechnen Sie: Länge der Schlange		<input type="text"/> f <input type="text"/> d	$L_q$
	Wartezeit		<input type="text"/> f <input type="text"/> d	$T_q$
16	Berechnen Sie den Leistungsfaktor $F$		<input type="text"/> f <input type="text"/> e	$F$
17	Gehen Sie für eine neue Rechnung nach Zeile 2		<input type="text"/> <input type="text"/>	

**Beispiel 1:**

Im zeitlichen Mittel betreten 1,2 Kunden pro Minute die Schalterhalle einer Bank. Vor drei Abfertigungsschaltern bilden sie eine gemeinsame Warteschlange. Jeder der drei Bankangestellten kann pro Stunde 30 Kunden abfertigen. Berechnen Sie  $\rho$ ,  $P_0$ ,  $P_b$ ,  $L_q$ ,  $L$ ,  $T_q$ ,  $T$  und die Wahrscheinlichkeit  $P(2)$ , daß ein Kunde länger als 2 Minuten in der Schlange warten muß.

**Anmerkung:**

Abfertigungsrate  $\mu = 30/60 = 0,5$  Kunden pro Minute.  
Zeit zwischen der Ankunft  $\lambda = 1,2$  Kunden pro Minute.

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck
.5 <b>ENTER</b> ↑ 1.2 <b>ENTER</b> ↑ 3 <b>A</b> →	<b>0.50</b> *** ( $\mu$ )
	<b>1.20</b> *** ( $\lambda$ )
	<b>3.00</b> *** (n)
	<b>2.40</b> *** ( $\rho$ )
<b>B</b> →	<b>0.06</b> *** ( $P_0$ )
<b>B</b> →	<b>0.65</b> *** ( $P_b$ )
<b>C</b> →	<b>2.59</b> *** ( $L_q$ )
<b>C</b> →	<b>4.99</b> *** (L)
<b>D</b> →	<b>2.16</b> *** ( $T_q$ )
<b>D</b> →	<b>4.16</b> *** (T)
2 <b>E</b> →	<b>2.00</b> *** (t)
	<b>0.36</b> *** ( $P(t)$ )

**Beispiel 2:**

In einer SB-Reinigung stehen 12 Waschvollautomaten, die nach durchschnittlich 60 Stunden Einsatz 4 Stunden Wartung erfordern. Berechnen Sie  $\rho$ ,  $L$ ,  $T$ ,  $L_q$ ,  $T_q$  und  $F$ , wenn für die Wartung der Geräte nur eine Person zur Verfügung steht.

Drücken Sie	Anzeige/Ausdruck
12 <b>ENTER</b> ↑ 1 <b>f</b> <b>a</b> →	<b>12.00</b> *** (m)
	<b>1.00</b> *** (n)
4 <b>ENTER</b> ↑ 60 <b>f</b> <b>b</b> →	<b>4.00</b> *** (s)
	<b>60.00</b> *** (a)
	<b>0.07</b> *** ( $\rho$ )
<b>f</b> <b>c</b> →	<b>1.64</b> *** (L)
<b>f</b> <b>c</b> →	<b>98.66</b> *** (T)
<b>f</b> <b>d</b> →	<b>0.95</b> *** ( $L_q$ )
<b>f</b> <b>d</b> →	<b>57.24</b> *** ( $T_q$ )
<b>f</b> <b>e</b> →	<b>0.92</b> *** (F)

## Programm-Speicherlisten

Wenn Sie an der Funktionsweise der Programme genauer interessiert sind, können Sie die nachfolgenden Speicherlisten heranziehen. Dort finden Sie neben einer Aufstellung sämtlicher Programmschritte auch Kommentare zur Wirkung einzelner Programmteile sowie Angaben über die Belegung der Speicherregister. Eine Zusammenstellung der Tastensymbole und Tastencodes finden Sie im Anhang E des Bedienungshandbuchs zu Ihrem Rechner.

	Seite
1. Statistische Grundgrößen .....	124
2. Fakultät, Kombinationen ohne Wiederholung mit/ohne Berücksichtigung der Anordnung .....	126
3. Momente, Schiefe und Steilheit (Kurtosis) (für klassifizierte und nicht klassifizierte Daten) .....	128
4. Erzeugung von Zufallszahlen .....	130
5. Histogramm .....	132
6. Einfache Varianzanalyse .....	134
7. Doppelte Varianzanalyse .....	136
8. Einfache Kovarianzanalyse .....	138
9. Normalverteilung und invertiertes Normalverteilungsintegral ..	142
10. Chi-Quadrat-Verteilung .....	146
11. t-Verteilung .....	148
12. F-Verteilung .....	150
13. Multiple lineare Regression .....	152
14. Approximation von Funktionen durch Polynome .....	154
15. t-Test .....	158
16. Chi-Quadrat-Test .....	160
17. Kontingenztafel (Unabhängigkeitstest) .....	162
18. Spearman'scher Rangkorrelationskoeffizient .....	164
19. Statistische Qualitätskontrolle mit Kontrollkarten .....	166
20. Operations-Charakteristik .....	168
21. Warteschlangen (eine oder mehrere Abfertigungsstellen) .....	170

# Notizen



113	R/S		169	GSB9					
114	X $\leftrightarrow$ Y	$S_x, S_y$	170	RTN					
115	GSB9		171	*LBL0					
116	GSB8		172	S					
117	RTN		173	RCLC					
118	*LBLc		174	+					
119	S		175	X	$\gamma_{xy}$				
120	*LBL1		176	1/X					
121	P $\leftrightarrow$ S	$S_x', S_y'$	177	GSB9					
122	RCL9		178	GSB8					
123	P $\leftrightarrow$ S		179	RTN					
124	ENT $\uparrow$		180	*LBLe					
125	X $\leftrightarrow$ Y		181	RCLC					
126	1		182	GSB9	$\Sigma x_i, \Sigma y_i$				
127	-		183	R/S					
128	+		184	X $\leftrightarrow$ Y	$\Sigma x_i y_i$				
129	FN		185	GSB9					
130	+		186	R/S					
131	GSB9		187	P $\leftrightarrow$ S					
132	F $\leftrightarrow$ 0		188	RCL8					
133	GSB8		189	P $\leftrightarrow$ S					
134	CF0		190	GSB9					
135	R/S		191	GSB8					
136	LST $\uparrow$		192	RTN					
137	S		193	*LBLe					
138	X $\leftrightarrow$ Y		194	P $\leftrightarrow$ S					
139	SF0		195	RCL7	$\Sigma x_i^2, \Sigma y_i^2$				
140	GT01		196	RCL5					
141	RTN		197	P $\leftrightarrow$ S					
142	*LBLd		198	GSB9					
143	X		199	R/S					
144	X $\leftrightarrow$ Y		200	X $\leftrightarrow$ Y					
145	P $\leftrightarrow$ S		201	GSB9					
146	ST0E		202	GSB8					
147	RCL8		203	RTN					
148	RCL4		204	*LBL0					
149	RCL6	$S_{xy}, S_{xy}'$	205	X $\leftrightarrow$ Y	Druck/Anzeige $x_i, y_i$				
150	+		206	PRTX					
151	-		207	X $\leftrightarrow$ Y					
152	RCL9		208	PRTX					
153	1		209	RTN					
154	-		210	*LBL9	Druck/Anzeige-Routine				
155	+		211	FB $\uparrow$					
156	P $\leftrightarrow$ S		212	PRTX					
157	ST0E		213	RTN					
158	GSB9		214	*LBL8					
159	R/S		215	FB $\uparrow$					
160	P $\leftrightarrow$ S		216	SFC	Unterprogramm für Leerzeile				
161	RCL9		217	RTN					
162	P $\leftrightarrow$ S								
163	ENT $\uparrow$								
164	X $\leftrightarrow$ Y								
165	1								
166	-								
167	+								
168	+								
<b>LABELS</b>				<b>FLAGS</b>		<b>SET STATUS</b>			
<sup>A</sup> Start	<sup>B</sup> $x_i \uparrow y_i (\Sigma +)$	<sup>C</sup> $x_k \uparrow y_k (\Sigma -)$	<sup>D</sup> $x_i, y_i, f_i$	<sup>E</sup> $x_k, y_k, f_k$	<sup>F</sup> Druck	<b>FLAGS</b>		<b>TRIG</b>	<b>DISP</b>
<sup>G</sup> Druck	<sup>H</sup> belegt	<sup>I</sup> belegt	<sup>J</sup> belegt	<sup>K</sup> $\Sigma x_i, \dots$	<sup>L</sup> $\Sigma$	0 <input type="checkbox"/> ON	<input type="checkbox"/> $\Sigma$	DEG <input type="checkbox"/>	FIX <input type="checkbox"/>
<sup>M</sup> Anz. $x_i, y_i$	1	2	3	4	$S_y'$	1 <input type="checkbox"/> $\Sigma$	<input type="checkbox"/> $\Sigma$	GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>
<sup>N</sup>	<sup>O</sup>	<sup>P</sup>	<sup>Q</sup> Leerzeile	<sup>R</sup> Druck	<sup>S</sup>	2 <input type="checkbox"/> $\Sigma$	<input type="checkbox"/> $\Sigma$	RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>
						3 <input type="checkbox"/> $\Sigma$	<input type="checkbox"/> $\Sigma$		$n \underline{\quad} 2$

## Fakultät, Kombinationen ohne Wiederholung mit/ohne Berücksichtigung der Anordnung

<p>001 *LBLA 002 CLR 003 CFB 004 0 005 RTN 006 *LBLB 007 SFB 008 J 009 RTN 010 *LBLD 011 X=Y 012 GSB 013 X=Y 014 GSB 015 X=Y 016 GT02 017 ENT 018 0 019 X=Y 020 GT03 021 CLN 022 J 023 X=Y 024 GT04 025 - 026 STOI 027 R4 028 ST07 029 *LBL1 030 RCL7 031 J 032 - 033 ST07 034 X 035 DSZJ 036 GT01 037 GSB 038 GSB 039 RTN 040 *LBL2 041 0 042 + 043 *LBL3 044 ENT 045 J 046 GSB 047 GSB 048 RTN 049 *LBLB 050 X=Y 051 GSB 052 X=Y 053 GSB 054 X=Y 055 GT02 056 -</p>	<p>Vorbereitungsschritte</p> <p>Flag 0 für AUTO-Modus setzen</p> <p>m, n für <math>mP_n</math> eingeben</p> <p>Fehler</p> <p>m, n für <math>mC_n</math> eingeben</p>	<p>057 LSTX 058 X=Y 059 GSB 060 ST07 061 J 062 STOI 063 + 064 ST06 065 CLN 066 X=Y 067 GT03 068 *LBL0 069 R4 070 J 071 RCL1 072 + 073 STOI 074 X=Y 075 GT05 076 RCL7 077 X=Y 078 + 079 LSTX 080 ÷ 081 RCL6 082 X 083 ST06 084 GT00 085 *LBL4 086 R4 087 R4 088 GSB 089 GSB 090 RTN 091 *LBL6 092 ST06 093 X=Y 094 RTN 095 *LBL5 096 RCL6 097 GSB 098 GSB 099 RTN 100 *LBLC 101 GSB 102 STOI 103 ST03 104 6 105 9 106 X=Y 107 X=Y 108 GT09 109 X=Y 110 - 111 STOI 112 LSTX</p>	<p><math>mP_1 = m</math></p> <p>n für n! eingeben</p>						
REGISTERS									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	B	C	D	E					
									m - 69

112	N!								
114	LOG								
115	STO2								
116	RCL1								
117	ENT1								
118	LOG								
119	ST+2								
120	*LBL7								
121	DSZ1								
122	GT08								
123	GT07								
124	*LBL7								
125	RCL2								
126	INT								
127	GSB <sub>a</sub>								
128	RCL2								
129	FRC								
130	10 <sup>x</sup>								
131	DSP9								
132	GSB <sub>a</sub>								
133	DSP2								
134	RCL1								
135	GSB <sub>b</sub>								
136	R↔S								
137	R↓								
138	R↓								
139	R↔S								
140	R↑								
141	RTN								
142	*LBL8								
143	RCL3		Log(n - 1)						
144	-								
145	-								
146	STO2								
147	LOG								
148	ST+2								
149	GT07								
150	*LBL9		n für ≤ 69						
151	N!								
152	GSB <sub>a</sub>								
153	GSB <sub>b</sub>								
154	RTN								
155	*LBL <sub>a</sub>		Druck/Anzeige- Routine						
156	F0?								
157	PRTX								
158	RTN								
159	*LBL <sub>b</sub>		Unterprogramm für Leerzeile						
160	F0°								
161	SPC								
162	RTN								
<b>LABELS</b>									
<sup>A</sup> Start	<sup>B</sup> Druck?	<sup>C</sup> n → n!	<sup>D</sup> m↑n → mP <sub>n</sub>	<sup>E</sup> m↑n → mC <sub>n</sub>	<sup>F</sup> Druck	<b>SET STATUS</b>			
<sup>A</sup> Druck	<sup>B</sup> Leerzeile	<sup>C</sup>	<sup>D</sup>	<sup>E</sup>	<sup>F</sup>	<b>FLAGS</b>		<b>TRIG</b>	<b>DISP</b>
<sup>D</sup> mC <sub>n</sub>	<sup>1</sup> m!	<sup>2</sup> Fehler	<sup>3</sup> mP <sub>0</sub> ·mC <sub>0</sub>	<sup>4</sup> mP <sub>1</sub> ·mC <sub>1</sub>	<sup>2</sup>	0 <input type="checkbox"/> ON <input type="checkbox"/> OFF	DEG <input type="checkbox"/>	FIX <input type="checkbox"/>	
<sup>5</sup> Ausgabe	<sup>6</sup> x z z y	<sup>7</sup> n > 69	<sup>4</sup> n > 69	<sup>5</sup> n ≤ 69	<sup>3</sup>	1 <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>	
						2 <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>	n <u>2</u>
						3 <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>			



113	+			169	F $\theta^{\circ}$					
114	RCL6			170	SPC		Unterprogramm für			
115	RCL8			171	RTN		Leerzeile			
116	x									
117	-2									
118	x									
119	+									
120	STO9									
121	GSB9									
122	R/S									
123	RCL5									
124	RCL6									
125	RCL4									
126	x	m <sub>4</sub>								
127	4									
128	x									
129	-									
130	RCL8									
131	RCL3									
132	x									
133	6									
134	x									
135	+									
136	RCL1									
137	+									
138	RCL8									
139	$\times^2$									
140	3									
141	x									
142	-									
143	STO6									
144	GSB9									
145	GSB8									
146	RTN									
147	*LBLd									
148	RCL9	$\gamma_1$								
149	RCL7									
150	1									
151	-									
152	5									
153	$\times^2$									
154	+									
155	GSB9									
156	R/S									
157	RCL6									
158	RCL7									
159	$\times^2$	$\gamma_2$								
160	+									
161	GSB9									
162	GSB8									
163	RTN									
164	*LBL9	Druck / Anzeige- Routine								
165	F $\theta^{\circ}$									
166	PPTX									
167	RTN									
168	*LBL8									
LABELS					FLAGS		SET STATUS			
A	Start	B $x_1(\Sigma+)$	C $\bar{x}_k(\Sigma-)$	D $y_1 \uparrow f_1(\Sigma+)$	E $y_k \uparrow f_k(\Sigma-)$	0	Druck	FLAGS	TRIG	DISP
a	Druck?	b $\rightarrow \bar{x}$	c $\rightarrow m_2, m_3, m_4$	d $\rightarrow \gamma_1 : \gamma_2$	e	1	Korrektur	ON OFF	DEG <input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>
0		1	2	3	4	2		<input type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>
5		6	7	8	9	3	Druck	<input type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>
								<input type="checkbox"/>		n <u>2</u>

## Erzeugung von Zufallszahlen

<pre> 001 #LBL a 002 P=S 003 CLRG 004 P=S 005 GTO 1 006 #LBL A 007 GSB7 008 RCLC 009 RCLD 010 - 011 012 RCLD 013 + 014 #LBL 2 015 PRTX 016 STOR 017 Σ+ 018 RCLA 019 + 020 STOA 021 RCL9 022 XE 023 RCLB 024 + 025 STOB 026 I 027 RCLI 028 + 029 STOI 030 RCL9 031 PTH 032 #LBL k 033 STOD 034 GSB0 035 RCLD 036 #LBL 3 037 PRTX 038 SPC 039 RTN 040 #LBL E 041 GSB7 042 RCLD 043 x 044 INT 045 I 046 + 047 GTO2 048 #LBL c 049 STOC 050 X=Y 051 STOD 052 GSB0 053 RCLD 054 GSB4 055 RCLC 056 GTO3                 </pre>	<p>Eingabe von a, b, Sekundär-Register löschen</p> <p>Generator für gleichförmig verteilte Zufallszahlen <math>u_j</math></p> <p><math>u_j</math></p> <p>k eingeben</p> <p>Druck / Anzeige- und Leerzeilenroutine</p> <p>Generator für gleichförmig verteilte Zufallszahlen <math>d_j</math></p> <p>m, <math>\sigma</math> eingeben</p>	<pre> 057 #LBL 5 058 #LBL C 059 GSB7 060 STO7 061 GSB7 062 x<sup>2</sup> 063 x 064 I 065 - 066 STO2 067 RCL7 068 x<sup>2</sup> 069 + 070 I 071 - 072 STOI 073 +P 074 XE 075 I 076 X=Y 077 GTO5 078 P4 079 ENT+ 080 LN 081 2 082 x 083 CHS 084 X=Y 085 + 086 IN 087 STOB 088 RCL1 089 GSB6 090 RTN 091 #LBL C 092 RCL8 093 RCL2 094 #LBL 6 095 x 096 RCLC 097 x 098 RCLD 099 + 100 GTO2 101 #LBL d 102 GTO6 103 #LBL D 104 GSB7 105 LN 106 CHS 107 RCLD 108 x 109 GTO2 110 #LBL E 111 SPC 112 I                 </pre>	<p>Generator für normalverteilte Zufallszahlen <math>n_j</math></p> <p><math>z_1</math></p> <p><math>z_1 + 1</math></p> <p><math>V_2</math></p> <p><math>V_1</math></p> <p>S</p> <p><math>I \geq S</math></p> <p>Nächste Zufallszahlen</p> <p><math>\sqrt{2 \ln S / S}</math></p> <p><math>n_j</math></p> <p><math>n_j + 1</math></p> <p><math>\mu</math> eingeben</p> <p>Generator für exponentialverteilte Zufallszahlen <math>e_j</math></p> <p><math>\bar{x}</math></p>						
<b>REGISTERS</b>									
0	1 $V_1$	2 $V_2$	3	4	5	6	7 $z_1$	8 $\sqrt{2 \ln S / S}$	9 $x_j$
S0	S1	S2	S3	S4 $\Sigma x_j$	S5 $\Sigma x_j^2$	S6	S7	S8	S9 n
A belegt	B belegt	C b oder $\sigma$		D a od. k od. m od. $\mu$		E FRC (997 $u_j$ )		I Index n	

113	GSB4				
114	R↵				
115	S	s			
116	GSB4				
117	R↵				
118	P↵S				
119	RCL9	n			
120	P↵S				
121	GSB4				
122	SPC				
123	RTN				
124	*LBL4	Druck / Anzeige-			
125	PRTX	Routine			
126	RTN				
127	*LBL0				
128	.				
129	5				
130	2				
131	0				
132	4	z <sub>0</sub>			
133	1				
134	6				
135	3	RE = z <sub>0</sub>			
136	STOE				
137	0				
138	STOA				
139	STOB				
140	STOI				
141	SPC				
142	RTN				
143	*LBL7	Zufallszahlen-Generator			
144	RCLC	z <sub>i+1</sub> = FRC(997z <sub>i</sub> )			
145	9				
146	9				
147	7				
148	x				
149	FRC				
150	STOE				
151	RTN				

LABELS					FLAGS	SET STATUS			
A	B	C	D	E	D	FLAGS		TRIG	DISP
→ u <sub>i</sub>	→ d <sub>i</sub>	→ n <sub>j</sub>	→ c <sub>i</sub>	→ x̄; s; n	0	ON	OFF		
a ↑ b →	k →	m ↑ σ →	μ →		1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	DEG <input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>
z <sub>0</sub> → RE				Druck Leerz.	Druck	1	<input type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>
						2	<input type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>
	n <sub>i</sub> , n <sub>i</sub> + 1	FRC(997 × z <sub>i</sub> )				3	<input type="checkbox"/>		n <u>2</u>



113	ST09			169	RCL9		
114	GSBe			170	-		
115	RCLi			171	x		
116	EEX			172	+		
117	3			173	PRTX		
118	x			174	ST08		
119	INT			175	RTN		
120	DSP0			176	*LBL6		Flag 0 für AUTO-Modus setzen
121	PRTX			177	SF0		
122	SPC			178	1		
123	DSP2			179	RTN		
124	1			180	*LBL6		
125	ST09			181	GSB7		Für n, x, s
126	GSBe			182	GSB7		
127	RCLi			183	P=5		
128	EEX			184	RCL9		
129	3			185	P=5		
130	x			186	GSB8		
131	FRC			187	R=5		
132	EEX			188	x		
133	3			189	GSB8		
134	x			190	R=5		
135	INT			191	S		
136	DSP0			192	GSB6		
137	PRTX		Auflisten	193	GSB7		
138	SPC			194	RTN		
139	DSP2			195	*LBL8		Druck / Anzeige-Routine
140	0			196	F0?		
141	ST09			197	PRTX		
142	GSBe			198	RTN		
143	RCLi			199	*LBL7		Unterprogramm für Leerzeile
144	EEX			200	F0?		
145	6			201	SPC		
146	x			202	RTN		
147	FRC			203	*LBL2		Korrektur für Eingaben = xmax
148	EEX			204	RCLA		
149	3			205	2		
150	x			206	÷		
151	INT			207	-		
152	DSP0			208	RTN		
153	PRTX						
154	SPC						
155	DSP2						
156	RCLi						
157	8						
158	x/y?						
159	GT05						
160	RTN						
161	*LBL6						
162	RCL6						
163	PRTX						
164	RCL6						
165	RCLA						
166	RCLi						
167	3						
168	x						
<b>LABELS</b>							
A Start	B Druck	C xmax, xmin	D Eingabe	E Korrektur	F Druck	<b>SET STATUS</b>	
0 Liste	0 n; x; s	c y	d 10x	e	0 Korrektur	FLAGS	TRIG DISP
0 Fehler	1 Sortieren	2 Kor. f. xmax	3	4	2	ON OFF	
5 Liste	6	7 Leerzeile	8 Druck	9 Druckindex	3	0 <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	DEG <input checked="" type="checkbox"/> FIX <input checked="" type="checkbox"/>
						1 <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/> SCI <input type="checkbox"/>
						2 <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/> ENG <input type="checkbox"/>
						3 <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	n <u>2</u>

# Einfache Varianzanalyse

001 #LBLW		057 RTN							
002 CLRG		058 #LBL	Register für neues i löschen						
003 P+S	Vorbereitungsschritte	059 P+S							
004 CLRG		060 CLRG							
005 P+S		061 P+S							
006 CF0		062 RTN	Berichtigung						
007 CF1		063 #LBLD							
008 CF2		064 GSB3							
009 0		065 S-							
010 RTN	x <sub>ij</sub> eingeben	066 GSB8							
011 #LBLC		067 RTN	Flag 0 für AUTO-Modus setzen						
012 F2^		068 #LBLB							
017 GSB9		069 SF0							
014 GSB3		070 J							
015 S+		071 RTN							
016 #LBL8		072 #LBL6							
017 P+S		073 RCL4							
018 RCL4		074 RCL7							
019 RCL5		075 X^							
020 P+S		076 RCL6	TSS						
021 ST0E		077 =							
022 R4		078 ST0E							
023 ST0A		079 -							
024 R4		080 ST00	TrSS						
025 GSB3		081 GSB3							
026 GSB0		082 R+S							
027 RTN		083 RCL5							
028 #LBLB		084 RCL8							
029 J		085 -							
030 ST+9		086 ST01							
031 SF2		087 GSB3							
032 RCLA		088 R+S							
033 ST+7		089 RCL0	ESS						
034 RCLB		090 RCL1							
035 ST+4		091 -							
036 P+S	x <sub>i</sub>	092 ST02							
037 RCL9		093 GSB3							
038 P+S		094 GSB0							
039 ST+6		095 RTN							
040 RCL4		096 #LBL0	Unterprogramm für Leerzeile						
041 X^		097 F0^							
042 P+S		098 SFC							
043 RCL9		099 RTN							
044 P+S		100 #LBL3	Druck-/Anzeige-Routine						
045 =		101 F0^							
046 ST+5		102 PRTX							
047 X		103 RTN							
048 GSB3		104 #LBL6							
049 R+S		105 RCL9							
050 S	s <sub>j</sub>	106 J	df <sub>1</sub>						
051 GSB3		107 -							
052 R+S		108 ST03							
053 RCLA		109 GSB3							
054 GSB3		110 R+S							
055 GSB0	Sum <sub>j</sub>	111 RCL6	df <sub>2</sub>						
056 GSB0		112 RCL9							
REGISTERS									
<sup>0</sup> TSS	<sup>1</sup> TrSS	<sup>2</sup> ESS	<sup>3</sup> df <sub>1</sub>	<sup>4</sup> ΣΣx <sub>ij</sub> <sup>2</sup>	<sup>5</sup> Σ(Σx <sub>ij</sub> ) <sup>2</sup> /n <sub>j</sub>	<sup>6</sup> Σn <sub>j</sub>	<sup>7</sup> ΣΣx <sub>ij</sub>	<sup>8</sup> Σx <sub>ij</sub>	<sup>9</sup> k
<sup>S0</sup>	<sup>S1</sup>	<sup>S2</sup>	<sup>S3</sup>	<sup>S4</sup> Σx <sub>i</sub>	<sup>S5</sup> Σx <sub>i</sub> <sup>2</sup>	<sup>S6</sup> Σy <sub>i</sub>	<sup>S7</sup> Σy <sub>i</sub> <sup>2</sup>	<sup>S8</sup> Σx <sub>ij</sub> y <sub>j</sub>	<sup>S9</sup> n
<sup>A</sup> Σx <sub>ij</sub> ·df <sub>2</sub>		<sup>B</sup> Σx <sub>ij</sub> <sup>2</sup> ·F		<sup>C</sup>		<sup>D</sup>		<sup>E</sup>	

113	-				
114	STOA				
115	GSB3				
116	R/S				
117	RCLA				
118	RCL3				
119	+	df <sub>3</sub>			
120	GSB3				
121	GSB0				
122	RTN				
123	#LBLc				
124	RCL1	TrMS			
125	RCL3				
126	÷				
127	GSB3				
128	R/S				
129	RCL2	EMS			
130	RCLA				
131	÷				
132	GSB3				
133	R/S				
134	÷				
135	GSB3				
136	GSB0	F			
137	STOE				
138	RTN				
<b>LABELS</b>					
A Start	B Druck?	C x <sub>ij</sub> (Σ+) →	D x <sub>im</sub> (Σ-) →	E x, s <sub>j</sub> , sum <sub>j</sub>	F Druck
8 TSS, ...	9 df <sub>1</sub> , ...	0 TrMS, ...	d	e	1 Korrektur
0 Leerzeile	1	2	3 Druck	4	2 Neue Daten
5	6	7	8 Σx <sub>j</sub> , Σx <sub>j</sub> <sup>2</sup>	9 Reg. löschen	3
<b>SET STATUS</b>					
		<b>FLAGS</b>		<b>TRIG</b>	
		ON OFF		DISP	
		0 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		DEG <input checked="" type="checkbox"/>	
		1 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		GRAD <input type="checkbox"/>	
		2 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		RAD <input type="checkbox"/>	
		3 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		FIX <input checked="" type="checkbox"/>	
				SCI <input type="checkbox"/>	
				ENG <input type="checkbox"/>	
				n <u>2</u>	

## Doppelte Varianzanalyse

<pre> 001 *LBLA 002 CLRC 003 CFB 004 0 005 RTN 006 *LBLC 007 XZY 008 ST05 009 GSB9 010 R4 011 ST06 012 GSB9 013 GSB8 014 RTN 015 *LBLD 016 ST+7 017 GSB9 018 XZ 019 ST+8 020 RCL6 021 J 022 + 023 ST04 024 GSB9 025 RTN 026 *LBLD 027 RCL7 028 ST+1 029 XZ 030 ST+8 031 *LBLD 032 RCL7 033 0 034 ST06 035 ST07 036 XZY 037 GSB9 038 GSB8 039 RTN 040 *LBLA 041 RCLA 042 ST08 043 0 044 ST02 045 ST0A 046 GSB8 047 RTN 048 *LBLC 049 RCL7 050 XZ 051 ST+4 052 GT00 053 *LBLD 054 RCL1 055 XZ 056 RCL5                 </pre>	<p>Vorbereitungsschritte</p>  <p>r, c eingeben</p>          <p>x<sub>ij</sub> eingeben</p>          <p>RS<sub>j</sub> berechnen</p>          <p>Neues Starten für Spalte</p>          <p>CS<sub>j</sub></p>   <p>F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub></p>	<pre> 057 RCL6 058 X 059 + 060 ST07 061 CHS 062 RCL2 063 + 064 ST01 065 RCL3 066 RCL6 067 + 068 RCL7 069 - 070 ST02 071 RCL4 072 RCL5 073 + 074 RCL7 075 - 076 ST03 077 RCL2 078 + 079 CHS 080 RCL1 081 + 082 ST04 083 RCL5 084 J 085 - 086 ST05 087 RCL6 088 J 089 - 090 ST06 091 X 092 ST07 093 + 094 ST08 095 RCL2 096 RCL5 097 + 098 RCL8 099 + 100 GSB8 101 GSB9 102 R/S 103 RCL3 104 RCL6 105 + 106 RCL8 107 + 108 GSB9 109 GSB8 110 RTN 111 *LBLD 112 RCL5                 </pre>	<p>F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub></p>						
<b>REGISTERS</b>									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	ΣΣx <sub>ij</sub> .TSS	ΣΣx <sub>ij</sub> <sup>2</sup> .RSS	belegt	belegt	r, r l	c, c - l	belegt	belegt	0
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	i, j	B	r	C	D	E	F	G	H

113	GSB9										
114	R/S		df <sub>1</sub> , df <sub>2</sub> , df <sub>3</sub>								
115	RCL6										
116	GSB9										
117	R/S										
118	RCL7										
119	GSB9										
120	GSB0										
121	RTN										
122	*LBL6		RSS, DSS, ESS, TSS								
123	RCL2										
124	GSB9										
125	R/S										
126	RCL3										
127	GSB9										
128	R/S										
129	RCL4										
130	GSB9										
131	R/S										
132	RCL1										
133	GSB9										
134	GSB0										
135	RTN										
136	*LBL5		Für die Berichtigung von X <sub>im</sub> oder X <sub>kj</sub>								
137	PRTX										
138	CHS										
139	ST+7										
140	X <sup>2</sup>										
141	ST-2										
142	RCLA										
143	1										
144	-										
145	STOA										
146	GSB9										
147	RTN										
148	*LBL8		Flag 0 für AUTO- Modus setzen								
149	SF0										
150	1										
151	RTN										
152	*LBL9		Druck /Anzeige- Routine								
153	F0?										
154	PRTX										
155	RTN										
156	*LBL8		Unterprogramm für Leerzeile								
157	F0?										
158	SPC										
159	RTN										
<b>LABELS</b>											
<sup>A</sup> Start	<sup>B</sup> Druck?	<sup>C</sup> r t c →	<sup>D</sup> x <sub>ij</sub> (Σ+) →	<sup>E</sup> x <sub>im</sub> (Σ-) →	<sup>F</sup> Druck	<b>SET STATUS</b>					
<sup>0</sup> → RS <sub>j</sub>	<sup>b</sup> Wiederstart	<sup>c</sup> → CS <sub>j</sub>	<sup>d</sup> → F <sub>1</sub> , F <sub>2</sub> ...	<sup>e</sup> → RSS:...	<sup>1</sup>	<b>FLAGS</b>		<b>TRIG</b>		<b>DISP</b>	
<sup>0</sup> 0 → R <sub>A</sub> , R <sub>B</sub>	<sup>1</sup>	<sup>2</sup>	<sup>3</sup>	<sup>4</sup>	<sup>2</sup>	ON	OFF	DEG	<input checked="" type="checkbox"/>	FIX	<input checked="" type="checkbox"/>
<sup>5</sup>	<sup>6</sup>	<sup>7</sup>	<sup>8</sup> Leerzeile	<sup>9</sup> Druck	<sup>3</sup>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	GRAD	<input type="checkbox"/>	SCI	<input type="checkbox"/>
						<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	RAD	<input type="checkbox"/>	ENG	<input type="checkbox"/>
						<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			n	<u>2</u>

# Einfache Kovarianzanalyse

## Karte I

001 #LBLA			057 RCLA																
002 CLRG	Vorbereitungsschritte		058 +																
003 P+S			059 ST0A																
004 CLRG			060 RCL5																
005 P+S			061 RCLB																
006 CF0			062 +																
007 0			063 ST0E																
008 ST0E			064 RCL6																
009 RTN			065 RCLC																
010 #LBLB			066 +																
011 P+S	Für neues i		067 ST0C																
012 0			068 RCL7																
013 ST0A			069 RCLD																
014 ST0E			070 +																
015 ST0E			071 ST0D																
016 ST07			072 RCL6																
017 ST0E			073 RCL E																
018 ST09			074 +																
019 P+S			075 ST0E																
020 ISZ1			076 P+S		$\Sigma n_i$														
021 RCL7			077 RCL9																
022 GSB0			078 ST+0																
023 GSB1			079 P+S																
024 RTN			080 ST+0																
025 #LBL9	Unterprogramm =		081 RCL4		$\Sigma \frac{(\Sigma x_{ij})^2}{n_i}$														
026 R4	x <sub>ij</sub> , y <sub>ij</sub> drücken		082 P+S																
027 PRT:			083 GSB8																
028 RT			084 P+S																
029 PRTX			085 RCL6		$\Sigma \frac{(\Sigma y_{ij})^2}{n_i}$														
030 RTN			086 GSB8																
031 #LBL6			087 RCL4																
032 SF0	Flag 0 für AUTO-		088 RCLC																
033 1	Modus setzen		089 X																
034 ST0E			090 RCL9																
035 RTN			091 +																
036 #LBLC	Berichtigung für x <sub>im</sub> ,		092 P+S																
037 F07	y <sub>im</sub>		093 ST+5																
038 GSB9			094 P+S																
039 XZY			095 RCL6																
040 Σ-			096 RCL4																
041 ST0E			097 P+S																
042 GSB0			098 GSB0		s <sub>xj</sub>														
043 GSB1			099 R+S																
044 RTN			100 R4																
045 #LBLC	Eingabe für x <sub>ij</sub> , y <sub>ij</sub>		101 GSB0																
046 F07			102 GSB1																
047 GSB9			103 R+S		s <sub>yj</sub>														
048 XZY			104 #LBL6																
049 Σ+			105 X2																
050 ST09			106 RCL9																
051 GSB0			107 +																
052 GSB1			108 ST+2																
053 RTN			109 RTN																
054 #LBLA			110 #LBLA		TSS <sub>x</sub>														
055 P+S			111 RCLB																
056 RCL4			112 RCLA																
<b>REGISTERS</b>																			
0	Σn <sub>i</sub>	1	TSS <sub>x</sub>	2	belegt	3	WSS <sub>x</sub>	4	TSP <sub>i</sub>	5	belegt	6	WSP	7	WSS <sub>y</sub>	8	1 oder 0	9	j
S0	Σn <sub>i</sub>	S1	TSS <sub>y</sub>	S2	belegt	S3	WSS <sub>y</sub>	S4	Σx <sub>ij</sub>	S5	Σx <sub>ij</sub> <sup>2</sup>	S6	Σy <sub>ij</sub>	S7	Σy <sub>ij</sub> <sup>2</sup>	S8	Σx <sub>ij</sub> y <sub>ij</sub>	S9	n <sub>i</sub> ≠ j
A	ΣΣx <sub>ij</sub>	B	ΣΣx <sub>ij</sub> <sup>2</sup>	C	ΣΣy <sub>ij</sub>	D	ΣΣy <sub>ij</sub> <sup>2</sup>	E	ΣΣx <sub>ij</sub> y <sub>ij</sub>	F	i = 1, 2, ..., k								

113	GSB7			169	-		
114	R/S	ASS <sub>x</sub>		170	÷		
115	RCL2			171	÷		
116	RCLA			172	GSB0		
117	GSB6			173	R/S		
118	R/S	WSS <sub>x</sub>		174	PZS		
119	-			175	RCL2		
120	STO3			176	RCL1		
121	GSB0			177	1		
122	GSB1			178	-		
123	R/S			179	÷		
124	*LBL6	TSS <sub>y</sub>		180	PCL3		
125	RCLD			181	PZS		
126	RCLC			182	RCL0		
127	PZS			183	RCL1		
128	GSB7			184	-		
129	PZS			185	÷		
130	R/S	ASS <sub>y</sub>		186	÷		F <sub>y</sub>
131	PZS			187	GSB0		
132	RCL2			188	R/S		
133	RCLC			189	RCL1		
134	GSB6			190	1		
135	PZS			191	-		df <sub>1</sub>
136	R/S			192	GSB0		
137	-	WSS <sub>y</sub>		193	R/S		
138	PZS			194	RCL0		
139	STO3			195	RCL1		
140	PZS			196	-		df <sub>2</sub>
141	GSB0			197	GSB0		
142	GSB1			198	GSB1		
143	R/S	Für (TSS) <sub>x</sub> oder y		199	RTN		
144	*LBL7			200	*LBL0		Druck/Anzeige-Routine
145	X?			201	F0?		
146	RCL0			202	PRT?		
147	÷			203	RTN		
148	-			204	*LBL1		
149	STO1			205	F0?		Unterprogramm für Leerzeile
150	GSB0			206	SPC		
151	RTN			207	RTN		
152	*LBL6	Für (ASS) <sub>x</sub> oder y					
153	X?						
154	RCL0						
155	÷						
156	-						
157	STO2						
158	GSB0						
159	RTN						
160	*LBL4						
161	RCL2						
162	RCL1						
163	1						
164	-						
165	÷						
166	RCL3						
167	RCL0						
168	RCL1	F <sub>x</sub>					
<b>LABELS</b>							
<sup>A</sup> Start	<sup>B</sup> Neues i	<sup>C</sup> x <sub>ij</sub> †y <sub>ij</sub> (Σ+)	<sup>D</sup> x <sub>im</sub> †y <sub>im</sub> (Σ-)	<sup>E</sup> s <sub>xi</sub> : s <sub>yi</sub>	<sup>G</sup> Druck	<b>SET STATUS</b>	
<sup>H</sup> TSS <sub>x</sub> ; ...	<sup>I</sup> F <sub>x</sub> ; ...	<sup>J</sup>	<sup>K</sup>	<sup>L</sup> Druck	<sup>M</sup>	<b>FLAGS</b>	<b>TRIG</b>
<sup>N</sup> Druck	<sup>O</sup> Leerzeile	<sup>P</sup>	<sup>Q</sup>	<sup>R</sup>	<sup>S</sup>	<input type="checkbox"/> ON	<input type="checkbox"/> TRIG
<sup>T</sup>	<sup>U</sup> ASS <sub>x</sub>	<sup>V</sup> TSS <sub>x</sub>	<sup>W</sup> ΣΣx <sub>ij</sub> /n <sub>j</sub>	<sup>X</sup> Druck x <sub>ij</sub> ;y <sub>ij</sub>	<sup>Y</sup>	<input type="checkbox"/> OFF	<input type="checkbox"/> DEG
						<input type="checkbox"/> 1	<input type="checkbox"/> GRAD
						<input type="checkbox"/> 2	<input type="checkbox"/> RAD
						<input type="checkbox"/> 3	<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD
							<input type="checkbox"/> ENG
							<input type="checkbox"/> SCI
							<input type="checkbox"/> RAD

# Einfache Kovarianzanalyse

## Karte II

001	*LBL1			057	=														
002	GSB2			058	GSB0			AMS <sub>y</sub>											
003	PCL2			059	R/S														
004	PCLA			060	RCL7														
005	RCL0			061	RCL0														
006	-			062	RCL1			WMS <sub>y</sub>											
007	RCL0			063	-														
008	=			064	J														
009	-	TSP		065	-														
010	ST04			066	=														
011	GSB0			067	GSB0														
012	R/S			068	R/S			F											
013	RCL5			069	=														
014	RCLA			070	GSB0														
015	PCL0			071	R/S														
016	-			072	RCL1														
017	RCL0			073	J			df <sub>3</sub>											
018	=	ASP		074	-														
019	-			075	GSB0														
020	GSB0			076	R/S														
021	R/S			077	RCL0														
022	-	WSP		078	RCL1														
023	ST06			079	-														
024	GSB0			080	J			df <sub>4</sub>											
025	GSB1			081	-														
026	RTN			082	GSB0														
027	*LBL4			083	GSB1														
028	F/S			084	RTN														
029	RCL1			085	*LBL0			Druck/Anzeige-											
030	F/S			086	F00			Routine											
031	PCL4			087	PRTX														
032	M?			088	RTN														
033	RCL1			089	*LBL1			Unterprogramm für											
034	=	TSS <sub>y</sub>		090	F00			Leerzeile											
035	-			091	SPC														
036	GSB0			092	RTN														
037	R/S			093	*LBL2														
038	F/S			094	CFB			Flag 0 für AUTO-											
039	RCL3			095	RCL8			Modus setzen											
040	F/S			096	J														
041	RCL6			097	M=Y0														
042	M?			098	SF0														
043	RCL3			099	RTN														
044	=																		
045	-	WSS <sub>y</sub>																	
046	ST07																		
047	GSB0																		
048	R/S																		
049	-																		
050	GSB0																		
051	GSB1																		
052	R/S																		
053	*LBL5																		
054	PCL1																		
055	J																		
056	-																		
<b>REGISTERS</b>																			
0	Σn <sub>i</sub>	1	TSS <sub>x</sub>	2	belegt	3	WSS <sub>x</sub>	4	TSP <sub>i</sub>	5	belegt	6	WSP	7	WSS <sub>y</sub>	8	1 oder 0	9	j
S0	Σn <sub>i</sub>	S1	TSS <sub>y</sub>	S2	belegt	S3	WSS <sub>y</sub>	S4	Σx <sub>ij</sub>	S5	Σx <sub>ij</sub> <sup>2</sup>	S6	Σy <sub>ij</sub>	S7	Σy <sub>ij</sub> <sup>2</sup>	S8	Σx <sub>ij</sub> y <sub>ij</sub>	S9	n <sub>i</sub> ≠ j
A	ΣΣx <sub>ij</sub>	B	ΣΣx <sub>ij</sub> <sup>2</sup>	C	ΣΣy <sub>ij</sub>	D	ΣΣy <sub>ij</sub> <sup>2</sup>	E	ΣΣx <sub>ij</sub> y <sub>ij</sub>	I	i = 1, 2, ..., k								

LABELS					FLAGS	SET STATUS			
A	B	C	D	E	F	FLAGS		TRIG	DISP
					0	Druck	ON OFF		
8	9	TSP: ...	TSS <sub>g</sub> : ...	AMS <sub>g</sub> : ...	1	0 <input type="checkbox"/> ON <input checked="" type="checkbox"/>	DEG <input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>	
0	Druck	Leerzeile	2	Druck	3	1 <input type="checkbox"/> OFF <input checked="" type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>	
					4	2 <input type="checkbox"/> ON <input checked="" type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>	
5	6	7	8	9	3	3 <input type="checkbox"/> OFF <input checked="" type="checkbox"/>		n <u>2</u>	

# Normalverteilung und invertiertes Normalverteilungsintegral

## Karte I

001	*LBLA			057	2				
002	.			058	CHS				
003	2			059	STO7				
004	3	r		060	.				
005	1			061	3				
006	0			062	1				
007	4			063	9				
008	1			064	3				b <sub>1</sub>
009	9			065	0				
010	STO3			066	1				
011	1			067	5				
012	.			068	3				
013	3	b <sub>5</sub>		069	STO8				
014	2			070	F28				
015	0			071	2				
016	2			072	.				
017	7			073	5				c <sub>0</sub>
018	4			074	1				
019	4			075	5				
020	2			076	5				
021	9			077	1				
022	STO4			078	7				
023	1			079	STO1				
024	.			080	.				
025	0			081	8				
026	2			082	0				
027	1			083	2				c <sub>1</sub>
028	12	b <sub>4</sub>		084	0				
029	5			085	5				
030	5			086	3				
031	9			087	STO2				
032	7			088	.				
033	6			089	0				c <sub>2</sub>
034	CHS			090	1				
035	STO5			091	0				
036	1			092	3				
037	.			093	2				
038	7			094	0				
039	0	b <sub>3</sub>		095	STO3				
040	1			096	1				
041	4			097	.				
042	7			098	4				
043	7			099	3				
044	9			100	2				
045	3			101	7				d <sub>1</sub>
046	7			102	8				
047	STO6			103	0				
048	.			104	STO4				
049	2			105	.				
050	5			106	1				
051	6	b <sub>2</sub>		107	0				
052	5			108	9				d <sub>2</sub>
053	6			109	2				
054	3			110	6				
055	7			111	9				
056	8			112	STO5				
REGISTERS									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J

<pre> 113 . 114 0 115 0 116 1 117 3 118 0 119 8 120 STOE 121 P=8 122 0 123 STOA 124 STOB 125 RTN           </pre>	<p>d<sub>3</sub></p>										
LABELS						FLAGS		SET STATUS			
A	Start	B	C	D	E	0	FLAGS				
a	b	c	d	e	f	1	ON OFF	TRIG	DISP		
0	1	2	3	4	5	2	0 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	DEG <input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>		
						1	1 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>		
						3	2 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>		
						3	3 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>		n <u>2</u>		





# Chi-Quadrat-Verteilung

001 #LBLA		057 Y^A							
002 CLRC		058 RCL2							
003 CF0	Vorbereitungsschritte	059 2							
004 CF1		060 ÷							
005 0		061 CMS							
006 RTN		062 e^x							
007 #LBLB	Flag 0 für AUTO-Modus setzen	063 x							
008 SF0		064 2							
009 1		065 RCL1							
010 RTN		066 Y^A							
011 #LBLC		067 ÷							
012 GSBP	Veingeben	068 RCL3							
013 1		069 ÷							
014 ST03		070 ST05							
015 X=^Y	$P\left(\frac{v}{2}\right)$ berechnen	071 F1?							
016 2		072 GSB9							
017 ÷		073 F1?							
018 ST01		074 GSB8							
019 INT		075 CF1							
020 LSTX		076 RTN							
021 X#Y^		077 #LBLB							
022 GT01		078 GSB6	x eingeben, P(x) berechnen						
023 1		079 RCL2							
024 -		080 RCL1							
025 N!		081 ÷							
026 GSB9		082 STx5							
027 GSB8		083 2							
028 ST03		084 RCL1							
029 R/S		085 x							
030 #LBL1		086 ST06							
031 -		087 1							
032 5		088 ST04							
033 X=Y^		089 #LBL3							
034 GT02		090 RCL2							
035 X=^Y		091 RCL6							
036 1		092 2							
037 -		093 +							
038 STx3		094 ST06							
039 GT01		095 ÷							
040 #LBL2		096 RCL4							
041 P!		097 +							
042 I^X		098 ST04							
043 RCL3		099 +							
044 x		100 X#Y^							
045 ST03		101 GT03							
046 GSB9		102 RCL5							
047 GSB8		103 x							
048 R/S		104 GSB9							
049 #LBLD		105 GSB8							
050 SF1		106 RTN							
051 #LBL6	x eingeben, f(x) berechnen	107 #LBL9	Druck-/Anzeige-Routine						
052 GSB9		108 F0?							
053 ST02		109 PRX							
054 RCL1		110 RTN							
055 1		111 #LBL8							
056 -		112 F0?							
<b>REGISTERS</b>									
0	1 u/2	2 x	3 1, Γ(u/2)	4 belegt	5 f(x)	6 belegt	7	8	9
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J

113	SPC	Unterprogramm für																
114	RTN	Leerzeile																
<b>LABELS</b>						<b>FLAGS</b>	<b>SET STATUS</b>											
A	Start	B	Druck?	C	$v \rightarrow \Gamma(v/2)$	D	$x \rightarrow f(x)$	E	$x \rightarrow P(x)$	F	Druck	ON	OFF	TRIG	DISP			
a		b		c		d		e	$f(x)$	1	$P(x)$	0	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	DEG	<input checked="" type="checkbox"/>	FIX	<input checked="" type="checkbox"/>
0		1	$v = ?/2$	2	$\Gamma(1/2)$	3	$P(x)$	4		2		1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	GRAD	<input type="checkbox"/>	SCI	<input type="checkbox"/>
5		6		7		8	Leerzeile	9	Druck	3		2	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	RAD	<input type="checkbox"/>	ENG	<input type="checkbox"/>
												3	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>			n	2













# Approximation von Funktionen durch Polynome

## Karte I

001 *LBL4	Vorbereitungsschritte	057 ST+6	$f_n(i), f(x_i)$ berechnen						
002 CLRG		058 GT00							
003 CF0	N eingeben	059 *LBL6	$f_n(i), f(x_i)$ berechnen						
004 CF1		060 RCL8							
005 0		061 ENT↑							
006 RTN		062 +							
007 *LBL0		063 1							
008 F0°		064 +							
009 PRTX		065 x							
010 ST07		066 RCL7							
011 F0°		067 RCL6							
012 SPC		068 -							
013 RTN	y <sub>i</sub> eingeben	069 x	$f_n(i), f(x_i)$ berechnen						
014 *LBL0		070 X=Y							
015 F1°		071 RCL7							
016 GT07		072 RCL8							
017 SF1		073 +							
018 F0°		074 1							
019 PRTX		075 +							
020 ST01		076 x							
021 ST02		077 RCL8							
022 ST03		078 x							
023 ST04	079 -								
024 ST05	080 RCL7	Grad des Polynoms eingeben							
025 2	081 RCL8								
026 ST06	082 -								
027 *LBL0	083 ÷								
028 1	084 RCL8								
029 ST08	085 1								
030 RCL6	086 +								
031 2	087 ST08								
032 ÷	088 ÷								
033 F0°	089 RCL9								
034 PRTX	090 X=Y								
035 F0°	091 ST09								
036 SPC	092 RTN								
037 R 5	093 *LBL6								
038 *LBL7	094 F0°								
039 F0°	095 PRTX								
040 PRTX	096 ENT↑								
041 ST+1	097 2								
042 1	098 X=Y°								
043 RCL6	099 GT02								
044 RCL7	100 CLX								
045 ÷	101 3								
046 -	102 X=Y°								
047 x	103 GT03								
048 ST+2	104 CLX								
049 ST09	105 4								
050 CSBe	106 X=Y°								
051 ST+3	107 GT04								
052 CSBe	108 CLX								
053 ST+4	109 0								
054 CSBe	110 ÷								
055 ST+5	111 *LBL2								
056 2	112 CLX								
<b>REGISTERS</b>									
0	1 (f, f <sub>0</sub> ), a <sub>0</sub>	2 (f, f <sub>1</sub> ), a <sub>1</sub>	3 (f, f <sub>2</sub> ), a <sub>2</sub>	4 (f, f <sub>3</sub> ), a <sub>3</sub>	5 (f, f <sub>4</sub> ), a <sub>4</sub>	6 2j	7 N	8 n	9 f <sub>n</sub> (i) f(x <sub>i</sub> )
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1 für Druck/Anz.									



# Approximation von Funktionen durch Polynome

## Karte II

001 *LBL6		057 RCL7	
002 R↑		058 XZY	
003 R↑		059 X	
004 3		060 ST+8	
005 +		061 LSTX	
006 ENT↑		062 RCL9	
007 ENT↑		063 X	
008 5		064 RCL5	
009 -		065 X	
010 ÷		066 ST05	
011 2		067 LSTX	
012 X		068 ST×8	
013 3		069 RCL6	
014 ÷		070 X	
015 RCL7	Fortsetzung	071 ST+1	
016 +		072 RCL8	
017 ST07		073 ST-3	
018 RCL4		074 *LBL6	
019 X		075 RCL4	
020 ST-2		076 X)0↑	
021 LSTX		077 SFO	
022 RCL9		078 1	
023 X		079 R-5	
024 ST04		080 *LBL6	
025 R↑		081 XZY	
026 R↑		082 GSB9	
027 4		083 XZY	
028 +		084 GSB8	
029 ENT↑		085 -	
030 ENT↑		086 ST08	
031 7		087 LSTX	
032 -		088 2	
033 ÷		089 X	
034 3		090 +	
035 X		091 RCL8	
036 4		092 ÷	
037 ÷		093 ST06	
038 RCL6		094 2	
039 XZY		095 RCL8	
040 X		096 ÷	
041 ST06		097 ST08	
042 LSTX		098 RCL1	
043 RCL8		099 RCL6	
044 X		100 RCL2	
045 ST06		101 X	
046 R↑		102 +	
047 ENT↑		103 RCL6	
048 ENT↑		104 ENT↑	
049 ENT↑		105 X	
050 3		106 RCL3	
051 -		107 X	
052 ÷		108 +	
053 7		109 ST01	
054 X		110 RCL2	
055 4		111 RCL6	
056 ÷		112 RCL3	

N<sub>1</sub>, X<sub>0</sub> eingeben

REGISTERS

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	b <sub>0</sub> , c <sub>0</sub> , d <sub>0</sub>	b <sub>1</sub> , c <sub>1</sub> , d <sub>1</sub>	b <sub>2</sub> , c <sub>2</sub> , d <sub>2</sub>	b <sub>3</sub> , c <sub>3</sub> , d <sub>3</sub>	b <sub>4</sub> , c <sub>4</sub> , d <sub>4</sub>	β	.	.a	
S <sub>0</sub>	S <sub>1</sub>	S <sub>2</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>4</sub>	S <sub>5</sub>	S <sub>6</sub>	S <sub>7</sub>	S <sub>8</sub>	S <sub>9</sub>
A	B	C	D	E	F				
I für Druck/Anz.									

113	x			169	RCL1	
114	x <sup>2</sup>			170	GSB9	
115	x			171	R/S	d <sub>0</sub> , d <sub>1</sub> , d <sub>2</sub> , d <sub>3</sub> , d <sub>4</sub> ausgeben
116	+			172	RCL2	
117	ST02			173	GSB9	
118	RCL4			174	R/S	
119	RCL6			175	RCL3	
120	x			176	GSB9	
121	x <sup>3</sup>			177	R/S	
122	x			178	RCL4	
123	ST+3			179	GSB9	
124	RCL6			180	R/S	
125	x			181	RCL5	
126	ST+2			182	GSB9	
127	x <sup>3</sup>			183	R/S	
128	+			184	RTN	
129	RCL6			185	*LBLd	
130	x			186	GSB9	x eingeben, y berechnen
131	ST+1			187	ST07	
132	RCL5			188	RCL2	
133	RCL6			189	y	
134	x			190	RCL7	
135	x <sup>4</sup>			191	x <sup>2</sup>	
136	x			192	RCL3	
137	ST+4			193	x	
138	RCL6			194	+	
139	y			195	RCL7	
140	1			196	x <sup>3</sup>	
141	.			197	y*	
142	x <sup>5</sup>			198	RCL4	
143	x			199	x	
144	ST+3			200	+	
145	LSTX			201	RCL7	
146	÷			202	x <sup>2</sup>	
147	RCL6			203	x <sup>2</sup>	
148	x			204	RCL5	
149	ST+2			205	x	
150	x <sup>4</sup>			206	+	
151	÷			207	RCL1	
152	RCL6			208	+	
153	x			209	GSB8	
154	ST+1			210	RTN	
155	RCL8			211	*LBL9	
156	CHS			212	F00	
157	ENT↑			213	SPC	
158	ENT↑			214	*LBL8	
159	ENT↑			215	F00	
160	ST×2			216	PRTX	
161	x			217	RTN	
162	ST×3					
163	x					
164	ST×4					
165	x					
166	ST×5					
167	R/S					
168	*LBLc					

LABELS					FLAGS	SET STATUS			
A	B	C	D	E	0	FLAGS		TRIG	DISP
	Flag 0 setzen				Druck	ON	OFF		
4	Fortsetzung	x <sub>N</sub> ↑ x <sub>0</sub>	C → d <sub>0</sub> ; d <sub>1</sub>	D x → y		0	<input type="checkbox"/> ∞	DEG <input checked="" type="checkbox"/>	FIX <input checked="" type="checkbox"/>
0		1	2	3		1	<input type="checkbox"/> IX	GRAD <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>
				4		2	<input type="checkbox"/> ∞	RAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>
5		6	7	8 Druck	9 belegt	3	<input type="checkbox"/> ∞		n <u>  2  </u>

## t-Test

<p>001 *LBLA 002 CF0 003 0 004 ST01 005 ST02 006 ST03 007 RTN 008 *LBL0 009 FB^ 010 GSB9 011 - 012 ST+2 013 X^2 014 ST+3 015 RCL1 016 1 017 + 018 ST01 019 GSB0 020 RTN 021 *LBL6 022 RCL2 023 RCL1 024 = 025 GSB1 026 GSB0 027 R S 028 RCL3 029 RCL2 030 X^2 031 RCL1 032 = 033 - 034 RCL1 035 1 036 - 037 = 038 JX 039 GSB0 040 R S 041 RCL1 042 JX 043 = 044 = 045 GSB0 046 R S 047 RCL1 048 1 049 - 050 GSB0 051 GSB1 052 RTN 053 *LBLD 054 FB^ 055 GSB0 056 -</p>	<p>Vorbereitungsschritte</p> <p><math>x_i, y_j</math> für gepaarte Stichproben eingeben</p> <p>D, SD, <math>t_1</math>, <math>df_1</math></p> <p>Berichtigung von <math>x_k, y_k</math></p>	<p>057 ST-2 058 X^2 059 ST-3 060 RCL1 061 1 062 - 063 ST01 064 GSB0 065 RTN 066 *LBL6 067 SF0 068 1 069 RTN 070 *LBL9 071 X^2Y 072 SPC 073 PRTX 074 X^2Y 075 PRTX 076 RTN 077 *LBL6 078 GSB0 079 ST+2 080 X^2 081 ST+3 082 RCL1 083 1 084 + 085 ST01 086 GSB0 087 GSB1 088 RTN 089 *LBL6 090 ST07 091 RCL1 092 ST04 093 RCL2 094 ST05 095 RCL3 096 ST06 097 0 098 ST01 099 ST02 100 ST03 101 RCL7 102 GSB0 103 GSB1 104 RTN 105 *LBL4 106 RCL6 107 RCL5 108 X^2 109 RCL4 110 = 111 - 112 RCL3</p>	<p>Flag 0 für AUTO-Modus setzen</p> <p><math>x_i, y_j</math> ausgeben</p> <p><math>x_i</math> oder <math>y_j</math> eingeben (unabhängige Stichproben)</p> <p>d eingeben</p>
--	---	---	--

**REGISTERS**

0	belegt	1	n, n <sub>1</sub> , n <sub>2</sub>	2	belegt	3	belegt	4	n <sub>1</sub>	5	Σx <sub>1</sub>	6	Σx <sub>1</sub> <sup>2</sup>	7	d	8	n <sub>1</sub> + n <sub>2</sub> - 2	9
S0		S1		S2		S3		S4		S5		S6		S7		S8		S9
A	B			C			D			E			I					



## Chi-Quadrat-Test

001	*LBLA			057	RCL3				
002	CF0	Vorbereitungsschritte		058	÷				
003	CF1			059	ST-2				
004	0			060	RCL1				
005	ST01			061	1				
006	ST02			062	-				
007	ST03			063	ST01				
008	RTN			064	GSB8				
009	*LBLE			065	RTN				
010	F0°			066	*LBLA	Für gleiche erwartete			
011	GSB9			067	GSB8	Häufigkeiten			
012	ST03	Σ +		068	ST+2				
013	-			069	∕8				
014	∕8			070	ST+3				
015	RCL3			071	RCL1				
016	÷			072	1				
017	ST+2			073	+				
018	RCL1			074	ST01				
019	1			075	GSB8				
020	+			076	GSB7				
021	ST01			077	SF1				
022	GSB8			078	RTN				
023	RTN			079	*LBLA	Berichtigung von O <sub>j</sub>			
024	*LBLE			080	GSB8				
025	F1°			081	ST-2				
026	GT01			082	∕8				
027	RCL2	∕1 <sup>2</sup>		083	ST-3				
028	GSB7			084	RCL1				
029	GSB8			085	1				
030	GSB7			086	-				
031	RTN			087	ST01				
032	*LBL1			088	GSB8				
033	1			089	GSB7				
034	RCL1			090	RTN				
035	RCL3	∕2 <sup>2</sup>		091	*LBLE	Flag 0 für AUTO-			
036	∧			092	SF0	Modus setzen			
037	RCL2			093	1				
038	÷			094	RTN				
039	RCL2			095	*LBL9	O <sub>j</sub> , E <sub>j</sub> ausgeben			
040	-			096	SPC				
041	GSB7			097	∧ZY				
042	GSB8			098	PRTX				
043	RTN			099	∧ZY				
044	*LBLA			100	PRTX				
045	RCL2			101	RTN				
046	RCL1	E		102	*LBLC	Flag 1 für gleiche			
047	÷			103	SF1	erhoffte Frequenzen			
048	GSB8			104	GTOE				
049	GSB7			105	RTN				
050	RTN			106	*LBL8	Druck-/Anzeige-			
051	*LBLD			107	F0°	Routine			
052	F0°	Berichtigung von		108	PRTX				
053	GSB9	O <sub>j</sub> , E <sub>j</sub>		109	RTN				
054	ST03			110	*LBL7	Unterprogramm für			
055	-			111	F0°	Leerzeile			
056	∧8			112	SPC				
REGISTERS									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J

112		RTN								
<b>LABELS</b>						<b>FLAGS</b>		<b>SET STATUS</b>		
<sup>A</sup> Start	<sup>B</sup> Druck	<sup>C</sup> $O_i \uparrow E_i \rightarrow$	<sup>D</sup> $O_k \uparrow E_k$	<sup>E</sup> $Z_i^2$	<sup>0</sup> Druck	<b>FLAGS</b>		<b>TRIG</b>		<b>DISP</b>
<sup>4</sup> $O_j (\Sigma +)$	<sup>b</sup> $O_h (\Sigma -)$	<sup>c</sup> $Z_i^2$	<sup>d</sup> E	<sup>e</sup>	<sup>1</sup> gleich $E_j$	ON <input type="checkbox"/>	OFF <input type="checkbox"/>	DEG <input type="checkbox"/>	TRIG <input type="checkbox"/>	FIX <input type="checkbox"/>
<sup>0</sup>	<sup>1</sup> $Z_i^2$	<sup>2</sup>	<sup>3</sup>	<sup>4</sup>	<sup>2</sup>	1 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/>	TRIG <input type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>
<sup>5</sup>	<sup>6</sup>	<sup>7</sup> Leerzeile	<sup>B</sup> Druck	<sup>9</sup> Druck	<sup>3</sup>	2 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/>	TRIG <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>
						3 <input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>			n <u>2</u>

## Kontingenztafel (Unabhängigkeitstest)

<p>001 #LBL6 002 CLRG 003 CF6 004 CF1 005 0 006 RTN 007 #LBL6 008 F0 009 GSB9 010 0 011 ST07 012 R4 013 GSB0 014 RTN 015 #LBL6 016 RCL0 017 RCL4 018 + 019 RCL1 020 + 021 RCL0 022 RCL5 023 RCL2 024 + 025 + 026 + 027 RCL0 028 - 029 ST00 030 GSB7 031 F+S 032 RCL0 033 RCL0 034 RCL0 035 + 036 + 037 IN 038 GSB7 039 GSB6 040 RTN 041 #LBL6 042 RCL1 043 GSB7 044 R S 045 RCL2 046 GSB7 047 R S 048 + 049 GSB7 050 GSB6 051 RTN 052 #LBL6 053 SF1 054 GSB6 055 CF1 056 RTN</p>	<p>Vorbereitungsschritte</p> <p><math>x_{ij}, x_{2j}</math> für <math>2 \times k</math> eingeben</p> <p><math>2 \times k \chi^2</math></p> <p><math>2 \times k C_c</math></p> <p><math>2 \times k R_1, R_2, T</math></p> <p><math>2 \times k</math> Berichtigung</p>	<p>057 #LBL6 058 SF0 059 1 060 RTN 061 #LBL9 062 XZY 063 PRX 064 XZY 065 PRX 066 RTN 067 #LBL6 068 F0 069 GSB8 070 ST00 071 F10 072 CHS 073 ST+3 074 ST00 075 ST07 076 ENT+ 077 + 078 ST00 079 R4 080 #LBL0 081 ST00 082 F10 083 CHS 084 ST+2 085 ST+0 086 ST+7 087 ENT+ 088 + 089 ST09 090 R4 091 ST00 092 F10 093 CHS 094 ST+1 095 ST+0 096 ST+7 097 ENT+ 098 + 099 RCL7 100 + 101 ST+4 102 RCL9 103 RCL7 104 + 105 ST+5 106 RCL8 107 RCL7 108 + 109 ST+6 110 1 111 F10 112 CHS</p>	<p>Flag 0 für AUTO-Modus setzen <math>x_{ij}, x_{2j}</math> ausgeben</p> <p><math>3 \times k</math></p> <p><math>x_{1j}, x_{2j}, x_{3j}</math> eingeben</p> <p>Eingabe von <math>x_{1j}, x_{2j}</math> für <math>3 \times k</math> und <math>2 \times k</math></p>						
<b>REGISTERS</b>									
0 T	1 R <sub>1</sub>	2 R <sub>2</sub>	3 R <sub>3</sub>	4 $\Sigma^2 x_{2j} / C_j$	5 $\Sigma^2 x_{2j} / C_j$	6 $\Sigma^2 x_{3j} / C_j$	7 C <sub>j</sub>	8 $x_{3j}^2$	9 $x_{2j}^2$
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A $x_{1j}$	B $x_{2j}$	C $x_{3j}$	D $\chi^2$	E k	F	G	H	I	J





<b>LABELS</b>										<b>FLAGS</b>					<b>SET STATUS</b>																																															
A	B	C	D	E	0	Druck					<table border="1"> <tr> <td colspan="2"><b>FLAGS</b></td> <td colspan="3"><b>TRIG</b></td> <td colspan="2"><b>DISP</b></td> </tr> <tr> <td>ON</td><td>OFF</td> <td>DEG</td><td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td>SCI</td><td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td>FIX</td><td><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>0</td><td><input type="checkbox"/></td> <td>GRAD</td><td><input type="checkbox"/></td> <td>SCI</td><td><input type="checkbox"/></td> <td>ENG</td><td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>1</td><td><input type="checkbox"/></td> <td>RAD</td><td><input type="checkbox"/></td> <td>ENG</td><td><input type="checkbox"/></td> <td>n</td><td><u>2</u></td> </tr> <tr> <td>2</td><td><input type="checkbox"/></td> <td></td><td></td> <td></td><td></td> <td></td><td></td> </tr> <tr> <td>3</td><td><input type="checkbox"/></td> <td></td><td></td> <td></td><td></td> <td></td><td></td> </tr> </table>					<b>FLAGS</b>		<b>TRIG</b>			<b>DISP</b>		ON	OFF	DEG	<input checked="" type="checkbox"/>	SCI	<input checked="" type="checkbox"/>	FIX	<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	GRAD	<input type="checkbox"/>	SCI	<input type="checkbox"/>	ENG	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	RAD	<input type="checkbox"/>	ENG	<input type="checkbox"/>	n	<u>2</u>	2	<input type="checkbox"/>							3	<input type="checkbox"/>						
<b>FLAGS</b>		<b>TRIG</b>			<b>DISP</b>																																																									
ON	OFF	DEG	<input checked="" type="checkbox"/>	SCI	<input checked="" type="checkbox"/>	FIX	<input checked="" type="checkbox"/>																																																							
0	<input type="checkbox"/>	GRAD	<input type="checkbox"/>	SCI	<input type="checkbox"/>	ENG	<input type="checkbox"/>																																																							
1	<input type="checkbox"/>	RAD	<input type="checkbox"/>	ENG	<input type="checkbox"/>	n	<u>2</u>																																																							
2	<input type="checkbox"/>																																																													
3	<input type="checkbox"/>																																																													
1	D	C	0	0	1	(Σ-)																																																								
0	1	2	3	4	2																																																									
5	6	7	8	9	3																																																									

# Statistische Qualitätskontrolle mit Kontrollkarten

<b>001</b> #LBL4 <b>002</b> CLR6 <b>003</b> CF0 <b>004</b> CF1 <b>005</b> 0 <b>006</b> RTN <b>007</b> #LBLP <b>008</b> ; <b>009</b> STO6 <b>010</b> RTN <b>011</b> #LBLE <b>012</b> STO0 <b>013</b> RCL4 <b>014</b> STO4 <b>015</b> RCL5 <b>016</b> STO6 <b>017</b> RCL0 <b>018</b> GSB9 <b>019</b> F10 <b>020</b> GT01 <b>021</b> 0 <b>022</b> STO1 <b>023</b> STO2 <b>024</b> STO3 <b>025</b> X=Z <b>026</b> ST04 <b>027</b> ST05 <b>028</b> SF1 <b>029</b> #LBL1 <b>030</b> RCL4 <b>031</b> X=Z <b>032</b> X\Y0 <b>033</b> ST04 <b>034</b> RCL5 <b>035</b> X=Z <b>036</b> X\Y0 <b>037</b> ST05 <b>038</b> F00 <b>039</b> CHS <b>040</b> ST+2 <b>041</b> X² <b>042</b> F00 <b>043</b> CHS <b>044</b> ST+3 <b>045</b> RCL1 <b>046</b> ; <b>047</b> F00 <b>048</b> CHS <b>049</b> + <b>050</b> STO1 <b>051</b> GSB9 <b>052</b> RTN <b>053</b> #LBLE <b>054</b> GSB7 <b>055</b> RCL4 <b>056</b> GSB9	<p style="text-align: center;">Vorbereitungsschritte</p> <p style="text-align: center;">Für Druck/Anzeige. I in RE speichern</p> <p style="text-align: center;">x<sub>ij</sub> eingeben</p> <p style="text-align: center;">x<sub>max</sub>, x<sub>min</sub></p>	<b>057</b> R/S <b>058</b> #LBLE <b>059</b> RCL5 <b>060</b> GSB9 <b>061</b> RTN <b>062</b> #LBL4 <b>063</b> CF1 <b>064</b> RCL6 <b>065</b> ; <b>066</b> + <b>067</b> STO6 <b>068</b> RCL2 <b>069</b> RCL1 <b>070</b> = <b>071</b> GSB9 <b>072</b> ST+7 <b>073</b> R/S <b>074</b> #LBL4 <b>075</b> RCL4 <b>076</b> RCL5 <b>077</b> - <b>078</b> ST+8 <b>079</b> GSB9 <b>080</b> GSB7 <b>081</b> R/S <b>082</b> #LBL6 <b>083</b> RCL7 <b>084</b> RCL6 <b>085</b> = <b>086</b> GSB9 <b>087</b> RTN <b>088</b> #LBL6 <b>089</b> RCL8 <b>090</b> RCL6 <b>091</b> = <b>092</b> ST03 <b>093</b> GSB9 <b>094</b> GSB7 <b>095</b> R/S <b>096</b> #LBLE <b>097</b> RCL3 <b>098</b> x <b>099</b> RCL7 <b>100</b> RCL6 <b>101</b> = <b>102</b> X=Z <b>103</b> - <b>104</b> GSB9 <b>105</b> R/S <b>106</b> #LBLE <b>107</b> LSTX <b>108</b> 2 <b>109</b> x <b>110</b> + <b>111</b> GSB9 <b>112</b> GSB7	<p style="text-align: center;">x<sub>i</sub></p> <p style="text-align: center;">R<sub>i</sub></p> <p style="text-align: center;">x̄</p> <p style="text-align: center;">R̄</p> <p style="text-align: center;">L<sub>x</sub></p> <p style="text-align: center;">U<sub>x</sub></p>						
<b>REGISTERS</b>									
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x <sub>ij</sub>	n	Σx <sub>ij</sub>	Σx <sub>ij</sub> <sup>2</sup> , R̄	x <sub>max</sub>	x <sub>min</sub>	m	Σx <sub>i</sub>	ΣR <sub>i</sub>	belegt
S0	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9
A	B		C	D	E		I		
letztes x <sub>max</sub>	letztes x <sub>min</sub>				I für Druck/Anz.				





113	RTN			169	RCL8		
114	*LBL7			170	X		
115	RCL6			171	RCL4		
116	RTN			172	X		
117	*LBL8			173	ST04		
118	1			174	ST+5		
119	GSB3			175	RCL7		
120	RTN			176	1		
121	*LBL9			177	+		
122	ST06			178	ST07		
123	X $\rightarrow$ Y			179	RCL6		
124	RTN			180	X $\neq$ Y $\circ$		
125	*LBLd	n, c für unendliche Losgröße speichern		181	GT02		
126	ST06			182	1		
127	X $\neq$ Y			183	RCL5		
128	ST01			184	X $\neq$ Y $\circ$		
129	GSB3			185	X $\neq$ Y		
130	X $\neq$ Y			186	GSB3		
131	GSB3			187	R $\neq$ S		
132	RTN			188	*LBL6		
133	*LBLe			189	RCL3		
134	ST02			190	GSB3		
135	GSB4			191	R $\neq$ S		
136	GSB3			192	RTN		
137	ST02			193	*LBL5		
138	RCL2			194	RCL5		
139	1	Unendliche Losgröße		195	GSB3		
140	-			196	R $\neq$ S		
141	CHS			197	RTN		
142	=			198	*LBL3		
143	ST08			199	F $\circ$ $\circ$		Druck-/Anzeige- Routine
144	LSTX			200	PRTX		
145	RCL1			201	RTN		
146	Y $\times$			202	*LBL4		
147	ST03			203	F $\circ$ $\circ$		Unterprogramm für Leerzeile
148	RCL6			204	SPC		
149	0			205	RTN		
150	ST07						
151	X=Y $\circ$						
152	GSB6						
153	CLX						
154	RCL1						
155	X $\neq$ Y						
156	X $\neq$ Y $\circ$						
157	GT06						
158	RCL3						
159	ST04						
160	ST05						
161	*LBL2						
162	RCL1						
163	RCL7						
164	-						
165	RCL7						
166	1						
167	+						
168	$\div$						

LABELS					FLAGS		SET STATUS		
A	B	C	D	E	D	FLAGS	TRIG	DISP	
Start	Druck	N	n $\rightarrow$ c $\rightarrow$	p $\rightarrow$ P <sub>a</sub>	Druck	ON OFF		FIX <input checked="" type="checkbox"/>	
f(x)			n $\rightarrow$ c $\rightarrow$	p $\rightarrow$ P <sub>a</sub>	1	0 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	DEG <input checked="" type="checkbox"/>	SCI <input type="checkbox"/>	
P <sub>a</sub>	f(x+1)	Leerzeile	Druck		2	1 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	GRAD <input type="checkbox"/>	ENG <input type="checkbox"/>	
c, f(0)	f(0)	c	1	STO 6	3	2 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	RAD <input type="checkbox"/>	n <u>2</u>	
						3 <input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>			



113 R4			169 ST05	
114 ST01			170 SPC	
115 R/S			171 PRTX	
116 *LBL1	p		172 R/S	
117 GSB8			173 *LBLc	T
118 ST08			174 RCL8	
119 =			175 x	
120 ST03			176 PRTX	
121 PRTX			177 R/S	
122 R/S			178 *LBLd	Lq, Tq
123 *LBLc			179 RCL5	
124 CLX			180 RCL1	
125 ST07			181 =	
126 1			182 1	
127 ST04			183 -	
128 ST05			184 RCL3	
129 ST06			185 1	
130 *LBL3			186 +	
131 RCL2			187 x	
132 RCL4			188 ST07	
133 X>Y?			189 1	
134 X=Y			190 +	
135 RCL3			191 RCL1	
136 X≠Y			192 x	
137 =			193 SPC	
138 RCL1			194 PRTX	
139 RCL4			195 R/S	
140 -			196 *LBLd	Tq
141 1	L, T		197 RCL8	
142 +			198 x	
143 x			199 PRTX	
144 RCL5			200 R/S	
145 x			201 *LBLe	
146 ST05			202 RCL7	
147 EEX			203 CHS	F
148 CHS			204 SPC	
149 9			205 PRTX	
150 0			206 SPC	
151 X>Y?			207 R/S	
152 GT02			208 *LBL8	m, n, s, a ausgeben
153 R4			209 R4	
154 ST+6			210 SPC	
155 RCL4			211 PRTX	
156 x			212 R↑	
157 ST+7			213 PRTX	
158 RCL1			214 RTN	
159 RCL4				
160 1				
161 +				
162 ST04				
163 X≠Y?				
164 GT03				
165 *LBL2				
166 RCL7				
167 RCL6				
168 =				

LABELS					FLAGS	SET STATUS		
A ... → p	B → P <sub>0</sub> → P <sub>b</sub>	C → L <sub>q</sub> → L	D → T <sub>q</sub> → T	E ( → P(t)	0			
m↑n →	S Sta → ρ	L → L <sub>q</sub> → T	L <sub>q</sub> → T <sub>q</sub>	F → F	1			
0	1 P <sub>0</sub> , P <sub>b</sub>	2 L	3 K	4	2			
	6	7	8 Druck	9 Druck	3			

ON OFF		TRIG		DISP	
0	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	DEG	<input type="checkbox"/>	FIX	<input type="checkbox"/>
1	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	GRAD	<input type="checkbox"/>	SCI	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>	RAD	<input type="checkbox"/>	ENG	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>			n	<u>2</u>

## Anhang

### Beschriftungshinweise auf Magnetkarten

### Zeichen und Symbole

Symbol bzw. Schreibweise	Bedeutung
Weiße Zeichen: x <b>A</b>	Die Funktion der Programmtasten wird durch die weißen Symbole gekennzeichnet, die jeweils über diesen Tasten stehen, wenn Sie die Programmkarte in den dafür vorgesehenen Fensterausschnitt geschoben haben. In diesem Fall besagt die Beschriftung, daß der Wert x eingegeben wird, wenn Sie nach Eintasten des Zahlenwertes die Taste <b>A</b> drücken.
Goldfarbene Zeichen: y x <b>E</b>	Für goldfarbene Zeichen gilt das gleiche, das bereits für weiße Zeichen gesagt wurde, nur daß jetzt die entsprechende Programmtaste im Anschluß an die Präfix-taste <b>f</b> zu drücken ist. Das Beispiel gibt an, daß der Wert y durch Drücken von <b>f</b> <b>e</b> und der Wert x durch Drücken von <b>E</b> eingegeben wird.
x ↑ y <b>A</b>	Das Zeichen ↑ steht für die <b>ENTER+</b> -Taste. Im angegebenen Beispiel wird <b>ENTER+</b> zur Trennung der Zahlenwerte für die Variablen x und y verwendet. Zur Eingabe beider Werte ist zuerst x einzutasten, <b>ENTER+</b> zu drücken, y einzutasten und dann <b>A</b> zu drücken.
[x] <b>A</b>	Ist das Symbol der Variablen von einem viereckigen Kästchen umgeben, ist der Wert einzugeben, indem zuerst <b>STO</b> und anschließend die entsprechende Programmtaste <b>A</b> bis <b>E</b> gedrückt wird. Im Beispiel erfolgt die Eingabe von x mit <b>STO A</b> .
(x) <b>A</b>	Runde Klammern deuten an, daß der entsprechende Bedienungsschritt auf Wunsch ausgeführt werden kann. Im Beispiel hier bleibt es Ihnen überlassen, ob Sie x durch Drücken von <b>A</b> eingeben, oder nicht.

Symbol bzw. Schreibweise	Bedeutung
→ x <b>A</b>	Ein Pfeil besagt, daß die derart gekennzeichnete Variable nach Drücken der zugehörigen Programmtaste berechnet wird. Im hier gezeigten Beispiel ist zur Berechnung von x die Taste <b>A</b> zu drücken.
→ x, y, z <b>A</b>	Diese Bezeichnung besagt, daß die durch Kommas getrennten Variablen auf einmaliges Drücken der zugehörigen Programmtaste nacheinander berechnet werden. Sie werden in der Reihenfolge x, y, z angezeigt.
→ x; y; z <b>A</b>	Diese Schreibweise bedeutet, daß nach Berechnung von x durch Drücken der Taste <b>A</b> die weiteren Variablen durch jeweiliges Drücken von <b>R/S</b> berechnet werden können.
«x», y <b>A</b>	Die Anführungszeichen bedeuten, daß x während einer Programmpause (ca. 1 Sekunde lang) angezeigt wird. Anschließend wird die Rechnung fortgesetzt und dann y angezeigt.
↔ x <b>A</b>	Der Doppelpfeil zeigt an, daß dieser Wert wahlweise eingegeben, oder berechnet werden kann. Falls zwischen den Programmtasten Zifferntasten gedrückt wurden (Eintasten einer Zahl), wird x mit Drücken von <b>A</b> gespeichert; falls nicht, wird x berechnet, wenn Sie <b>A</b> drücken.

---

Symbol bzw. Schreibweise	Bedeutung
P? <b>A</b>	Ein Fragezeichen besagt, daß ein bestimmter Modus gewählt wird, während das davor stehende Symbol angibt, um welchen Modus es sich handelt. Hier geht es um das Ein- bzw. Ausschalten des automatischen Anzeige-/Druck-Modus («AUTO»-Modus). Grundsätzlich erscheint nach Ausführung dieser Operationen in der Anzeige entweder 0.00 oder 1.00; damit wird angezeigt, ob der betreffende Modus nun ein- (1.00) oder ausgeschaltet (0.00) ist.
START <b>A</b>	Das Wort START bedeutet, daß die zugehörige Programmtaste zum Starten des Programms zu drücken ist; es taucht da auf, wo ein Programm einen Vorbereitungsschritt erfordert.
DEL <b>A</b>	DEL ( <i>delete</i> – entfernen) besagt, daß der zuletzt eingegebene Wert oder die zuletzt eingegebene Gruppe von Werten durch Drücken dieser Programmtaste entfernt werden kann.

---





**Hewlett-Packard GmbH/Vertrieb:**

**1000 Berlin 30**, Keith Straße 2—4, Telefon (030) 24 90 86

**7030 Böblingen**, Herrenbergerstraße 110, Telefon (07031) 667-1

**4000 Düsseldorf**, Emanuel-Leutze-Straße 1 (Seestern), Telefon (0211) 59 71-1

**6000 Frankfurt 56**, Berner Straße 117, Postfach 560 140, Telefon (0611) 50 04-1

**2000 Hamburg 1**, Wendenstraße 23, Telefon (040) 24 13 93

**3000 Hannover-Kleefeld**, Mellendorfer Straße 3, Telefon (0511) 55 60 46

**8500 Nürnberg**, Neumeyer Straße 90, Telefon (0911) 56 30 83/85

**8012 Ottobrunn**, Isar Center, Unterhachinger Straße 28,  
Telefon (089) 601 30 61/67

**Für die Schweiz:** Hewlett-Packard (Schweiz) AG, Zürcherstraße 20,  
Postfach 307, 8952 Schlieren-Zürich, Telefon (01) 730 52 40

**Für Österreich/Für sozialistische Staaten:**

Hewlett-Packard Ges.m.b.H., Handelskai 52, Postfach 7, A-1205 Wien,  
Österreich, Telefon (0222) 35 16 21 bis 27

**Für die UdSSR:**

Hewlett-Packard Representative Office USSR, Pokrovsky Boulevard 4/17, KV 12,  
Moscow 101000, Telefon 294-2024

**Europa-Zentrale:**

Hewlett-Packard S.A., 7, rue du Bois-du-Lan, Postfach, CH-1217 Meyrin 2-Genf,  
Schweiz, Telefon (022) 41 54 00, ab März 1977 Telefon (022) 82 70 00