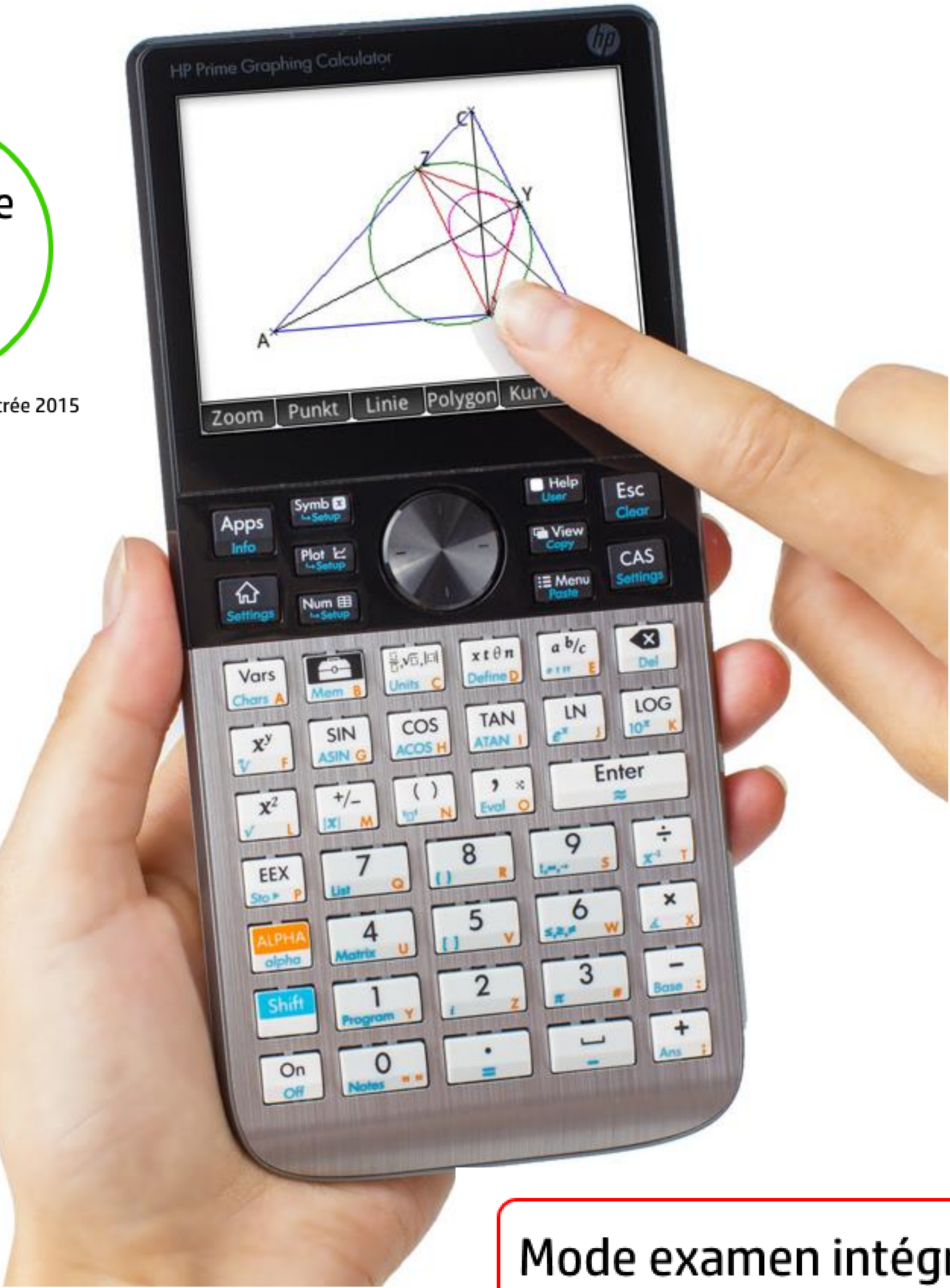
TUTORIAUX

HP Prime

Autorisée au BAC

Dès la seconde pour la rentrée 2015



Mode examen intégré *

décret Ministère de l'Education Nationale

**** mode examen homologué par le Ministère de l'Education Nationale et de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche suite à la nouvelle réglementation des examens et concours de l'enseignement scolaire français définie et obligatoire à partir du Baccalauréat à compter de la session 2018.***

Sommaire

Prise en main

Seconde

** Nouveaux tutoriaux

* Nécessite le StreamSmart

1ère S & Tle S

** Nouveaux tutoriaux

* Nécessite le StreamSmart

Maths Sup & Spé

CAPES de mathématiques

BTS

Programmation avancée / Python

** Nouveaux tutoriaux

* Nécessite le StreamSmart

CALCULATRICE HP Prime

<u>18 applications de base :</u>

5 applets graphiques
Fonctions et suites, graphiques avancés

4 applets statistiques
1 ou 2 variables, inférence, DataStreamer

2 applets spéciaux
Géométrie Dynamique et le Tableur Formel

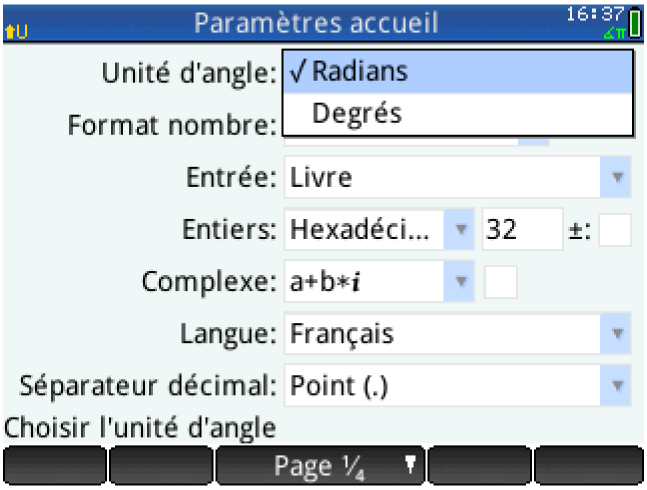
4 solveurs
pour la résolution de problèmes spécifiques (trigonométrie, système linéaire)

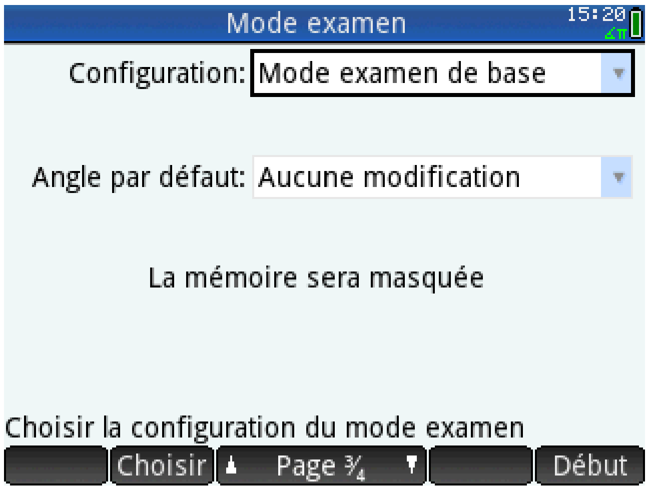
3 explorateurs
pour l'étude des fonctions affines, trinômes et trigonométriques

Passez immédiatement d'une vue à l'autre grâce à trois touches :

- Plot Setup — vue graphique
- Symb Setup — vue symbolique / algébrique
- Num Setup — vue numérique

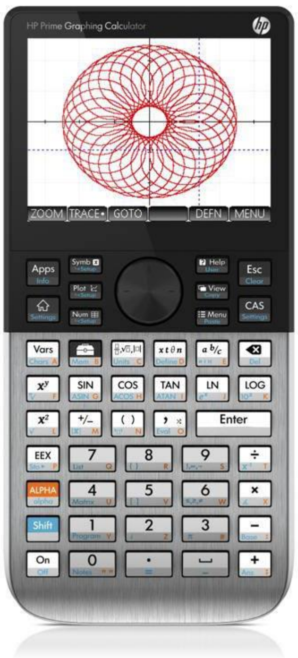
- **Pour allumer la calculatrice :** Taper sur la touche On/Off.
- **Pour éteindre la calculatrice :** Taper sur la touche Shift puis sur la touche On/Off.
- **Pour choisir le mode « degré » :**
  - Ouvrir la fenêtre de configuration en tapant Shift Settings
  - Choisir *Degrés* ou *Radians* depuis F2 (CHOIX).
- **Pour régler le mode complexe :**
  - Descendre dans le menu et choisir l'écriture algébrique a+ib ou l'écriture en couple de réels (a,b).
- **Pour accéder aux commandes de la calculatrice :**
  - Toutes les commandes sont regroupées dans le catalogue accessible depuis la touche Mem
- **Pour accéder aux caractères spéciaux :**
  - La calculatrice possède un nombre impressionnant de caractères accessibles depuis les touches Shift Vars Chars
- **Pour accéder au mode examen :**
  - Appuyer simultanément sur les touches On/Off Esc Clear.





Mode examen pour le BAC

Calculatrice HP Prime



Obligatoire à partir de la session 2018 de l'examen du baccalauréat ([voir circulaire du 2 avril 2015](#)), le mode examen est présent sur la HP Prime !

Ce tutorial explique comment l'activer le jour de l'examen puis comment en sortir à la fin de l'épreuve.

> Logiciels HP Prime à télécharger :
ftp://ftp.hp.com/pub/calculators/Prime/

<u>Activation du mode examen par le candidat :</u>

Pour activer le mode examen (qui masque et empêche l'accès aux programmes et notes de l'utilisateur stockés sur la calculatrice), rendez-vous sur la page 3 de l'écran de configuration accessible avec la combinaison de touches SH ou plus directement en appuyant simultanément sur les touches OJ.
La configuration doit être réglée sur « Mode examen de base » (mode par défaut).
Appuyez sur l'onglet « Début » en bas à droite de l'écran puis glissez le cadenas qui apparaît vers la droite sur l'écran.

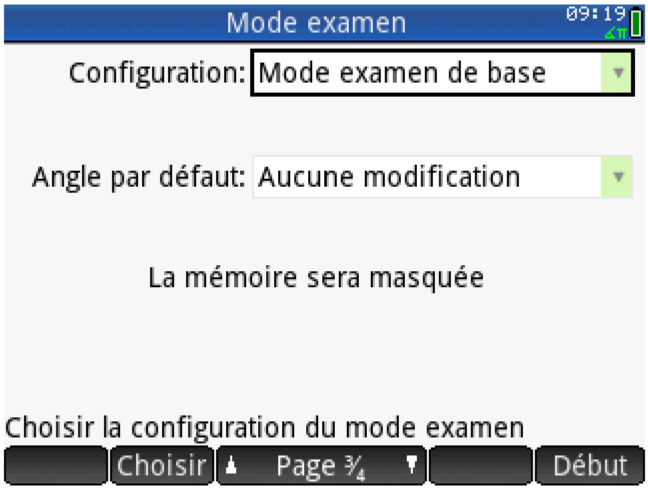
Le mode examen ne doit être activé qu'au moment indiqué par le surveillant de salle.

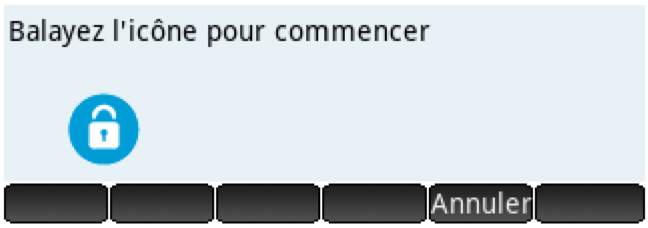
Une LED verte centrale clignotera de manière régulière à l'avant de la machine et prouvera au surveillant que le mode examen est bien actif. Un bandeau orange apparaîtra également dans la barre des titres de la calculatrice.

<u>Désactivation du mode examen :</u>

Le mode examen se désactive immédiatement en branchant la HP Prime à un ordinateur, un téléphone, une tablette ou une autre calculatrice HP Prime allumés.

Captures d'écran :

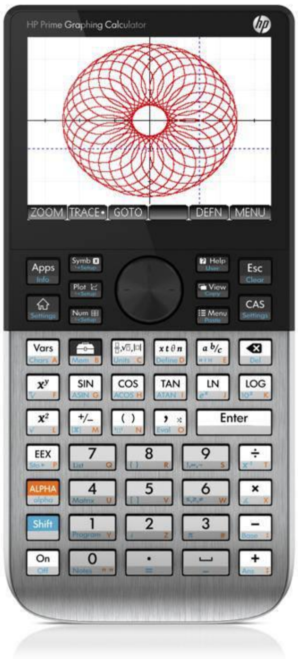




Optimisation : aire d'un triangle

HP Prime

2nde



Niveaux : Seconde

Objectifs : introduction à la notion de fonction et ses représentations. Notion de maximum. Etude d'une conjecture à l'aide de la géométrie dynamique.

Mots-clés : fonctions, tableau de valeurs, représentation graphique, maximum.

Enoncé : On considère un triangle ABC isocèle en A.

Le point C peut bouger sur le cercle de centre A et de rayon [AB].

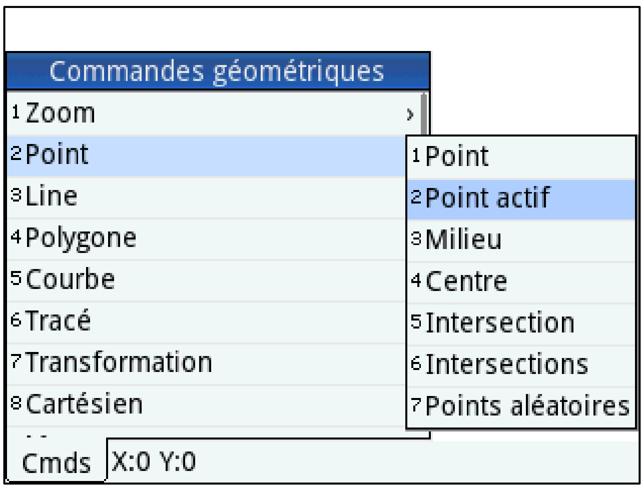
Trouver l'emplacement du point C pour que l'aire de ABC soit maximale.

Solution pas à pas :

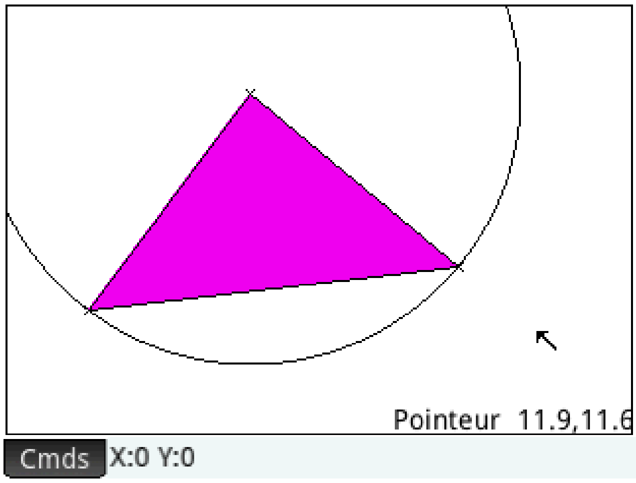
On utilise la calculatrice HP Prime pour dessiner la situation géométrique et profiter des possibilités dynamiques de l'application « Géométrie » depuis la touche Apps Info.

On accède au tracé avec la touche Plot Setup.
Les différents menus de l'application Géométrie permettent de construire le triangle et le cercle. On placera le point C comme point actif.

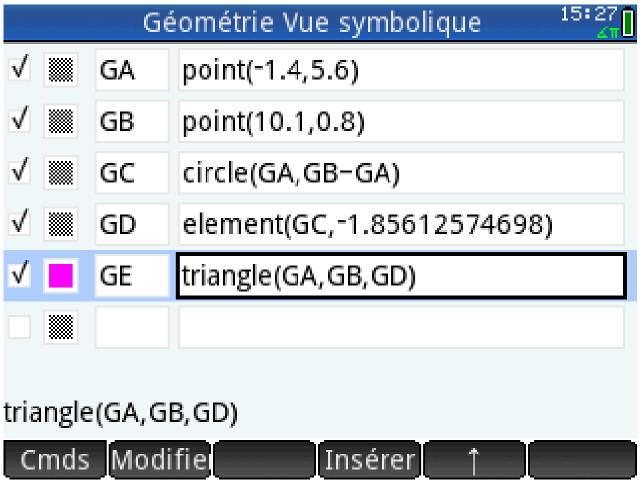
Captures d'écran :



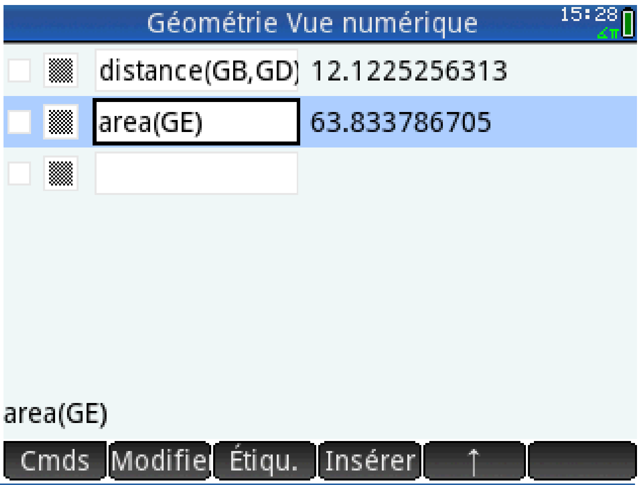
On valide l'emplacement de chaque objet géométrique sur l'écran en appuyant sur la touche Enter.



On accède aux différents éléments géométriques tracés avec leurs noms depuis la touche Symb.

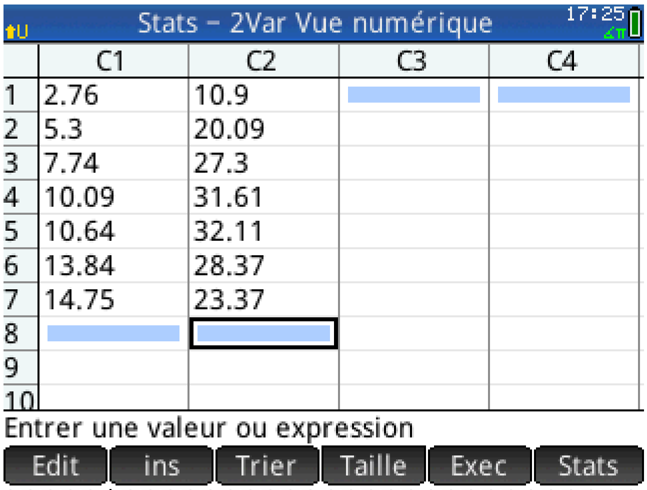


On peut effectuer le calcul d'aire du triangle et celui de la longueur de sa base en appuyant sur Num.
On utilise la commande *area*.
On fait bouger le point C et on note l'aire obtenue pour chaque emplacement.

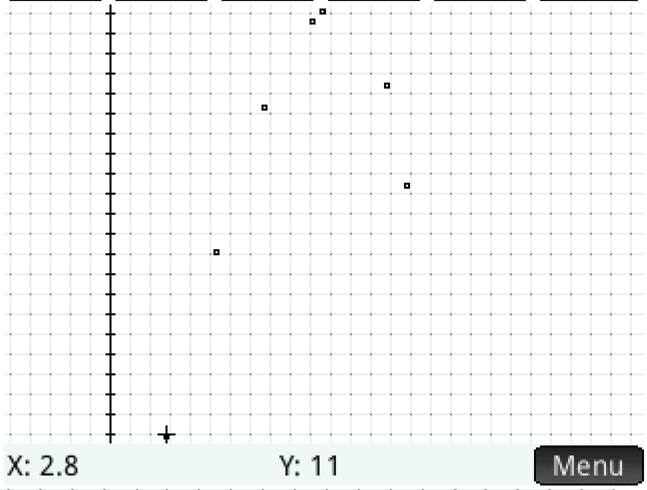


On peut récolter ainsi une série de couples de valeurs (base ; aire) qu'on peut stocker dans un tableau.
Choisir l'application « Stats 2 Var » depuis la touche Apps.

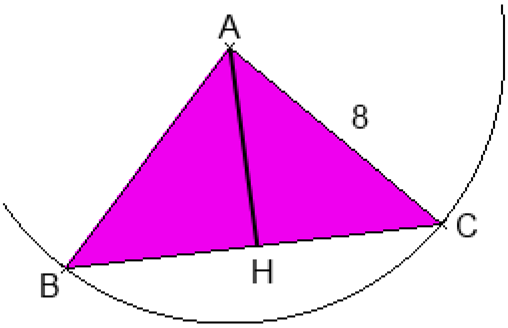
On réunit tous les couples de valeurs (base ; aire) dans le tableau (touche Num Setup).



On peut obtenir le nuage de poins correspondant et de s'apercevoir que les points dessinent une courbe admettant un maximum en appuyant sur Plot Setup.



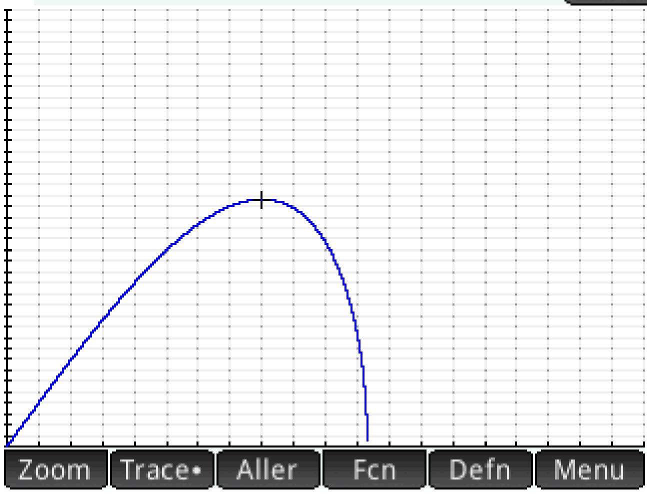
D'après le graphique, l'aire semble être maximale pour une base de longueur ≈ 10,8.
Il est également possible de s'orienter vers une résolution analytique pour trouver l'expression algébrique de la fonction qui exprime l'aire du triangle en fonction de la longueur de sa base BC = *x*.



Il faut exprimer la hauteur AH en fonction de *x*.
L'égalité de Pythagore dans le triangle AHC rectangle den H donne la relation : AH = $\sqrt{8^2 - \frac{x^2}{4}}$.
L'aire de ABC est donc donné par la formule $\frac{x.\sqrt{64-\frac{x^2}{4}}}{2}$.
On entre cette expression sur la HP Prime Application : « Fonction » et touche Symb Setup.

On passe à l'écran graphique depuis la touche Plot Setup.

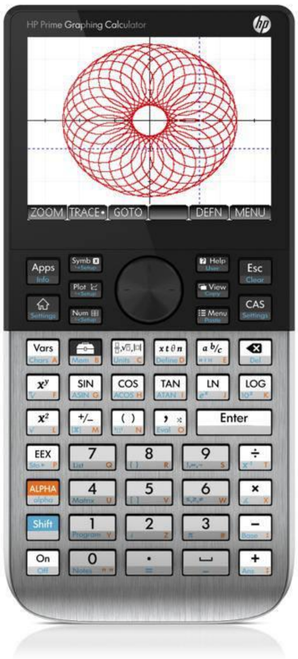
Le menu Fcn > Extremum nous place directement sur le point culminant de la courbe.



Le pré et la chèvre

HP Prime

2nde



D'après une idée de Benoît Foltz

Niveau : 2nde

Exercice: Une personne possède un pré de forme carrée de 10m de côté. Il attache une chèvre par une corde reliée à un piquet planté au milieu d'un des côtés. Il souhaite que la chèvre broute une surface d'aire égale à la moitié de l'aire du pré.
Quelle longueur de corde doit-il laisser ?

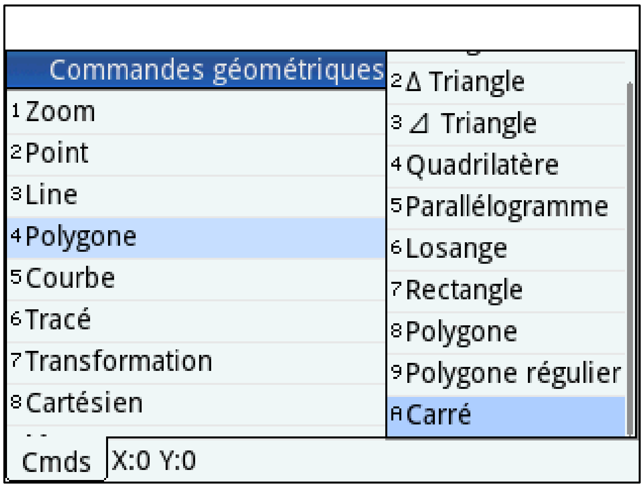
Solution pas à pas :

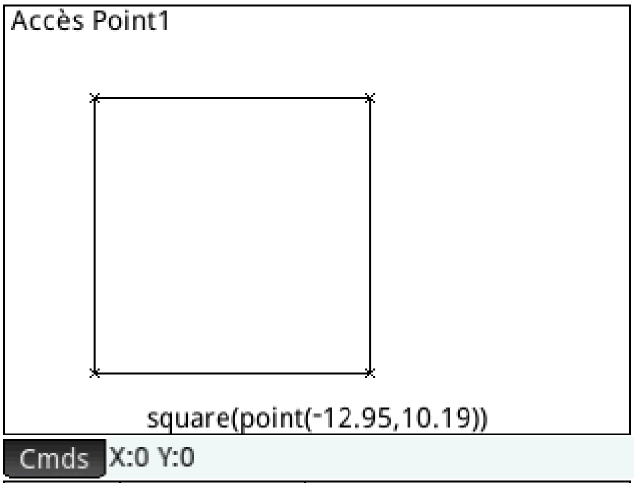
La HP Prime dispose en fait d'une application « Géométrie » permettant de dessiner la situation.

Appuyer sur la touche Apps Info, aller sur l'icône « Géométrie ».

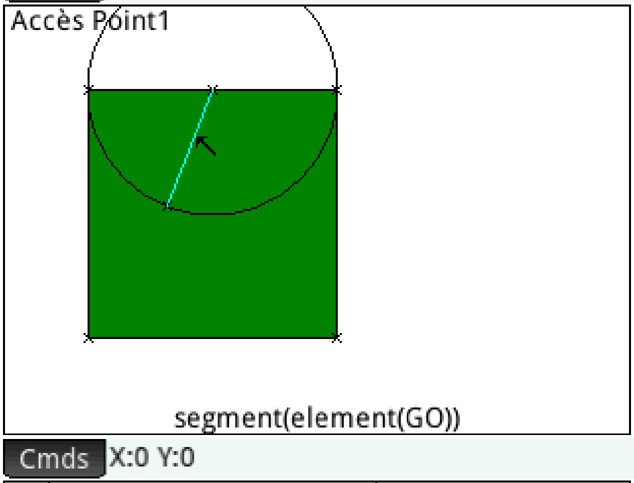
On trace le pré carré depuis le menu Polygon > Carré.

Captures d'écran :

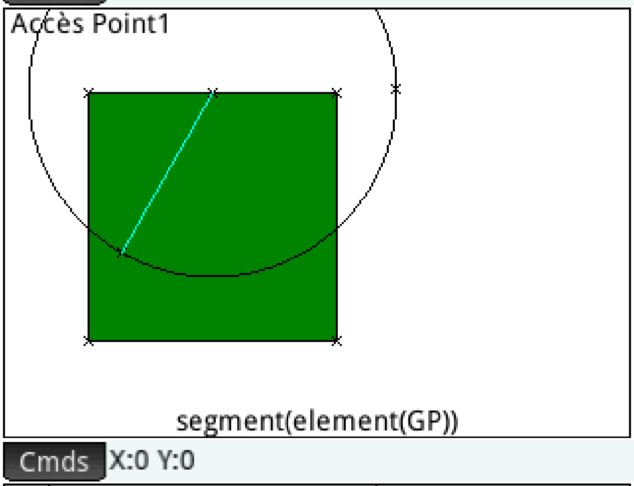




On place ensuite le milieu du côté supérieur du carré correspondant au centre du cercle dont le rayon est la longueur de la corde de la chèvre.
On utilise l'outil Milieu depuis le menu Point.
Puis l'outil Cercle depuis le menu Courbe permet de tracer le cercle désiré.
On place ensuite un point mobile sur le demi-cercle intérieur au carré et on trace le rayon partant de ce point symbolisant la corde de la chèvre.

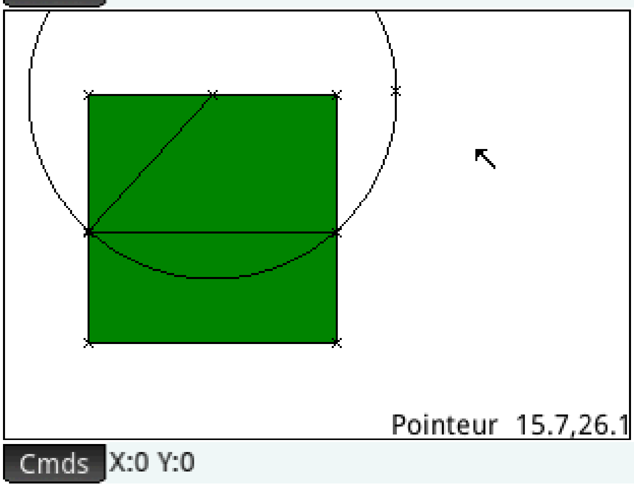


On peut ensuite diminuer ou augmenter le rayon du cercle (et donc la longueur de la corde).



Si la longueur de corde est inférieure au côté du pré carré, la surface que peut brouter la chèvre est celle du demi-disque de rayon la longueur de corde.
Si elle est supérieure au côté du carré, la surface est composée d'un rectangle et d'une portion de disque.
Pour connaitre la largeur du rectangle, on utilise l'égalité de Pythagore dans le triangle rectangle ci-contre : $x^2 = 5^2 + \text{Largeur}^2$

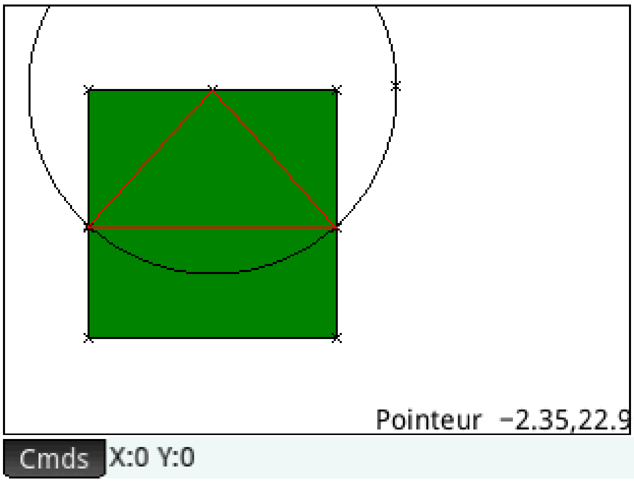
Largeur du rectangle = $\sqrt{x^2 - 25}$



Pour calculer l'aire de la portion de disque, on retire à l'aire du secteur angulaire l'aire du triangle rouge :

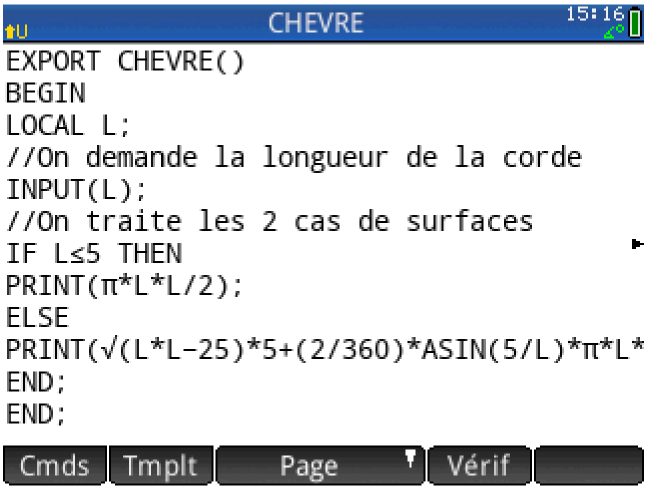
$$\frac{\alpha}{360}\pi x^2 - \frac{10\sqrt{(x^2-25)}}{2}.$$

α est l'angle du secteur angulaire qui se calcule par trigonométrie avec un 2.arcsin(5/x).



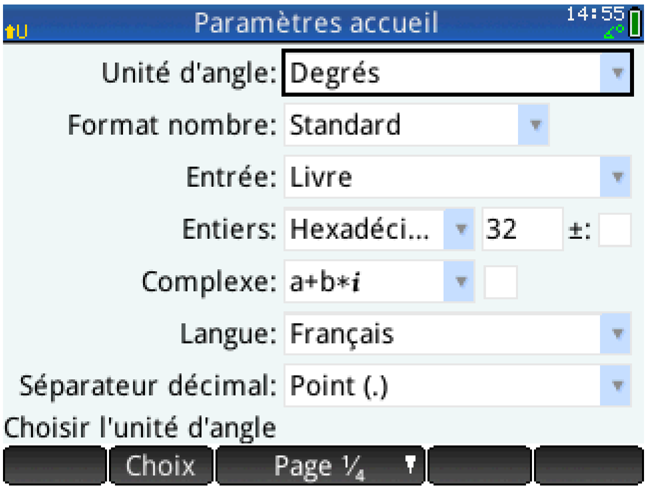
On peut alors écrire ce programme calculant la surface du pré broutée par la chèvre suivant la longueur de corde saisie :

```
EXPORT CHEVRE()
BEGIN
LOCAL L;
//On demande la longueur de la corde
INPUT(L);
//On traite les 2 cas de surfaces
IF L<=5 THEN
PRINT(π*L*L/2);
ELSE
PRINT(√(L*L−25)*10+2*ASIN(5/L)/360*π*L*L−5*√(L*L−25));
END;
END;
```



Attention de bien régler l'unité d'angle en degrés.

Touches : Shift Settings

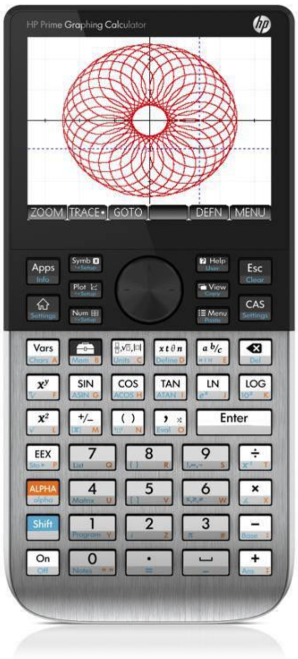


En exécutant le programme, on trouve une surface de 50m² = 100m² ÷ 2 une longueur de corde d'environ 5,8 m.

Barres métalliques et élastiques

HP Prime

2nde



Enoncé : Trois barres métalliques fixes [AC], [BD] et [CD] sont placées telles que [CD] soit horizontale et [AC] et [BD] soient perpendiculaires à [CD].
On attache un élastique au point A et on le relie à un point mobile M se déplaçant sur [CD].
On attache un autre élastique au point B et on le relie à M.

Etudier les variations de la longueur totale des élastiques suivant la position du point M.

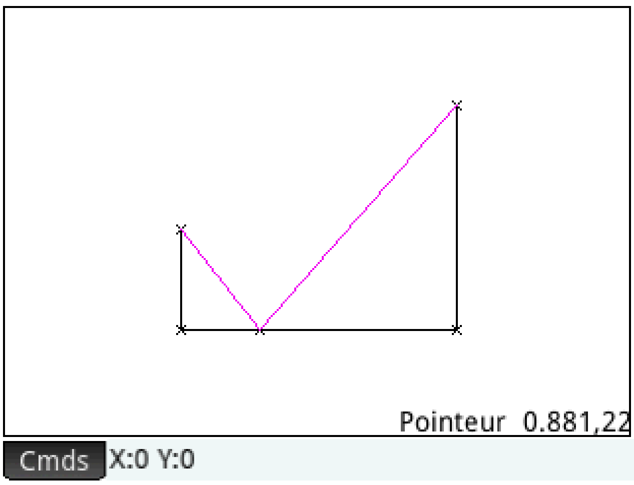
Solution pas à pas :

La HP Prime dispose en fait d'une application « Géométrie » permettant de dessiner la situation.

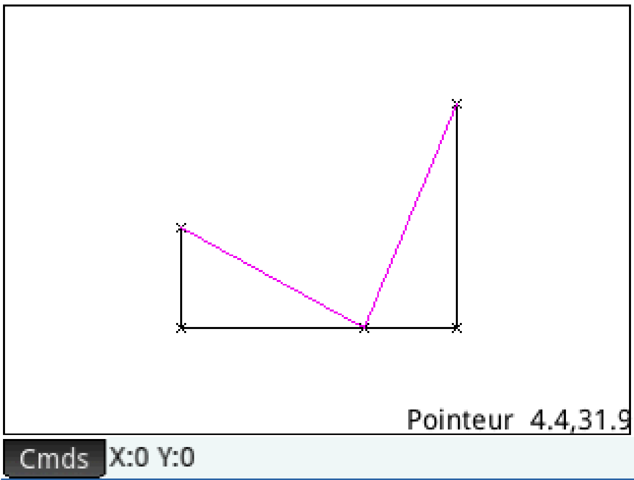
Appuyer sur la touche Apps Info, aller sur l'icône « Géométrie ».

On trace la configuration décrite en utilisant l'outil Segment et l'outil Point actif qui permet de faire bouger le point M sur le segment horizontal.
Les segments coloriés en violet représentent les deux élastiques.

Captures d'écran :

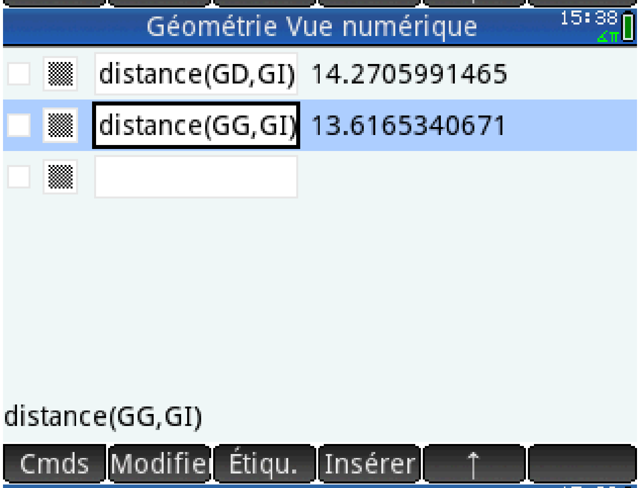


On peut bouger le point M et dynamiquement les élastiques suivent le mouvement.

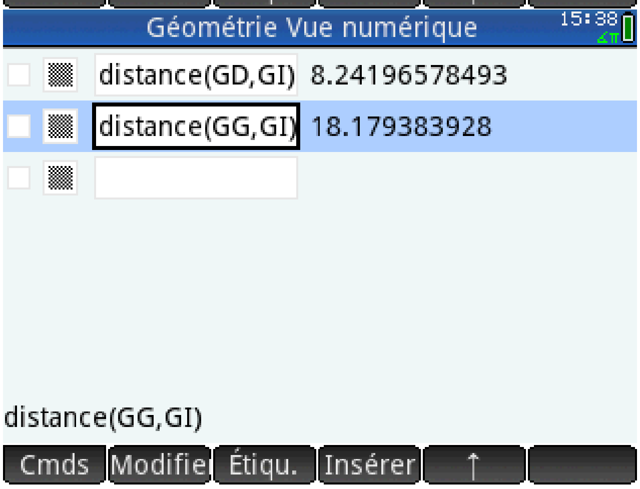


On accède à tous les objets géométriques tracés en appuyant sur Symb Setup.

La touche Num Setup permet d'effectuer des calculs sur les différents objets. On peut ainsi calculer des longueurs avec la commande *distance*.
Ici distance(GH,GJ) calcule la distance entre le point GH et le point GJ, distance qui correspond à la longueur du premier élastique. Le deuxième calcul de distance correspond à la longueur du deuxième élastique.



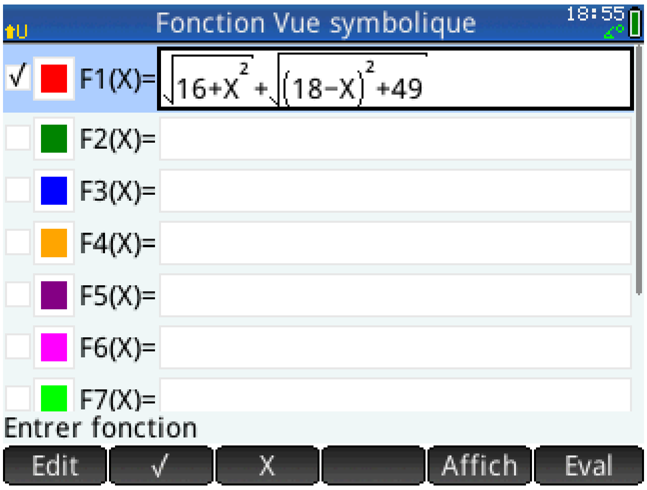
On bouge le point M depuis l'écran graphique (touche Plot Setup) et on revient au menu numérique (touche Num Setup) pour observer les changements de longueurs.



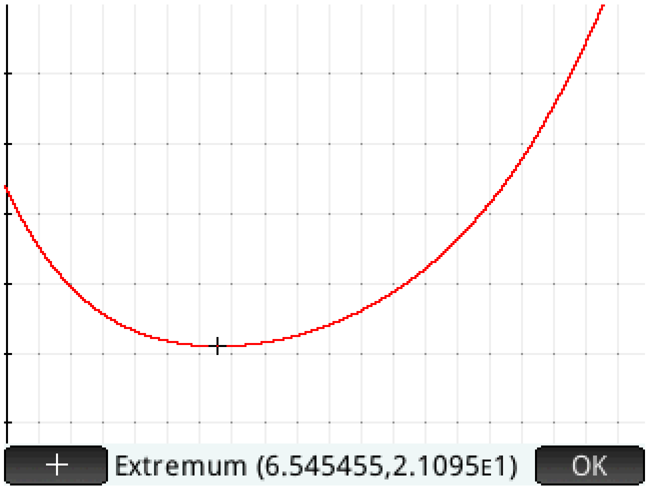
Avec une barre [CD] de longueur fixe 18 cm, une barre verticale [AC] de longueur 4 cm et une barre verticale [BD] de longueur fixe 7 cm, en appelant x la longueur variable CM, par égalités de Pythagore :

$AM = \sqrt{16 + x^2}$ et $BM = \sqrt{(18 - x)^2 + 49}$

La somme des longueurs des deux élastiques peut être ainsi saisie dans l'application Fonction de la HP Prime (touche Apps Info, aller sur Fonction et touche Symb Setup).



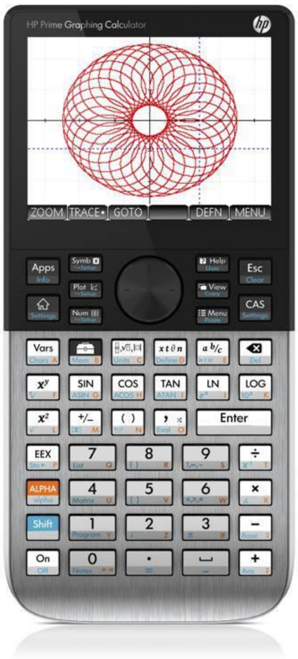
On appuie sur pour obtenir la représentation graphique et on voit une valeur minimale pour la longueur des deux élastiques atteinte en x ≈ 6,5. On a donc la position du point M pour que la longueur totale des élastiques soit la plus petite possible : M doit être à ≈6,5 cm point C.



Théorème de Varignon

HP Prime

2nde



1/ Emettre une conjecture sur la nature du quadrilatère ayant pour sommet les 4 milieux des côtés d'un quadrilatère quelconque.

2/ Démontrer la conjecture.

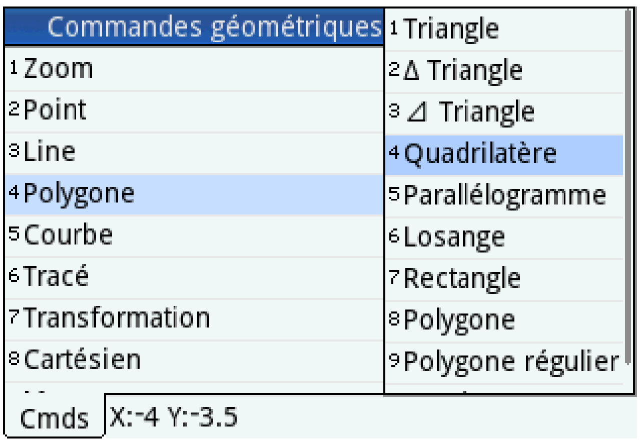
3/ Etudier la nature du quadrilatère quand le quadrilatère extérieur est un rectangle.

Solution pas à pas :

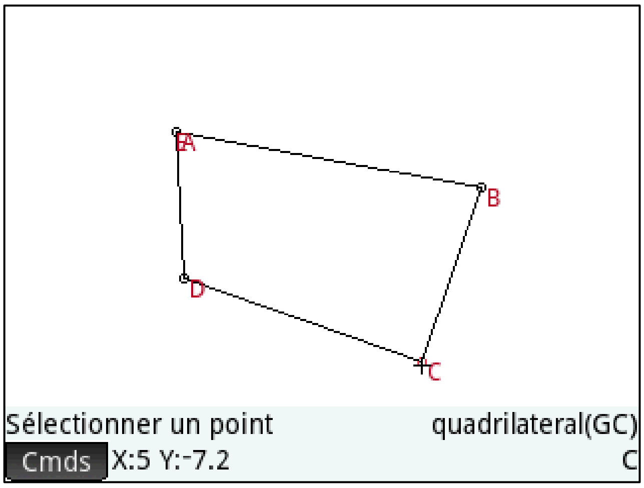
1/ On accède à l'application de géométrie dynamique de la HP prime depuis la touche Apps Info.

On trace un quadrilatère quelconque depuis le menu Polygon > Quadrilatère.

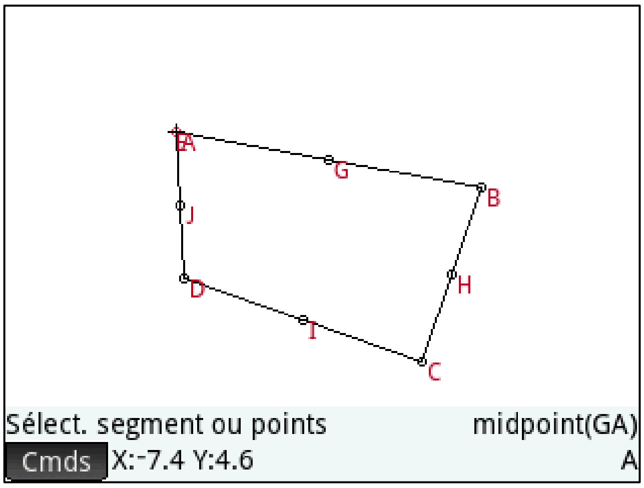
Captures d'écran :



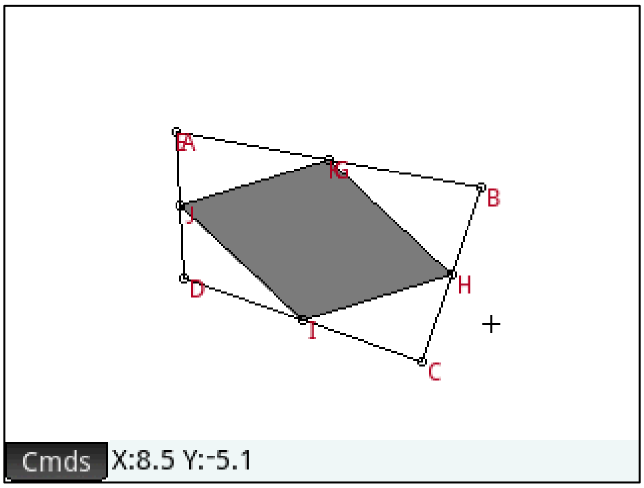
On place le premier sommet du quadrilatère en touchant un point de l'écran et en appuyant sur Enter pour valider l'emplacement.
On répète l'opération pour les trois autres sommets.



On place maintenant les milieux depuis le menu Point > Milieux et en touchant à l'écran les deux extrémités de chaque côté du quadrilatère avec une pression sur la touche Enter après chaque sélection d'une extrémité.

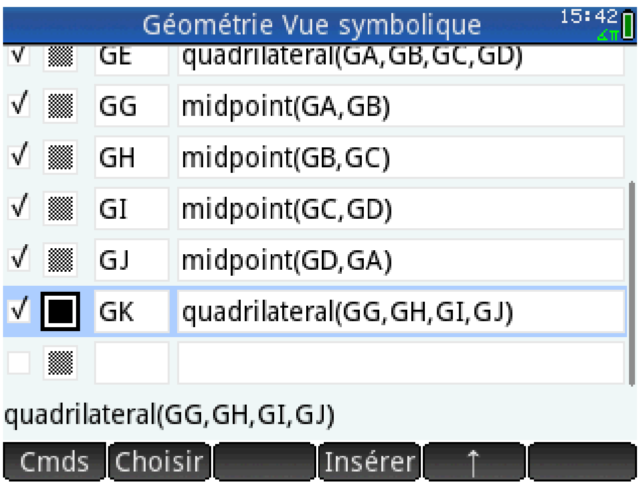


On trace le quadrilatère intérieur à l'aide de Polygon > Quadrilatère comme précédemment.



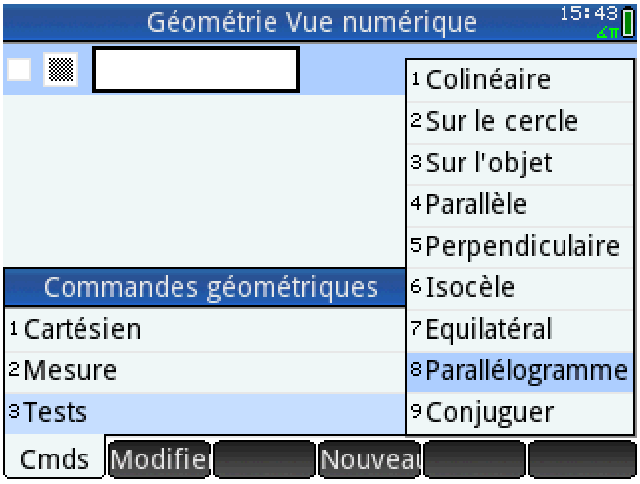
Astuce : on peut colorier le quadrilatère intérieur et en appuyant sur la touche Menu Paste, en choisissant « Remplir de couleur » et en sélectionnant le quadrilatère que l'on vient de tracer.

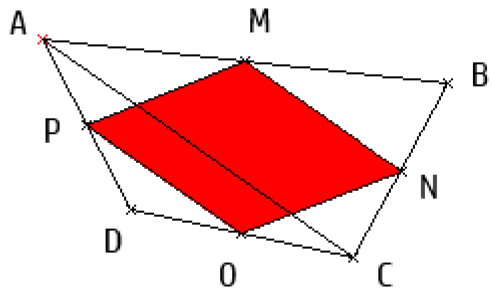
Le quadrilatère intérieur semble être un parallélogramme.
La HP Prime peut vérifier cette propriété.
Pour cela, repérer dans un premier temps le nom du parallélogramme depuis la touche Symb Setup. Ici notre parallélogramme se nomme GQ (nom d'objet géométrique).



Appuyer ensuite sur Num Setup et choisir is_parallelogram dans le menu Nouv. > Cmds > Test et OK.
Entrer le nom du quadrilatère entre les parenthèses :

et appuyer sur OK.
La HP Prime renvoie :
0 si ce n'est pas un parallélogramme
1 si c'est un parallélogramme
2 si c'est un losange
3 si c'est un rectangle
4 si c'est un carré.
Ici la HP Prime renvoie 1 : le quadrilatère intérieur est un parallélogramme.



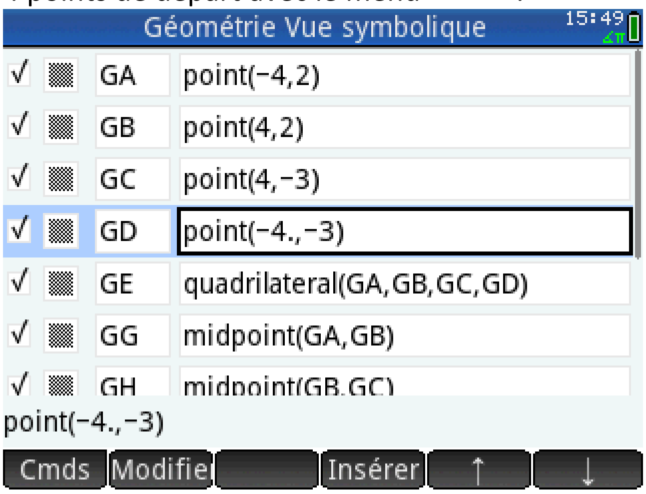


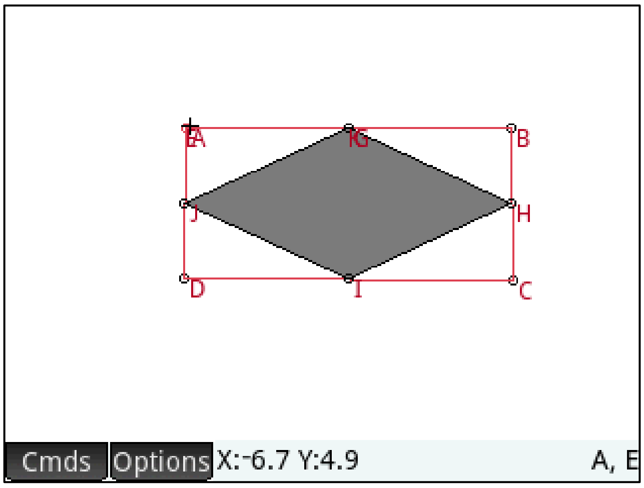
2/ Cela se démontre très simplement avec le théorème des milieux appliqués dans les deux triangles du quadrilatère extérieur séparés par une diagonale.

$$\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{PO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \text{ donc } \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PO}$$

C'est-à-dire MNOP est un parallélogramme.

3/ On impose au quadrilatère extérieur d'être un rectangle. Pour cela, on impose les coordonnées des 4 points de départ avec le menu Edit :



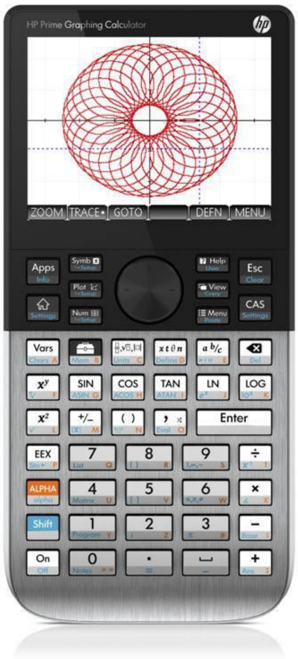


Le quadrilatère intérieur est alors un losange.

Un maximum de chocolats

HP Prime

2nde



Un supermarché achète pour Noël à une usine de chocolats des boîtes au prix de 5€. Le magasin revend les boîtes à 13,60€.
L'année dernière, à la même période, 3000 boîtes par semaine ont été vendues.
Une étude de marché montre que toute baisse de 10 centimes d'euros fait augmenter la vente de 100 boîtes par semaine.
Aider le supermarché à fixer le prix d'une boîte pour faire un bénéfice maximum.

On pourra distribuer aux élèves la fiche page 20.

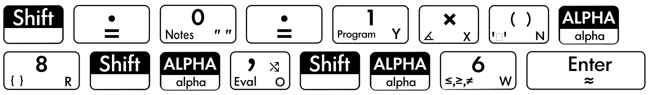
Solution pas à pas :

1/ On accède à l'application Tableur de la HP prime depuis la touche [Apps Info].

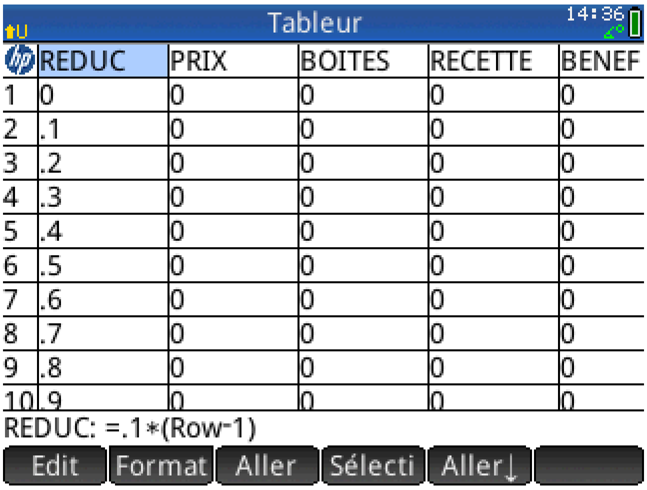
On crée un tableau de valeurs avec formules automatisées en appliquant 0€ de baisse sur le prix de vente, puis 0,10€ de baisses successives.
On commence par légender chaque colonne avec REDUC, PRIX, BOITES, RECETTE et BENEF.
Pour cela, se placer sur la lettre A de la première colonne, taper REDUC avec les touches alphabétiques :
[ALPHA] [8] [ALPHA] [a b/c] [ALPHA] [x t θ n] [ALPHA] [4] [ALPHA] [Units]
et appuyer dans le menu sur [Nom].
Faire de même pour chaque colonne.

Captures d'écran :

Pour entrer les valeurs de réduction, on se place sur REDUC et on saisit la formule :



La colonne se remplit entièrement d'une suite arithmétique de raison 0,1.

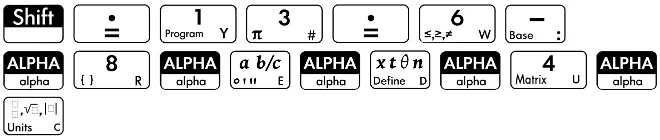


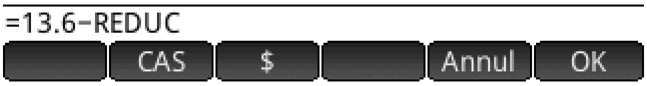
	REDUC	PRIX	BOITES	RECETTE	BENEF
1	0	0	0	0	0
2	.1	0	0	0	0
3	.2	0	0	0	0
4	.3	0	0	0	0
5	.4	0	0	0	0
6	.5	0	0	0	0
7	.6	0	0	0	0
8	.7	0	0	0	0
9	.8	0	0	0	0
10	.9	0	0	0	0

REDUC: =.1*(Row-1)

Edit | Format | Aller | Sélecti | Aller↓

On établit maintenant la formule du prix en se plaçant sur PRIX et en saisissant :



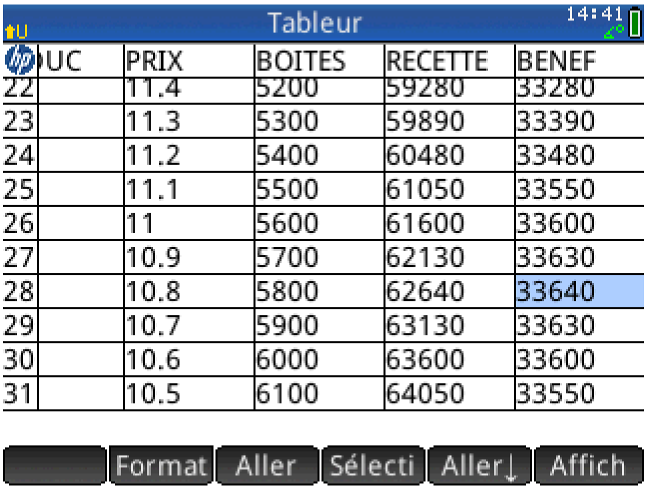


Pour les boîtes, on se place sur BOITES et on saisit la formule ci-contre.

Pour les boîtes, on se place sur RECETTE et on saisit la formule ci-contre.

Pour les boîtes, on se place sur BENEF et on saisit la formule ci-contre.
On fait ainsi référence aux noms des colonnes dans les formules.

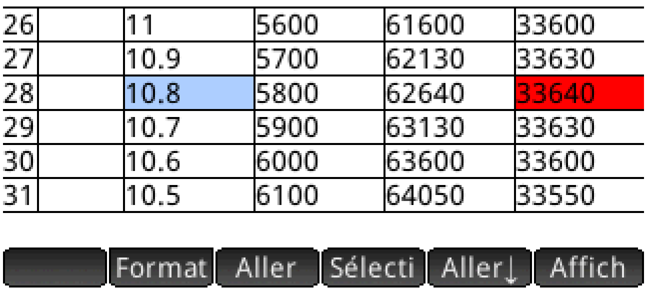
Tous les résultats des calculs s'affichent alors automatiquement.
On descend dans le tableur pour observer l'évolution du bénéfice.
On trouve un bénéficie maximum pour une boîte vendue à 10,80€.



	UC	PRIX	BOITES	RECETTE	BENEF
22		11.4	5200	59280	33280
23		11.3	5300	59890	33390
24		11.2	5400	60480	33480
25		11.1	5500	61050	33550
26		11	5600	61600	33600
27		10.9	5700	62130	33630
28		10.8	5800	62640	33640
29		10.7	5900	63130	33630
30		10.6	6000	63600	33600
31		10.5	6100	64050	33550

Format | Aller | Sélecti | Aller↓ | Affich

Astuce : pour colorier une cellule, se placer dessus, appuyer sur Format > Remplissage et choisir la couleur dans le nuancier.



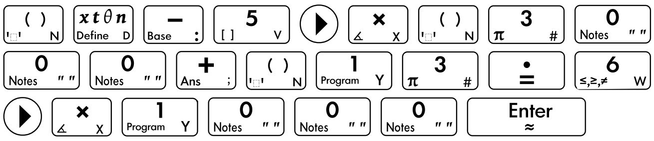
26		11	5600	61600	33600
27		10.9	5700	62130	33630
28		10.8	5800	62640	33640
29		10.7	5900	63130	33630
30		10.6	6000	63600	33600
31		10.5	6100	64050	33550

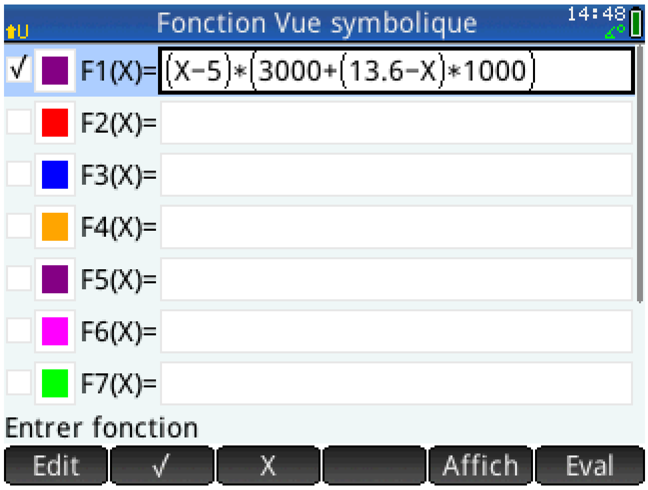
Format | Aller | Sélecti | Aller↓ | Affich

Vérifions ce résultat en utilisant une fonction.
Si on appelle x le prix de vente d'une boite, le bénéfice s'exprime par :

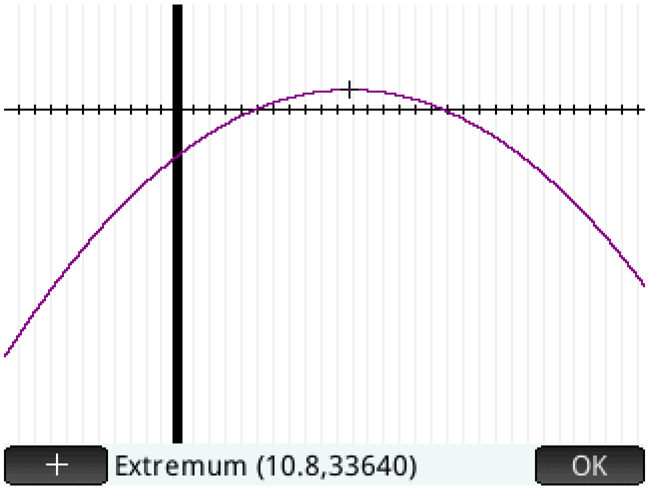
$$(x-5)*(3000+(13.6-x)*1000)$$

On rentre l'expression dans l'application Fonction (touche Apps Info) dans l'écran de vue symbolique (touche Symb Setup) en tapant :

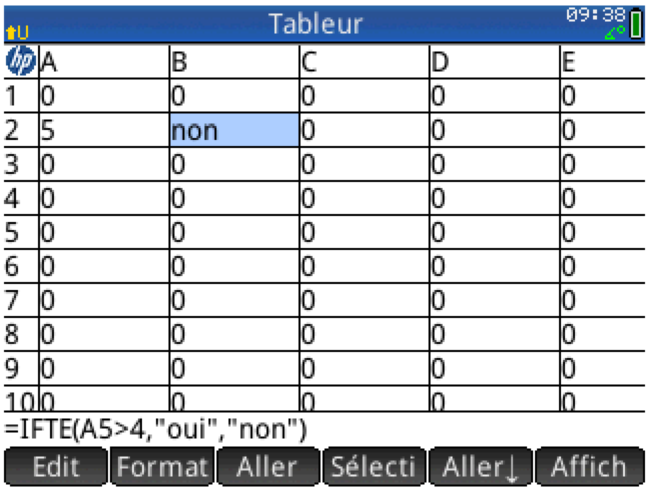




La touche Plot Setup permet d'obtenir la représentation graphique de la fonction qui présente un maximum que l'on peut atteindre en appuyant sur Fcn > Extremum.
On retombe bien sur un bénéfice maximum de 33 640€ pour un prix de vente de 10,80€.



Astuce : on peut utiliser la commande *IFTE* pour utiliser une condition SI dans le tableur. Elle s'utilise de cette façon :
IFTE(condition,alors,sinon)
comme dans l'exemple montré ci-contre.



Nom :
Prénom :

Chocolats : fiche élève

HP Prime

2nde

Calculer pour les 3000 boîtes vendues 13,60€/boîte le prix d'achat et le bénéficie réalisé par semaine par le supermarché :

Calculer le bénéficie réalisé si le prix d'une boîte de chocolats baisse de 10 centimes :

Compléter le tableau ci-dessous :

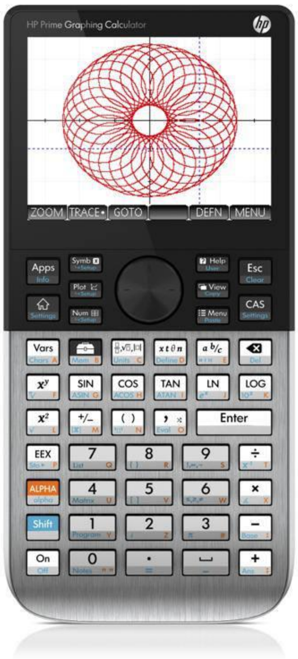
Nombre de réductions	Prix de vente (€)	Recette (€)	Prix d'achat (€)	Bénéfice (€)
0	13,60	3000		
1	13,50	3100		
2				
3				
4				

Reproduire le tableau sur tableur, l'automatiser et le compléter pour déterminer le bénéfice maximum réalisable.

Créer un programme

HP Prime

2nde

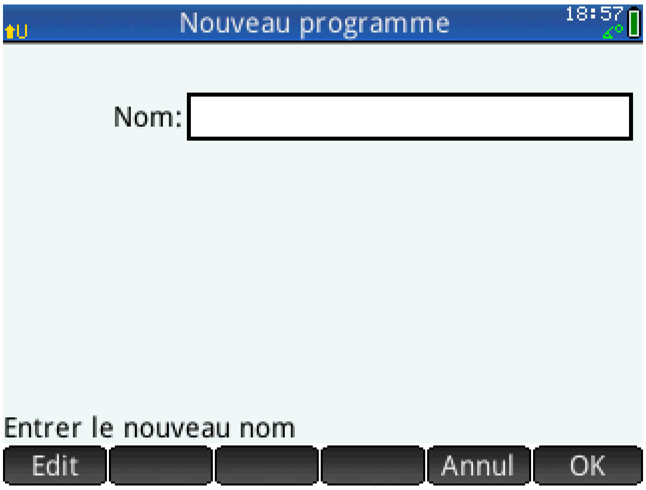


Pour intégrer et exécuter des algorithmes sur la calculatrice HP Prime, il faut utiliser l'éditeur de programmes.

Solution pas à pas :

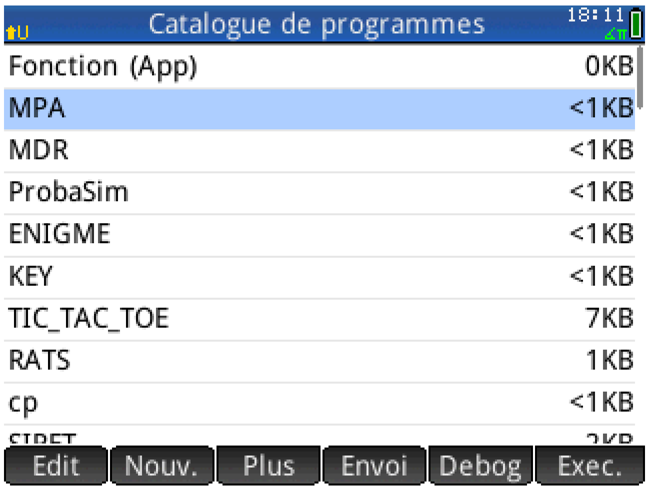
On accède à l'éditeur de programmes de la HP prime depuis les touches Shift 1 Program Y.
La liste des programmes stockés sur la calculatrice apparaît.
Appuyer sur Nouv. pour créer un nouveau programme.

Donner un nom au programme.



Le programme s'écrit alors entre les balises BEGIN et END;

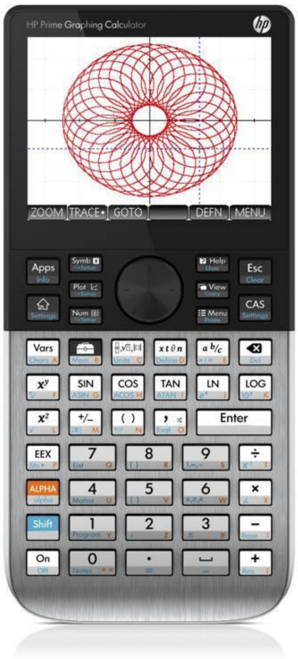
Captures d'écran :



Créer un mémo

HP Prime

2nde



Un mémo (ou note de cours) n'est pas un programme et n'est pas exécutable. Il s'agit simplement de texte pouvant être mis en forme et qui est enregistré sur la HP Prime.

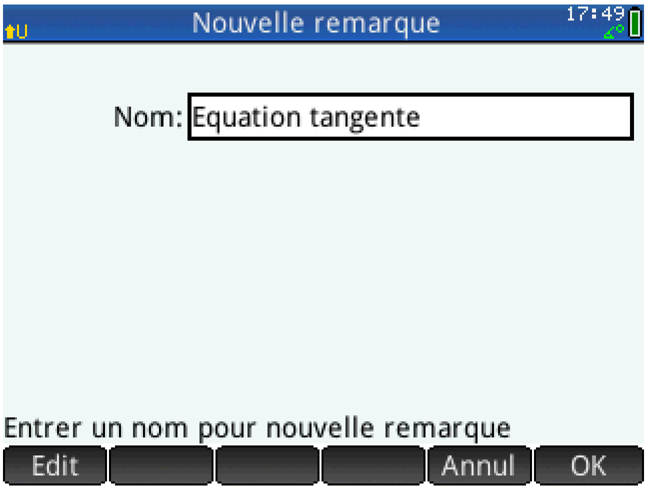
Solution pas à pas :

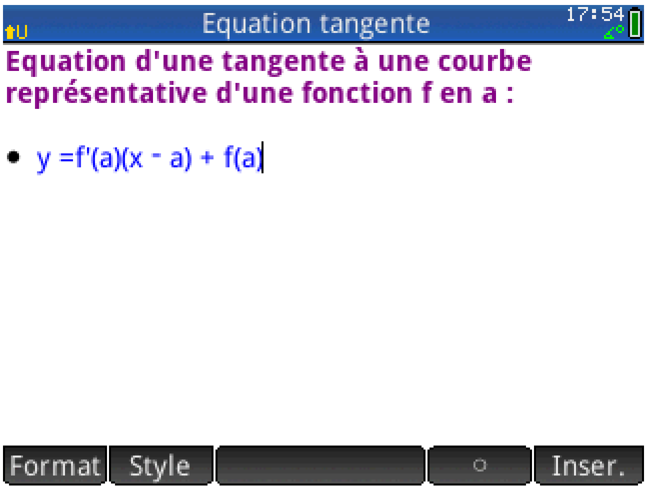
On accède à l'éditeur de notes de la HP prime depuis les touches Shift 0 Notes.
Appuyer sur Nouv. pour créer un nouveau programme.

On peut mettre en forme le texte avec les onglets Style et Format.
On peut mettre le texte en gras, en italique, le souligner, le barrer, le mettre en couleur (couleur d'avant-plan) et le surligner (couleur d'arrière-plan).
Il suffit de choisir la couleur dans le nuancier.

On peut mettre des pastilles pour lister.

Captures d'écran :

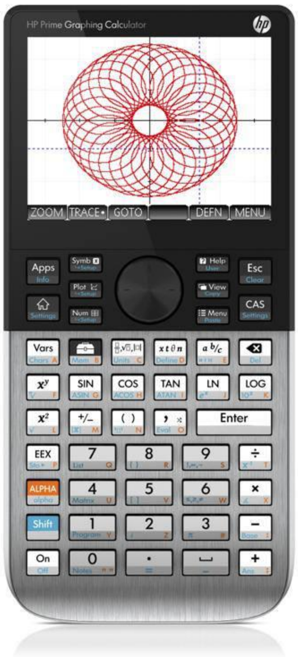




Premiers algorithmes & boucles

HP Prime

2nde



Niveau : 2nde

Objectifs : L'algorithmique fait maintenant partie intégrante des programmes de mathématiques au lycée.

Dès la seconde, les élèves découvrent différents algorithmes.

Voici une sélection d'algorithmes rencontrés au lycée.

Solution pas à pas :

Premier exemple : premier algorithme :

Écrire un algorithme qui demande d'entrer un nombre puis affiche son image par la fonction *f* définie par
f(x) = x^2 + 6x - 4.

Algorithme
Entrée
Demander à l'utilisateur l'antécédent *x*
Traitement
Affecter *x*^2+6**x*-4 à la variable *y*
Sortie
Afficher *y*

Deuxième exemple : boucle « Pour » :

Écrire un algorithme qui demande un nombre de départ, et qui calcule sa factorielle.

Algorithme
Entrée
Demander à l'utilisateur un nombre de départ *n*
Initialisation
Nombre *p* initialisé à la valeur 1
Traitement
Pour *i* allant de 1 à *n*
Stocker *p***i* dans *p*
Fin de la boucle pour
Sortie
Afficher *p*

Captures d'écran :

Sur HP Prime, on écrira :

```
ALGO1                                  18:48
EXPORT ALGO1()
BEGIN
INPUT(X);
X^2+6*X-4▸Y;
PRINT(Y);
END;
```

Sur HP Prime, on écrira :

```
ALGO2                                  18:49
EXPORT ALGO2()
BEGIN
1▸P;
FOR I FROM 1 TO N DO
 P*I▸P;
END;
PRINT(P);
END;
```

<u>Troisième exemple : boucle « Tant que » :</u>

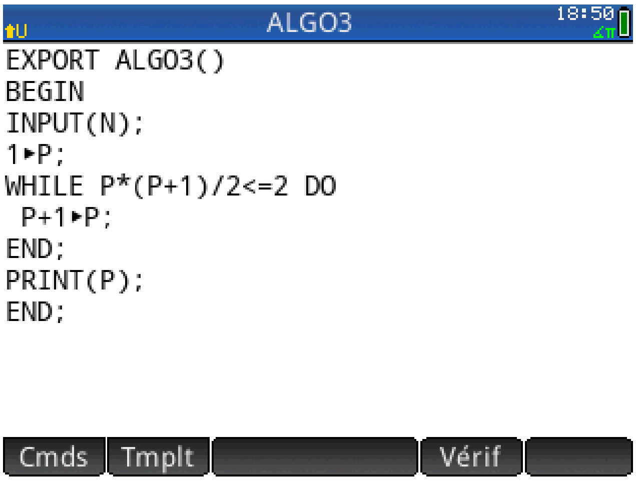
Trouver le plus petit entier *p* tel que la somme des entiers de 1 à *p* soit inférieure à un entier *n* donné.

On rappellera la formule (1ère ES / S) :

$$\sum_{k=1}^{p} k = \frac{p(p+1)}{2}$$

Algorithme
Entrée
Demander à l'utilisateur un nombre *n*
Initialisation
Nombre *p* initialisé à la valeur 1
Traitement
Tant que p*(p+1)/2 est inférieure à n
Stocker *p*+1 dans *p*
Fin de la boucle tant que
Sortie
Afficher

Sur HP Prime, on écrira :

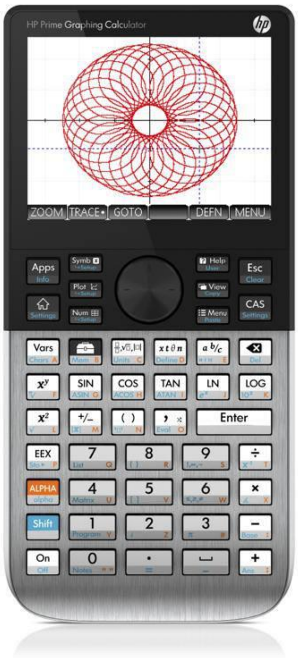



```
EXPORT ALGO3()
BEGIN
INPUT(N);
1▸P;
WHILE P*(P+1)/2<=2 DO
 P+1▸P;
END;
PRINT(P);
END;
```

Algorithme : formule de Héron

HP Prime

2nde



La formule de Héron permet de calculer l'aire d'un triangle :

$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

avec p le demi-périmètre du triangle.

Programmer un algorithme donnant l'aire d'un triangle avec la formule de Héron.

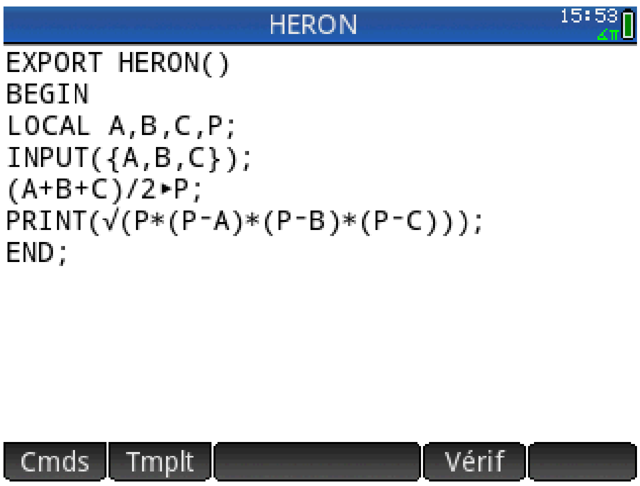
Solution pas à pas :

On crée un programme HERON depuis l'éditeur (touches Shift 1 Program Y) et on tape l'algorithme suivant :

```
EXPORT HERON()
BEGIN
LOCAL A,B,C,P;
//On demande à l'utilisateur les 3 longueurs du triangle
INPUT({A,B,C});
// On calcule le périmètre du triangle
(A+B+C)/2▶P ;
//On calcule l'aire avec la formule de Héron
PRINT(√(P*(P−A)*(P−B)*(P−C));
END;
```

Pour les valeurs a=2, b=7 et c=8, le programme retourne :

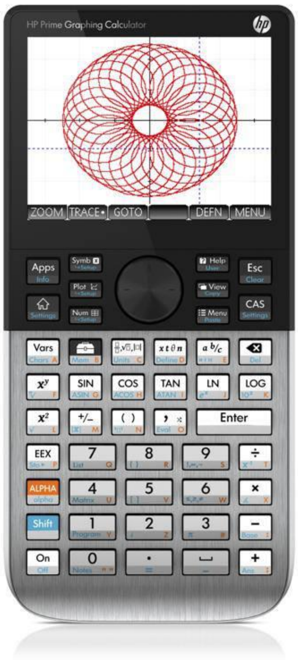
Captures d'écran :



Algorithme : calcul de l'IMC

HP Prime

2nde



L'IMC (indice de masse corporelle) évalue la santé pondérale (corpulence).
Il permet notamment de mettre en évidence le surpoids ou l'obésité.
Le calcul de l'IMC n'est qu'un critère indicatif car la masse osseuse et musculaire n'est pas prise en compte.
L'IMC se calcule avec cette formule :

$$\frac{P}{T^2}$$

avec P la masse en kilogrammes et T la taille en mètres.

L'OMS a établi cette classification :

Classification OMS	IMC (kg/m²)
Déficit pondéral	<18,5
Poids normal	18,5 – 24,9
Surpoids	25 – 29,9
Obésité modérée (classe I)	30 – 34,9
Obésité sévère (classe II)	35 – 39,9
Obésité morbide (classe III)	≥ 40

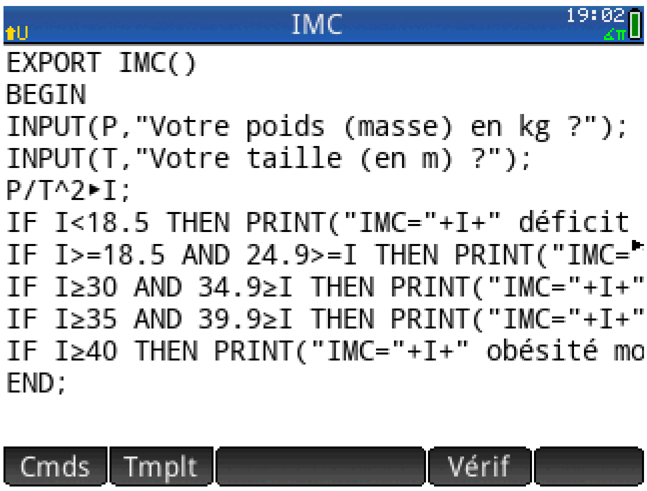
Créer un algorithme calculant l'IMC et donnant la classification OMS.

Solution pas à pas :

On crée un programme IMC depuis l'éditeur et on tape l'algorithme suivant :

```
EXPORT IMC()
BEGIN
LOCAL P,T,I;
//On demande à l'utilisateur son poids et sa taille
INPUT(P,"Votre poids (masse) en kg :");
INPUT(T,"Votre taille en m :");
// On calcule l'IMC
P/T^2▸I ;
//On classe
IF I<18.5 THEN PRINT("IMC="+I+" déficit pondéral"); END;
IF I≥18.5 AND 24.9≥I THEN PRINT("IMC="+I+" poids normal"); END;
IF I≥25 AND 29.9≥I THEN PRINT("IMC="+I+" surpoids"); END;
IF I≥30 AND 34.9≥I THEN PRINT("IMC="+I+" obésité modérée (classe I)"); END;
IF I≥35 AND 39.9≥I THEN PRINT("IMC="+I+" obésité sévère (classe II)"); END;
IF I≥40 THEN PRINT("IMC="+I+" obésité morbide (classe III)"); END;
END;
```

Captures d'écran :

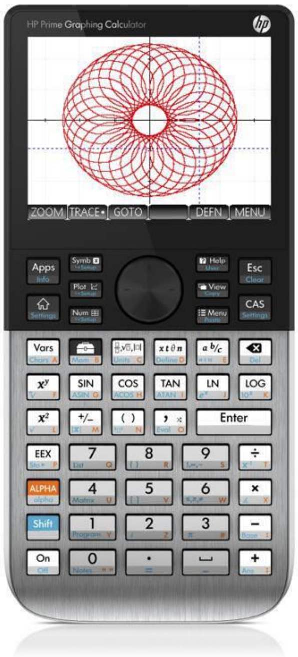


IMC=30.0947300024 obésité modérée (classe I)

Algorithme : jeu du nombre mystère

HP Prime

2nde



Programmer un algorithme où l'utilisateur doit trouver un nombre entier tiré aléatoirement entre 1 et 100 et où est précisé, à chaque essai, si le nombre saisi est supérieur ou inférieur au nombre mystère.

?

Solution pas à pas :

On crée un programme MYSTERE depuis l'éditeur et on tape l'algorithme suivant :

```
EXPORT MYSTERE()
BEGIN
LOCAL M,N;
//On tire aléatoirement un nombre entier entre 1 et 100
RANDINT(1,100)▶N;
//On demande à l'utilisateur de saisir un nombre
INPUT(M);
//On redemande à l'utilisateur de saisir un nombre tant qu'il ne correspond pas au nombre mystère en précisant avant si le nombre précédent est inférieur ou supérieur au nombre mystère
WHILE M<>N DO
  IF M>N THEN
    MSGBOX("C'est plus petit") ;
  ELSE
    MSGBOX("C'est plus grand") ;
  END;
  INPUT(M);
END;
MSGBOX("Nombre mystère trouvé ! ");
END;
```

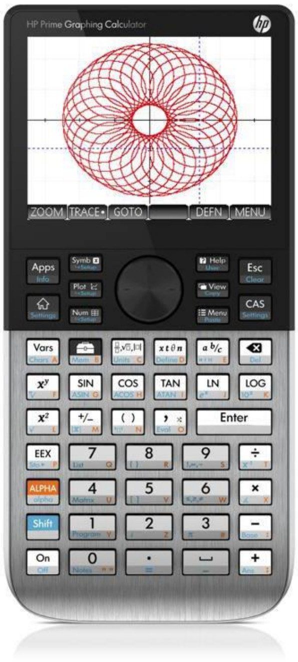
La commande *MSGBOX* est semblable à *PRINT* sauf qu'elle affiche le texte dans une boîte de dialogue et non sur l'écran de sortie.

Captures d'écran :

Algorithme : calcul de PGCD par soustractions

2nde

HP Prime



Programmer un algorithme affichant les étapes de calculs d'un PGCD avec la méthode des soustractions.

Solution pas à pas :

On crée un programme SOUST depuis l'éditeur et on tape l'algorithme suivant :

```
EXPORT SOUST()
BEGIN
LOCAL A,B,C;
//On demande à l'utilisateur deux nombres entiers nuls dont on veut calculer le PGCD
INPUT(A);
INPUT(B);
PRINT(A+" ; "+B);
//On prend le plus petit des 2 et la soustraction du plus grand et du plus petit
MIN(A,B)▶C;
MAX(A,B)−MIN(A,B)▶B;
C▶A;
PRINT(A+" ; "+B);
//On reprend à nouveau le plus petit et la différence tant qu'on n'obtient pas la même chose
WHILE A<>B DO
  MIN(A,B)▶C;
  MAX(A,B)−MIN(A,B)▶B;
  C▶A;
  PRINT(A+" ; "+B);
END;
//On affiche la valeur du PGCD
PRINT(C) ;
END;
```

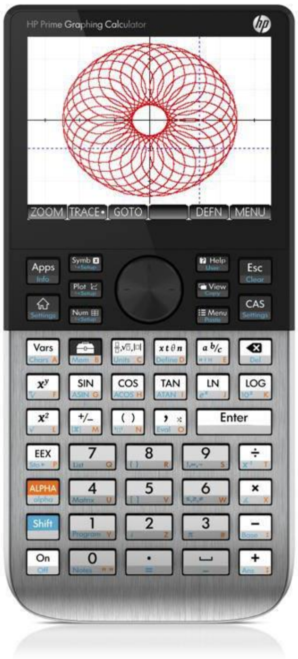
Captures d'écran :

```
21 ; 57
21 ; 36
21 ; 15
15 ; 6
6 ; 9
6 ; 3
3 ; 3
3
```

Algorithme : calcul de PGCD par la méthode d'Euclide

2nde

HP Prime



Programmer un algorithme affichant les étapes de calculs d'un PGCD avec la méthode d'Euclide.

Solution pas à pas :

On crée un programme EUC depuis l'éditeur (touches Shift 1 Program Y) et on tape l'algorithme suivant :

```
EXPORT EUC()
BEGIN
LOCAL A,B,C;
//On demande à l'utilisateur deux nombres entiers nuls dont on veut calculer le PGCD
INPUT(A);
INPUT(B);
PRINT(A+" ; "+B);
//On prend le plus petit des 2 et le reste dans la division euclidienne du plus grand par le plus petit et on recommence tant que le reste n'est pas nul
WHILE B<>0 DO
  MIN(A,B)▶C;
  MAX(A,B) MOD MIN(A,B)▶B;
  C▶A;
  PRINT(A+" ; "+B);
END;
//On affiche la valeur du PGCD
PRINT(C) ;
END;
```

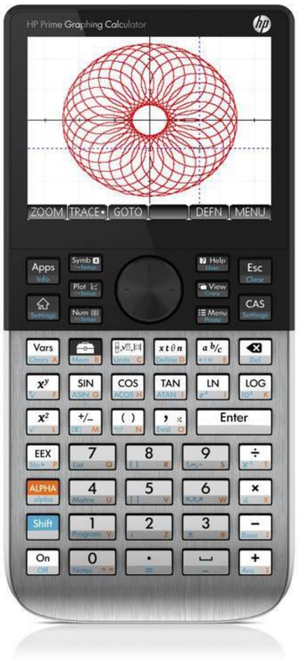
Captures d'écran :

21 ; 57
21 ; 15
15 ; 6
6 ; 0
6

Algorithme : tour de magie

HP Prime

2nde



Un magicien demande à un spectateur :

- De penser à un nombre ;
- De prendre son double ;
- D'enlever 3 ;
- De faire une multiplication par 6 ;
- D'annoncer le résultat obtenu.

Ecrire un programme SPECT qui affiche le nombre annoncé au magicien par le spectateur et un programme MAGIE qui retrouve le nombre pensé par le spectateur à partir du résultat annoncé.

Solution pas à pas :

On crée un programme EUC depuis l'éditeur et on tape l'algorithme suivant :

```
EXPORT SPECT()
BEGIN
LOCAL N;
//On demande au spectateur d'entrer le nombre auquel il pense
INPUT(N);
//On effectue les calculs demandés par le magicien et on l'affiche
PRINT((2*N−3)*6);
END;

EXPORT MAGIE()
BEGIN
LOCAL N;
//On entre le nombre annoncé par le spectateur
INPUT(N);
//On remonte le programme de calculs en faisant les opérations contraires et on affiche le résultat qui est le nombre pensé par le spectateur
PRINT(((N/6+3)/2));
END;
```

Par exemple, le spectateur pense à 18.
Il annonce alors 198.
Le programme MAGIE retourne bien 18 avec 198 comme entrée.

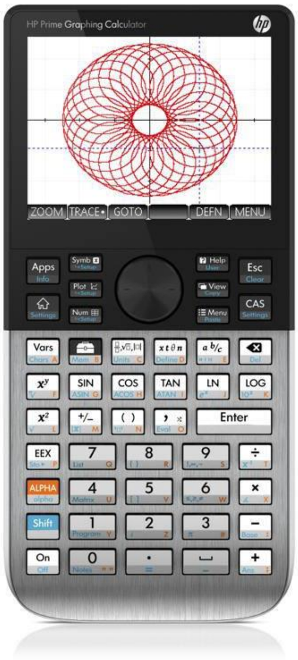
Captures d'écran :

198
18

Algorithme : année bissextile

HP Prime

2nde



Les années bissextiles sont les années qui sont :

- Soit divisibles par 4 mais non divisibles par 100 ;
- Soit divisibles par 400.

Ecrire un programme indiquant si une année est bissextile.

Solution pas à pas :

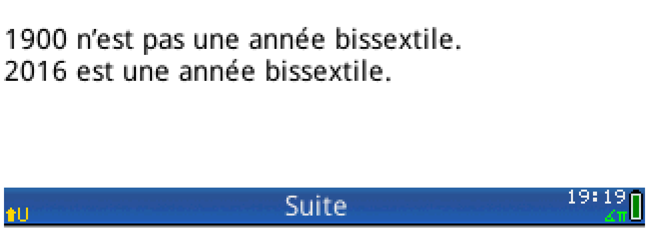
On crée un programme EUC depuis l'éditeur (touches Shift 1 Program Y) et on tape l'algorithme suivant :

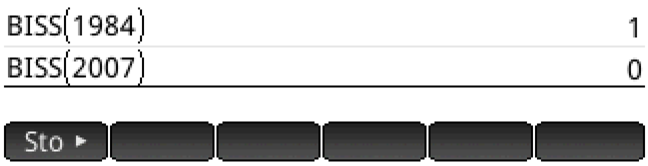
```
EXPORT BISS()
BEGIN
LOCAL N;
//On demande à l'utilisateur d'entrer l'année
INPUT(N);
//On vérifie les conditions sur l'année bissextile
IF (irem(N,4)==0 AND irem(N,100)<>0) OR irem(N,400)==0
THEN
  PRINT(N+" est une année bissextile.");
ELSE
  PRINT(N+" n'est pas une année bissextile.");
END;
END;
```

Pour utiliser l'algorithme « Quel jour êtes-vous né ? », on place directement l'entrée dans le nom du programme et on remplace la sortie par 1 si l'année est bissextile et 0 sinon :

```
EXPORT BISS(N)
BEGIN
IF (irem(N,4)==0 AND irem(N,100)<>100) OR
irem(N,400)==0 THEN
  RETURN(1);
ELSE
  RETURN(0);
END;
END;
```

Captures d'écran :

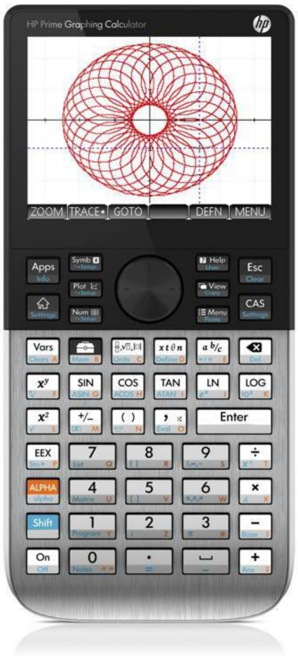




Algorithme : quel jour êtes-vous né ?

HP Prime

2nde



Voici une méthode pour déterminer le jour de la semaine d'une date donnée comprise entre 1900 et 2099 :

- On associe à chaque mois un code en utilisant le nombre 033 614 625 035 (janvier = 0, février = 3, etc) ;
- On additionne : le nombre formé des deux derniers chiffres de l'année, le quart de ce nombre (tronqué à la virgule si ce n'est pas un entier), la date du jour (donc un entier entre 1 et 31), le code du mois.
- Si la date est après 2000, on enlève 1 au résultat ;
- Si l'année est bissextile et si la date est avant le 1er Mars, on enlève 1 au résultat ;
- On divise par 7, et le reste donne le jour de la semaine (0 = dimanche, 1 = lundi, etc).

Ecrire un programme qui retourne le jour d'une date de naissance.

Solution pas à pas :

On crée un programme JOUR depuis l'éditeur et on tape l'algorithme suivant :

```
EXPORT JOUR()
BEGIN
LOCAL A,M,J,N,P,L1,L2;
//On demande à l'utilisateur d'entrer son année de naissance
INPUT(A,"Année ?");
//On demande à l'utilisateur d'entrer le mois
INPUT(M,"Mois (de 1 à 12) ?");
//On demande à l'utilisateur d'entrer le jour
INPUT(J,"Jour (de 1 à  31) ?");
//On crée une liste contenant le code des mois
L1:={0,3,3,6,1,4,6,2,5,0,3,5};
//On regarde si l'année est après 2000 pour retirer 1
0▶P;
IF A>2000 THEN P-1▶P; END;
//On regarde si l'année est bissextile et le mois avant mars
pour retirer 1
IF BISS(A)==1 AND M<3 THEN P-1▶P; END;
//On extrait les deux derniers chiffres de l'année
A MOD 100▶A;
//On effectue le calcul décrit dans le sujet
A+FLOOR(A/4)+J+L1(M)+P▶N;
//On effectue la division par 7 pour obtenir le jour
L2 :={"dimanche","lundi","mardi","mercredi","jeudi","vendredi","
samedi"};
N MOD 7▶N;
PRINT("Tu es né un "+L2(N+1));
END;
```

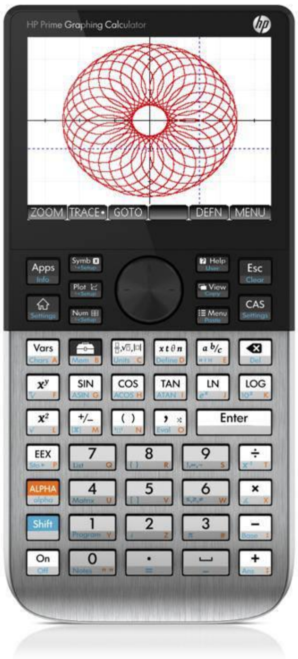
Captures d'écran :

Tu es né un jeudi

Ligne de niveau

HP Prime

2nde



Niveau : 2nde

Exercice: Trouver dans un repère orthonormé tous les points de coordonnées (x ; y) tels que x * (6 – x) < y*(8 + y).

Solution pas à pas :

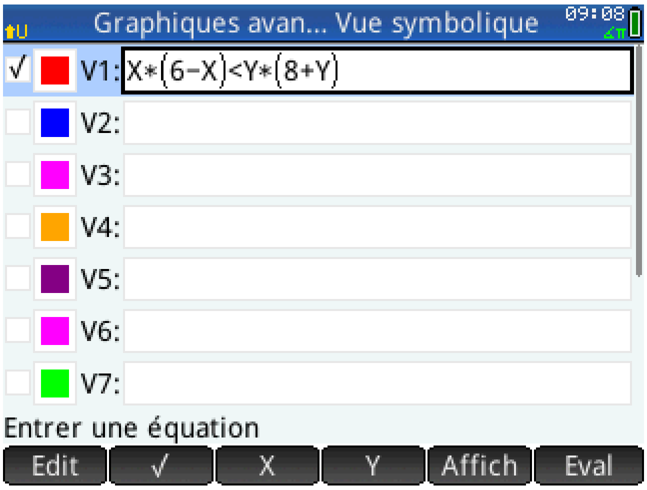
La HP Prime dispose en fait d'une application « Graphiques avancés » tellement puissante, qu'il n'est pas nécessaire de programmer pour répondre à ce genre d'exercice.

Appuyer sur la touche Apps Info, aller sur l'icône « Graphiques avancés ».

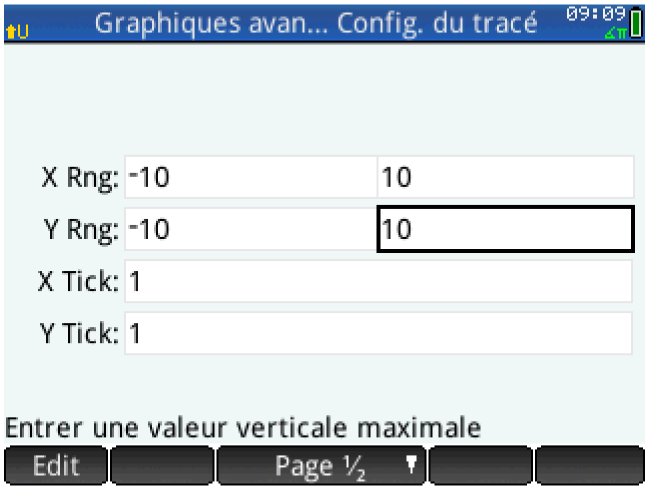
Entrer l'inégalité de l'exercice à côté de V1 :

x t θ n × ( ) 6 − x t θ n Shift 6
Enter ALPHA 1 × ( ) 8 + ALPHA
1 Enter

Captures d'écran :

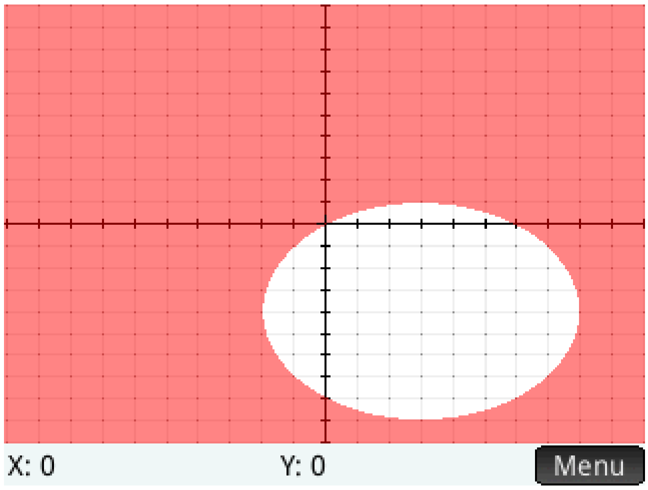


Appuyer sur les touches Shift Plot Setup pour régler l'échelle des axes : régler les abscisses X entre -10 et 10 et les ordonnées Y entre -10 et 10.



Appuyer sur la touche Plot Setup pour obtenir le graphique.

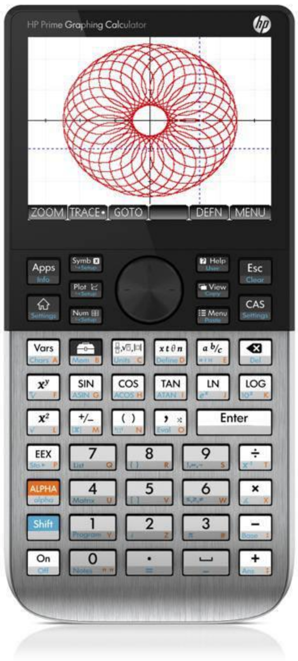
La HP Prime affiche directement le graphique de l'expression implicite !



Vendredi 13

HP Prime

2nde



Niveau : 2nde
Exercice : Démontrer que tous les ans, il y a au moins un vendredi 13 dans l'année.

Thèmes de programmation : boucles, conditions, utilisation des listes.

Solution pas à pas :

On crée trois listes, une pour les jours (lundi, mardi, etc…), une pour les mois et une contenant le nombre de jours par mois.

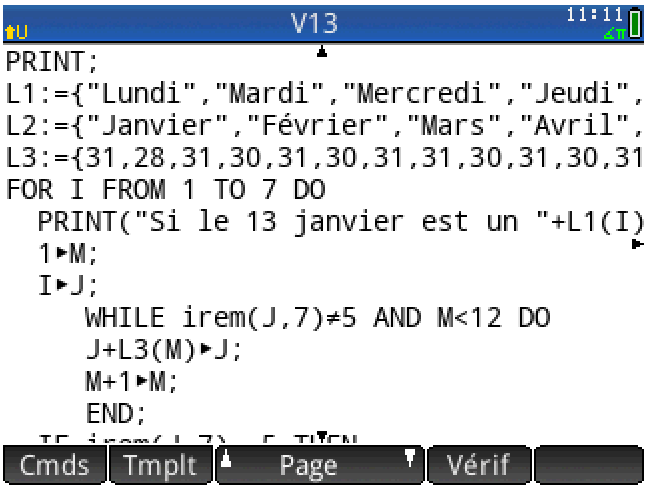
On part ensuite d'une date de départ : le 13 janvier. Selon que cette date tombe un lundi, un mardi, un mercredi, un jeudi, un vendredi, un samedi ou un dimanche, on regarde si un vendredi 13 est atteint en passant en revue chaque mois suivant.

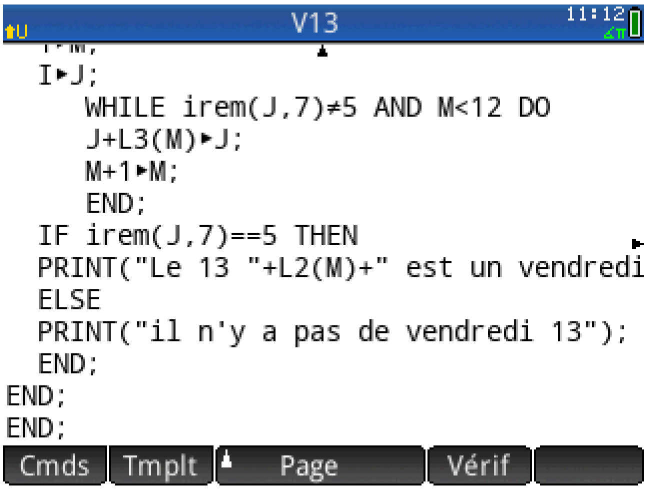
Pour le voir, on ajoute le nombre de jours du mois à la journée de départ et on calcule le reste de cette somme dans une division euclidienne par 7. Si le reste est 5, on tombe sur un vendredi (vendredi est le 5ème jour de la semaine).

Captures d'écran :

On crée alors ce programme sur HP Prime :

```
EXPORT V13()
BEGIN
LOCAL I,J,M;
PRINT;
L1:={"Lundi","Mardi","Mercredi","Jeudi","Vendredi","Samedi","D
imanche"};
L2:={"Janvier","Février","Mars","Avril","Mai","Juin","Juillet","Août
","Septembre","Octobre","Novembre","Décembre"};
L3:={31,28,31,30,31,30,31,31,30,31,30,31};
FOR I FROM 1 TO 7 DO
 PRINT("Si le 13 janvier est un "+L1(I)+" :");
 1▸M;
 I▸J;


WHILE J MOD 7≠5 AND M<12 DO
 J+L3(M)▸J;
   M+1▸M;
   END;
 IF irem(J,7)==5 THEN
 PRINT("Le 13 "+L2(M)+" est un vendredi 13");
 ELSE
 PRINT("il n'y a pas de vendredi 13");
 END;
END;
END;
```





L'exécution du programme montre que quelque soit le jour de la semaine du 13 janvier de l'année, on tombe toujours ensuite sur un vendredi 13.

Si le 13 janvier est un Lundi :
le 13 Juin est un vendredi 13
Si le 13 janvier est un Mardi :
le 13 Février est un vendredi 13
Si le 13 janvier est un Mercredi :
le 13 Août est un vendredi 13
Si le 13 janvier est un Jeudi :
le 13 Mai est un vendredi 13
Si le 13 janvier est un Vendredi :
le 13 Janvier est un vendredi 13
Si le 13 janvier est un Samedi :
le 13 Avril est un vendredi 13
Si le 13 janvier est un Dimanche :
le 13 Septembre est un vendredi 13

Nombre de Kaprekar

HP Prime

2nde

Un nombre de Kaprekar est un nombre qui, lorsqu'il est élevé au carré, peut être séparé en une partie gauche et une partie droite (non nulle) telles que la somme donne le nombre initial.

Exemple : $4879^2 = 23804641$ et $238 + 04641 = 4879$.

Créer un algorithme vérifiant si un nombre est de Kaprekar.

Thèmes de programmation : boucles, conditions, utilisation des listes.

Solution pas à pas :

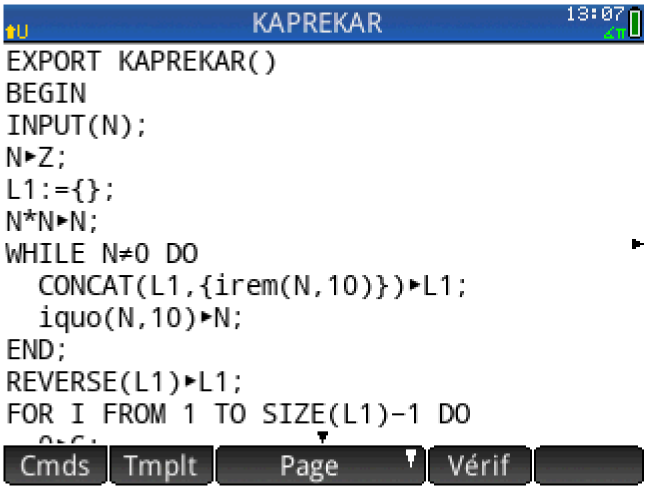
Il faut d'abord extraire chaque chiffre du carré du nombre choisi.
On stocke chacun des chiffres dans une liste.
Pour extraire chaque chiffre, on effectue des divisions euclidiennes successives par 10 et on prend chaque reste.
La commande *REVERSE(* permet de renverser la liste pour afficher les chiffres tels qu'ils sont écrits de gauche à droite dans le résultat du carré du nombre choisi.

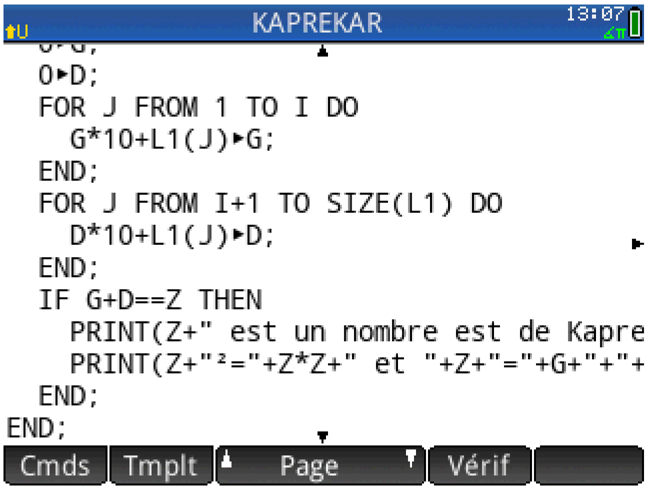
Une fois la liste créée, il faut tester toutes les combinaisons de parties gauche et droite.
Pour les obtenir toutes, on imbrique deux boucles For l'une dans l'autre.
On écrit alors les nombres obtenus avec chaque partie en utilisant des multiplications par 10.
On implante un test d'égalité à la fin de chaque création des deux parties. Si l'égalité de Kaprekar (la somme des deux parties est égale au nombre de départ) est vérifiée, on affiche que le nombre est de Kaprekar (avec éventuellement le détail de la décomposition) sinon, on affiche rien.

Captures d'écran :

On écrira sur HP Prime :

```
EXPORT KAPREKAR()
BEGIN
INPUT(N);
N▸Z;
L1:={};
N*N▸N;
WHILE N≠0 DO
 CONCAT(L1,{irem(N,10)})▸L1;
 iquo(N,10)▸N;
END;
REVERSE(L1)▸L1;
FOR I FROM 1 TO SIZE(L1)−1 DO
 0▸G;
 0▸D;
 FOR J FROM 1 TO I DO
  G*10+L1(J)▸G;
 END;
 FOR J FROM I+1 TO SIZE(L1) DO
  D*10+L1(J)▸D;
 END;
 IF G+D==Z THEN
  PRINT(Z+" est un nombre est de Kaprekar.");
  PRINT(Z+"²="+Z*Z+" et "+Z+"="+G+"+"+D);
 END;
END;
END;
```





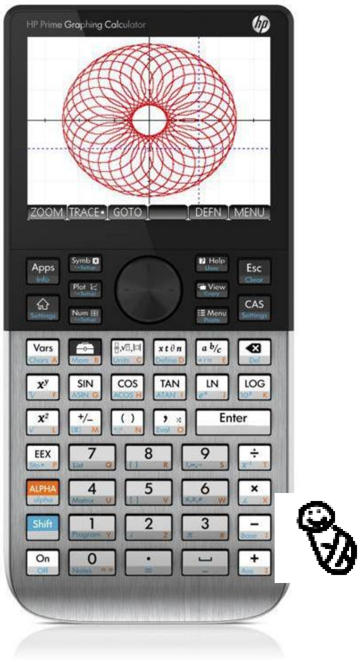
On peut tester le programme avec par exemple le nombre 703 qui est un nombre de Kaprekar.

703 est un nombre est de Kaprekar.
703²=494209 et 703=494+209

Algorithme : limitation des naissances

HP Prime

2nde



Niveau : Seconde.
Objectifs : vérifier une conjecture, écrire et utiliser un algorithme.
Mots-clés : probabilités, algorithme, itération, boucle While.

Enoncé : Dans un pays, on limite le nombre de naissances de filles en :

- ayant au maximum 4 enfants pour chaque famille ;
- arrêtant les naissances dès la naissance d'un garçon.

Quelle conséquence sur la population a cette politique de natalité ?

Solution pas à pas :

On réalise une simulation avec l'algorithme suivant affichant la fréquence d'apparition d'un garçon :

Variables :
 N : nombre de familles
 G : nombre de garçons au total
 F : nombre de filles d'une famille
 E : nombre d'enfants d'une famille
 T : nombre d'enfants nés au total
Traitement :
 Saisir N
 Initialiser G à 0
 Initialiser T à 0
 Pour I variant de 1 à N
 Initialiser E à 0
 Initialiser F à 0
  Tant que E<4 faire
  Tirer au hasard entier S entre 1 et 2
  E prend la valeur E+1
  T prend la valeur T+1
  Si S=1
   Alors G prend la valeur G+1
   Sinon F prend la valeur F+1
  Fin Si
  Fin Tant que
 Fin Pour
Sortie :
Afficher G/T
Fin

Captures d'écran :

NAISSANCES

```
EXPORT NAISSANCES()
BEGIN
INPUT(N);
0▸G;
0▸T;
FOR I FROM 1 TO N DO
 0▸E;
 WHILE E<4 DO
  ROUND(1+RANDOM,0)▸S;
  E+1▸E;
  T+1▸T;
  IF S==1 THEN
```

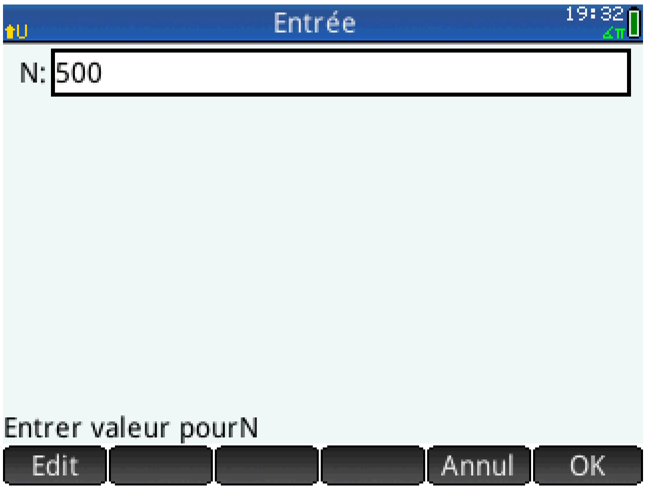
Cmds | Tmplt | Page | Vérif

NAISSANCES

```
WHILE E<4 DO
 ROUND(1+RANDOM,0)▸S;
 E+1▸E;
 T+1▸T;
 IF S==1 THEN
  G+1▸G;
 END;
 END;
END;
PRINT(G/T);
END;
```

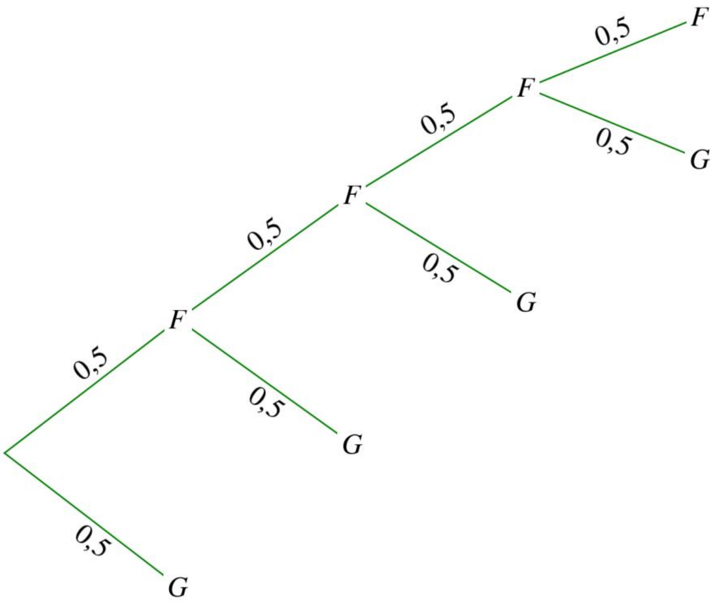
Cmds | Tmplt | Page | Vérif

Si on lance l'algorithme pour un grand nombre de familles, la fréquence des garçons est très proche de 0,5. Cette politique de natalité ne semble donc n'avoir aucune conséquence sur le nombre de garçons.



.493

On peut en effet démontrer que cela ne change rien en dressant un arbre de probabilités et en calculant les espérances :

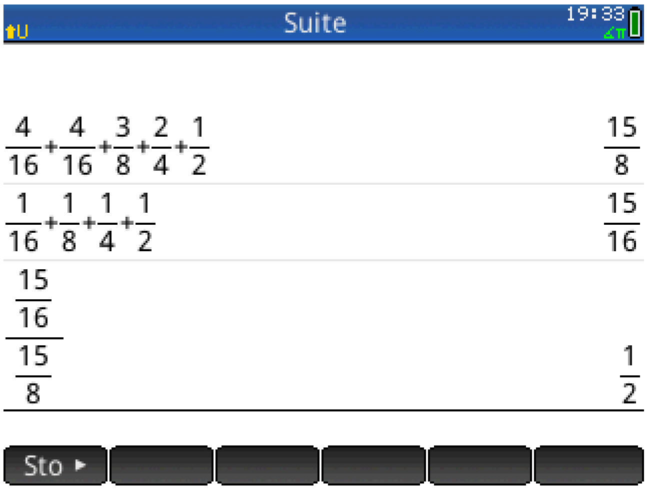


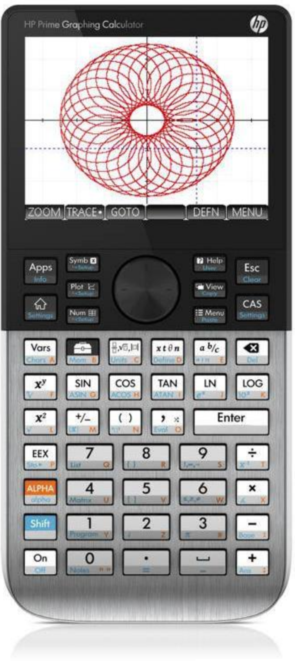
On peut alors résumer les résultats dans ce tableau :

Nombre N d'enfants	Nombre G de garçons	Probabilité
4	0	1/16
4	1	1/16
3	1	1/8
2	1	1/4
1	1	1/2

On en déduit alors les espérances :
E(N) = 4 × 1/16 + 4 × 1/16 + 3 × 1/8 + 2 × 1/4 + 1 × 1/2 = 15/8
E(G) = 1 × 1/16 + 1 × 1/8 + 1 × 1/4 + 1 × 1/2 = 15/16
et E(G)/E(N) = 1/2.

On appuie sur la touche W pour obtenir une valeur exacte en écriture fractionnaire.





2nde

Cryptographie : chiffrement de César

HP Prime

Le chiffrement de César consiste à remplacer une lettre par celle 3 rangs plus loin (A est remplacé par D, B est remplacé par E, C est remplacé par F, etc…).
Ainsi SECRET se code VHFUHW.

1/ Créer un algorithme codant un mot avec le chiffrement de César.
2/ Créer un algorithme décodant un mot crypté avec le chiffrement de César.

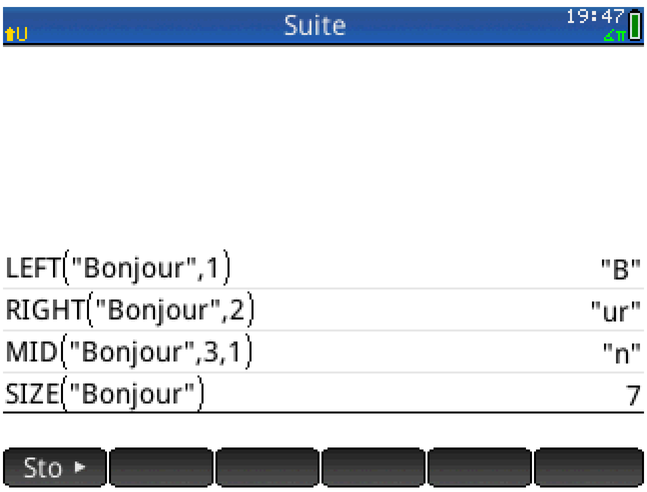
Alphabet en clair	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
Alphabet codé	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	0	1	2
	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

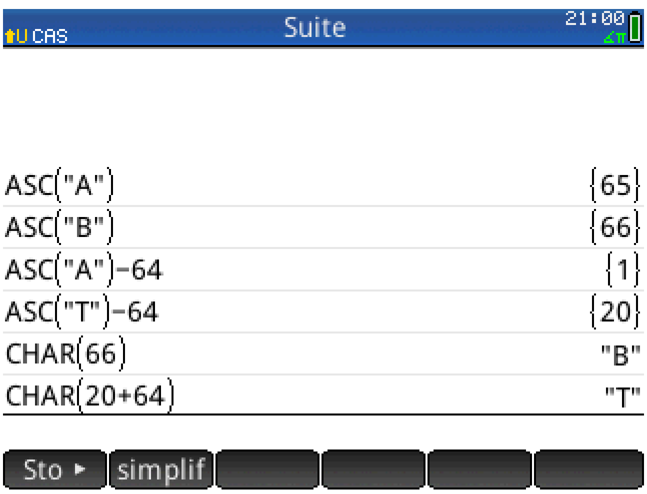
Solution pas à pas :

La HP Prime possède des commandes extrêmement intéressantes pour traiter et extraire des caractères d'une chaîne de caractères :
La commande *LEFT* ou *RIGHT* prend les groupes de caractères en début ou en fin de chaîne.
La commande *MID* permet d'extraire n'importe quel caractère de la chaîne.
La commande *SIZE* permet de compter le nombre de caractères d'une chaîne.
Les chaînes de caractères se saisissent entre guillemets.

La commande *ASC* retourne le code ASCII d'une chaîne de caractères. On peut l'utiliser pour obtenir le rang d'une lettre dans l'alphabet.
La commande inverse est *CHAR*. Elle retourne directement la lettre à partir de son code ASCII.
Ces deux commandes sont très pratiques ici et permettent de se passer d'utiliser une liste composée de toutes les lettres de l'alphabet dans l'algorithme.

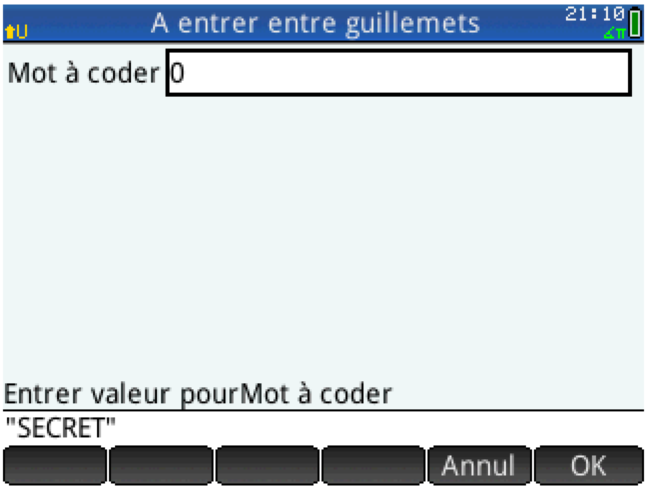
Captures d'écran :





1/ Avec toutes ces belles commandes, on peut facilement réaliser sur HP Prime cet algorithme :

```
EXPORT CESAR()
BEGIN
//On déclare en local en minuscule la variable n
local n;
LOCAL S,M,K;
""▸M;
//On demande à l'utilisateur d'entrer son mot à coder
INPUT(n," A entrer entre guillemets","Mot à coder");
SIZE(n)▸S;
FOR K FROM 1 TO S DO
//On décale chaque lettre de 3 rangs et on génère le mot codé
  M+CHAR(ASC(MID(n,K,1))+3)▸M;
END;
PRINT(M);
END;
```



VHFUHW

2/ Il s'agit maintenant de déchiffrer un mot codé. On procède donc dans l'autre sens :

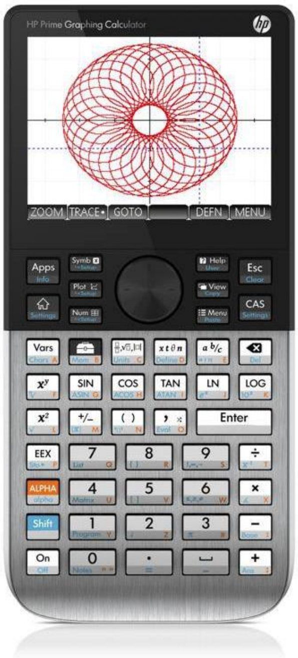
```
EXPORT CESAR()
BEGIN
local n;
LOCAL S,M,K;
""▸M;
//On demande à l'utilisateur d'entrer son mot codé
INPUT(n," A entrer entre guillemets","Mot codé");
SIZE(n)▸S;
FOR K FROM 1 TO S DO
//On recule cette fois de 3 lettres
  M+CHAR(ASC(MID(n,K,1))–3)▸M;
END;
PRINT(M);
END;
```

VHFUHW
SECRET

Dés de Sicherman

HP Prime

2nde



Sur une idée de Jean-Philippe BLAISE

*Les **dés de Sicherman** sont deux dés à 6 faces : les faces du premier sont consituées des numéros 1, 2, 2, 3, 3 et 4 et celles du second 1, 3, 4, 5, 6 et 8. Lorsque l'on jette ces 2 dés et que l'on ajoute les résultats des faces, on obtient non seulement les mêmes possibilités qu'avec un dé classique (de 2 à 12), mais avec les mêmes fréquences d'apparition !*

Réaliser un programme qui lance cinq cents fois deux dés de Sicherman ainsi que deux dés classiques et compare graphiquement les fréquences des sommes obtenues.

Solution pas à pas :

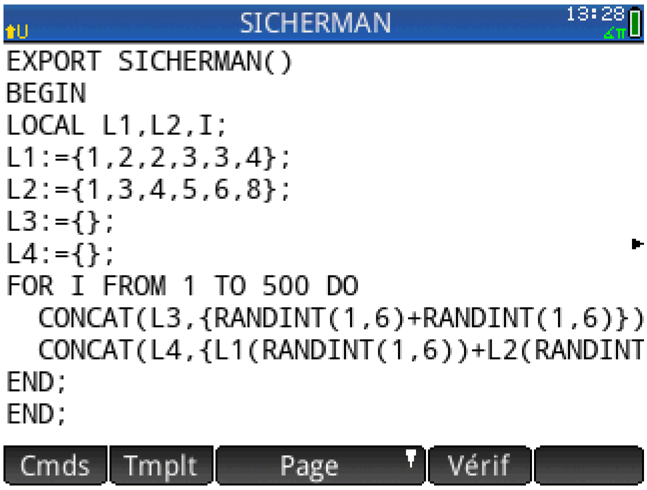
On stocke dans deux listes L3 et L4 les sommes des deux faces obtenues avec les deux types de dés sur 500 lancers (boucle For de 1 à 500).
RANDINT(1,6) donne un nombre entier aléatoire compris entre 1 et 6.

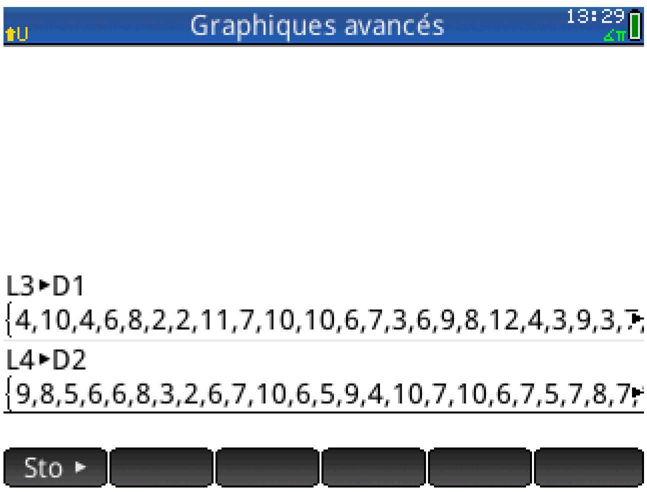
```
EXPORT SICHERMAN()
BEGIN
LOCAL L1,L2,I;
L1:={1,2,2,3,3,4};
L2:={1,3,4,5,6,8};
L3:={};
L4:={};
FOR I FROM 1 TO 500 DO
  CONCAT(L3,{RANDINT(1,6)+RANDINT(1,6)})▸L3;

CONCAT(L4,{L1(RANDINT(1,6))+L2(RANDINT(1,6))})
▸L4;
END;
END;
```

On pourra aussi la commande MAKELIST pour créer ces listes plus facilement.

Pour exploiter statistiquement les deux listes créées avec le programme, il faut les stocker dans les variables D1 et D2.

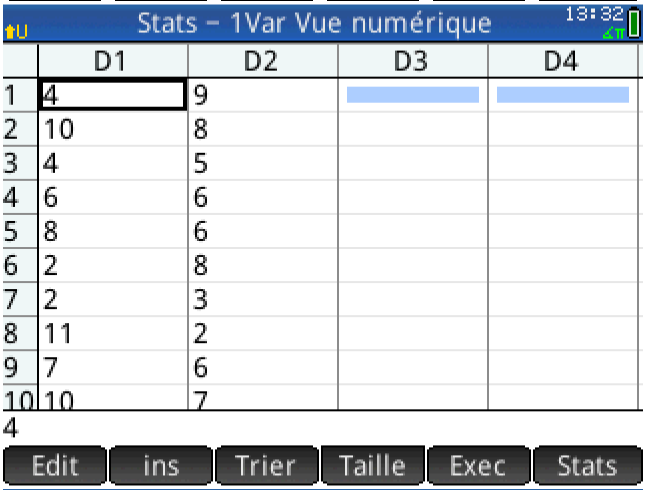
Captures d'écran :



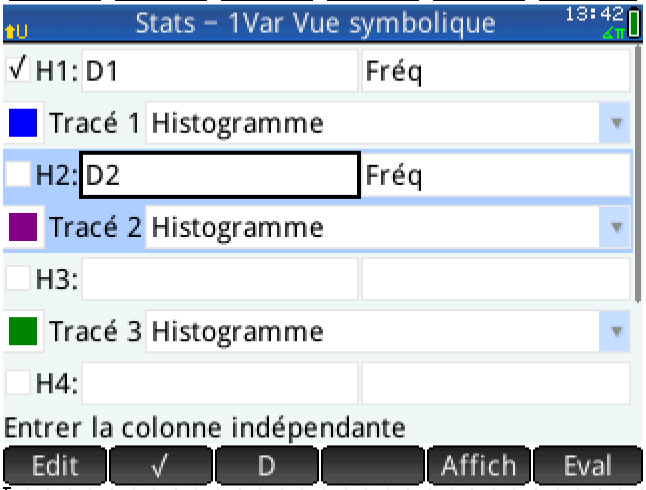


On lance ensuite l'application «Stats – 1Var » accessible depuis la touche Apps Info.

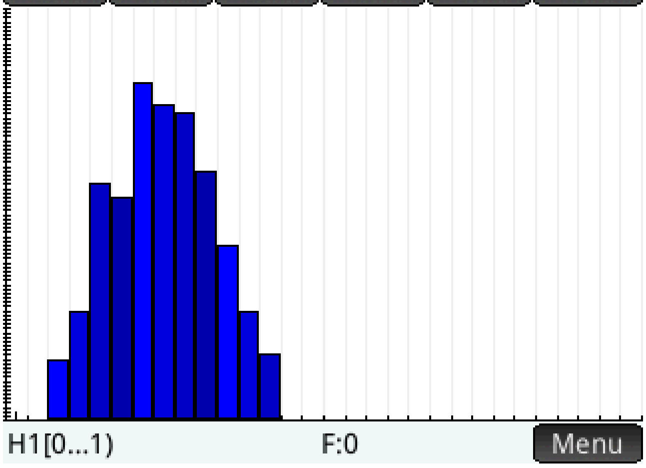
Les deux listes créées avec le programme apparaissent dans les 2 premières colonnes.



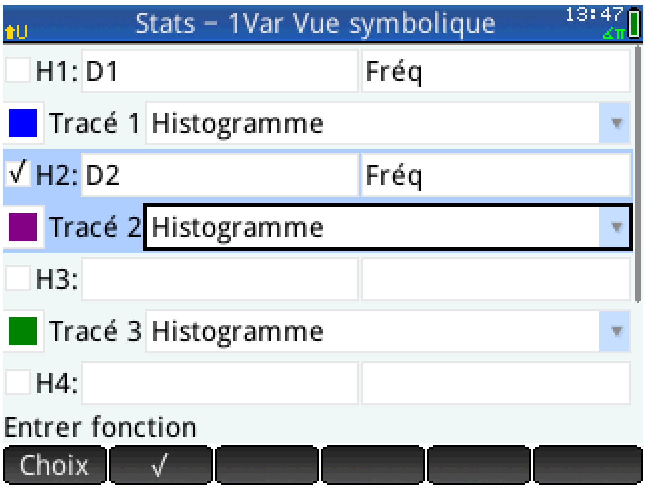
On appuie sur la touche Symb Setup pour effectuer les réglages sur le diagramme à afficher.
On sélectionne le tracé en histogramme et on saisit D2 au niveau de H2.
On cochera dans un premier temps D1 qui affichera l'histogramme obtenu avec les dés normaux.



Une pression sur la touche P donne cet histogramme.

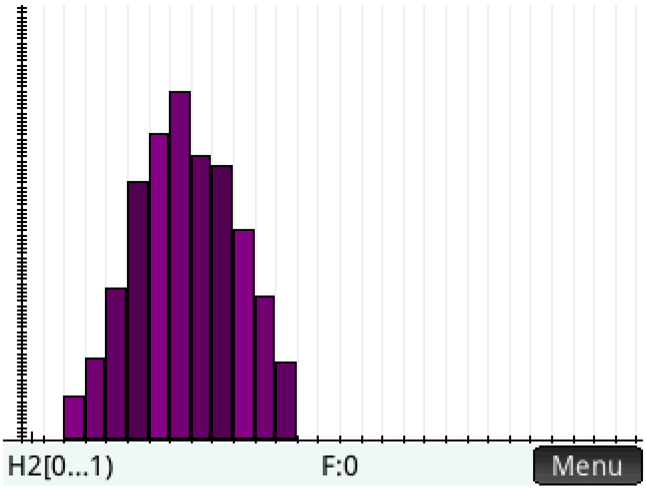


Appuyer à nouveau sur la touche Symb Setup pour cette fois cocher H2.



Une pression sur la touche Plot Setup donne l'histogramme pour les lancers des deux dés de Sicherman.
L'histogramme présente la même forme que celui des dés normaux.

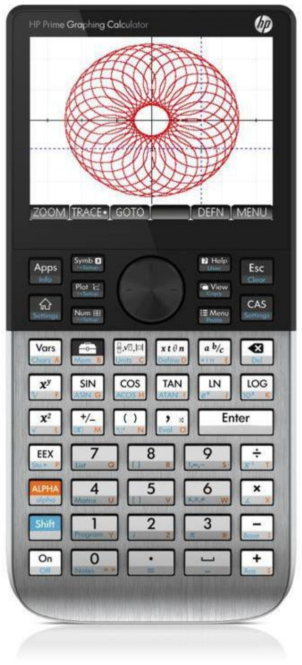
Plus on augmente le nombre de lancers, plus l'histogramme de Sicherman s'approche de celui des deux dés normaux.



2nde

Tirage du loto

HP Prime



Réaliser un programme simulant un tirage de loto (5 numéros de 1 à 49 + 1 numéro chance de 1 à 10).

7 5 18

Solution pas à pas :

La difficulté ici est de ne pas tirer une boule déjà sortie. Il suffit donc de créer une liste contenant les 49 boules de départ. A chaque tirage, on supprime de la liste la boule tirée grâce à la commande *remove(*
Notez la simplicité du code HP Prime comparée au casse-tête qu'est la programmation d'un tirage sans remise sur tableur ou encore sur certaines marques de calculatrices.

La commande *MAKELIST(* permet de créer très facilement la liste des 49 nombres entiers compris entre 1 et 49.

On écrit alors simplement sur HP Prime :

```
EXPORT LOTO()
BEGIN
MAKELIST(N,N,1,49,1)▸L1;
49▸N;
FOR I FROM 1 TO 5 DO
  L1(RANDINT(1,N))▸B;
  PRINT(B);
  remove(B,L1)▸L1;
  N−1▸N;
END;
PRINT("N° chance : "+RANDINT(1,10));
END;
```

Captures d'écran :

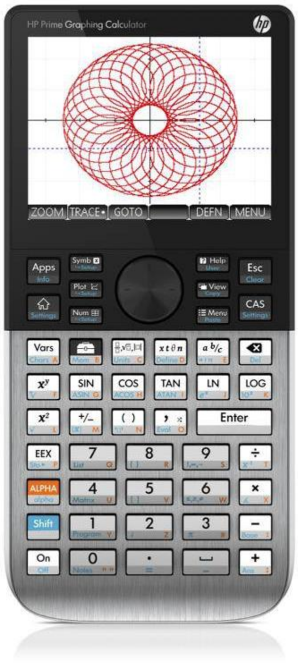
```
LOTO                                14:02
EXPORT LOTO()
BEGIN
MAKELIST(N,N,1,49,1)▸L1;
49▸N;
FOR I FROM 1 TO 5 DO
L1(RANDINT(1,N))▸B;
PRINT(B);
remove(B,L1)▸L1;
N−1▸N;
END;
PRINT("N° chance : "+RANDINT(1,10));
END;
Cmds | Tmplt | Page | Vérif
```

```
49
28
20
6
16
N° chance : 6
```

Tracer une spirale

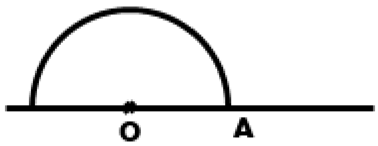
HP Prime

2nde



Niveau : Seconde.

Enoncé : Tracer une spirale obtenue en traçant des demi-cercles centrés successivement en O et en A.

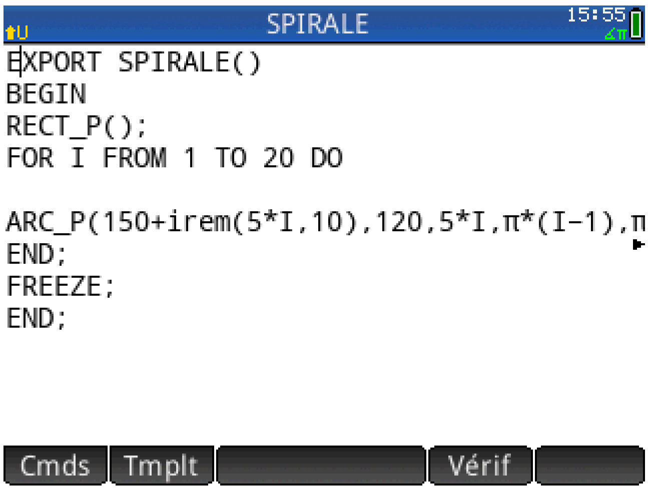


Solution pas à pas :

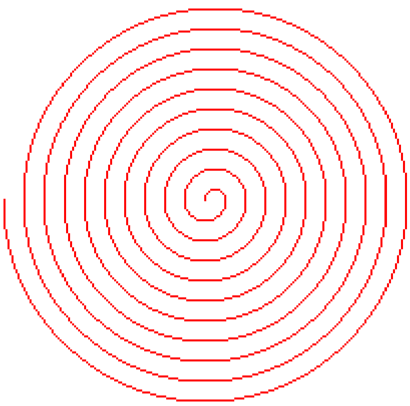
On réalise 20 demi-cercles en partant d'un demi-cercle de rayon 5.
La HP Prime trace des arcs de cercle avec la commande *ARC_P(x,y,R,a1,a2,C)*
où (x,y) sont les coordonnées du centre, R le rayon, a1 et a2 précisent l'angle délimité par l'arc et C sa couleur.
Pour faire varier successivement les centres des demi-cercles du point O au point A, on additionne à l'abscisse d'origine le reste des rayons successifs dans leurs divisions euclidiennes par le double du rayon. On additionne ainsi 0 ou le rayon successivement.
Les demi-cercles se tracent successivement avec des écarts d'angles entre 0 et π puis entre π et 2π. On peut alors utiliser dans la boucle incrémenté sur I les valeurs (I-1)π et Iπ.
RECT_P() ; permet d'obtenir un écran vierge avant le tracé.
FREEZE ; permet d'arrêter l'écran sur le dessin.

```
EXPORT SPIRALE()
BEGIN
RECT_P();
FOR I FROM 1 TO 20 DO
  ARC_P(150+5*I MOD 10,120,5*I,π*(I−1),π*I,RGB(255,0,0));
END;
FREEZE;
END;
```

Captures d'écran :



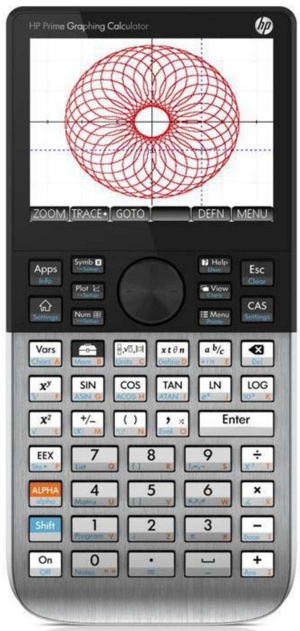
```
EXPORT SPIRALE()
BEGIN
RECT_P();
FOR I FROM 1 TO 20 DO

ARC_P(150+irem(5*I,10),120,5*I,π*(I−1),π
END;
FREEZE;
END;
```

Marche aléatoire

HP Prime

2nde



Une puce située à l'origine d'un axe gradué effectue 1 000 sauts successifs. A chaque saut, elle avance ou recule aléatoirement d'une unité sans préférence pour un sens ou l'autre. Représentez le chemin parcouru par la puce.

Solution pas à pas :

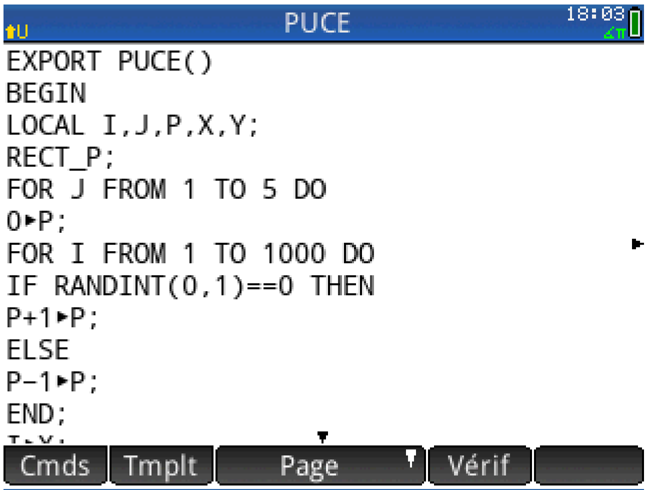
On tire aléatoirement les nombres 0 ou 1 pour savoir si la puce avance ou recule.
Dans une boucle, on effectue les 1000 sauts avec affichage à chaque étape d'un pixel d'abscisses les entiers consécutifs depuis 1 et d'ordonnées les positions de la puce après le saut.

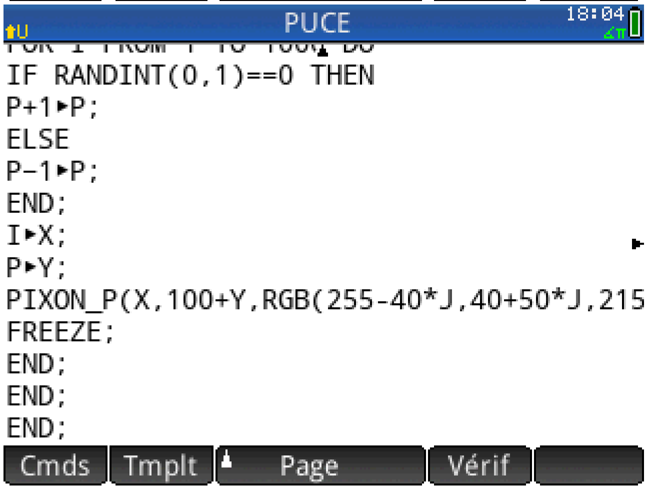
On peut simuler plusieurs marches aléatoires sur le même graphique en introduisant une boucle de 1 à 5 (pour afficher 5 courbes) et en jouant sur les couleurs grâce au code RGB à rendre dépendant de la variable d'incrémentation de la boucle.

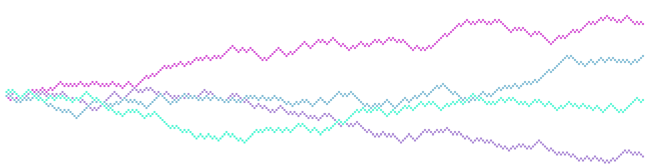
On écrira sur HP Prime :

```
EXPORT PUCE()
BEGIN
LOCAL I,J,P,X,Y;
RECT_P;
FOR J FROM 1 TO 5 DO
  0▸P;
  FOR I FROM 1 TO 1000 DO
    IF RANDINT(0,1)==0 THEN
      P+1▸P;
      ELSE
      P–1▸P;
    END;
  I▸X;
  P▸Y;
  PIXON_P(X,100+Y,RGB(255-40*J,40+50*J,215));
  END;
END;
FREEZE;
END;
```

Captures d'écran :



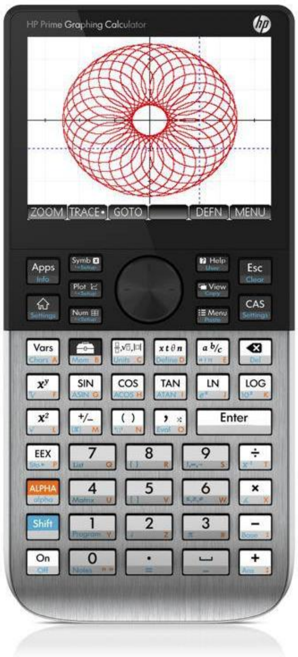




Main au poker

HP Prime

2nde



Enoncé : Au poker, une main de 5 cartes s'obtient en choisissant les cartes au hasard dans un jeu de 32 cartes.

Réaliser un programme affichant une main au poker.

Solution pas à pas :

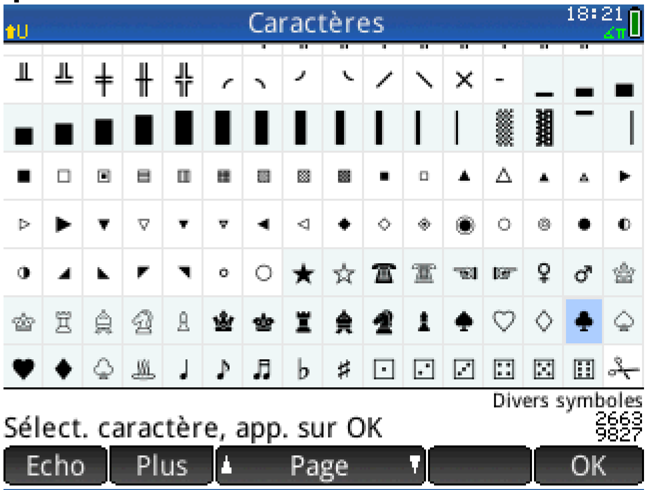
On crée une liste avec la valeur des cartes et une avec l'enseigne des cartes (trèfle, pique, cœur, carreau). Pour cette liste, on pourra utiliser les caractères spéciaux de la HP Prime. Elle propose justement les quatre enseignes des cartes (touches Shift et a Vars aa) sur la page 14.

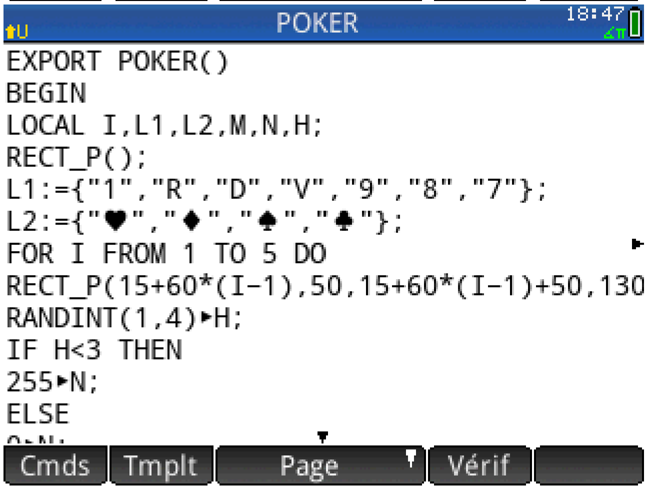
La HP Prime a de nombreuses et riches commandes graphiques. On peut très facilement les utiliser pour dessiner des cartes (rectangles) et afficher la valeur et l'enseigne sur 2 coins comme sur les véritables cartes à jouer.

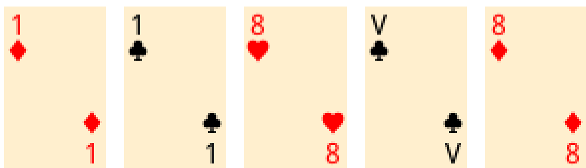
On peut alors écrire ce programme :

```
EXPORT POKER()
BEGIN
LOCAL I,L1,L2,M,N,H;
RECT_P();
L1:={"1","R","D","V","9","8","7"};
L2:={"♥","♦","♠","♣"};
FOR I FROM 1 TO 5 DO
 RECT_P(15+60*(I−1),50,15+60*(I−1)+50,130,RGB(255,235,2
00));
 RANDINT(1,4)▸H;
 IF H<3 THEN
  255▸N;
 ELSE
  0▸N;
 END;
 RANDINT(1,7)▸M;
 TEXTOUT_P(L1(M),18+60*(I−1),51,3,RGB(N,0,0));
 TEXTOUT_P(L1(M),55+60*(I−1),115,3,RGB(N,0,0));
 TEXTOUT_P(L2(H),15+60*(I−1),64,3,RGB(N,0,0));
 TEXTOUT_P(L2(H),52+60*(I−1),100,3,RGB(N,0,0));
END;
FREEZE;END;
```

Captures d'écran :



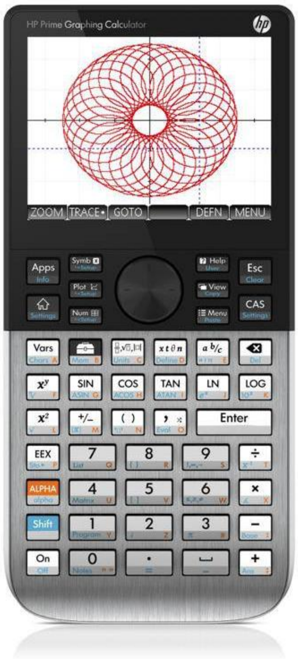




Programmes de simulation

HP Prime

2nde



Voici un programme utile en probabilités simulant les expériences aléatoires suivantes :

- Lancer d'une pièce de monnaie
- Lancer d'un dé à 6 faces
- Roue de la chance
- Tirage de boules dans une urne
- Tirage de cartes
- Nombres aléatoires

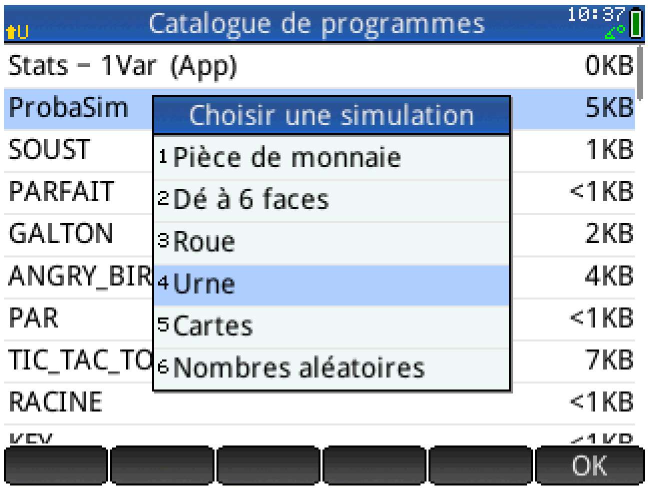
On pourra utiliser la fiche Elèves page 54.

Solution pas à pas :

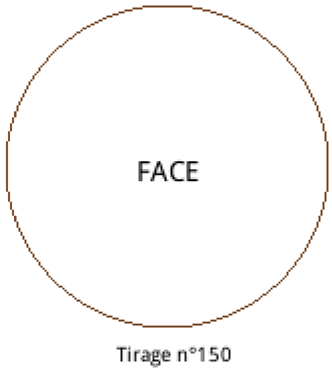
Le programme qui suit simule graphiquement les expériences décrites. La HP Prime est suffisamment riche et puissante notamment en commandes graphiques pour réaliser ces simulations facilement. Recopier le programme suivant dans l'éditeur de programme (touches Shift a 1 Program Y aa).

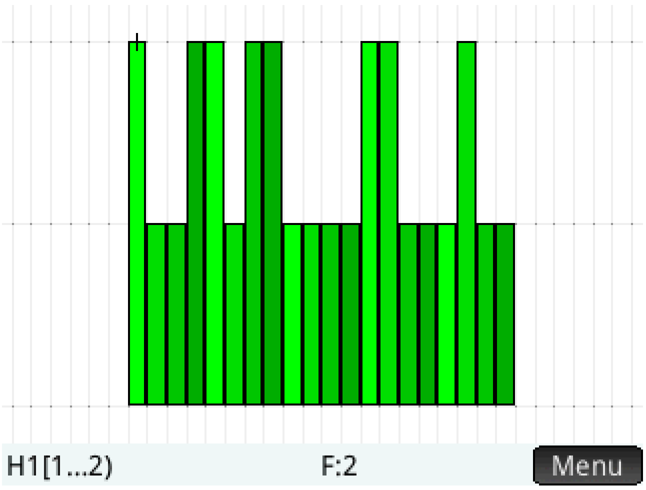
```
EXPORT ProbaSim()
BEGIN
//On appuie sur la touche ESC pour quitter la simulation en cours
//Se mettre sur l'application Stats-1-Var avant de lancer le programme ProbaSim
LOCAL C,R,I1,I2;
D1:={};
D2:={};
I1:=0;
I2:=0;
L1:={"PILE","FACE"};
L2:={195,195,115,115};
L3:={70,150,150,70};
L4:={#00C617h,#FFD800h,#0094FFh,#FF0000h,#CE0059h};
//On choisit le type de simulation souhaitée
CHOOSE(C,"Choisir une simulation",{"Pièce de monnaie","Dé à 6 faces","Roue","Urne","Cartes","Nombres aléatoires"});
//Le programme retourne « PILE » ou « FACE » sur une pièce de monnaie à chaque pression sur la touche ENTER
//La HP Prime est tellement rapide que l'on peut faire 150 lancers au moins de 10 secondes en maintenant la touche ENTER appuyée
IF C==1 THEN
```

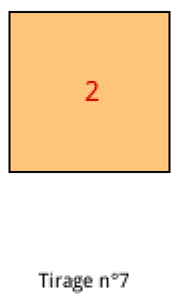
Captures d'écran :



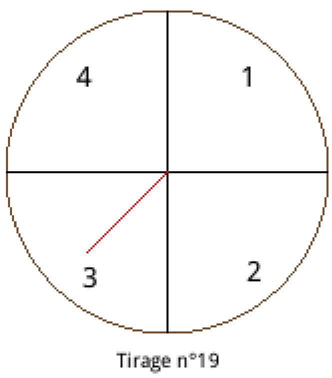
```
  WHILE ISKEYDOWN(4)<>1 DO
  RECT;
  ARC_P(155,110,80,0,360,RGB(124,78,41));
  IF ISKEYDOWN(30)==1 THEN
    R:=1+FLOOR(RANDOM(2));
    TEXTOUT_P(L1(R),140,105,3);
    I1:=I1+1;
//Les résultats sont stockés dans des listes directement
exploitables depuis l'application Stats-1-Var où l'on peut
notamment obtenir le diagramme en barres des fréquences
    D1:=CONCAT(C1,{I1});
    TEXTOUT_P("Tirage n°"+I1,130,200,1);
    D2:=CONCAT(C2,{R});
  END;
  WAIT;
END;
ELSE
//Le lancer d'un dé à 6 faces est simulé par l'affichage d'un
carré sur lequel on écrit un chiffre entier tiré aléatoirement
entre 1 et 6.
IF C==3 THEN
  WHILE ISKEYDOWN(4)<>1 DO
    RECT;
    ARC_P(155,110,80,0,360,RGB(124,78,41));
    LINE_P(155,30,155,190);
    LINE_P(75,110,235,110);
    TEXTOUT_P("1",192,55);
    TEXTOUT_P("2",195,152);
    TEXTOUT_P("3",113,155);
    TEXTOUT_P("4",110,55);
    IF ISKEYDOWN(30)==1 THEN
      R:=1+FLOOR(RANDOM(4));
      LINE_P(155,110,L2(R),L3(R),RGB(255,0,0));
      I1:=I1+1;
      D1:=CONCAT(D1,{I1});
      TEXTOUT_P("Tirage n°"+I1,130,200,1);
      D2:=CONCAT(D2,{R});
    END;
  WAIT;
END;
ELSE
//La simulation de la roue affiche une aiguille tombant
aléatoirement sur l'un des 4 quarts d'un disque.
IF C==2 THEN
  WHILE ISKEYDOWN(4)<>1 DO
    RECT;
    RECT_P(115,70,195,150,2,RGB(255,194,124));
    IF ISKEYDOWN(30)==1 THEN
       R:=1+FLOOR(RANDOM(6));
       TEXTOUT_P(R,153,102,3,RGB(210,0,0));
       I1:=I1+1;
       D1:=CONCAT(D1,{I1});
      TEXTOUT_P("Tirage n°"+I1,130,200,1);
      D2:=CONCAT(D2,{R});
    END;
  WAIT;
END;
ELSE
// Pour l'urne, on la dessine et on dessine une pastille colorée
(tirage aléatoire entre 5 couleurs)
IF C==4 THEN
  WHILE ISKEYDOWN(4)<>1 DO
    RECT;
    ARC_P(155,110,50,135,405,RGB(0,135,234));
    LINE_P(190,75,215,40,RGB(0,135,234));
```

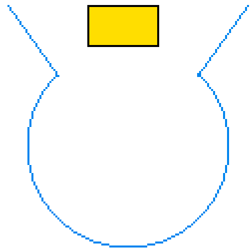


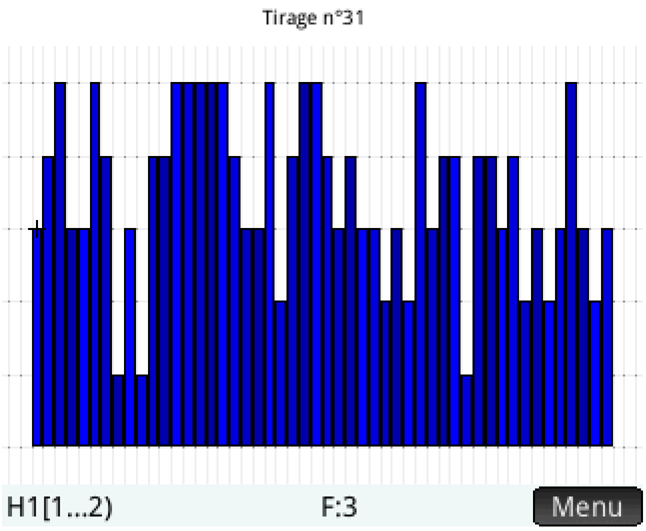


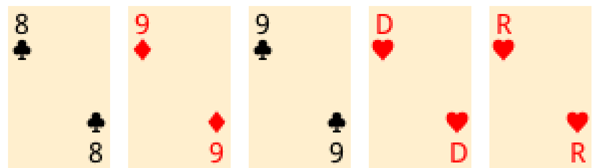


```
    LINE_P(120,75,95,40,RGB(0,135,234));
    IF ISKEYDOWN(30)==1 THEN
      R:=1+FLOOR(RANDOM(5));
      RECT_P(135,40,170,60,3,L4(R));
      I1:=I1+1;
      TEXTOUT_P("Tirage n°"+I1,130,200,1);
      D1:=CONCAT(D1,{I1});
      D2:=CONCAT(D2,{R});
    END;
  WAIT;
END;
ELSE
// Les deux dernières simulations : cartes et nombres
aléatoires sont celles décrites dans les tutoriaux « Main au
poker » et « Tirage du loto ».
IF C==5 THEN
  WHILE ISKEYDOWN(4)<>1 DO
    IF ISKEYDOWN(30)==1 THEN
      RECT_P();
      L1:={"1","R","D","V","9","8","7"};
      L2:={"♥","♦","♠","♣"};
      FOR I FROM 1 TO 5 DO
RECT_P(15+60*(I−1),50,15+60*(I−1)+50,130,RGB(255,235,20
0));
        RANDINT(1,4)▸H;
        IF H<3 THEN
          255▸N;
        ELSE
          0▸N;
        END;
       RANDINT(1,7)▸M;
       TEXTOUT_P(L1(M),18+60*(I−1),51,3,RGB(N,0,0));
       TEXTOUT_P(L1(M),55+60*(I−1),115,3,RGB(N,0,0));
       TEXTOUT_P(L2(H),15+60*(I−1),64,3,RGB(N,0,0));
       TEXTOUT_P(L2(H),52+60*(I−1),100,3,RGB(N,0,0));
    END;
  END;
  WAIT;
END;
ELSE
IF C==6 THEN
  WHILE ISKEYDOWN(4)<>1 DO
    PRINT;
    IF ISKEYDOWN(30)==1 THEN
      MAKELIST(N,N,1,49,1)▸L1;
      49▸N;
      FOR I FROM 1 TO 5 DO
        L1(RANDINT(1,N))▸B;
        PRINT(B);
        remove(B,L1)▸L1;
        N−1▸N;
      END;
    PRINT("N° chance : "+RANDINT(1,10));
  END;
WAIT;
END;

END;
END;
END;
END;
END;
END;
END;
```









Nom :
Prénom :

Simulations : fiche élève

HP Prime

2nde

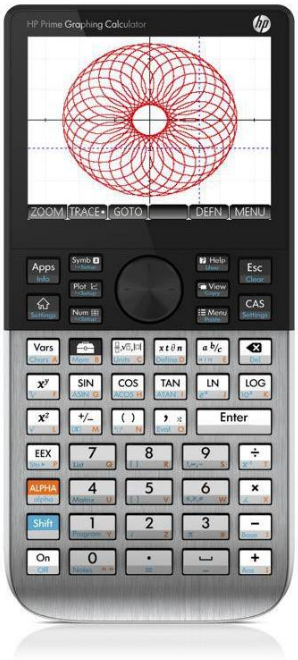
Effectuer 100 simulations de chaque expérience sur le HP Prime et compléter les tableaux ci-dessous :

Expérience	**Fréquence de faces**	**Valeur décimale de la fréquence de faces**	**Probabilité d'obtenir face**
Pièce de monnaie			
Expérience	**Fréquence du 6**	**Valeur décimale de la fréquence du 6**	**Probabilité d'obtenir le 6**
Dé			
Expérience	**Fréquence du 3**	**Valeur décimale de la fréquence du 3**	**Probabilité d'obtenir 3**
Roue			
Expérience	**Fréquence de jaune**	**Valeur décimale de la fréquence du jaune**	**Probabilité d'obtenir jaune**
Urne			
Expérience	**Fréquence**	**Valeur décimale de la fréquence**	**Probabilité**
Cartes	**du cœur :**		
Cartes	**de l'as :**		
Cartes	**de l'as cœur :**		
Expérience	**Fréquence**	**Valeur décimale de la fréquence**	**Probabilité**
Nombres aléatoires	**du 7 :**		
Nombres aléatoires	**du 1 en N° chance :**		
Nombres aléatoires	**de deux N° consécutifs :**		

Numéro SIRET

HP Prime

2nde



Chaque entreprise possède un code unique l'identifiant : le numéro de SIRET (Système d'Identification du Répertoire des Etablissements).
Le code SIRET comporte 14 chiffres, le dernier étant une clé de contrôle.
Il est composé de cette manière :
On positionne chaque chiffre du code du rang 14 au rang 1.
On multiplie les chiffres de rang impair par 1 et ceux de rang pair par 2.
On additionne les chiffres de chaque résultat de multiplication.
On additionne les résultats de chaque rang.
Si la somme est un multiple de 10, le numéro SIRET est valide.
Exemple : SIRET du ministère de l'Education Nationale : 11004301500012

14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1	**1**	**0**	**0**	**4**	**3**	**0**	**1**	**5**	**0**	**0**	**0**	**1**	**2**
1x2	1x1	0x2	0x1	4x2	3x1	0x2	1x1	5x2	0x1	0x2	0x1	1x2	2x1
2	1	0	0	8	3	0	1	(10) 1+0 =1	0	0	0	2	2

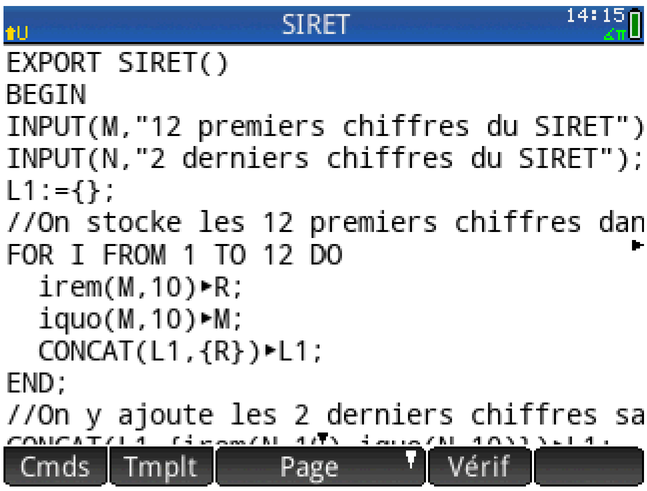
2+1+0+0+8+3+0+1+1+0+0+0+2+2=20 qui est un multiple de 10.
Créer un algorithme vérifiant un numéro SIRET.

Solution pas à pas :

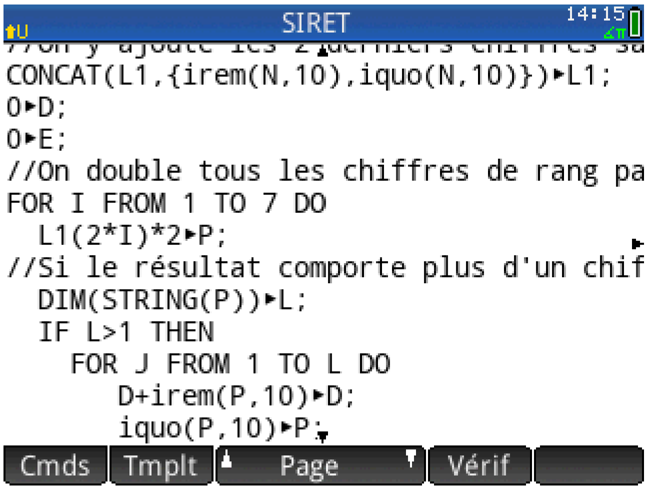
On demande à l'utilisateur de saisir un numéro SIRET.
La HP Prime gère les nombres jusqu'à 12 chiffres. Il faut donc séparer la demande à l'utilisateur en deux : les 12 premiers chiffres puis les 2 derniers.
Voici le programme avec annotations explicatives :

```
EXPORT SIRET()
BEGIN
INPUT(M,"12 premiers chiffres du SIRET");
INPUT(N,"2 derniers chiffres du SIRET");
L1:={};
//On stocke les 12 premiers chiffres dans une liste
FOR I FROM 1 TO 12 DO
  M MOD 10▸R;
  iquo(M,10)▸M;
  CONCAT(L1,{R})▸L1;
END;
//On y ajoute les 2 derniers chiffres saisis
CONCAT(L1,{irem(N,10),iquo(N,10)})▸L1;
0▸D;
0▸E;
//On double tous les chiffres de rang pair
FOR I FROM 1 TO 7 DO
  L1(2*I)*2▸P;
```

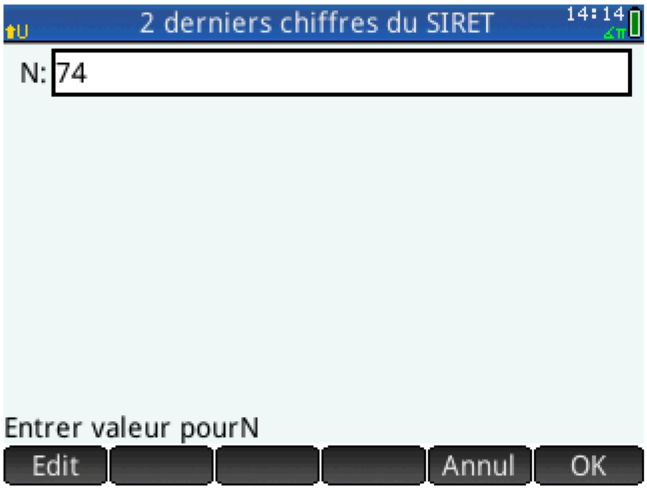
Captures d'écran :



```
//Si le résultat comporte plus d'un chiffre, on additionne
chaque chiffre
 DIM(STRING(P))▸L;
 IF L>1 THEN
  FOR J FROM 1 TO L DO
   D+ P MOD 10▸D;
   iquo(P,10)▸P;
  END;
 ELSE
  E+P▸E;
 END;
END;
0▸S;
//On additionne les chiffres de rang impair
FOR I FROM 0 TO 6 DO
 S+L1(2*I+1)▸S;
END;
//On vérifie si la somme finale est un multiple de 10
 IF irem(D+E+S,10)==0 THEN
  PRINT("Numéro de SIRET valide");
 ELSE
  PRINT("Numéro de SIRET invalide");
 END;
END;
```



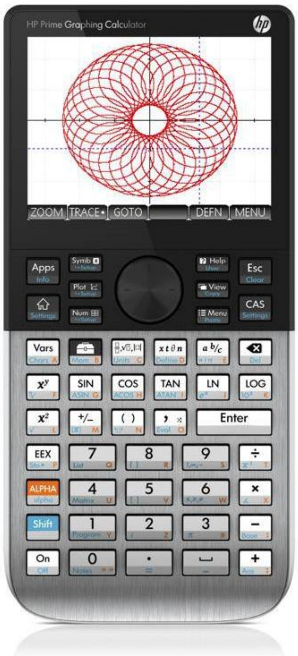
On saisit le numéro SIRET (en deux fois : 12 chiffres puis les 2 derniers) et le programme affiche sir le numéro est valide ou invalide.



2nde

Numéro ISBN

HP Prime



Chaque livre publié est identifié par un code unique : le numéro ISBN (International Standard Book Number).
Le code ISBN comporte 10 chiffres, le dernier étant une clé de contrôle.
Le code est validé ainsi : on additionne les neufs premiers chiffres multipliés chacun par leur rang. Le reste du résultat de cette addition dans la division euclidienne par 11 doit être la clé (le dernier chiffre).
Remarque : si le reste est 10, le dernier chiffre est noté X.
Exemple : avec l'ISBN 2501086902 (mini guide des champignons).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	**5**	**0**	**1**	**0**	**8**	**6**	**9**	**0**	**2**
2x1	5x2	0x3	1x4	0x5	8x6	6x7	9x8	0x9	
2	10	0	4	0	48	42	72	0	

2+10+0+4+0+48+42+72+0=178=11x16+2 et 2 est bien le dernier chiffre.

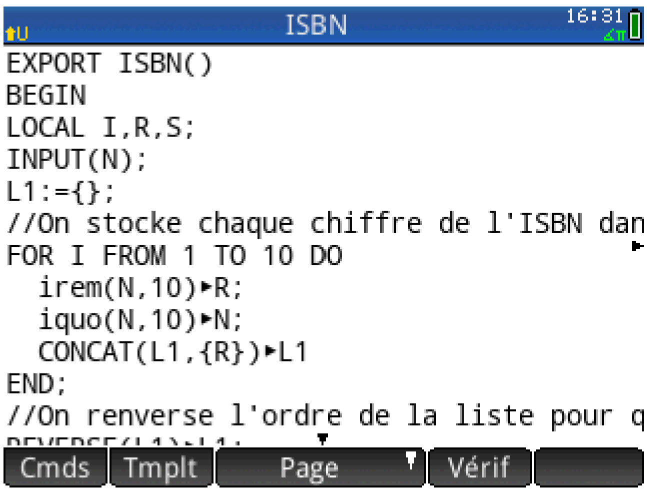
Solution pas à pas :

On demande à l'utilisateur de saisir un numéro ISBN (10 chiffres).

Voici le programme avec annotations explicatives :

```
EXPORT ISBN()
BEGIN
LOCAL I,R,S;
INPUT(N);
L1:={};
//On stocke chaque chiffre de l'ISBN dans une liste
FOR I FROM 1 TO 10 DO
  N MOD 10▸R;
  iquo(N,10)▸N;
  CONCAT(L1,{R})▸L1
END;
//On renverse l'ordre de la liste pour que les chiffres soient
dans le même ordre que l'ISBN
REVERSE(L1)▸L1;
//On additionne les 9 premiers chiffres multipliés par leur rang
0▸S;
FOR I FROM 1 TO 9 DO
  S+L1(I)*I▸S;
END;
//On vérifie si le reste de la somme par 11 est bien le dernier
chiffre
IF S MOD 11==L1(10) THEN
  PRINT("N° ISBN valide");
ELSE
  PRINT("N° ISBN invalide");
END;
END;
```

Captures d'écran :

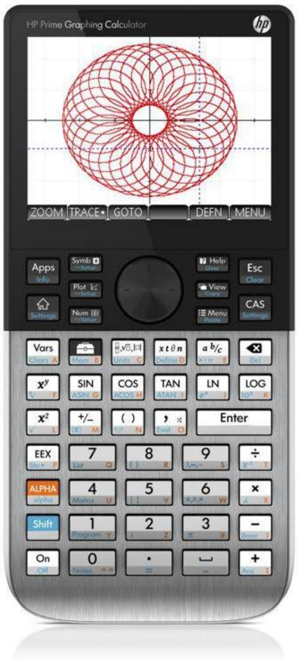


N° ISBN valide

Algorithme : jeu des allumettes

HP Prime

2nde



Ce jeu se joue à 2 joueurs.
On commence avec 10 allumettes. A tour de rôle, chaque joueur enlève entre 1 et 3 allumettes.
Celui qui retire la dernière allumette a perdu l partie.

Créer un programme permettant de jouer à ce jeu.

Solution pas à pas :

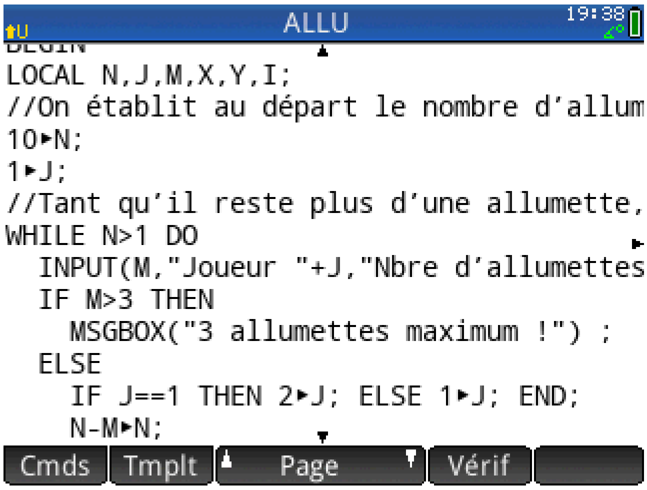
Voici le programme avec annotations explicatives :

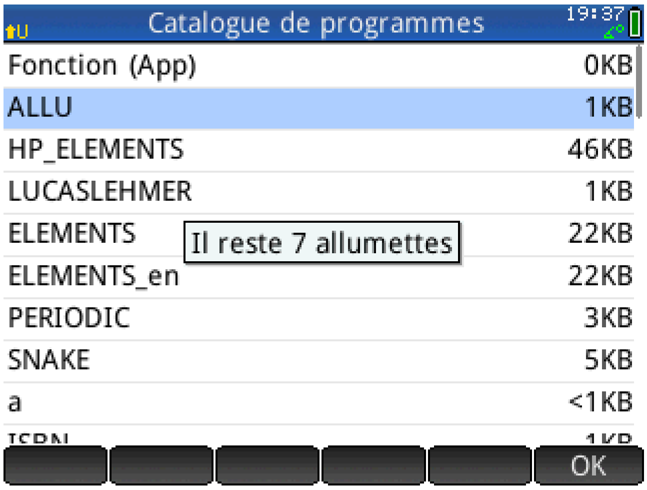
```
EXPORT ALLU()
BEGIN
LOCAL N,J,M,X,Y,I;
//On établit au départ le nombre d'allumettes à 10 et on règle le 1er joueur sur 1
10▸N;
1▸J;
//Tant qu'il reste plus d'une allumette, on enchaîne les coups en alternant les joueurs
WHILE N>1 DO
  INPUT(M,"Joueur "+J,"Nbre d'allumettes à retirer ?");
  IF M>3 THEN
    MSGBOX("3 allumettes maximum !") ;
  ELSE
    IF J==1 THEN 2▸J; ELSE 1▸J; END;
    N-M▸N;
  END;
  MSGBOX("Il reste "+N+" allumettes");
END;
//On indique quel joueur a perdu
MSGBOX("Le joueur "+J+" a perdu !");
END;
```

Bonus : on peut améliorer le programme en créant une interface graphique :

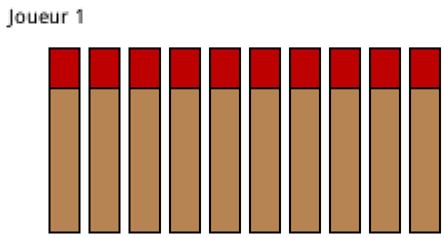
```
EXPORT ALLU()
BEGIN
LOCAL N,J,M,I;
```

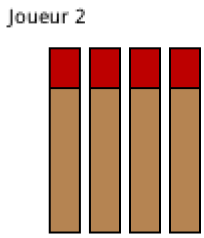
Captures d'écran :





```
10▸N
1▸J;

//On dessine 10 rectangles pour représenter les allumettes
RECT_P;
TEXTOUT_P("Joueur "+J,10,10,1,1) ;
FOR I FROM 1 TO 10 DO
RECT_P(10+20*I,30,25+20*I,50,3,RGB(186,0,0));
RECT_P(10+20*I,50,25+20*I,122,3,RGB(181,135,83));
END;
//On affiche les allumettes pendant 5 secondes
WAIT(5);
//Tant qu'il reste plus d'une allumette, on enchaîne les coups
en alternant les joueurs
WHILE N>1 DO
 INPUT(M,"Joueur "+J,"Nbre d'allumettes à retirer ?");
 IF M>3 THEN
  MSGBOX("3 allumettes maximum !") ;
 ELSE
  IF J==1 THEN 2▸J; ELSE 1▸J; END;
  N-M▸N;
 END;
//On affiche les allumettes restantes
RECT_P;
TEXTOUT_P("Joueur "+J,10,10,1,1);
FOR I FROM 1 TO N DO
 RECT_P(10+20*I,30,25+20*I,50,3,RGB(186,0,0));
 RECT_P(10+20*I,50,25+20*I,122,3,RGB(181,135,83));
END;
WAIT(5);
END;
//On indique quel jour a perdu
MSGBOX("Le joueur "+J+" a perdu !");
END;
```

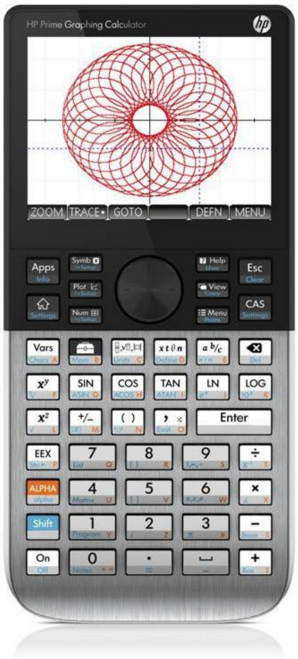




Algorithme : problème du spaghetti

HP Prime

2nde



Je dispose d'un spaghetti. Quelle est la probabilité qu'en le coupant en trois je puisse former avec les trois bouts obtenus un triangle ?

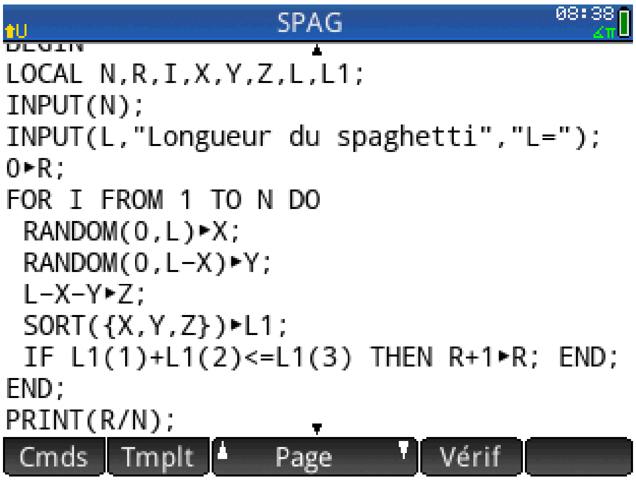
Solution pas à pas :

Il s'agit de vérifier l'inégalité triangulaire sur les trois longueurs de spaghetti obtenu aléatoirement.
On fixera la longueur totale du spaghetti.
On peut ainsi établir l'algorithme suivant :

Algorithme
Entrée
Demander le nombre d'essais N
Demander la longueur du spaghetti L
Initialisation
Initialisation de la variable R (nombre de succès)
Traitement
Pour I allant de 1 à N
Couper le 1er morceau de longueur X
(X = aléatoire tel que 0 < X < L)
Couper le 2nd morceau de longueur Y
(Y = aléatoire tel que 0 < Y < L–X)
Calculer la longueur du 3ème morceau Z
(Z= L–X–Y)
Si le maximum de ces trois longueurs est inférieur ou égal à la somme des deux autres
Alors Augmenter R de 1
Fin du Si
Fin du Pour
Sortie
Afficher R/N

L'algorithme retourne la fréquence de triplets vérifiant l'inégalité triangulaire.
Plus le nombre d'essais est grand, plus la fréquence tend vers la probabilité recherchée.

Captures d'écran :

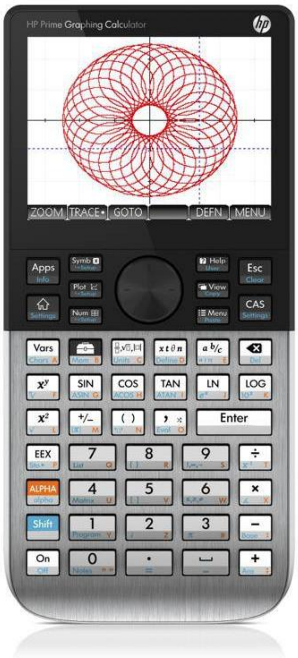


.87

Algorithme : balle rebondissante

2nde

HP Prime



On lance une balle d'une hauteur initiale de 300 cm.
On suppose qu'à chaque rebond, la balle perd 10 % de sa hauteur (la hauteur est donc multipliée par 0,9 à chaque rebond).
On cherche à savoir le nombre de rebonds nécessaire pour que la hauteur de la balle soit inférieure ou égale à 10 cm.
Écrire un algorithme permettant de résoudre ce problème.

Solution pas à pas :

On réduit successivement la hauteur précédente de 10% depuis la hauteur initiale jusqu'à ce que les 10 cm soient atteints.
On utilisera une boucle « Tant que » dans l'algorithme :

Algorithme

Initialisation

Nombre *h* initialisé à la valeur 300
Nombre *n* initialisé à la valeur 0

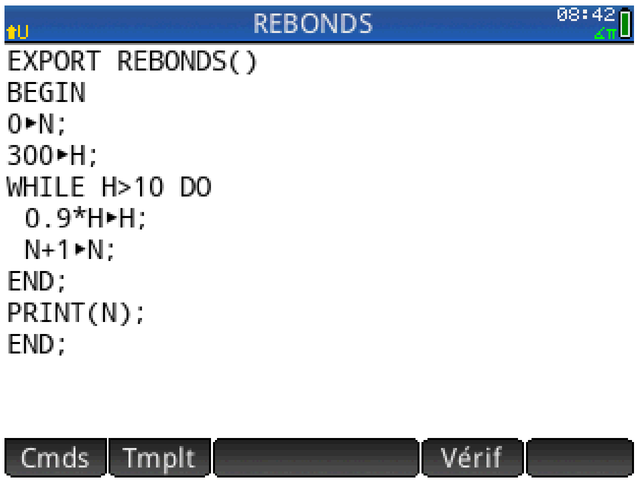
Traitement

Tant que *h* > 10
Stocker *h**0,9 dans *h*
Stocker *n*+1 dans *n*
Fin de la boucle tant que

Sortie

Afficher *n*

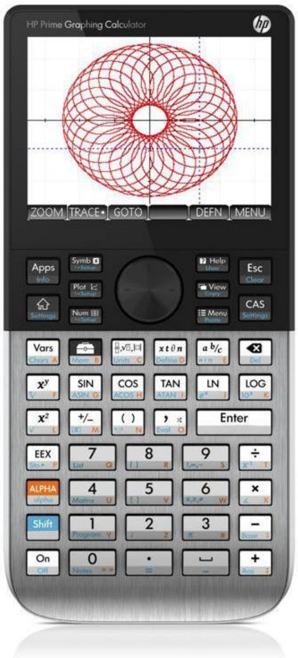
Captures d'écran :



Le poids : force de pesanteur

HP Prime

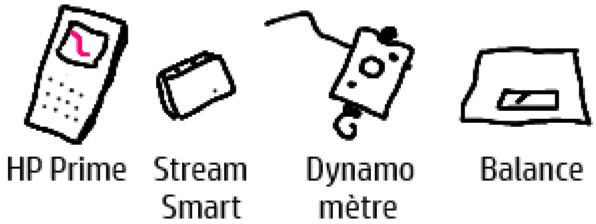
2nde



Durée : 1 heure

Objectif : découvrir le poids comme force de pesanteur, introduction de l'accélération de pesanteur et de la formule P=m.g.

Matériel :



Travail : mesurer le poids à l'aide du capteur de force (dynamomètre) de différents objets de différentes masses.

Solution pas à pas :

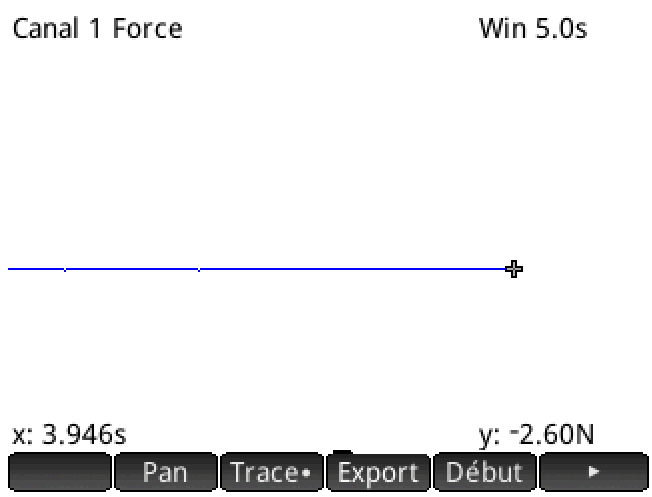
On commence par régler le capteur de force sur +-10N.
Une fois l'objet pesé, on le suspend au crochet du capteur et on lance l'acquisition depuis l'application DataStreamer pour mesurer la valeur de la force en newtons (N).

Si on suspend par exemple la HP Prime (qui pèse 224 g = 0,224 kg), le capteur affiche -2,60N.

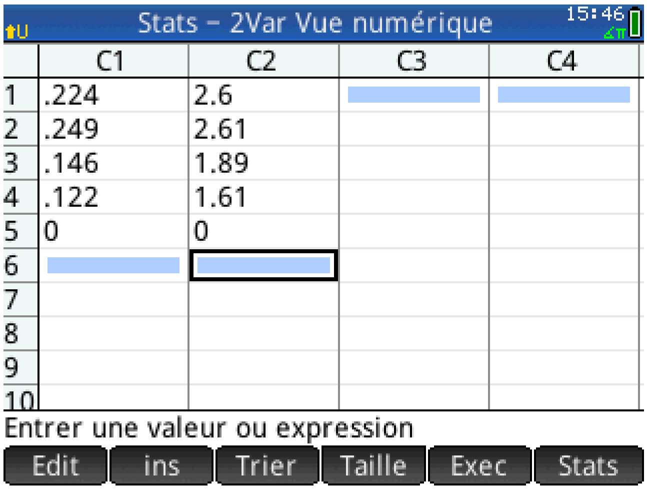
On pèse d'autres objets (les trois autres calculatrices nouvelle génération de HP par exemple) pour dresser ce tableau :

Objet	Masse (kg)	Force (N)
HP Prime	0,224	2,60
HP 39gII	0,249	2,61
HP 300S+	0,146	1,89
HP 10S+	0,122	1,61

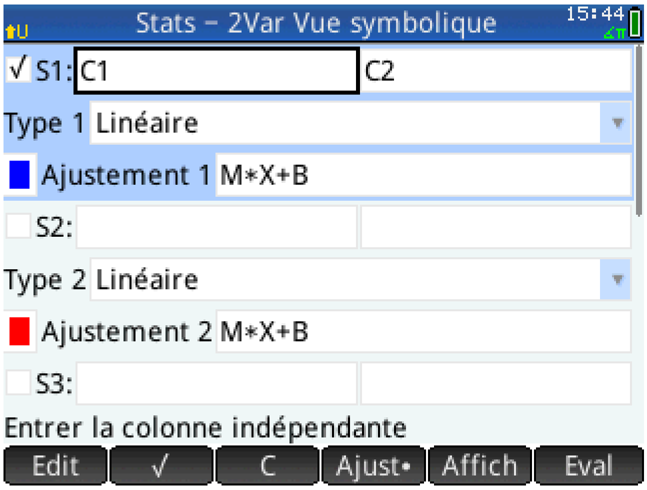
Captures d'écran :



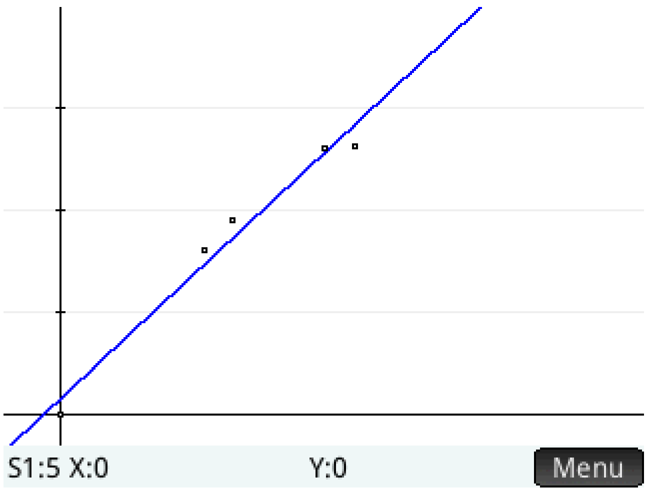
On entre ce tableau dans l'application « Stats-2-Var » (touche Num ↳Setup).
On ajoute la ligne 0 N pour 0 kg.



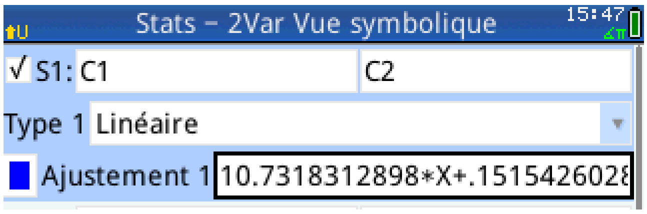
On règle la régression sur un ajustement linéaire (touche Symb ↳Setup).



Les points forment en effet à peu près un alignement (touche Plot ↳Setup).



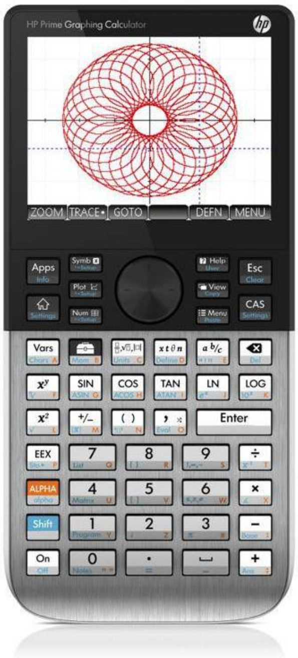
On obtient les caractéristiques de la droite en appuyant sur la touche Symb ↳Setup.
La droite passant par l'origine, son équation peut s'écrire y = 10x.
C'est-à-dire P=m.g avec P, le poids en N et m la masse en kg.
g est le coefficient directeur de la droite (environ 10). On l'appelle intensité de force de pesanteur (il vaut réellement environ 9,81 N/kg).



Ondes sonores

HP Prime

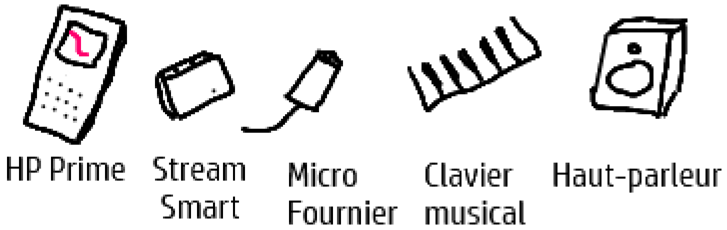
2nde



Durée : 1 heure

Objectif : Caractériser le type d'une onde sonore sinusoïdale à partir de notes jouées au piano.

Matériel :



Travail : Mesurer la période et calculer la fréquence des 7 premières notes d'un clavier de piano.

Observer le type d'onde sonore émise par une basse.

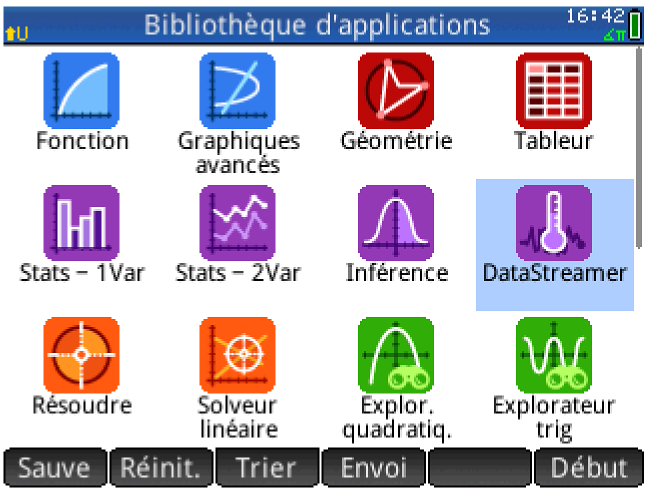
On pourra distribuer la fiche élève (page 67).

Solution pas à pas :

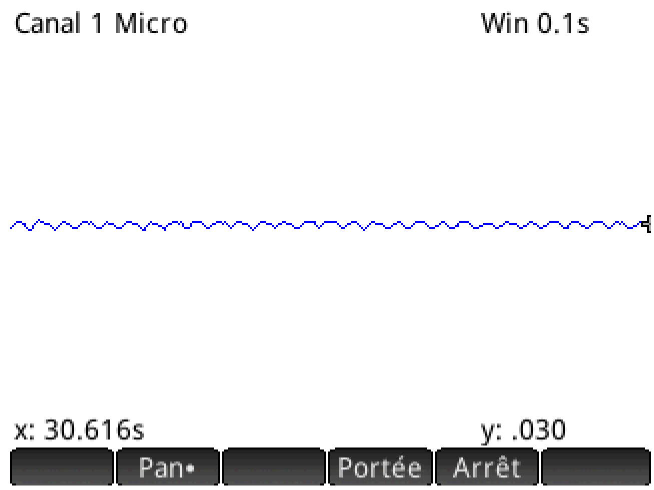
A l'aide d'un clavier de piano (on pourra utiliser un clavier virtuel sur un ordinateur équipé de haut-parleurs, par exemple sur : http://www.bgfl.org/custom/resources_ftp/client_ftp/ks2/music/piano/), on joue les 7 premières notes en enregistrant chaque note à l'aide du microphone relié au StreamSmart.

L'application DataStreamer affiche en temps réel l'enregistrement du son par le microphone dès qu'on appuie sur Début.

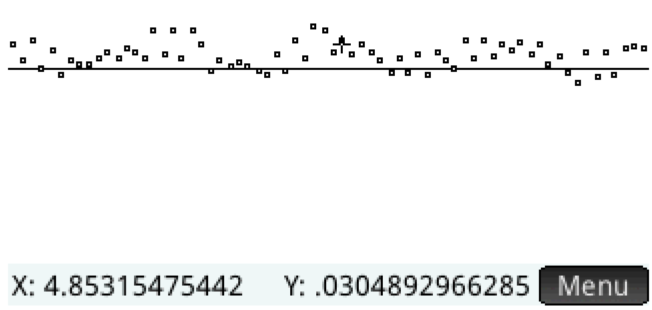
Captures d'écran :



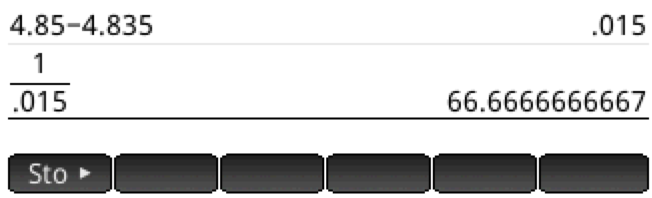
Voici ci-contre, une partie de l'enregistrement pour la 1ère note du clavier.
La courbe ressemble à une courbe sinusoïdale.



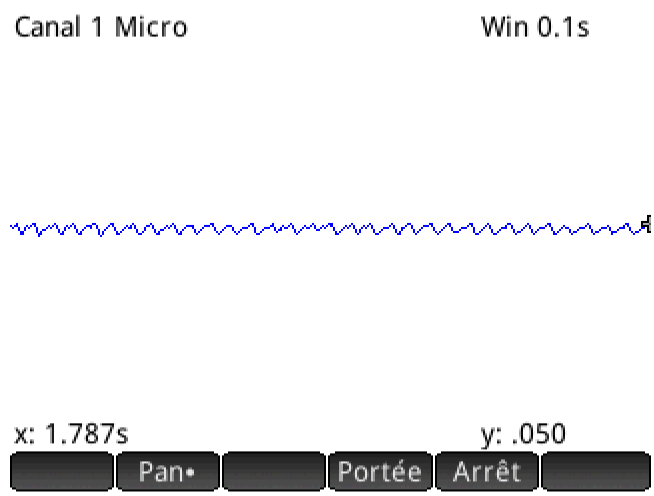
On le voit mieux après exportation et zoom.
L'onde sonore émise par le piano se propage dans l'air entre le haut-parleur et le microphone.
L'onde est dite mécanique progressive périodique car la courbe représente une fonction périodique du temps : la perturbation se répète identique à elle-même à intervalles de temps identiques.



La fréquence et la période sont liées par la relation : f =1/T.
On mesure la période (intervalle de temps entre deux crêtes de la courbe sinusoïdale) : 0,015 s.
Ce qui représente une fréquence d'environ 67 Hz.
Il s'agit du do de la 1ère octave.

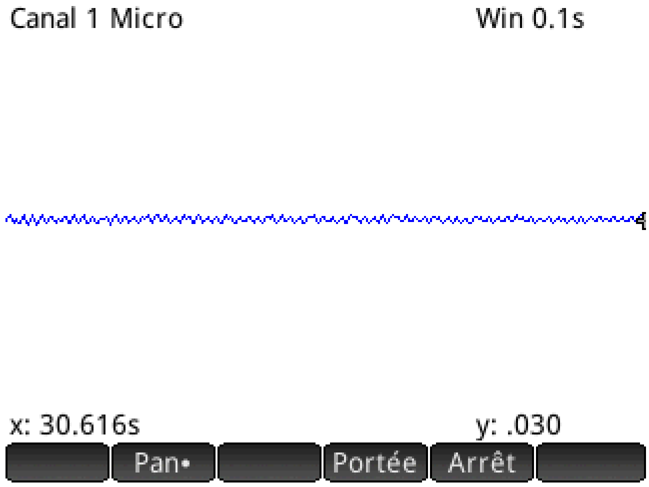


Sur la note suivante, on observe une période plus courte (sinusoïdes plus serrées) : 0,0135 s soit une fréquence de 74 Hz. Ce qui correspond à la noté ré de la 1ère octave.

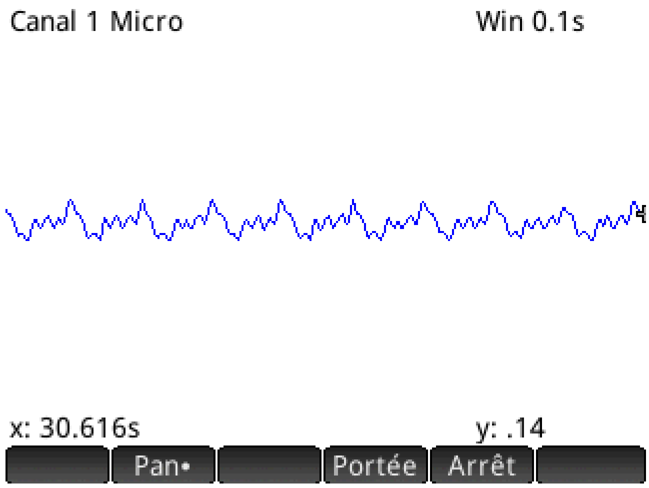


Les sons graves ont des fréquences faibles alors que les sons aigus ont de grandes fréquences.

La fréquence d'une note double d'une octave à la suivante (par exemple le Do de la 2ème octave a une fréquence de 2x67=134 Hz).
Voici la courbe obtenue avec la dernière touche du piano. La période est très courte (sinusoïdes très serrées). Le son est très aigu.



Si l'on regarde maintenant le son émis par une basse (sélectionner DOUBLE BASS sur le clavier virtuel), on obtient une courbe qui n'est plus sinusoïdale.
Il y a plusieurs harmoniques.



Nom :
Prénom :

Ondes sonores : fiche élève

HP Prime

2nde

Compléter les lignes et tableau suivants :

Allure des courbes observées au StreamSmart :

Définition d'une onde mécanique progressive périodique :

Touche piano	Période (s)	Fréquence (Hz)	Note de musique
C			
D			
E			
F			
G			
A			
B			

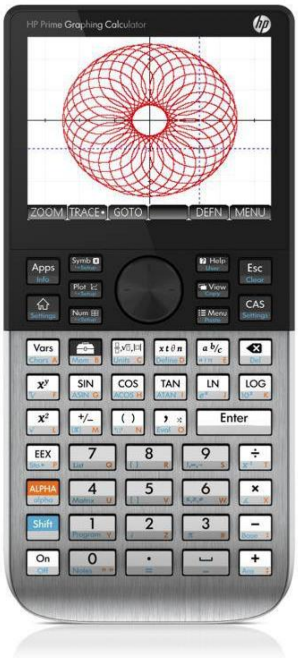
Faire un lien entre la fréquence et la hauteur d'un son (grave ou aigu) :

Comparer la fréquence d'une même note sur une octave et celle de la même note sur l'octave supérieure :

2nde

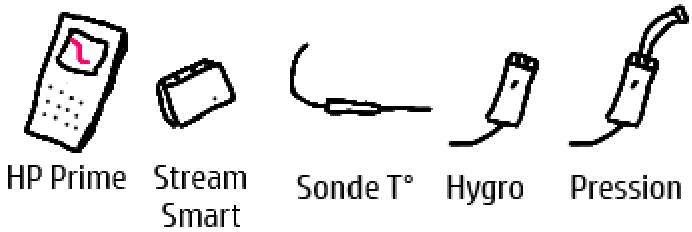
Indice humidex

HP Prime



Objectif : Effectuer des mesures expérimentales, comprendre l'humidité relative et la pression atmosphérique.

Matériel :



Travail :

1/ Effectuer une mesure simultanée de la pression de l'air, de sa température et de l'humidité ambiante.

2/ Interpréter la pression de l'air avec le temps qu'il fait.

3/ Analyser le tableau des indices humidex ci-dessous et donner une légende explicative de chaque couleur.

Humidex tiré de lectures de la température et de l'humidité relative

Humidité relative (%) \ Température (C)	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
100	29	31	33	35	37	39	41	43	45	48	50	53	55	58									
95	28	30	32	34	36	38	40	42	44	47	49	51	54	56	59								
90	28	30	31	33	35	37	39	41	43	45	48	50	52	55	57	60							
85	27	29	31	32	34	36	38	40	42	44	46	49	51	53	56	58							
80	26	28	30	32	33	35	37	39	41	43	45	47	50	52	54	57	59						
75	26	27	29	31	33	34	36	38	40	42	44	46	48	50	53	55	57						
70	25	27	28	30	32	33	35	37	39	41	43	45	47	49	51	53	56	58					
65	24	26	27	29	31	32	34	36	38	40	42	43	45	47	50	52	54	56					
60	24	25	27	28	30	32	33	35	37	38	40	42	44	46	48	50	52	54	57				
55	23	24	26	27	29	31	32	34	36	37	39	41	43	45	46	48	50	52	55	57			
50	22	24	25	27	28	30	31	33	34	36	38	40	41	43	45	47	49	51	53	55	57		
45	22	23	24	26	27	28	30	32	33	35	37	38	40	42	43	45	47	49	51	53	55	57	
40			24	25	26	28	29	31	32	34	35	37	39	40	42	44	45	47	49	51	53	54	56
35				24	26	27	28	30	31	33	34	36	37	39	40	42	43	45	47	49	50	52	54
30							27	28	30	31	33	34	36	37	39	40	42	43	45	47	48	50	52
25										30	32	33	34	36	37	39	40	42	43	45	46	48	49
20																		40	41	43	44	45	47

Solution pas à pas :

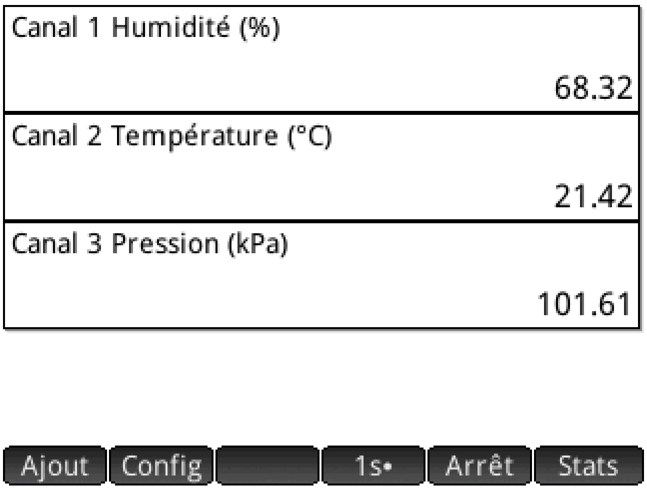
1/ Avec les trois capteurs (thermomètre, baromètre et hygromètre) branchés simultanément au StreamSmart, l'application DataStreamer affiche en temps réel les 3 relevés.

2/ Ici, les mesures ne varieront pas. Inutile d'afficher donc des courbes. On affiche donc uniquement la valeur mesurée par chaque sonde depuis la touche Num Setup.
Sur le canal 3, la pression ambiante est à 1016,1 Pa. Ce qui est synonyme d'absence de pluie (et non de mauvais temps) ! Le temps peut être nuageux et la pression élevée.
Une pression plus faible favorise la remontée de l'air contenant des gouttes d'eau (l'humidité ambiante de l'air est de 68%, ce qui témoigne de la présence d'eau dans l'air) qui finissent, accumulées, par tomber en pluie.
L'humidité de l'air est à 68,32%.
Elle est exprimée en pourcentage. Il s'agit du rapport de la quantité d'eau dans l'air par la quantité maximale d'eau que l'air peut contenir.
Par exemple, une humidité relative mesurée à 50% signifie que l'air contient la moitié de la quantité maximale de vapeur d'eau qu'il peut contenir.

La température ambiante a été mesurée à 21,42°C.

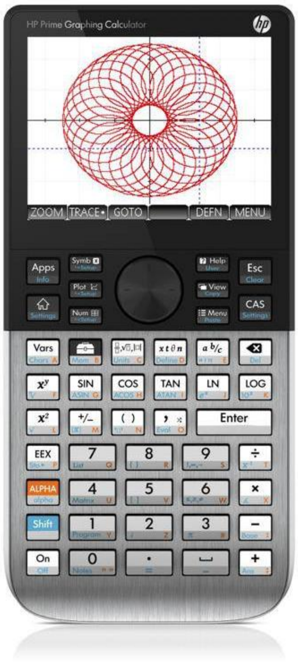
3/ Pour 70% d'humidité relative et 21°C, la case du tableau des indices humidex est verte et affiche 25.
Ce 25 correspond à la température <u>ressentie</u> (en °C).
Les cases bleues indiquent une ambiance confortable.
Les cases vertes indiquent un certain inconfort.
Les cases jaunes indiquent beaucoup d'inconfort. Il faut éviter les efforts.
Les cases oranges indiquent un danger.
Les cases rouges indiquent un coup de chaleur avec possibilité de danger de mort.
On peut interpréter l'indice humidex comme un degré de confort.

Captures d'écran :



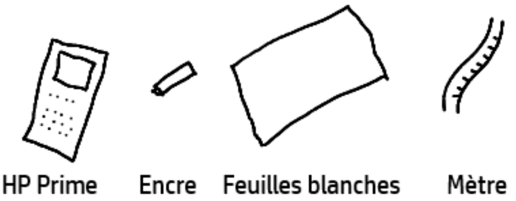
Tâches de sang
HP Prime

2nde MPS



L'enseignement des Méthodes Pratiques et Scientifiques (MPS) peut notamment se faire sur les pratiques de la police scientifique.
L'activité suivante présente une analyse de tâches de sang retrouvées sur une scène de crime qui permet d'établir un lien entre les diamètres des tâches et la hauteur de chute.

Matériel :



Expérimentation :
1/ Sur les grandes feuilles blanches, faîtes tomber à différentes hauteurs des gouttes d'encre.

2/ Pour chaque hauteur, calculer la moyenne des diamètres des gouttes correspondantes.
3/ Regrouper les données dans la HP Prime et effectuer une régression pour établir un lien entre hauteur et diamètre des gouttes de sang.
4/ On retrouve des gouttes de sang de diamètre moyen 19 mm d'un assassin qui a saigné de la tête. Quelle est la taille de l'assassin ?

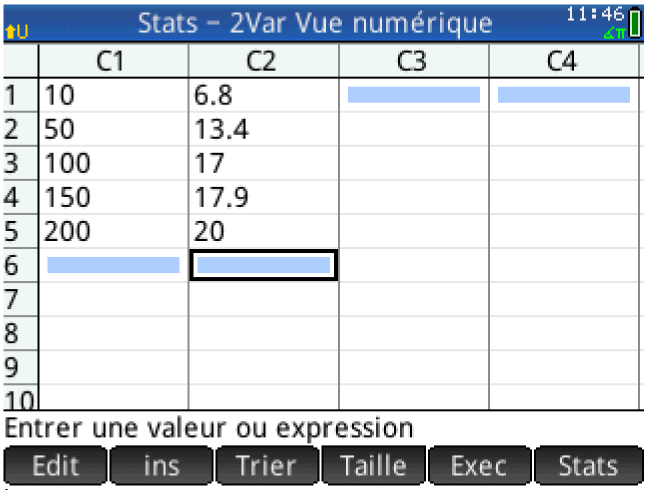
Solution pas à pas :

Voici un échantillon de résultats de l'expérience :

Hauteur (cm)	Diamètre moyen (mm)
10	6,8
50	13,4
100	17
150	17,9
200	20

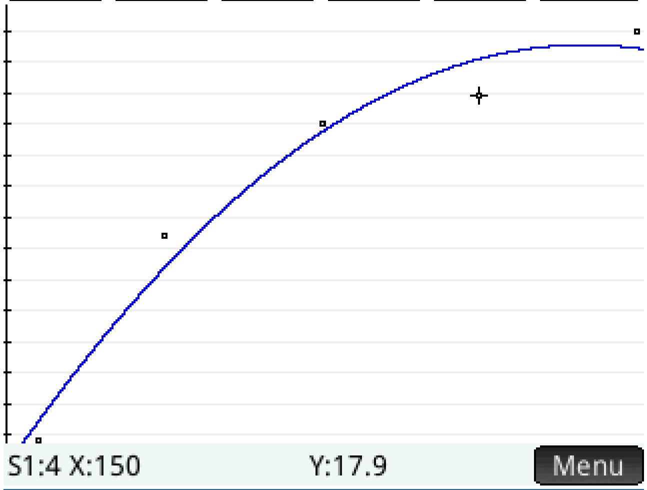
On les intègre à la calculatrice depuis l'application « Stats-2-Var ».

Captures d'écran :

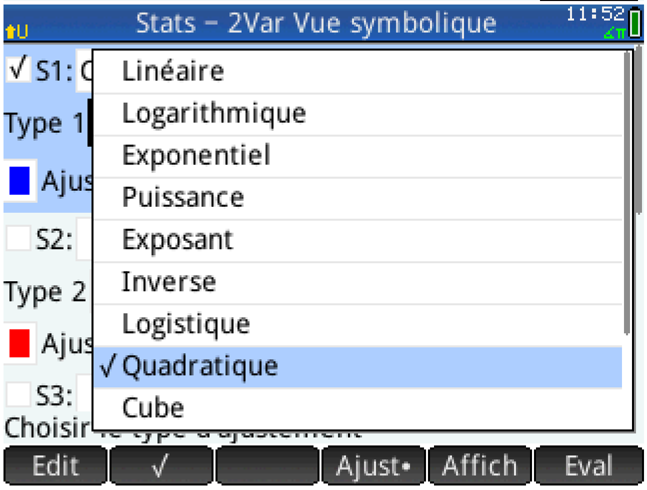


On regarde ce que cela donne graphiquement en appuyant sur la touche Plot puis sur la touche V pour sélectionner une échelle automatique.

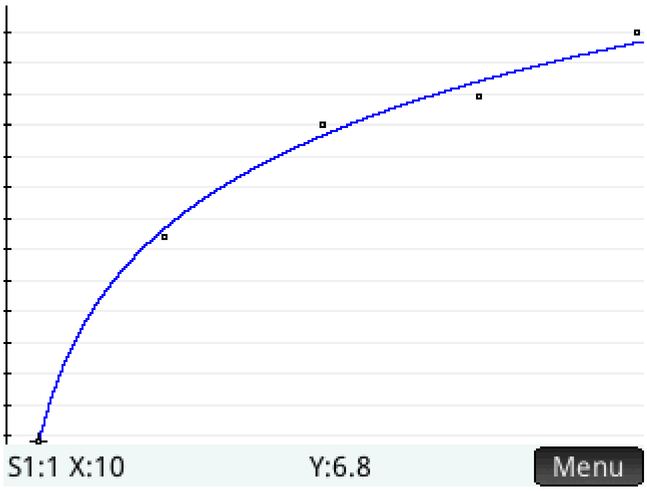
La HP Prime effectue directement la régression (ci-contre quadratique).



On règle le type d'ajustement depuis la touche Symb.
On teste les différents types de régression pour trouver le plus précis (dont la courbe passe le proche de tous les points).

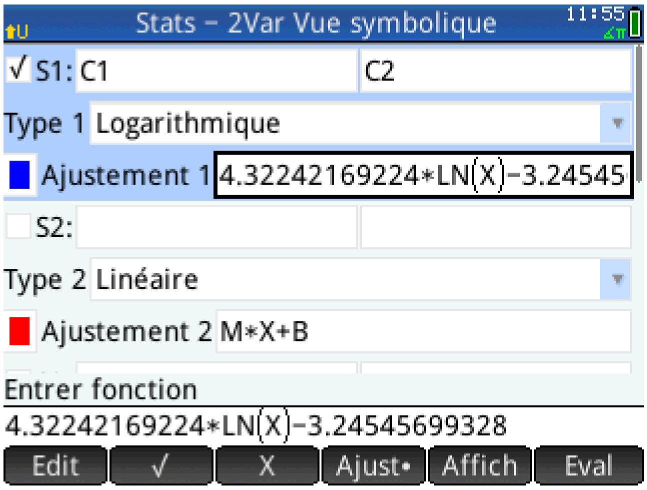


C'est la régression logarithmique qui est la meilleure.

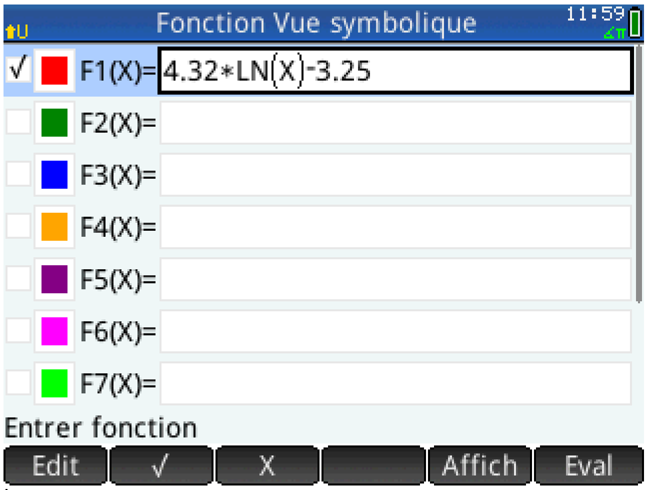


Une nouvelle pression sur la touche Symb donne les valeurs des coefficients de la régression :

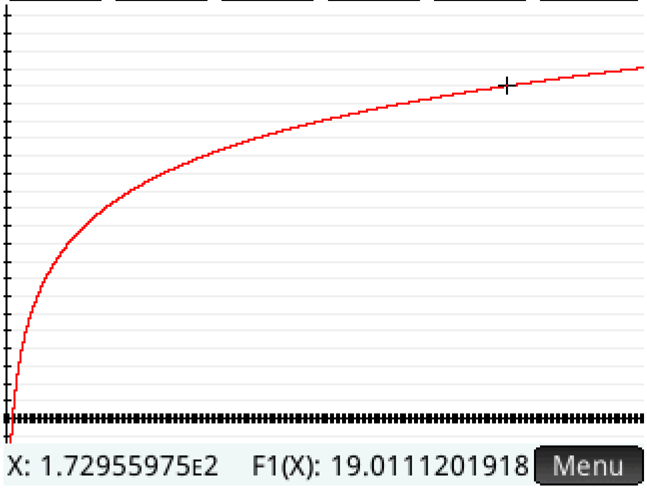
Equation : 4,32*ln(x) – 3,25



On peut alors entrer cette expression depuis l'application Fonction et lire l'antécédent de 19 mm pour trouver la taille du criminel en cm.



L'assassin mesure environ 1,73 m.



Nom :
Prénom :

Traces de sang : fiche élève

HP Prime

2nde

Expliquer comment varie le diamètre des gouttes de sang en fonction de la hauteur à laquelle elles tombent :

Compléter le tableau suivant :

Hauteur de chute (cm)	**Diamètre goutte 1 (mm)**	**Diamètre goutte 2 (mm)**	**Diamètre goutte 3 (mm)**	**Moyenne diamètres gouttes (mm)**

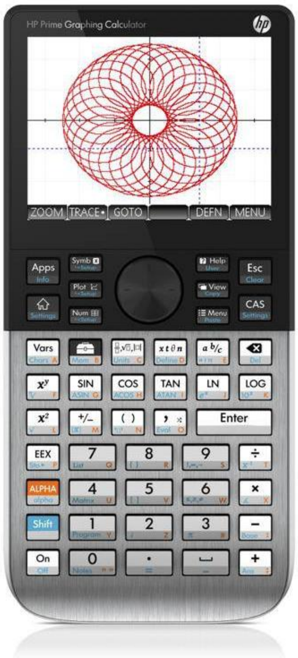
Donner le type de régression qui permet d'obtenir la courbe représentative du diamètre moyen des gouttes de sang fonction de la hauteur de chute :

Donner la taille du meurtrier :

Théorème de Marion

HP Prime

2nde



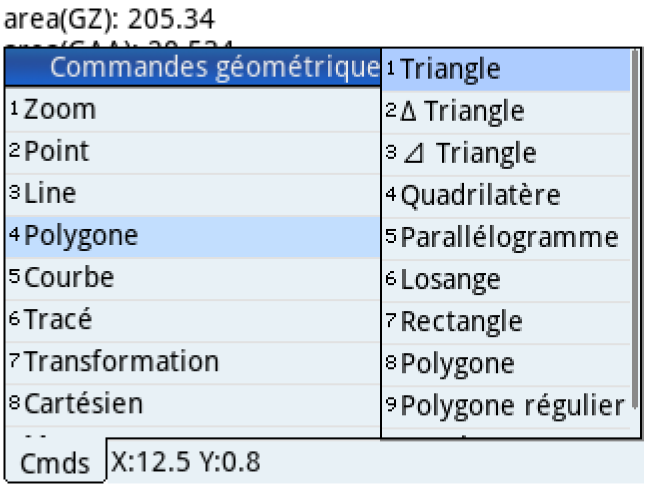
Dans un triangle quelconque, partager les trois côtés en trois portions égales et tracer les segments reliant chaque sommet aux deux points placés sur le côté opposé. Comparer l'aire du polygone central obtenu à celui du triangle.

Solution pas à pas :

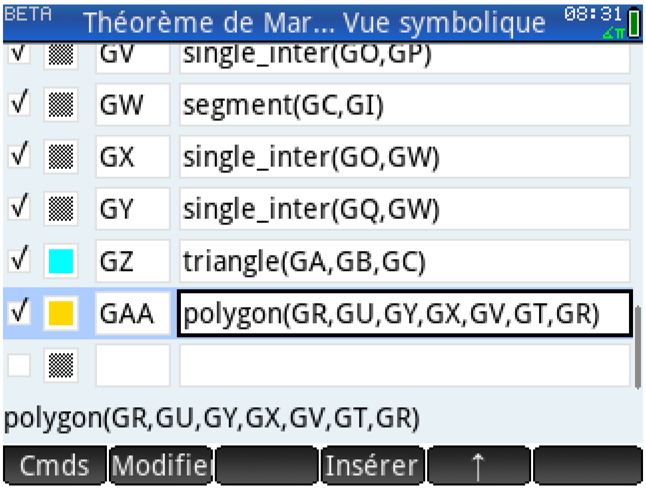
On réalise le tracé demandé depuis l'application « Géométrie ».

L'accès aux différents outils de tracés géométriques se fait par le menu tactile « Cmds ». On place directement les trois sommets du triangle sur l'écran tactile en validant à chaque fois l'emplacement avec la touche Enter.

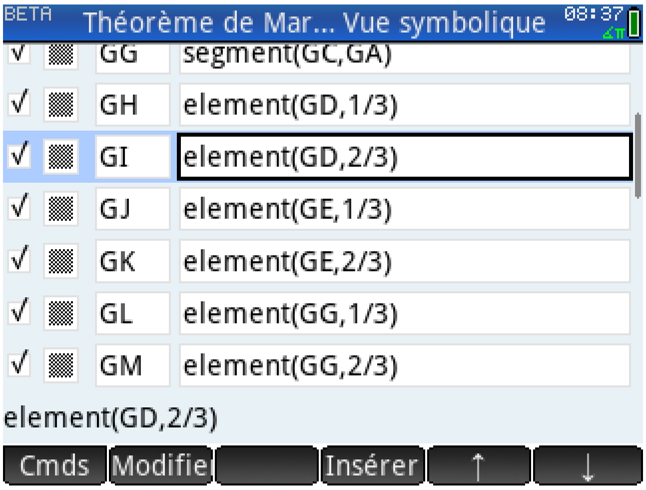
Captures d'écran :



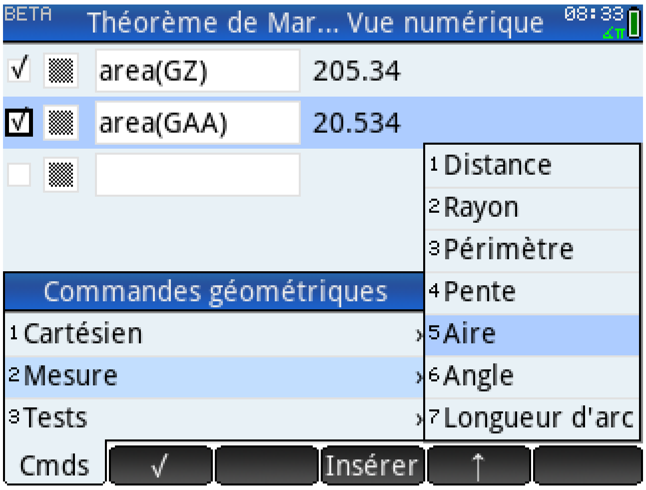
La touche Symb permet d'obtenir la liste de tous les objets créés.



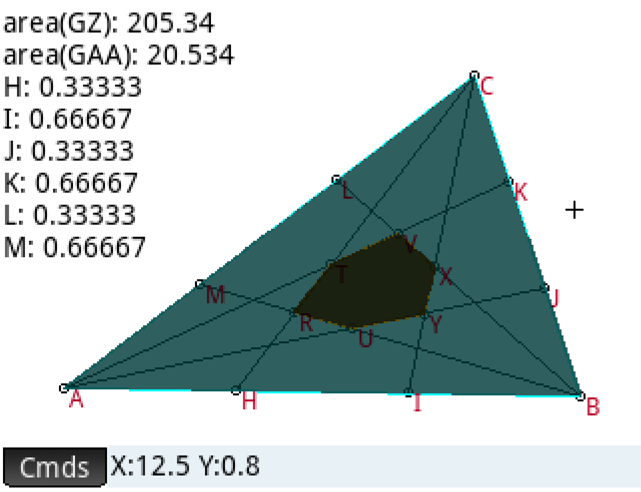
On utilisera la commande *element* sur les côtés du triangle en précisant en deuxième paramètre 1/3 et 2/3 pour placer les deux points tronçonnant chaque côté en trois segments égaux.



Appuyez maintenant sur la touche Num pour calculer les deux aires recherchées. Allez chercher la mesure « aire » depuis le menu tactile « Cmds » et précisez entre les parenthèses de la commande area le nom de la variable géométrique correspondant au triangle puis de celle du polygone (les noms sont indiqués sur l'écran de Symb). Cochez les cases à gauche des deux aires calculées pour les afficher sur la vue graphique.



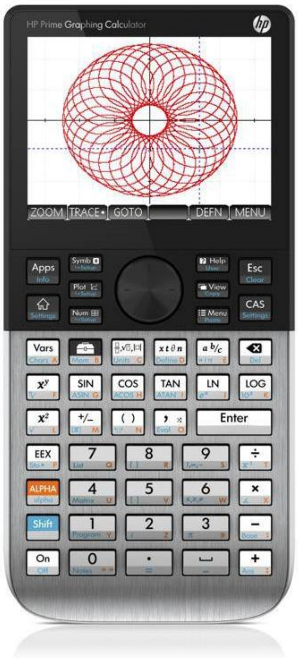
Appuyez sur la touche Plot pour revenir au dessin. Déplacez les sommets du triangle et conjecturez que l'aire du polygone central est toujours dix fois plus petite que celle du triangle.



2nde

Echantillonnage

HP Prime



Un fournisseur produit deux sortes de cadenas. Les uns sont *premier prix*, et les autres sont *haut de gamme*. Un magasin de bricolage dispose d'un stock de cadenas provenant de ce fournisseur ; ce stock comprend un grand nombre de cadenas de chaque type.

Partie A

1. Le fournisseur affirme que, parmi les cadenas *haut de gamme*, il n'y a pas plus de 3 % de cadenas défectueux dans sa production. Le responsable du magasin de bricolage désire vérifier la validité de cette affirmation dans son stock ; à cet effet, il prélève un échantillon aléatoire de 500 cadenas *haut de gamme*, et en trouve 19 qui sont défectueux.

Ce contrôle remet-il en cause le fait que le stock ne comprenne pas plus de 3 % de cadenas défectueux ?
On pourra pour cela utiliser un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 %.

2. Le responsable du magasin souhaite estimer la proportion de cadenas défectueux dans son stock de cadenas *premier prix*. Pour cela il prélève un échantillon aléatoire de 500 cadenas *premier prix*, parmi lesquels 39 se révèlent défectueux.

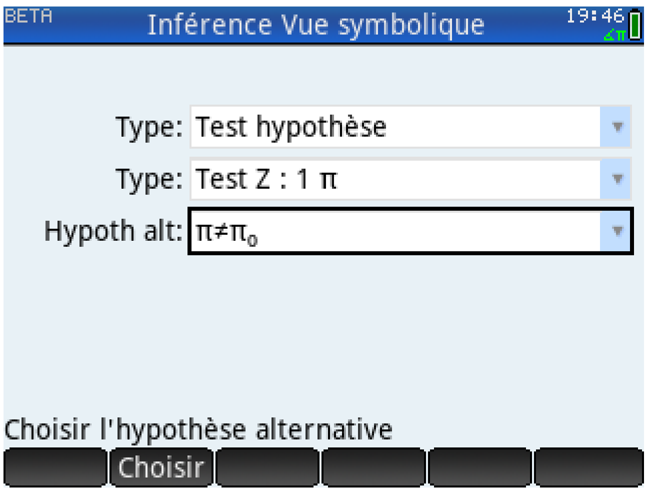
Donner un intervalle de confiance de cette proportion au niveau de confiance 95 %.

Solution pas à pas :

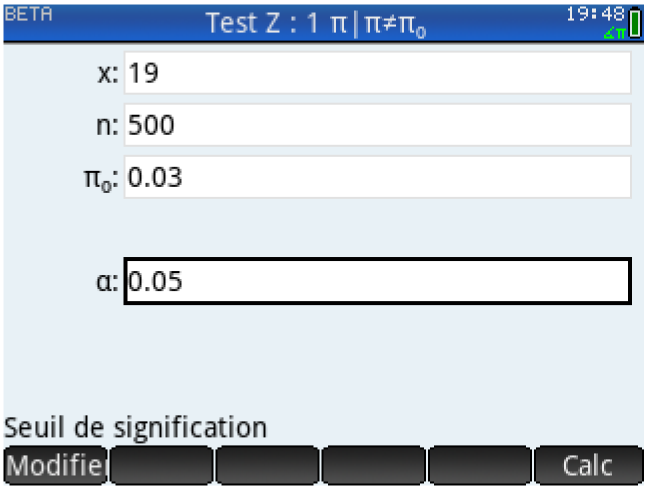
Lancez l'application « Inférence » depuis le bureau des applications (touche Apps Info).

Réglez les options sur « Test hypothèse », « Test 1 Pi » et « Pi différent de Pi0 ».

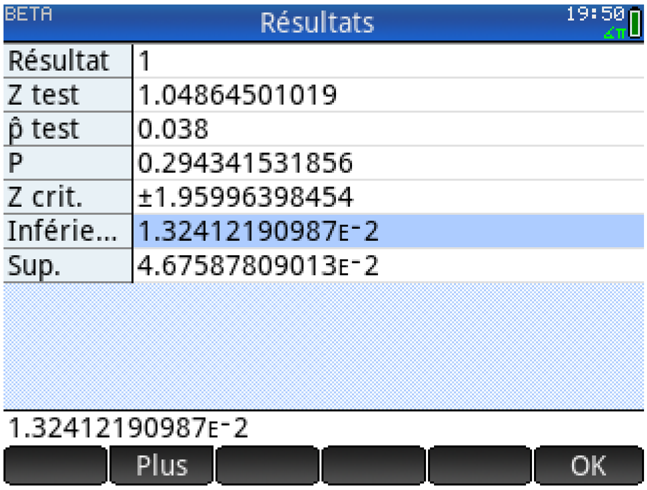
Captures d'écran :



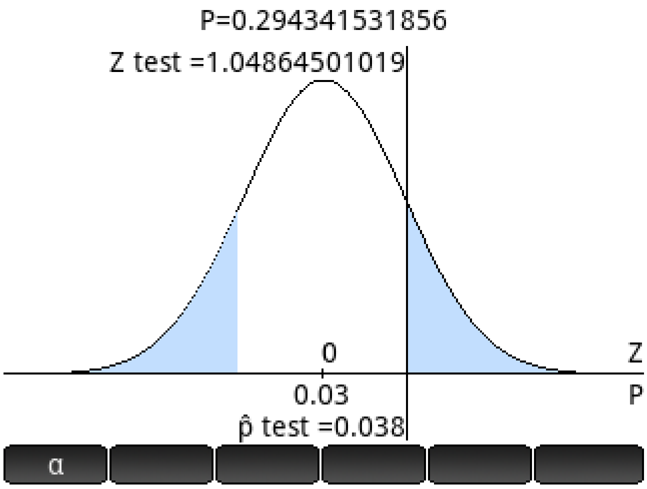
Appuyez sur la touche Num Setup pour entrer les paramètres. Pour l’exercice, on entre x=19, n=500, Pi0=0,03 et alpha=0,05.



Appuyez sur l’onglet Calc sur l’écran tactile pour obtenir les résultats et notamment l’intervalle de confiance recherché (bornes inférieure et supérieure sur les deux dernières lignes).



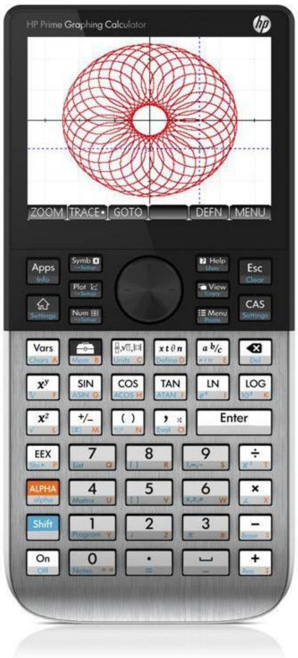
La touche Plot Setup permet d’obtenir une représentation graphique de la situation.



Boîte à moustache

HP Prime

1ère S



On appelle boîte à moustache (appelé aussi diagramme de Turquey) la représentation graphique composée :

- d'une boîte rectangulaire dont les extrémités sont les 1er et le 3ème quartiles,
- de deux segments horizontaux (les moustaches) extérieurs à la boîte reliant la valeur minimale et le 1er quartile d'une part et le 3ème quartile et la valeur maximale d'autre part,
- d'un segment vertical dans la boîte au niveau de la médiane.

Représenter la boîte à moustache de la série statistique suivante :

78 ; 79 ; 77 ; 59 ; 57 ; 65 ; 65 ; 67 ; 68 ; 67 ; 59 ; 54 ; 64 ; 68 ; 72 ; 74 ; 72 ; 72 ; 76 ; 77 ; 76 ; 74 ; 77 ; 76

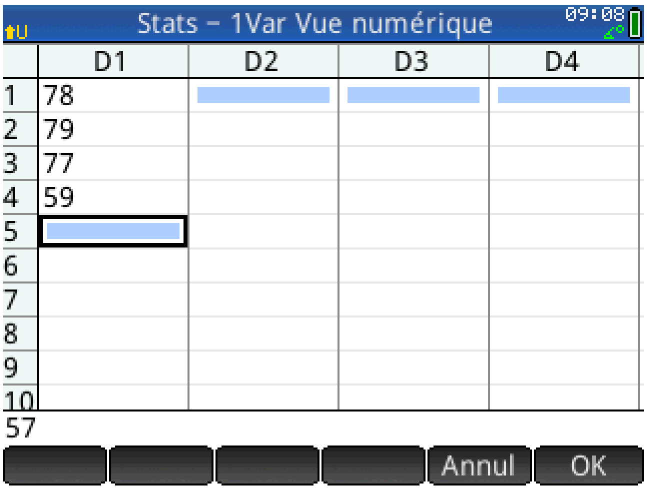
Solution pas à pas :

Depuis la touche Apps Info, on lance l'application Stats-1Var.

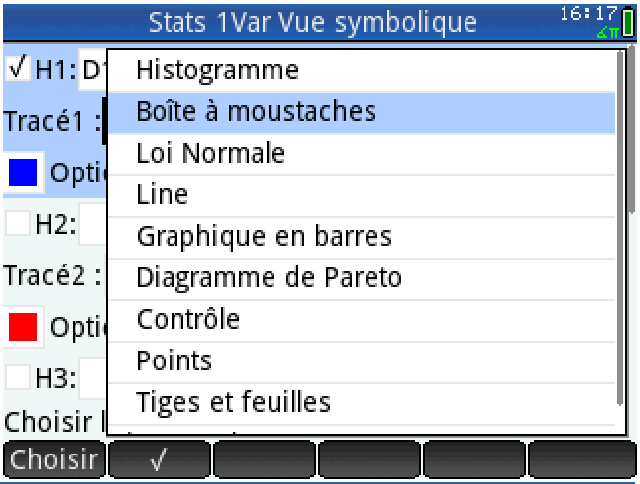
On entre les valeurs de la série dans la 1ère colonne du tableau accessible depuis la touche Num Setup.

Une fois les valeurs entrées, on règle le diagramme

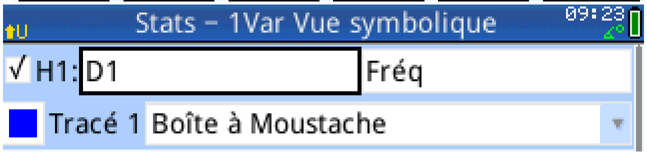
Captures d'écran :



sur boîte à moustache depuis la touche .

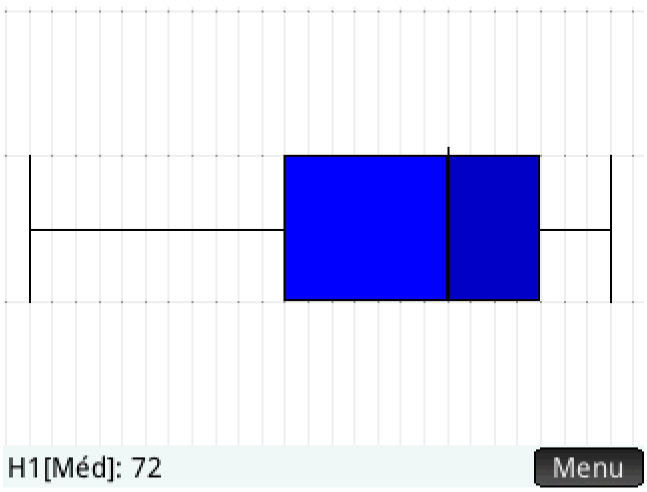


On règle les données sur D1 et Fréq.



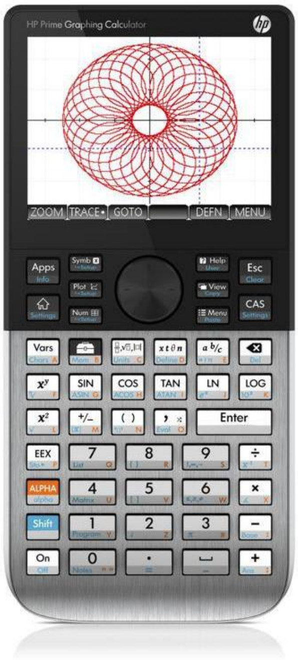
On appuie sur la touche pour obtenir la boîte à moustache.
Il suffit de cliquer directement sur les éléments de la boîte pour obtenir les valeurs statistiques :

- Valeur minimale à 54
- 1^er quartile à 65
- Médiane à 72
- 3^ème quartile à 76
- Valeur maximale à 79



Domaine de définition et variations d'une fonction

HP Prime



Exercice type : On considère la fonction f définie sur les réels par $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-4}}$

1/ Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

2/ Etudier les variations de la fonction f.

Solution pas à pas :

1/ Appuyez sur la touche CAS Settings pour rendre sur l'écran de calcul formel. On utilise la commande *domain* ainsi :

$$domain(\frac{x}{\sqrt{x-4}})$$

La calculatrice retourne alors le domaine de définition de la fonction : les nombres réels strictement supérieurs à 4 (racine de nombres positifs et dénominateur non nul).

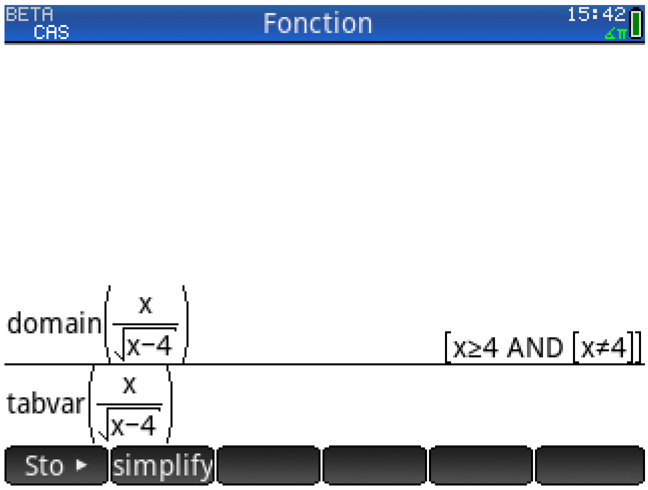
! La commande *domain* n'est disponible que sur les firmwares de novembre 2017 ou postérieurs.

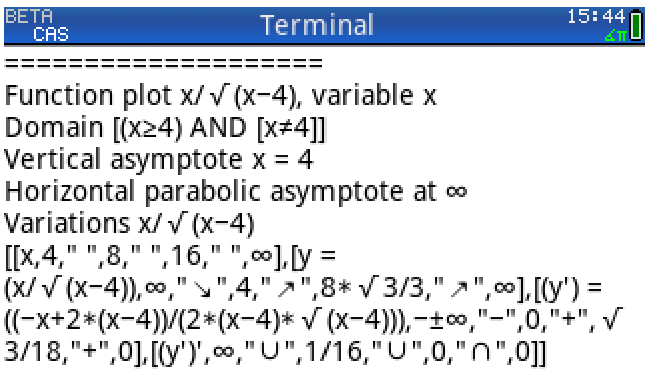
2/ Toujours sur l'écran de calcul formel, on utilise cette fois la commande *tabvar* comme suit :

$$tabvar(\frac{x}{\sqrt{x-4}})$$

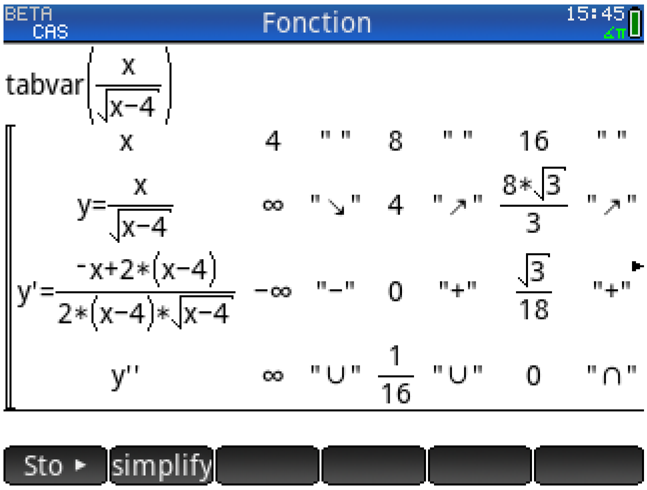
Dès qu'on valide la saisie avec la toucher Enter, la calculatrice affiche un terminal décrivant les variations avec la présence d'asymptotes.

Captures d'écran :





Quand on appuie à nouveau sur la touche Enter, On obtient le tableau de variations de la fonction avec une décroissance sur l'intervalle]4 ; 8] et une croissance à partir de l'abscisse 8.
Les signes de la dérivée sont également indiqués avec son expression.



La commande *tabvar* n'est disponible que sur les firmwares de novembre 2017 ou postérieurs.

Ces deux commandes de calcul formel sont utilisables avec le mode examen activé.

Pour finir l'étude de la fonction, on lancera l'application « Fonction » pour obtenir la représentation graphique de la fonction.

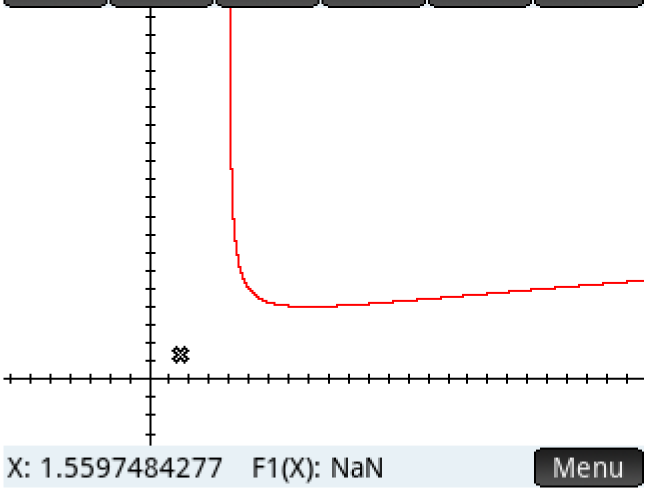
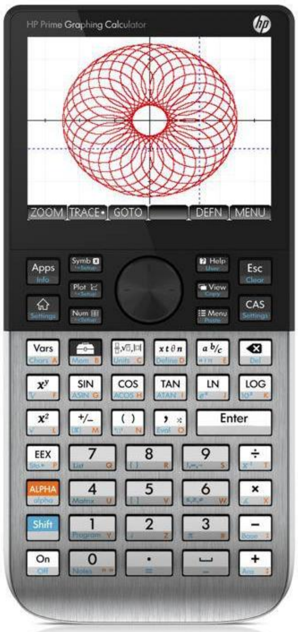


Schéma de Bernoulli : loi binomiale

HP Prime



Exercice type : Une urne contient 49 boules blanches et une boule dorée.
On gagne quand on tire la boule dorée.

1/ Calculer la probabilité de tirer une boule blanche et celle de gagner.
2/ Montrer qu'il s'agit d'une épreuve de Bernoulli en précisant les paramètres.
3/ On effectue 5 fois un tirage avec remise. Calculer les probabilités de gagner
0 fois, 1 fois, 2 fois, 3 fois , 4 fois et 5 fois.
4/ Représenter ces probabilités par un diagramme en bâtons.

Solution pas à pas :

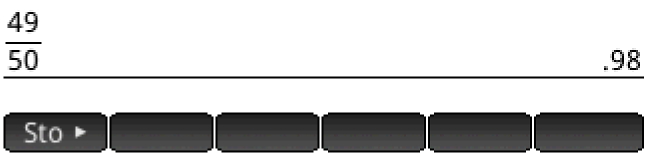
1/ p(« tirer une boule blanche ») = 49/50 = 0,98.
p(« tirer une boule dorée ») = 1 – 0,98 = 0,02.

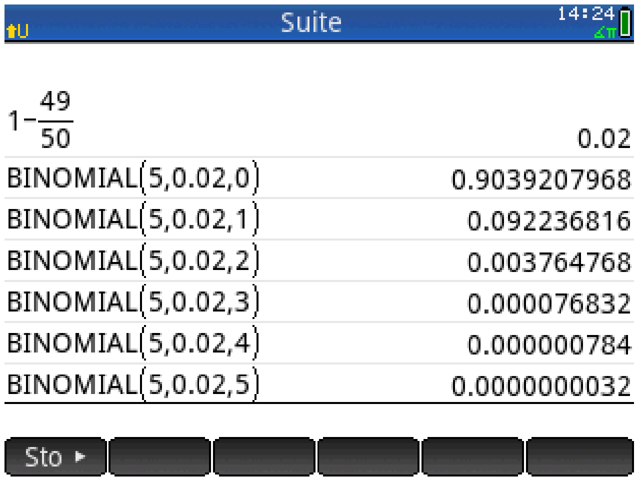
2/ L'expérience est à 2 issues possibles : tirer une boule blanche où l'on perd et tirer une boule dorée où l'on gagne. On est donc dans un schéma de Bernoulli de paramètres n = nombre de tirages et p = probabilité de gagner = 0,02.

3/ La HP Prime dispose de la commande ***binomial(n,p,k)*** qui calcule la probabilité de gagner k fois sur un schéma de Bernoulli de paramètres (n,p).
Ici n = 5 tirages.
On obtient les probabilités recherchées avec cette commande.

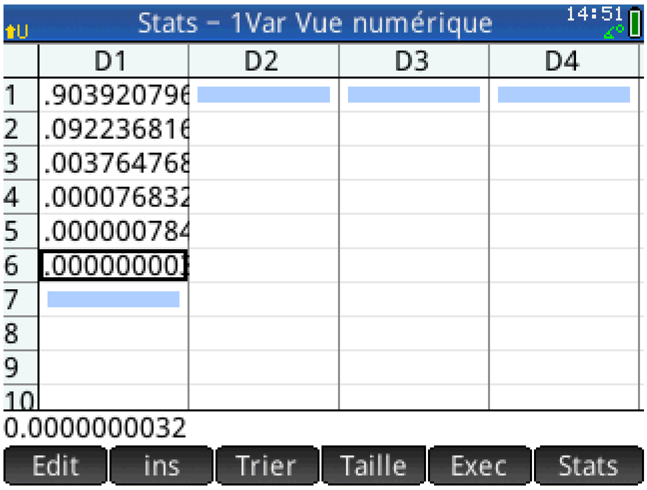
4/ On lance l'application « Stats – 1 Var » depuis la touche Apps Info.

Captures d'écran :

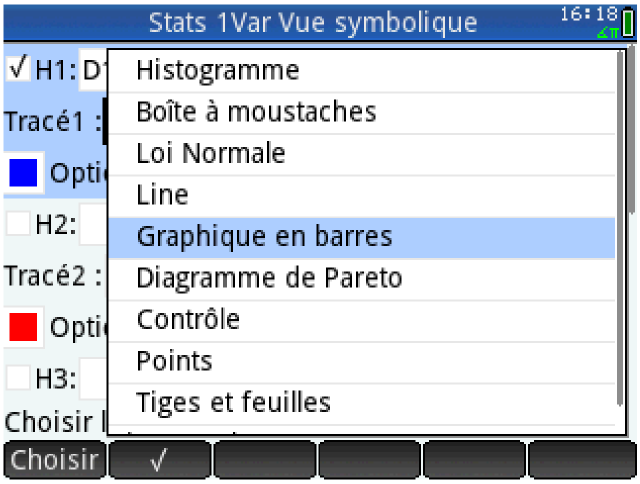




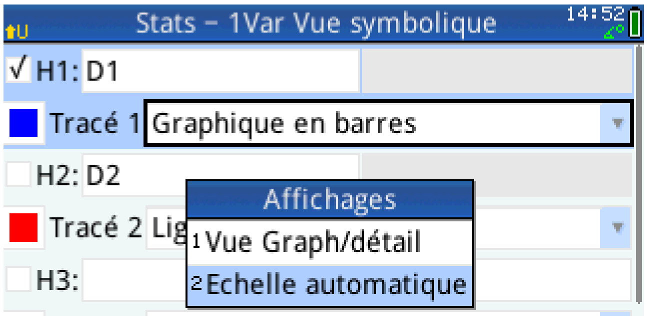
On entre dans la colonne D1 les 6 valeurs de probabilités calculées précédemment.



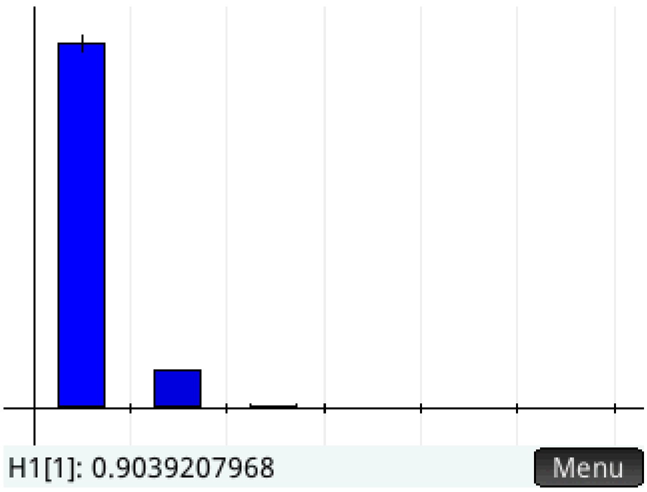
Appuyer sur la touche Symb Setup pour choisir le type de diagramme.



Appuyer sur la touche View Copy pour sélectionner l'échelle automatique.



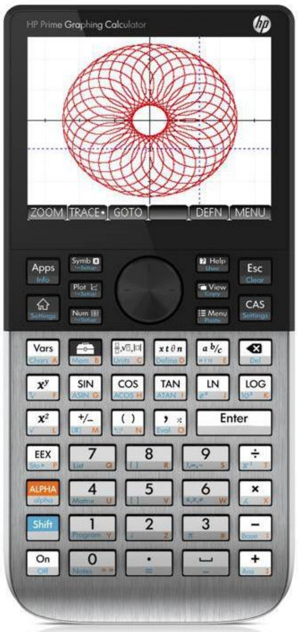
Seules 2 barres sont visibles, la hauteur des 4 autres étant très proches de 0 (probabilités très faibles).



Etude de fonction

HP Prime

TS



Exercice type : Etude complète d'une fonction irrationnelle *f* définie par :

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 3}$$

1/ Etudier le sens de variation de la fonction.
2/ Etudier les branches infinies.
3/ Etudier les asymptotes.

Solution pas à pas :

1/ Depuis l'écran [CAS Settings], on défini la fonction f en tapant :

[Shift] [ALPHA] [x^y] [( )] [xtθn] [▶] [ALPHA] [−] [Shift] [÷] [Shift] [x²] [xtθn] [x²] [+] [4] [×] [xtθn] [+] [3] [Enter]

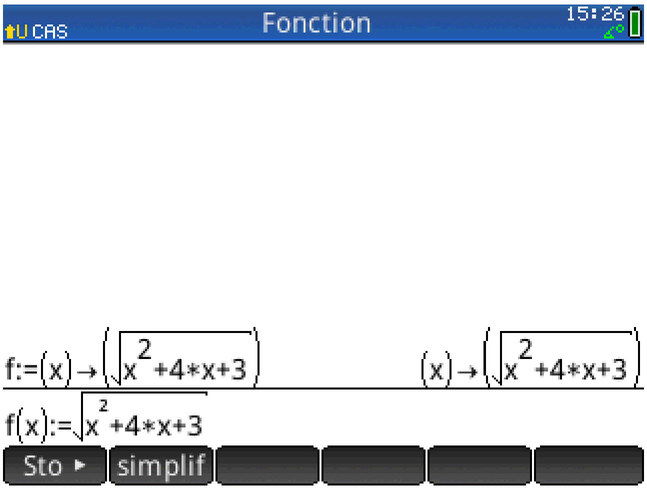
On peut dériver *f* en utilisant *f '* tel qu'il est écrit sur une copie :

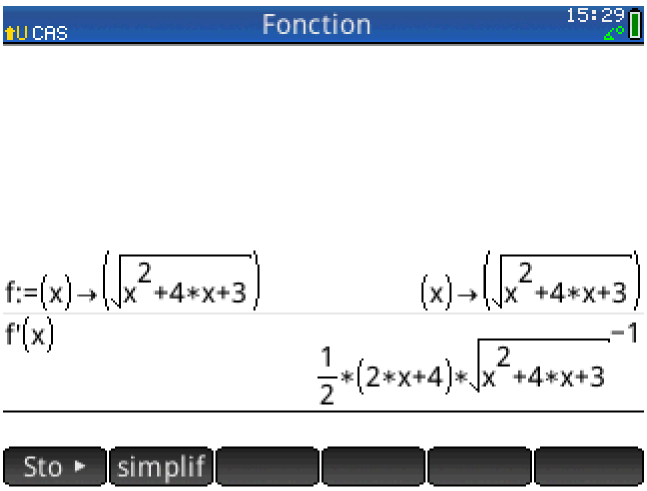
[Shift] [ALPHA] [x^y] [Shift] [( )] [▶] [Del] [( )] [xtθn] [Enter]

La HP Prime renvoie la fonction dérivée.

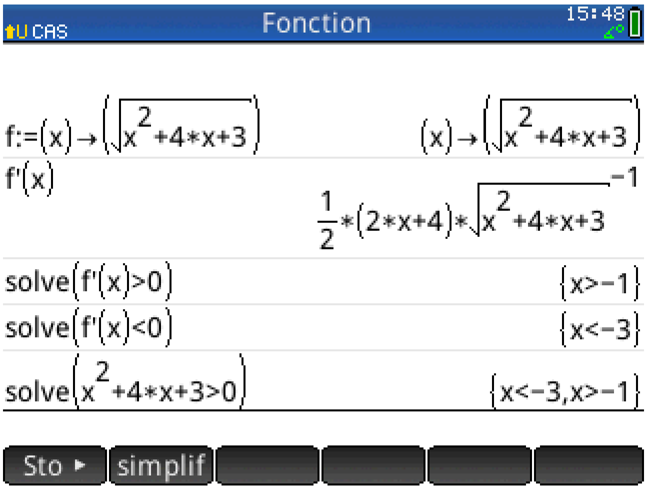
Remarque : les deux premiers facteurs valent x + 2. Le dénominateur étant une racine carrée (toujours positif), le signe de la dérivée est celui de x + 2.
Il faut prendre garde à l'intervalle interdit]-3 ; -1[où la fonction *f* est non définie.

Captures d'écran :

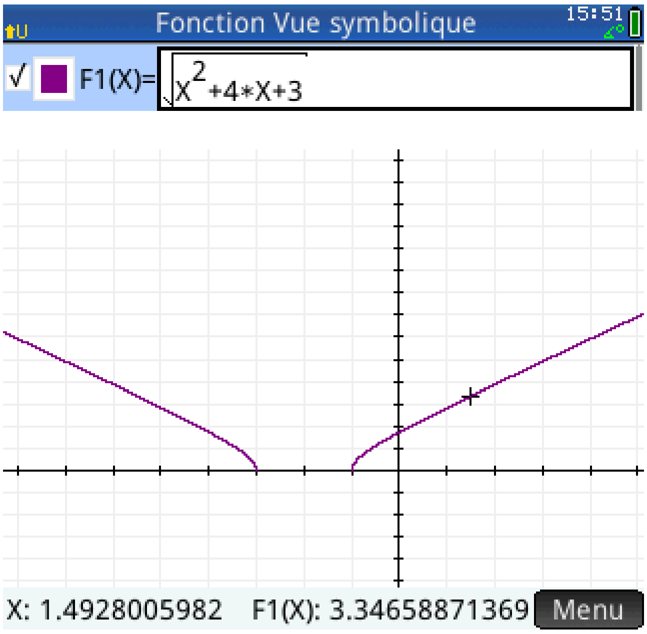




On peut le vérifier.
La HP Prime permet d'étudier le signe de la dérivée.
On va chercher la commande *solve* depuis la touche CAS menu Résoudre > Résoudre.
Le signe égal, supérieur ou inférieur s'obtient depuis Shift 6.
La HP Prime donne toutes les solutions et donc les variations de *f*.
f est décroissante sur]-∞ ; -3]
f est non définie sir]-3 ; -1[
f est croissante sur [-1 ; +∞[

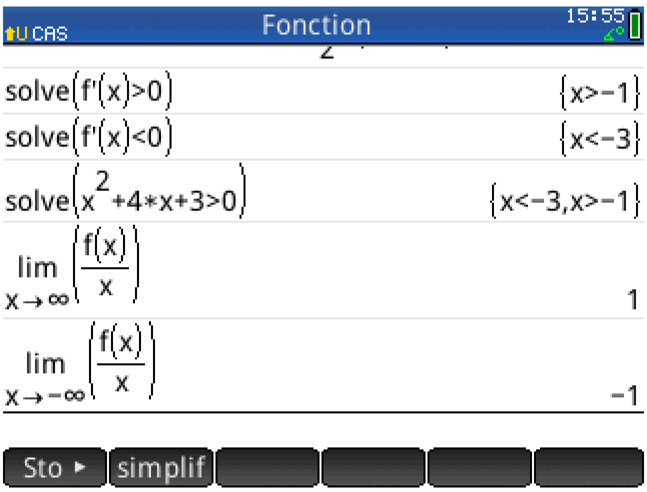


On peut le visualiser en obtenant la représentation graphique de *f*.
On lance l'application Fonction, on saisit l'expression de la fonction depuis Symb à côté de F1 et on obtient le graphe avec Plot.



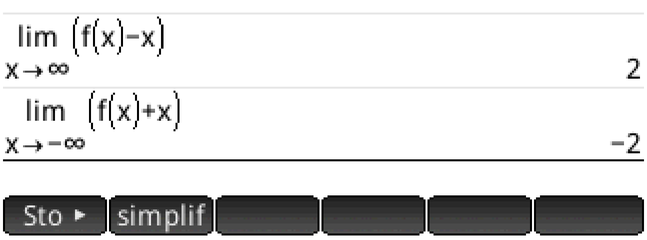
2/ On observe deux branches infinies sur la représentation graphique.

On étudie la limite de *f*(x)/x en +∞ et en -∞.
Depuis CAS, appuyer sur Units pour aller chercher le symbole limite.
Le symbole ∞ s'obtient depuis Shift 9.



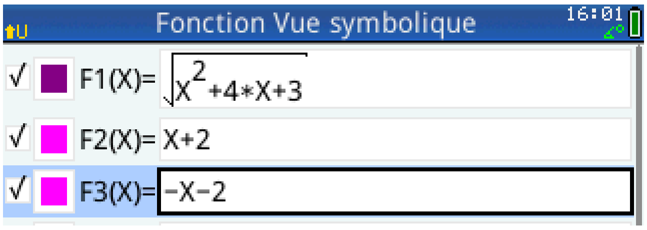
On obtient deux limites finies : 1 et -1. Les branches ne sont donc pas paraboliques mais sont dirigées par des asymptote obliques (affines) de coefficient directeur 1 en +∞ et -1 en -∞.

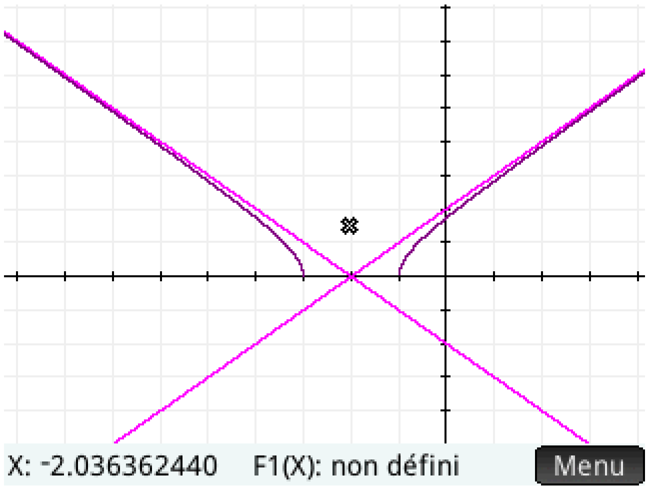
Précisons les ordonnées à l'origine des équations des asymptotes.
Pour cela, on calcule la limite de la différence de *f* avec x en +∞ puis celle de x avec –x en -∞.
On obtient 2 et -2 comme ordonnées à l'origine.



Donc :
f admet une asymptote oblique d'équation x + 2 en +∞ et une asymptote oblique d'équation –x – 2 en -∞.
On peut les tracer en ajoutant ces deux équations auprès de F2 et F3 dans la vue symbolique de l'application Fonction.

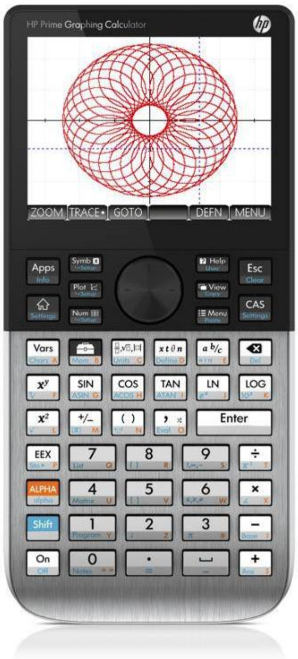
La vue  confirme nos trouvailles.





Golden Gate Bridge

HP Prime



Exercice type :

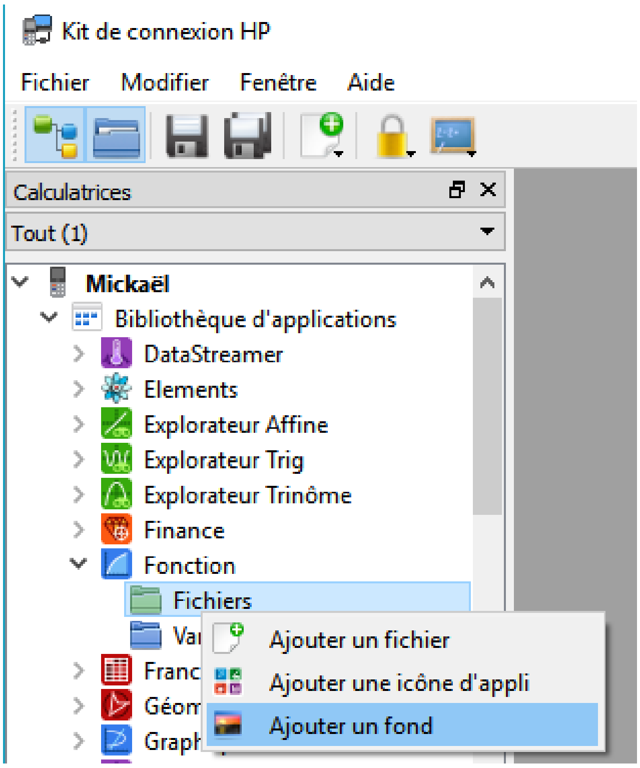
Déterminez une équation de la parabole formée par le célèbre pont de San Francisco.

Solution pas à pas :

On importe une image du pont vu de face sur la HP Prime avec le kit de connexion en cliquant droit sur le dossier « Fichiers » de l'application « Fonction » et en sélectionnant « Ajouter un fond » pour récupérer l'image en .JPG ou .GIF.
L'écran de la HP Prime fait 320x240 pixels.

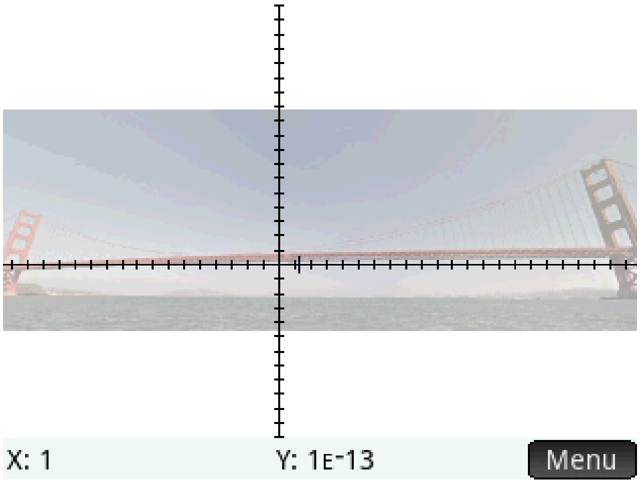
On lance sur la HP Prime l'application « Fonction » depuis le bureau d'icônes accessible avec la touche Apps Info.

Captures d'écran :

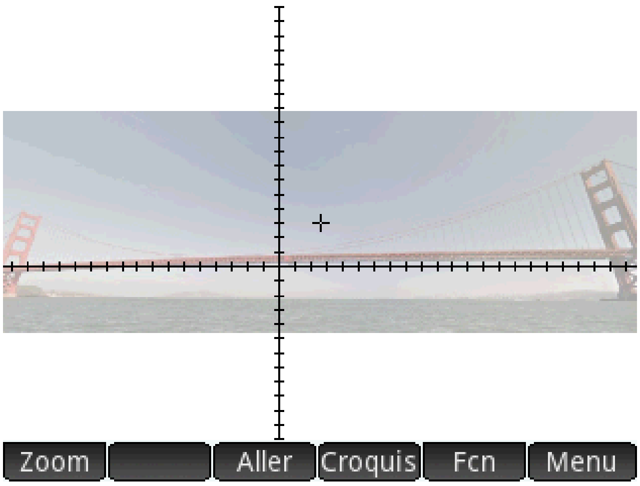


On insère l'image importée en arrière-plan du repère en appuyant sur Shift puis Plot Setup et en se rendant sur la page 3.
Sélectionner l'image du pont et choisir « Alignement optimisé ».

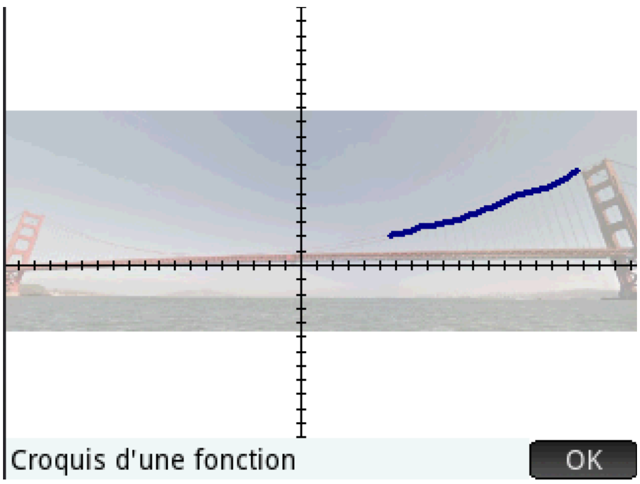
On revient sur l'écran graphique avec la touche Plot Setup et on déplace librement directement avec le doigt sur l'écran le repère.



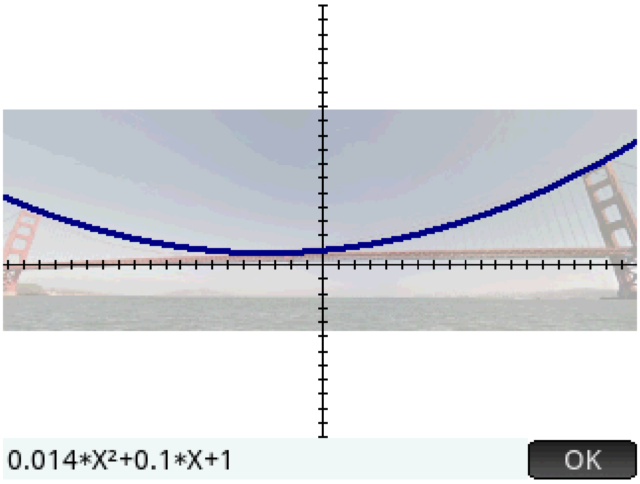
On appuie sur l'onglet « Menu » en bas à droite de l'écran pour sélectionner « Croquis ».

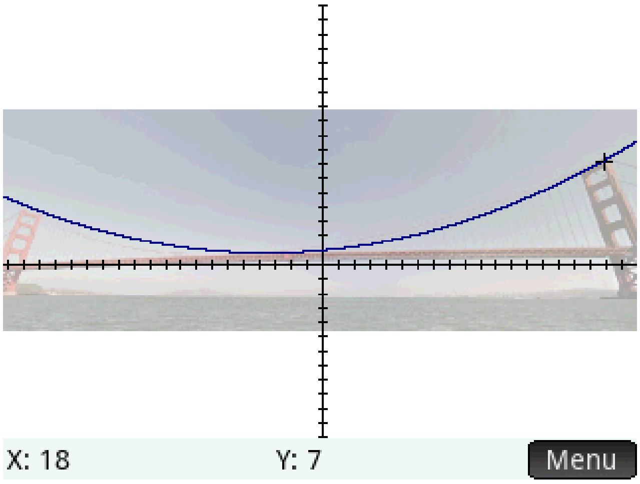


Directement avec le doigt sur l'écran on repasse sur la parabole du pont.



On appuie sur OK et la HP Prime lisse la courbe et en propose une expression algébrique qui s'enregistre automatiquement dans un emplacement libre de fonction dans l'application.

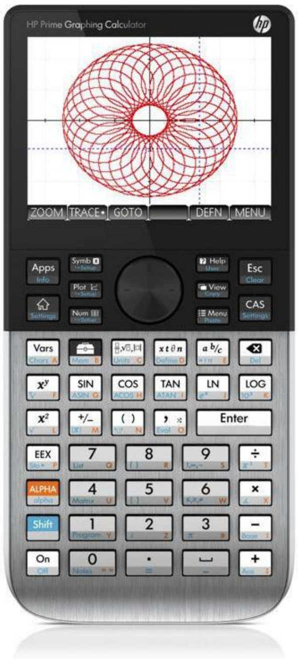




Inéquations

HP Prime

S



Exercice type :

Résoudre l'inéquation $2^x < x + 1$.

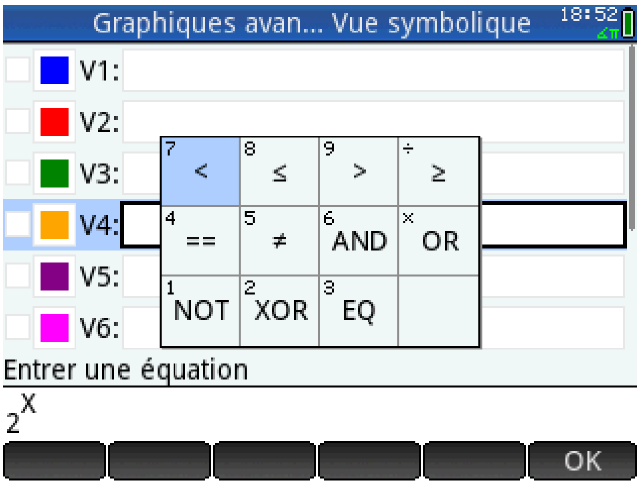
Résoudre l'inéquation $\frac{2}{x-2} \leq x - 1$.

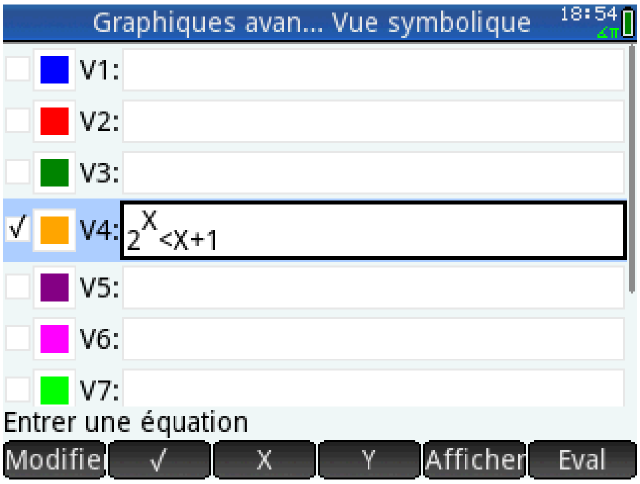
Solution pas à pas :

On lance sur la HP Prime l'application « Graphiques avancés » depuis le bureau d'icônes accessible avec la touche Apps Info.

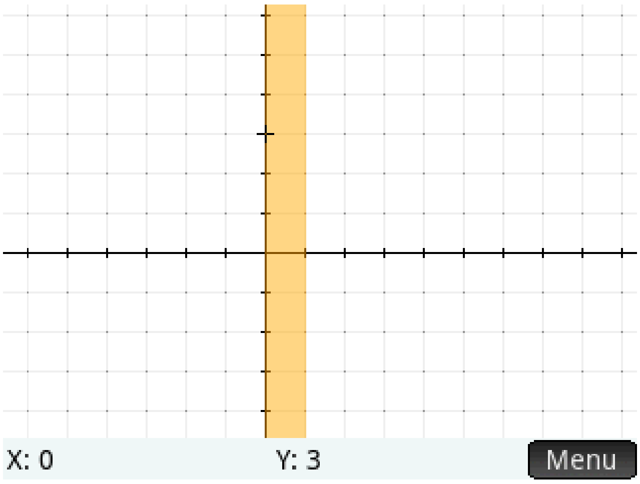
On entre l'inéquation dans l'un des champs de saisie. La variable X et le signe inférieur sont facilement accessibles en appuyant sur les onglets en bas.

Captures d'écran :

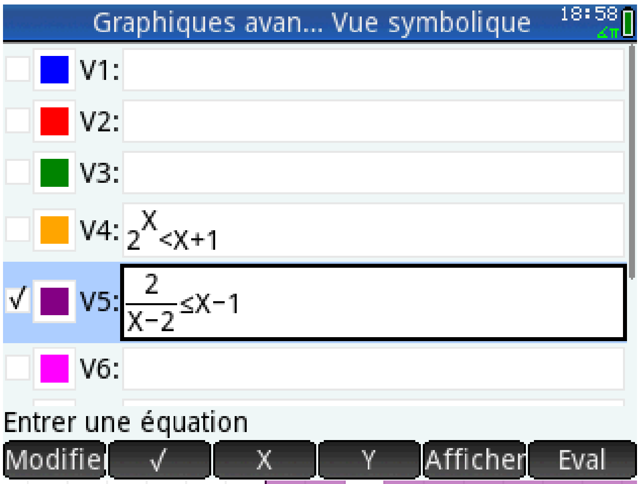


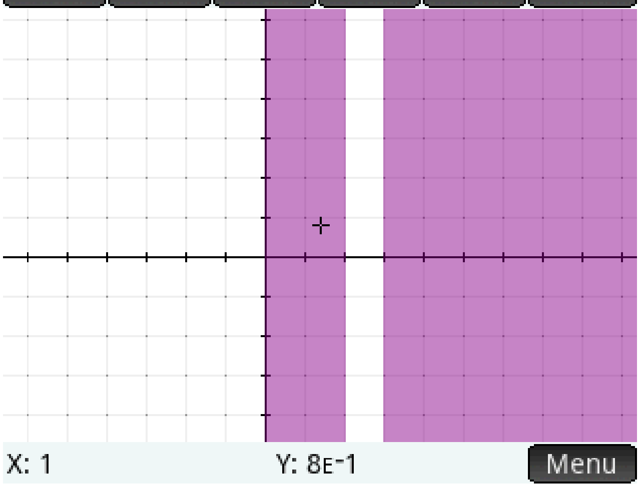


On obtient la représentation graphique des solutions de l'inéquation (zone coloriée) en appuyant sur la touche Plot ↳Setup.



On procède de la même façon pour la deuxième inéquation.

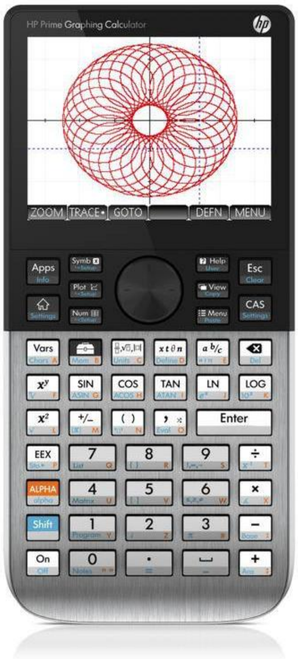




Dérivées

HP Prime

TS



Exercice type :

Déterminer la dérivée de cette fonction :

$f(x) = (2x - 1)e^x$

Solution pas à pas :

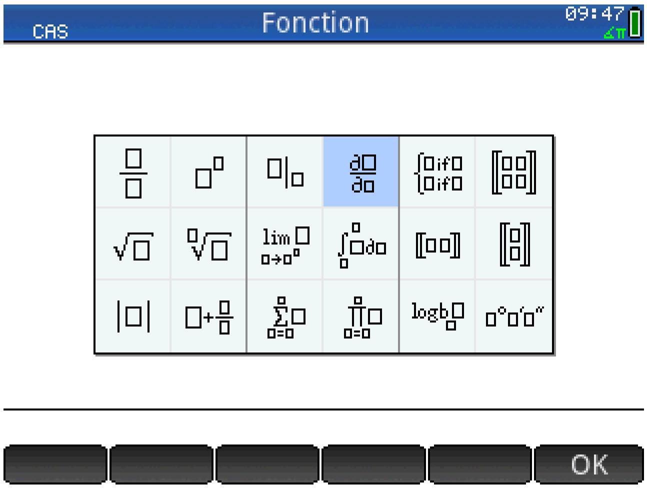
On se rend sur le module de calcul formel de la HP Prime depuis la touche CAS Settings puis on appuie sur la touche Units pour se rendre sur l'écriture d'une dérivée.

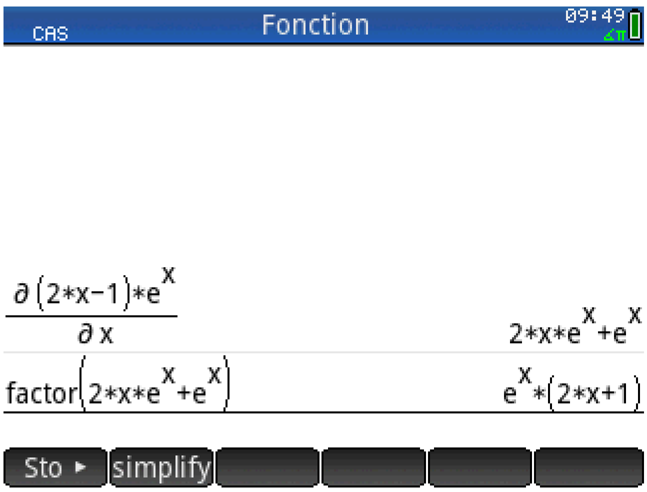
On saisit l'expression algébrique à dériver en utilisant bien la lettre x en minuscule (variable de calcul formel sur la HP Prime).

On valide avec Enter et la HP Prime retourne l'expression de la dérivée.

On peut calculer ainsi tout type de dérivées.

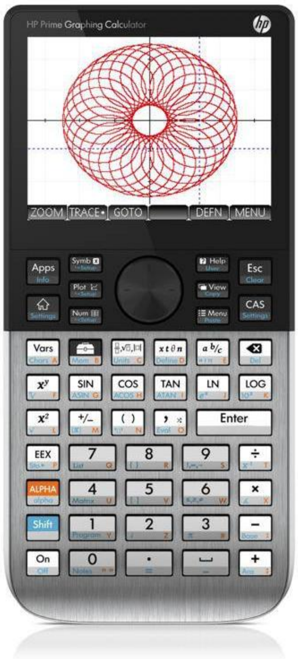
Captures d'écran :





Limites

HP Prime



Exercice type :

Déterminer la limite demandée :

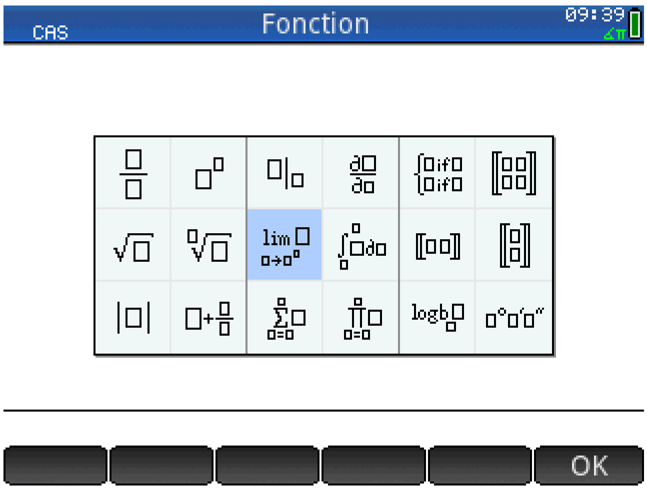
$$\lim_{\substack{x\to 2\\ x>2}} \frac{2x+1}{3x-6}$$

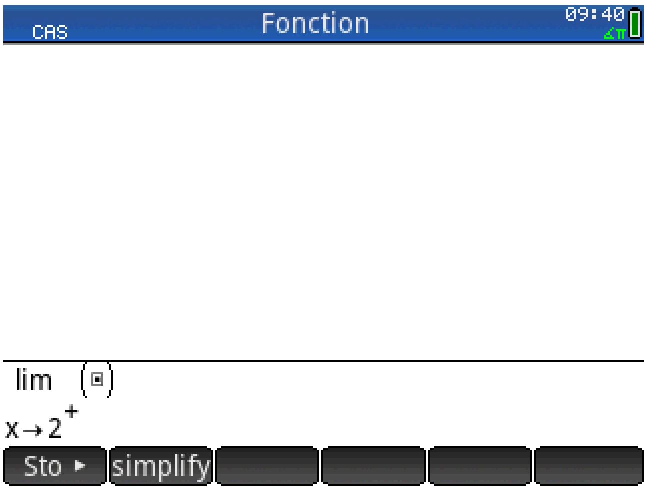
Solution pas à pas :

On se rend sur le module de calcul formel de la HP Prime depuis la touche CAS Settings puis on appuie sur la touche Units pour se rendre sur l'écriture d'une limite.

On remplit alors les champs à compléter dans l'écriture naturelle de la limite.
On précise qu'on veut la limite à droite, en ajoutant un « + » après la valeur vers laquelle tend x.
On mettra « - » si on veut la limite à gauche.

Captures d'écran :

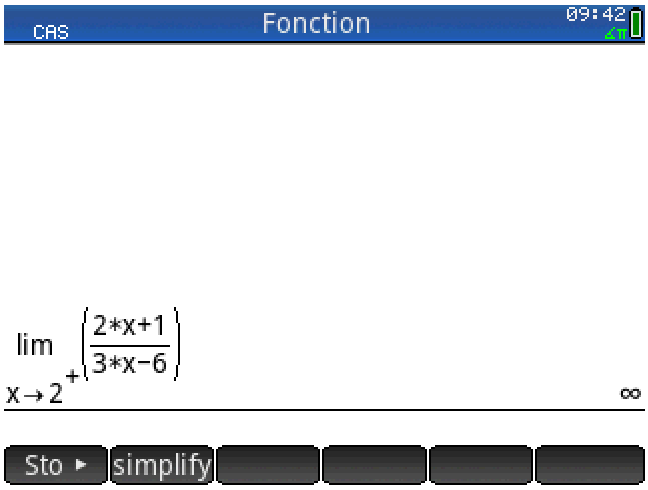




On saisit maintenant l'expression algébrique en utilisant bien la lettre x en minuscule (variable de calcul formel sur la HP Prime).

On valide avec Enter et la HP Prime retourne la valeur de la limite recherchée. Ici donc + l'infini.

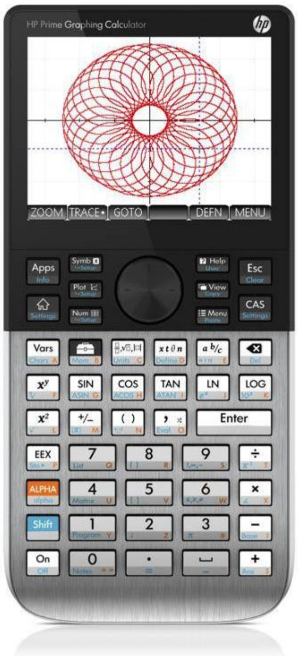
On peut calculer ainsi tout type de limites.



Raccordement de tuyaux

HP Prime

TS



Exercice.
(il s'agit d'un dernier exercice de devoir à la maison)
On souhaite raccorder deux tuyaux droits par un coude de forme parabolique sans changement brusque de direction.
Soit g la fonction définie par :

$$g(x) = \begin{cases} -x \text{ pour } x \leqslant 0 \\ ax^2 + bx + c \text{ pour } x \in]0;5[\\ 2x - 7{,}5 \text{ pour } x \geqslant 5 \end{cases}$$

On aimerait déterminer a, b, c pour satisfaire la demande, c'est à dire tels que g soit continue et dérivable en 0 et en 5.

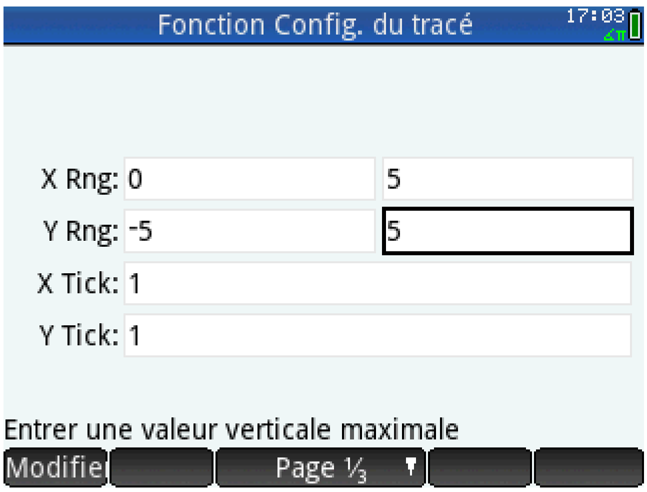
1. Estimer expérimentalement a, b, c.
2. Déterminer a, b, c.

Solution pas à pas :

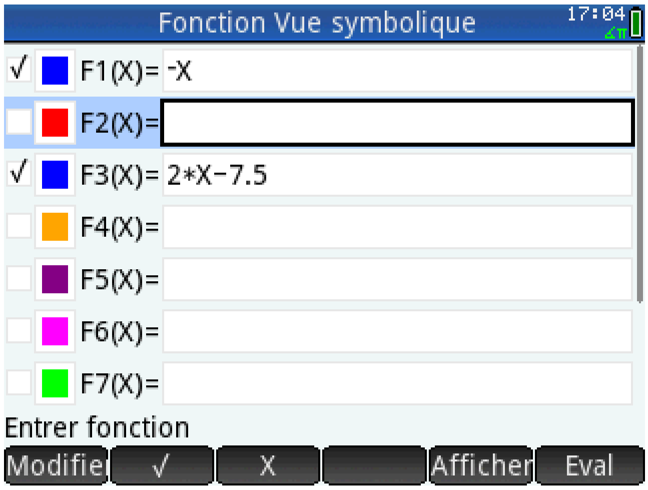
On lance l'application « Fonction » depuis la touche Apps Info.

On règle l'échelle du repère depuis les touches Shift Plot Setup en se restreignant à l'intervalle [0 ; 5] souhaité.

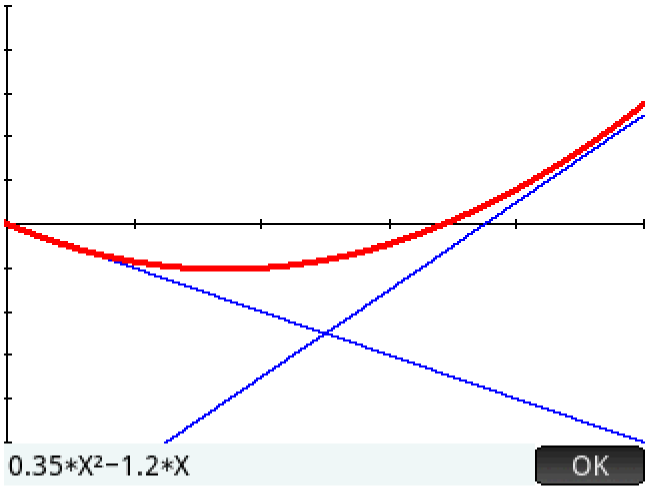
Captures d'écran :



On entre les deux équations de droite.



Avec l'onglet Menu puis Croquis, on peut directement tracer au doigt sur l'écran un raccord parabolique. La HP Prime lisse la courbe et en donne une équation !
On peut ainsi approcher expérimentalement les trois coefficients du trinôme recherché.

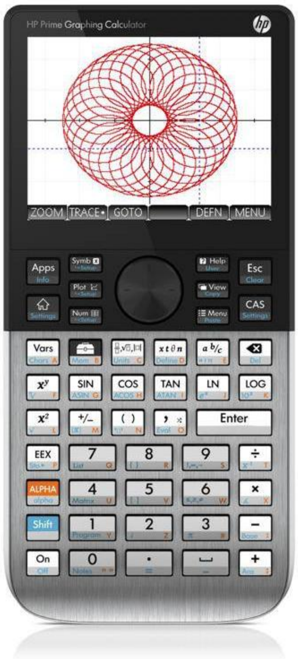


.

Portion du plan délimitée par des courbes

HP Prime

S



Exercice type :

1/ Représenter la portion du plan délimitée par la courbe d'équation $y = x^2 - 4$, l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = -2$ et $x = 0$.

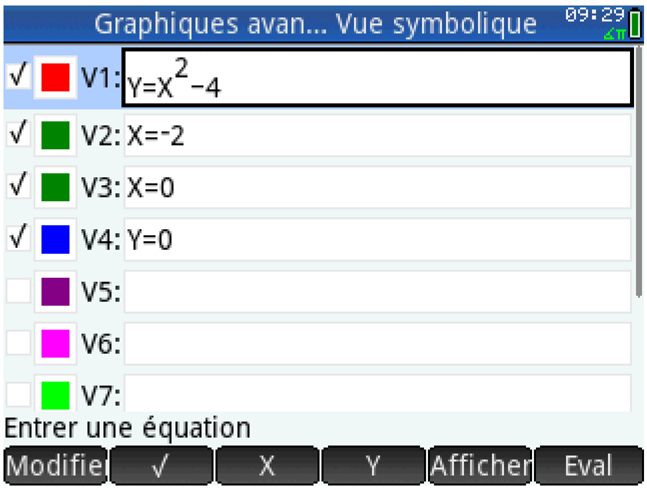
2/ Calculer l'aire de cette portion.

Solution pas à pas :

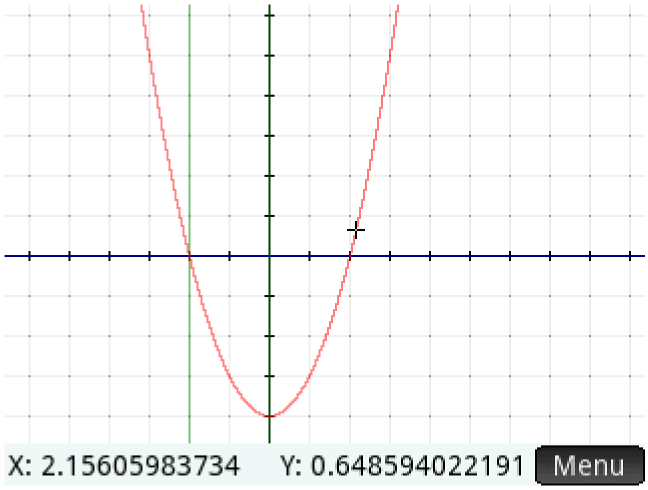
On lance sur la HP Prime l'application « Graphiques avancés » depuis le bureau d'icônes accessible avec la touche Apps Info .

On entre très facilement toutes les équations définies par l'exercice.

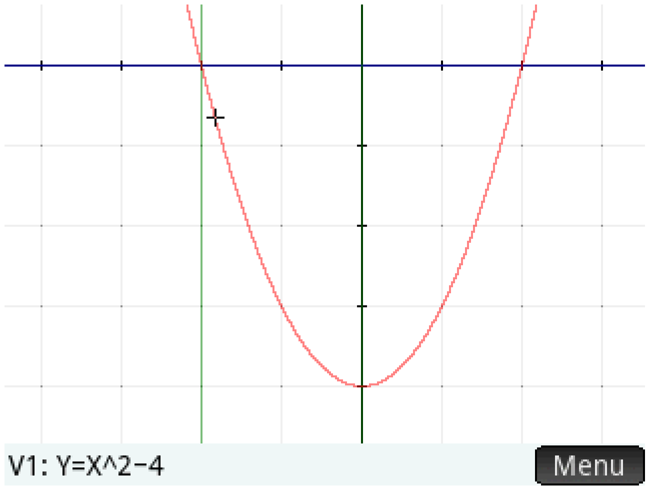
Captures d'écran :



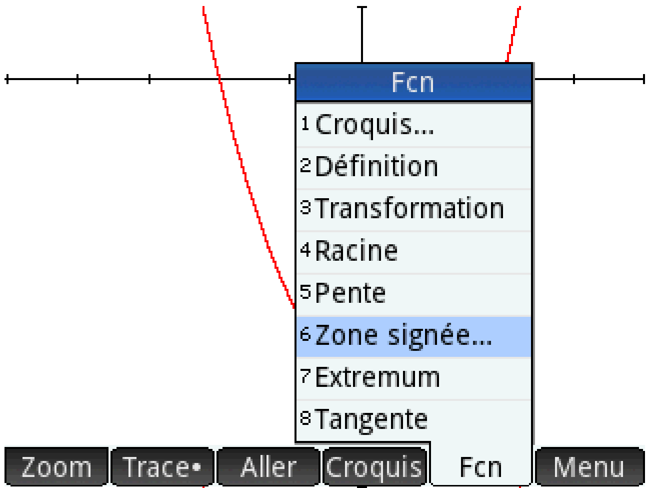
On obtient la représentation graphique des différentes courbes en appuyant sur la touche Plot Setup.



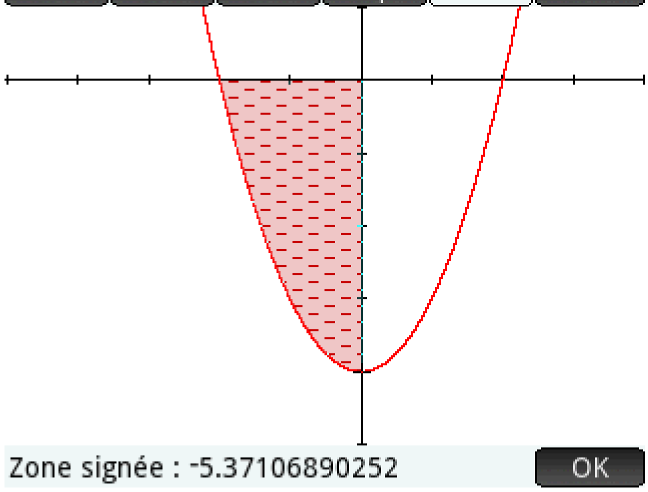
On peut s'approcher de la portion concernée directement en zoomant avec les doigts sur l'écran tactile.



On peut maintenant définir la fonction d'équation y = x² - 4 dans l'application « Fonction » et depuis la vue graphique, sélectionner Menu Fcn « Zone signée… » pour recouvrir la portion recherchée.



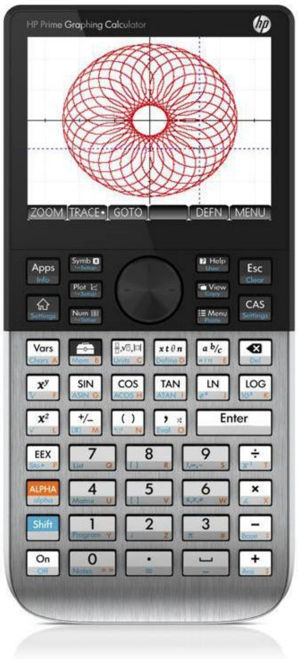
La HP Prime affiche l'aire de la portion.



Fonctions 1ères et Terminales S

HP Prime

S



Exercice

On définit $f : x \mapsto x^3 - 4x^2 + 5{,}1x - 2{,}1$ *sur* $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

1. 1.1 *À l'aide d'une racine évidente de* f, *factoriser* $f(x)$.
   1.2 *Résoudre l'équation* $f(x) = 0$.
2. 2.1 *En admettant que* f *est dérivable sur* $\mathcal{D}_f$, *déterminer l'expression de* $f'(x)$.
   2.2 *Dresser le tableau de variations de* f.
   Terminale S : *Inclure les limites de* f *aux bornes de* $\mathcal{D}_f$.
3. *Déterminer une équation de la tangente* $\mathcal{T}$ *à la courbe représentative* $\mathcal{C}_f$ *de* f *au point d'abscisse* $x = 2$.
4. ***Terminale S*** : *Calculer la valeur de* $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

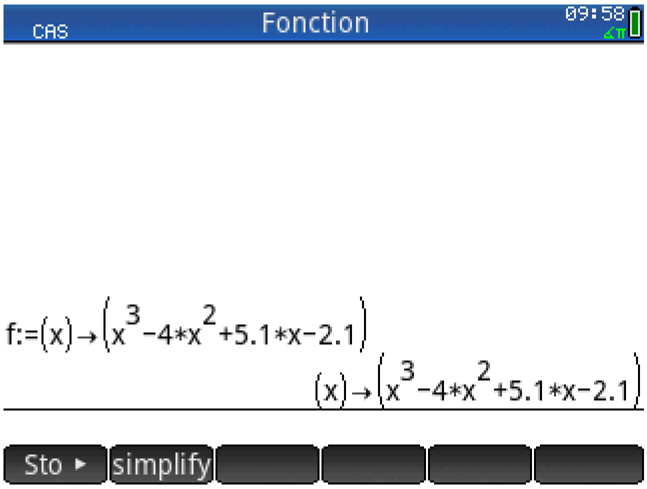
Solution pas à pas :

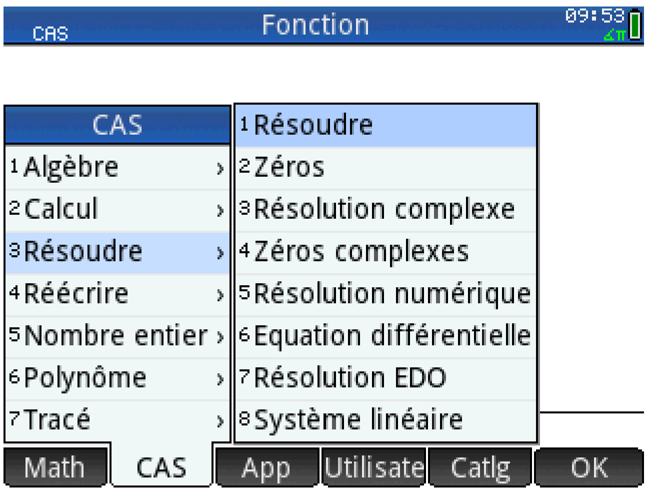
1. On se rend sur le module de calcul formel de la HP Prime depuis la touche CAS Settings.

On définit la fonction en saisissant f(x) := suivie de l'expression algébrique de la fonction pour éviter de la ressaisir à chaque calcul.

On appuie sur la touche Mem B pour sélectionner la commande « Résoudre » dans le menu CAS.

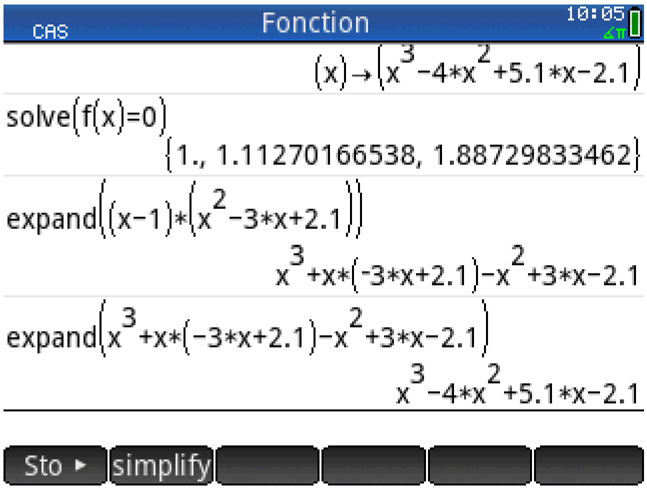
Captures d'écran :



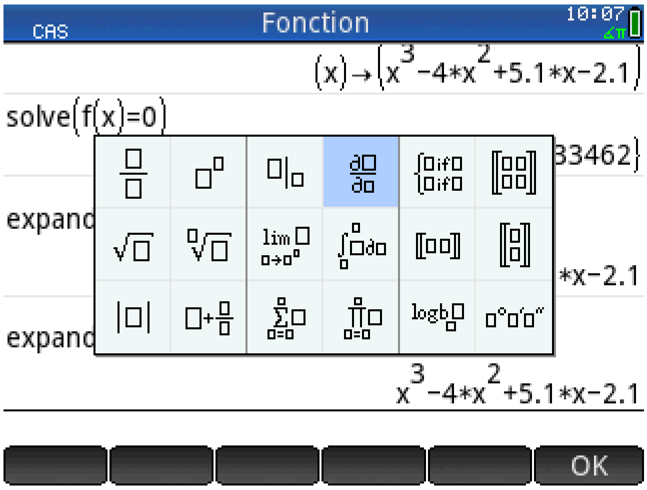


On entre l'équation à résoudre et la HP Prime retourne 3 racines dont l'évidente x = 1.

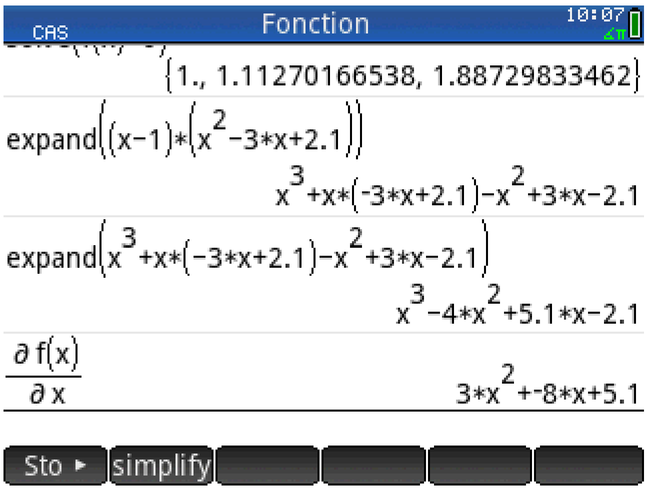
On peut obtenir la factorisation par x – 1 en identifiant les coefficients.
La HP Prime permet de vérifier que l'on retombe bien sur l'expression de départ.



2. On appuie maintenant sur la touche Units pour se rendre sur l'écriture d'une dérivée.



On saisit l'expression algébrique à dériver.
On valide avec Enter et la HP Prime retourne l'expression de la dérivée.

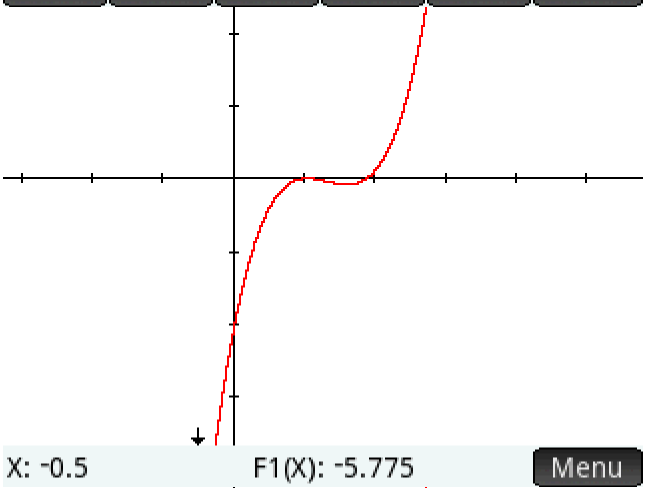


On obtient la représentation graphique des différentes courbes en appuyant sur la touche Plot.

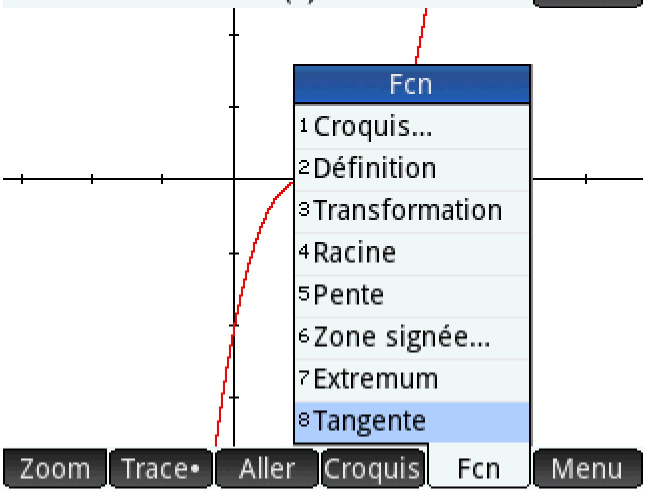
On obtient la représentation graphique de la fonction depuis l'application « Fonction » accessible depuis la touche Apps Info .

On peut entrer à côté de F1(X)= l'expression f(x)

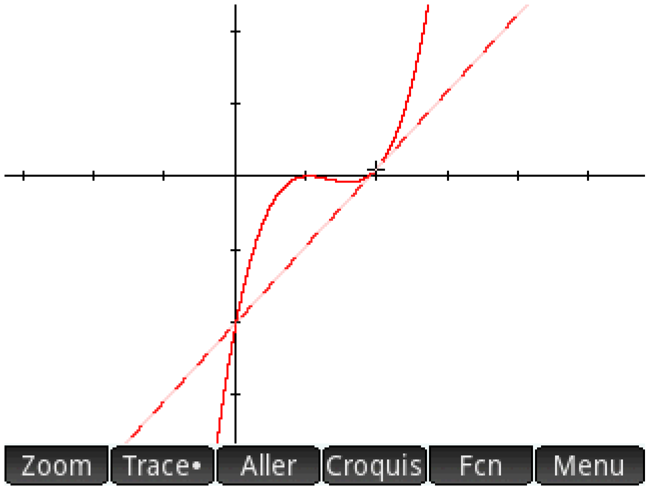
On appuie sur la touche Plot Setup et on obtient la représentation graphique de la fonction f avec ses variations.



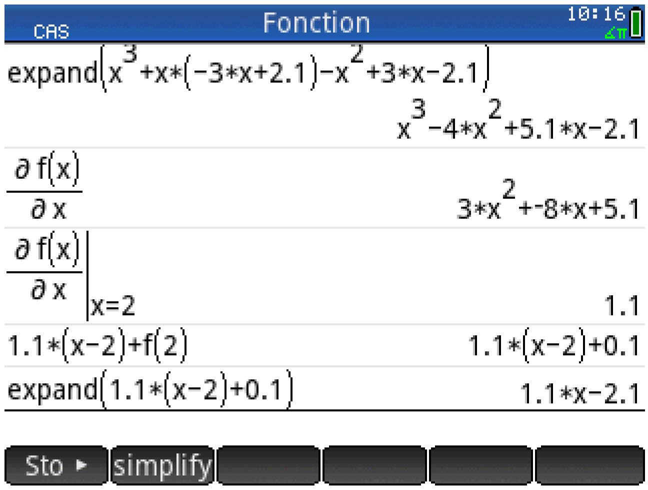
3. On peut s'intéresser maintenant à la tangente depuis l'onglet Menu Fcn



On se déplace en x = 2 et la tangente est directement affichée.

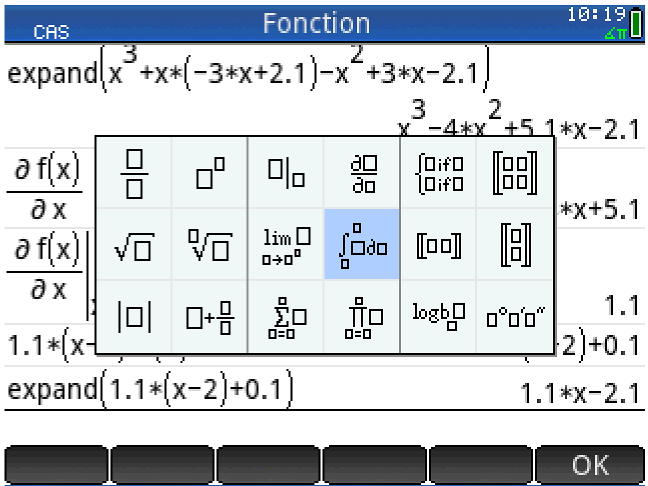


On peut retourner sur l'écran CAS et utiliser le calcul formel pour obtenir l'équation de la tangente.



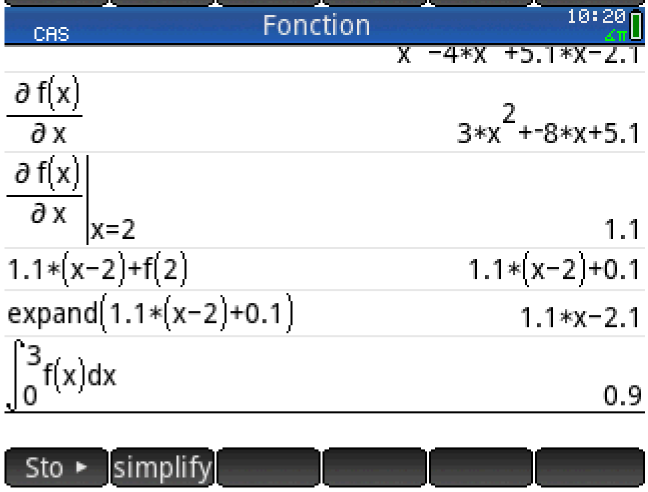
4. On termine sur le calcul de l'intégrale.

Depuis la touche Units on se rend sur l'écriture d'une intégrale.



On entre les bornes et la fonction directement dans les champs de saisie.

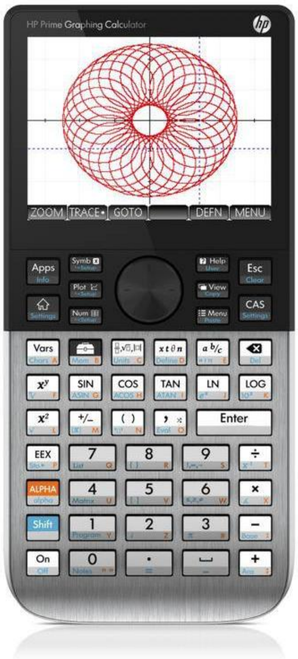
La HP Prime retourne alors la valeur de l'intégrale en validant avec la touche Enter ≈.



Fonction définie par morceaux

HP Prime

S



Soit f la fonction définie sur $[-2\,;\,5[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = 3 & \text{si } -2 \leq x < 1 \\ f(x) = -3x + 6 & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ f(x) = x - 6 & \text{si } 3 \leq x < 5 \end{cases}$$

Représenter graphiquement la fonction *f*.

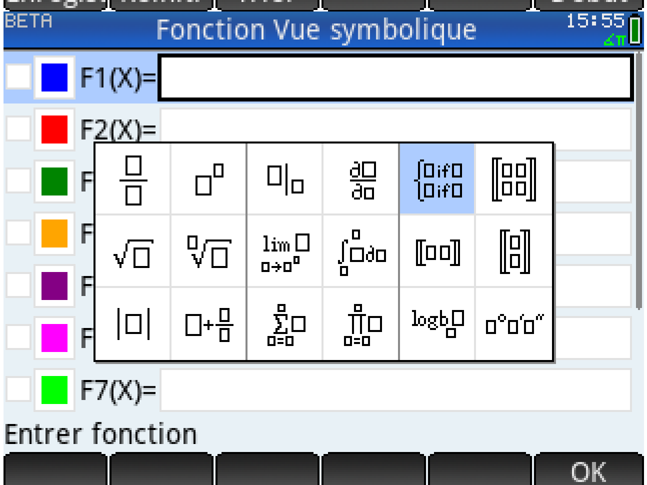
Solution pas à pas :

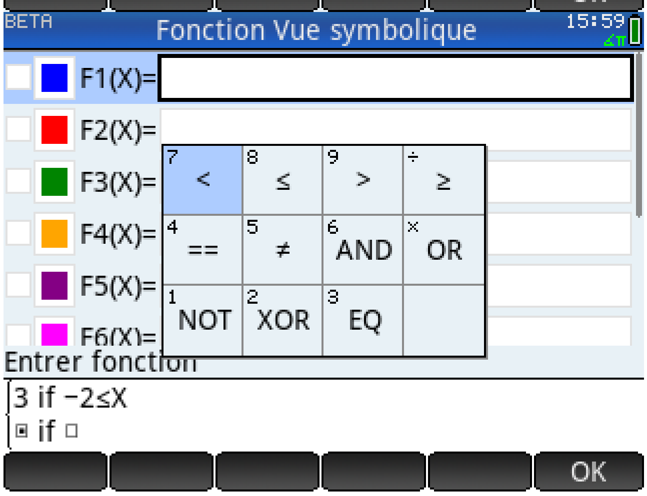
On lance l'application « Fonction » depuis la touche Apps Info.

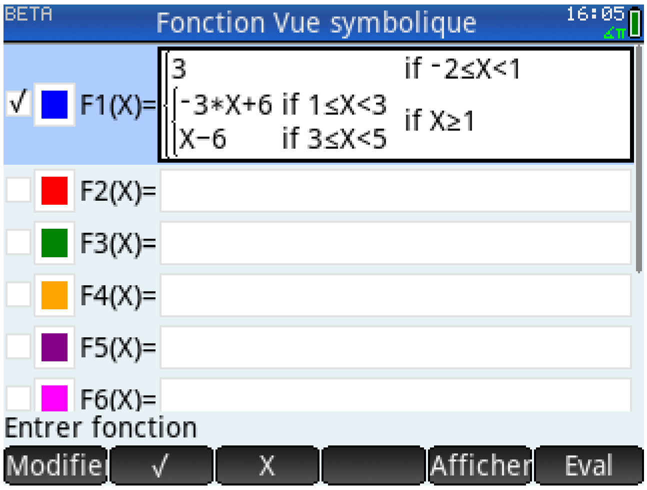
Appuyez sur la touche Units pour accéder au menu des symboles mathématiques et sélectionnez le 5ème sur la première ligne (accolade avec des « if »).

Validez avec l'onglet OK et commencez à remplir les lignes avec les intervalles donnés. Les signes inférieurs sont accessibles avec la combinaison de touches Shift 6.

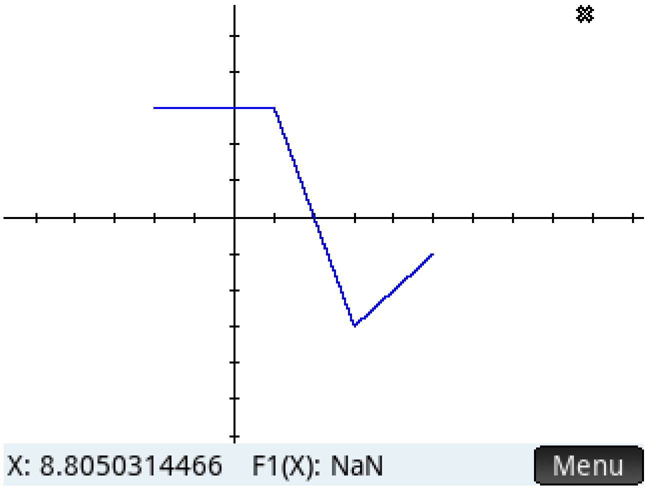
Captures d'écran :







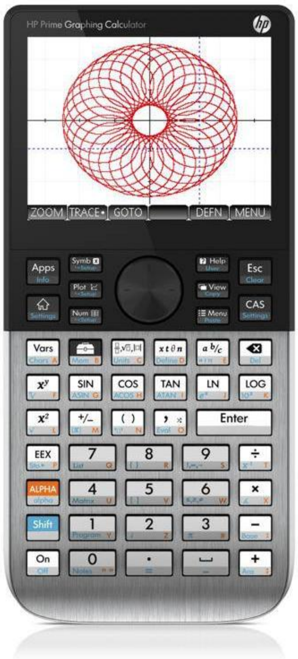
On appuie sur la touche Plot (Setup) pour obtenir la représentation graphique de la fonction définie par morceaux.



Etude de suite

HP Prime

S



Exercice

On définit la suite à valeurs réelles $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de la façon suivante :

$$\begin{cases} u_0 & = 1 \\ u_{n+1} & = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$$

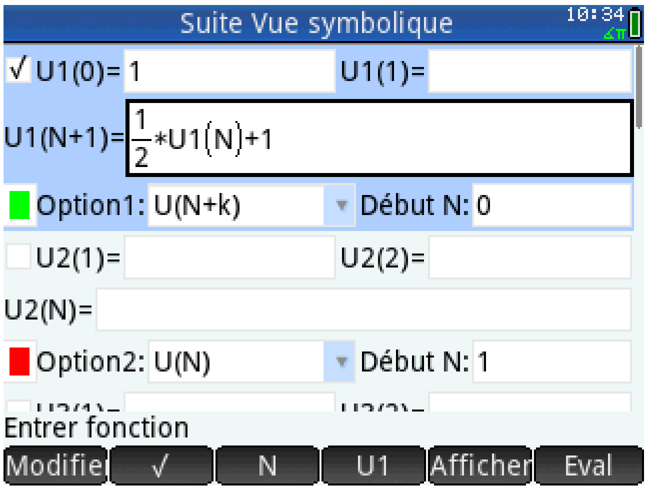
1. *Calculer les trois premiers termes de la suite, et conjecturer la valeur de* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.
2. *On définit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par la relation suivante :* $\forall n \in \mathbb{N},\ v_n = u_n - 2$.
   2.1 *Démontrer que v est une suite géométrique.*
   2.2 *Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.*
3. ***Terminale S :*** *Déterminer la valeur de* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Solution pas à pas :

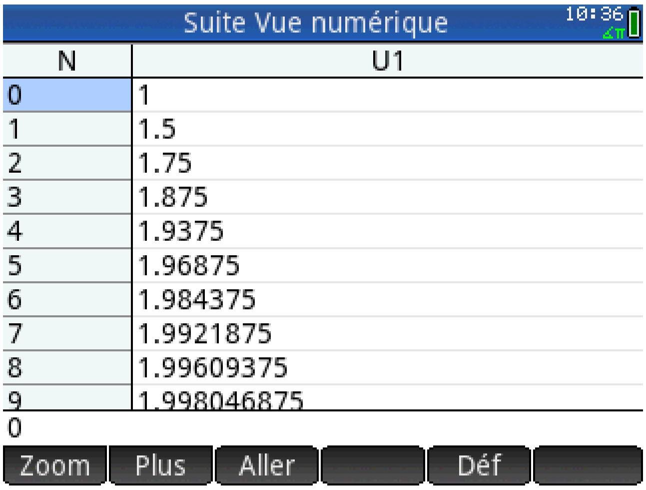
1. On lance l'application « Suite » depuis la touche Apps Info.

On saisit la suite en précisant que le terme initial est défini au rang 0 (mettre Début N à 0), en sélectionnant l'option1 U(N+k) pour définir la suite à partir de rang N+1.
Il reste à entrer la valeur du terme initial sur la première ligne et l'expression de la suite sur la deuxième ligne.

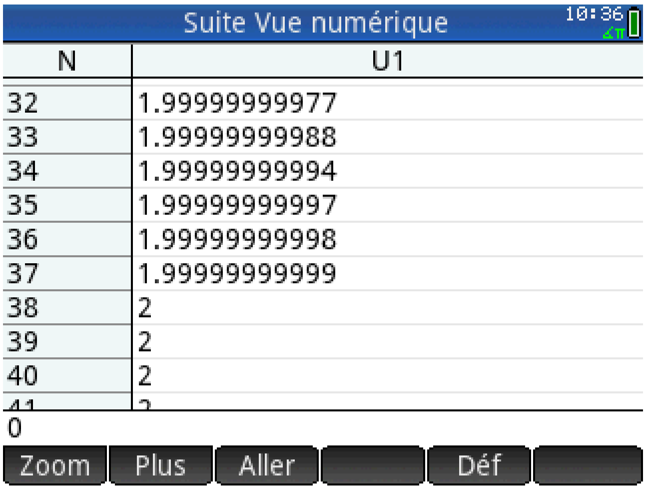
Captures d'écran :



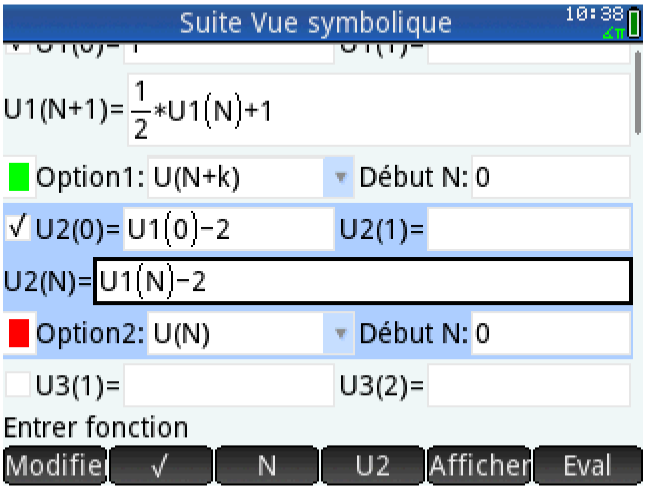
On appuie maintenant sur la touche Num pour obtenir différentes valeurs des termes de la suite notamment des trois premiers.



En descendant dans le tableau, on conjecture que la suite converge rapidement vers 2.

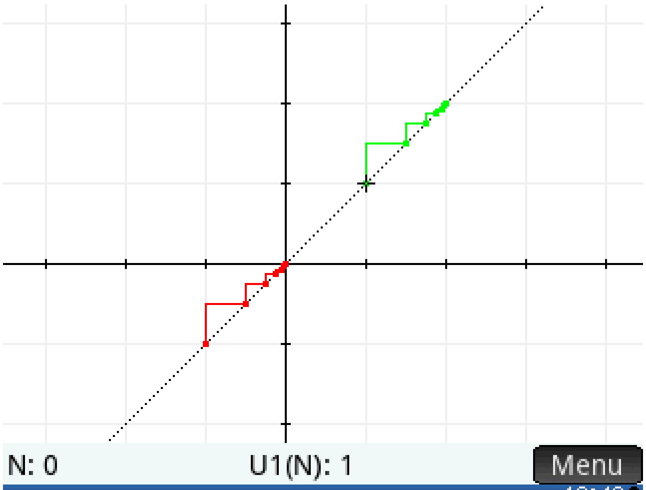


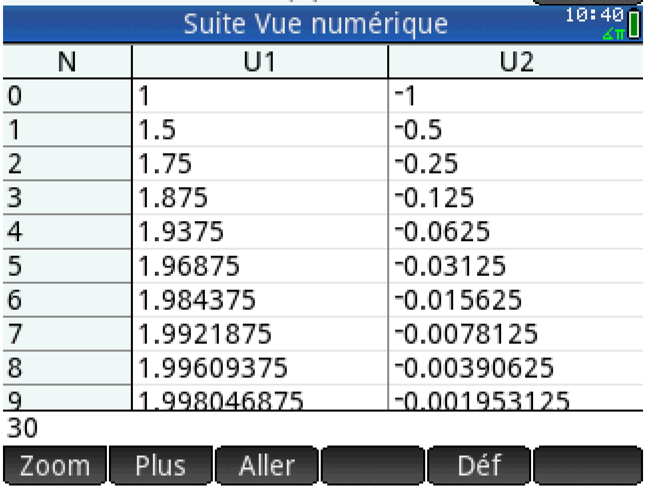
2. On appuie sur la touche Symb pour définir la nouvelle suite (Vn) définie avec (Un).
On utilise U1(0) et U1(N) pour faire appel à la première suite définie.



Une pression sur la touche Plot permet de voir ce qu'il se passe. En vert, la suite (Un) et en rouge la suite (Un).

Une pression sur la touche Num Setup permet de se rendre compte que la suite (Vn) est bien une suite géométrique et de raison 0,5.



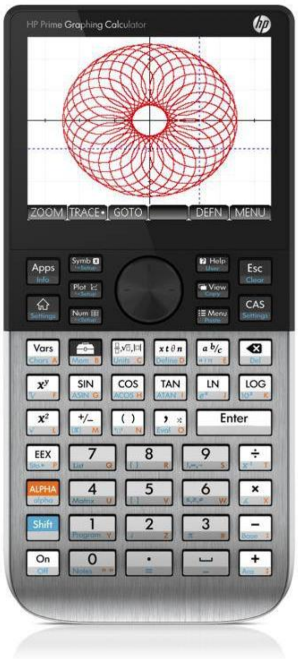


N	U1	U2
0	1	-1
1	1.5	-0.5
2	1.75	-0.25
3	1.875	-0.125
4	1.9375	-0.0625
5	1.96875	-0.03125
6	1.984375	-0.015625
7	1.9921875	-0.0078125
8	1.99609375	-0.00390625
9	1.998046875	-0.001953125

Equation de niveau

HP Prime

TS



Exercice

On souhaite résoudre sur $\mathbb{R}$ *l'équation* $(\mathcal{E})$: $\mathrm{e}^x + x = \pi$.

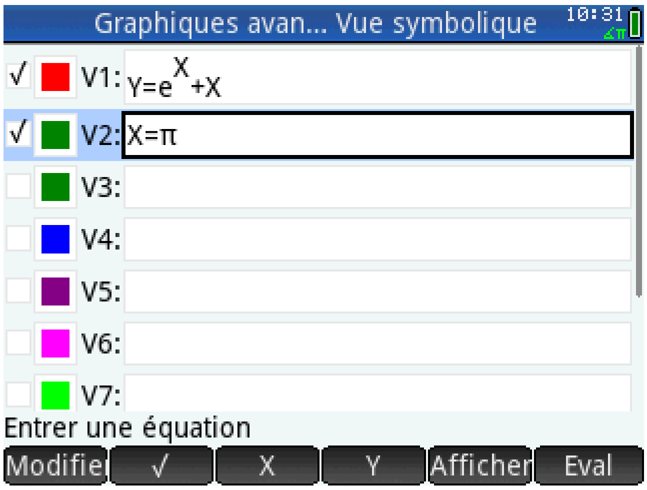
1. *Justifier que l'équation* $(\mathcal{E})$ *admet une unique solution sur* $\mathbb{R}$.
2. *Déterminer une valeur approchée de cette solution.*

Solution pas à pas :

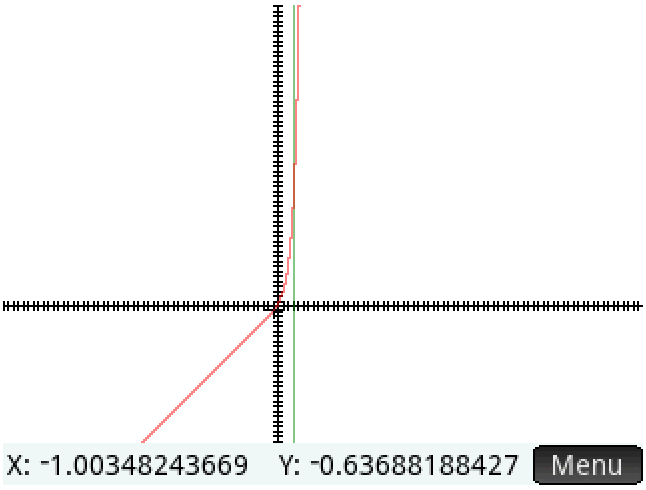
1. On lance l'application « Graphique Avancé » depuis la touche Apps Info.

On saisit les deux expressions ci-contre.
Le symbole pi s'obtient avec la combinaison de touches Shift 3 π #.

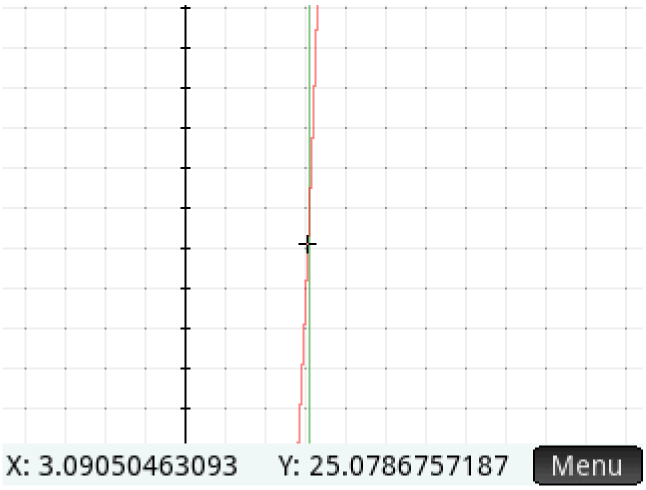
Captures d'écran :



On appuie maintenant sur la touche Plot Setup pour obtenir les représentations graphiques.



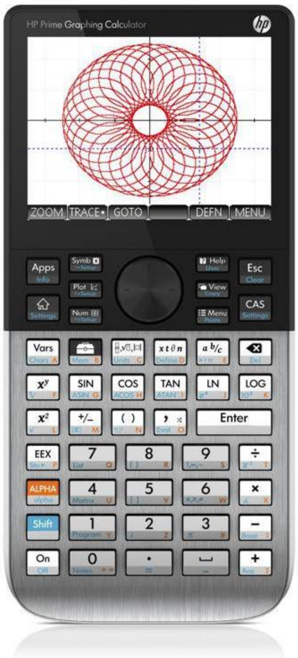
On peut zoomer directement avec les doigts sur l'écran tactile de la HP Prime pour se rendre au niveau de l'intersection entre la courbe et la droite qui se coupent un seul point dont on peut explorer approximativement l'abscisse en déplaçant le curseur.



Approximation de racine

HP Prime

TS



Exercice

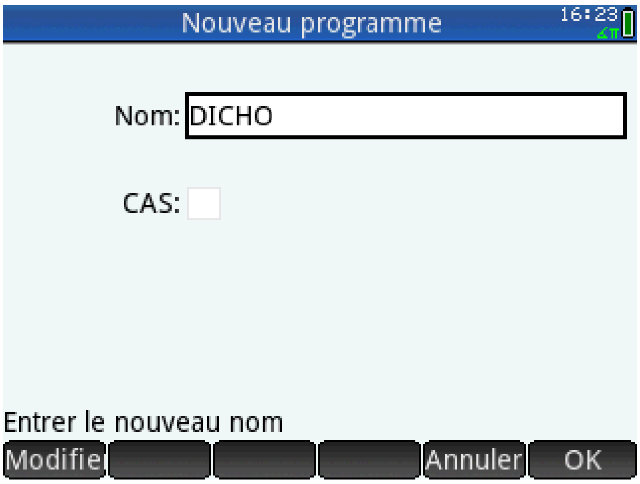
Rédiger puis programmer sur la machine un algorithme qui, étant donnés une fonction f et un intervalle $[a; b]$ dans lequel la fonction admet une unique racine, va déterminer un encadrement d'amplitude au plus p (donné) de cette racine.

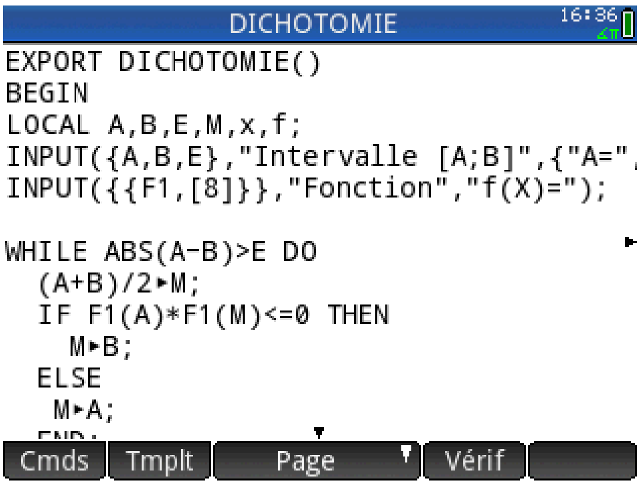
Solution pas à pas :

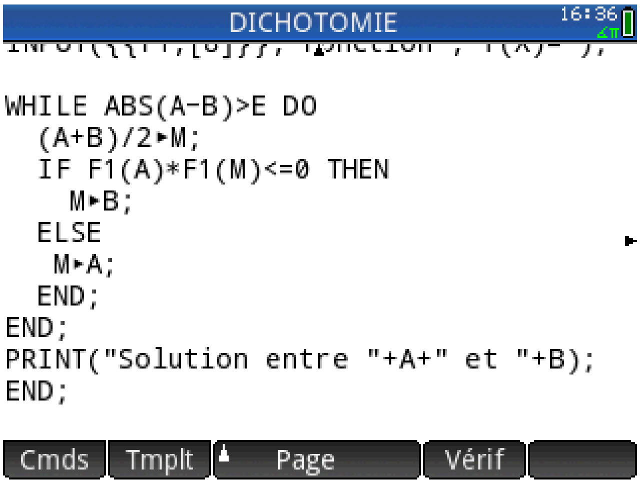
On accède à l'éditeur de programmes depuis les touches Shift 1 (Program Y).
On entre un nom pour le programme.

On procédera par dichotomie en tapant le code ci-contre.

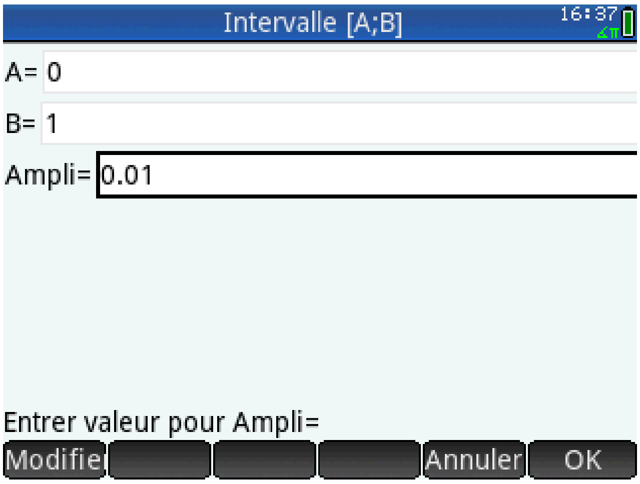
Captures d'écran :

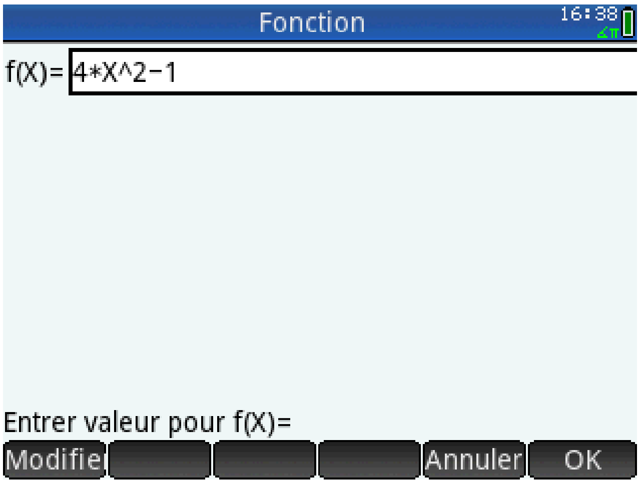






Exécuter le programme et entrer les différentes valeurs et expression dans les deux boites de dialogue qui apparaissent.

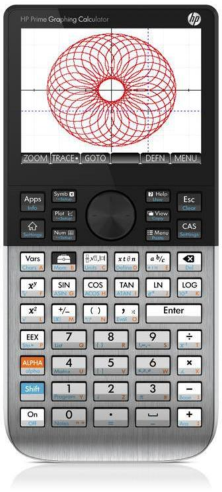




Principe de récurrence

HP Prime

Ts



Exercice :

Déterminer, avec la calculatrice, le plus petit entier naturel n tel que $2^n > 100n$

Solution pas à pas :

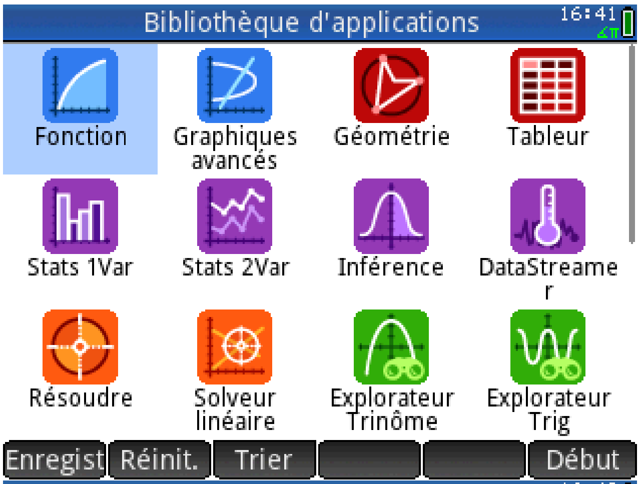
Méthode 1 :

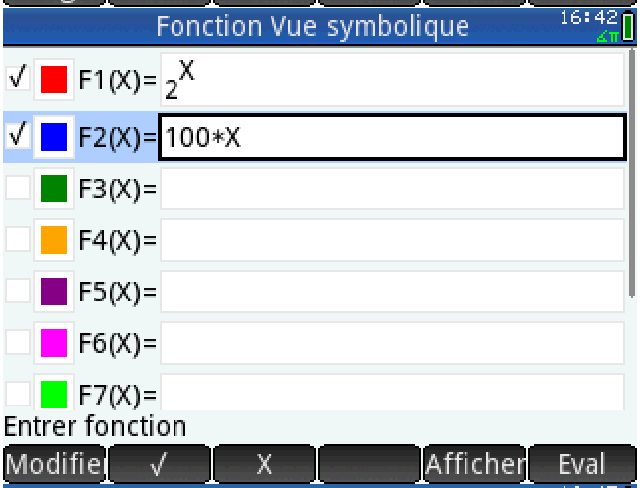
On lance l'application « Fonction » depuis la touche Apps Info .

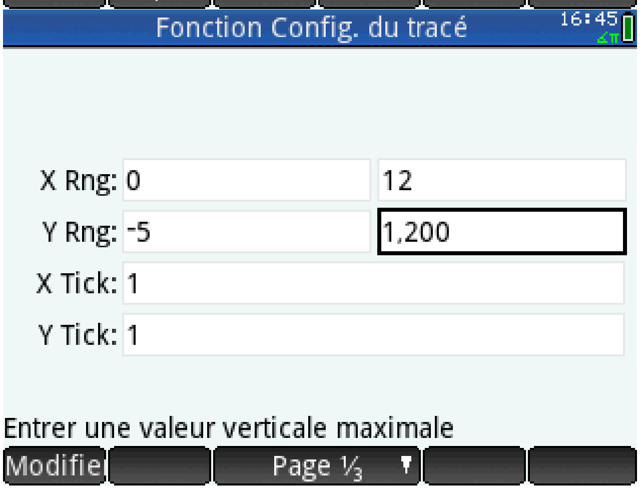
On saisit les deux fonctions ci-contre :

On règle correctement la fenêtre depuis les touches Shift Plot Setup

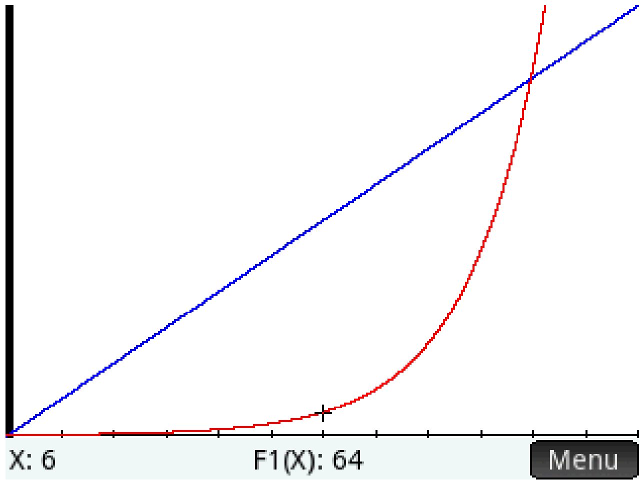
Captures d'écran :



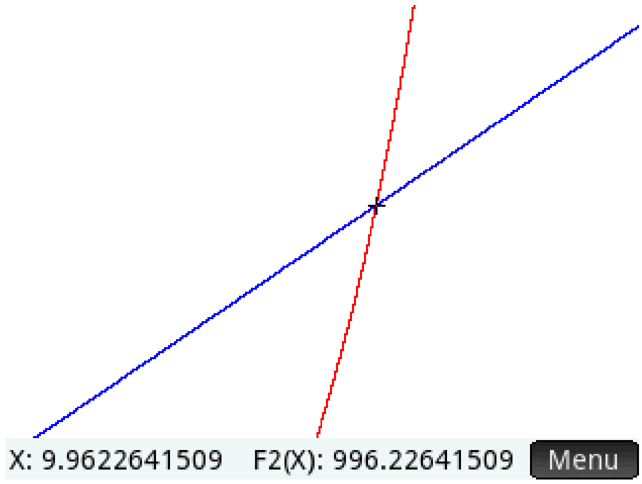




On obtient la représentation graphique des deux fonctions avec la touche Plot Setup.



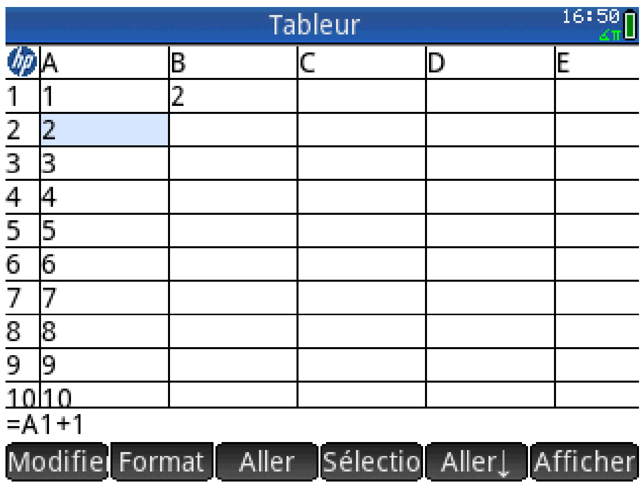
On explore l'intersection des deux courbes en déplaçant le curseur directement avec le doigt sur l'écran tactile.



<u>Méthode 2 :</u>

On lance l'application « Tableur » depuis la touche Apps Info.

On saisit 1 dans la cellule A1 puis avec les onglets Selection on surligne la colonne A avec la flèche du bas, on saisit la formule =A1+1 pour obtenir une liste d'entiers naturels consécutifs.



Dans la colonne B, depuis les onglets Selection et avec la flèche du bas on surligne la colonne B, on saisit la formule =2^A1 pour obtenir les valeurs des puissances de 2.

Tableur 16:52

	A	B	C	D	E
1	1	2			
2	2	4			
3	3	8			
4	4	16			
5	5	32			
6	6	64			
7	7	128			
8	8	256			
9	9	512			
10	10	1,024			

=2^A1

Modifie Format Aller Sélectio Aller↓ Afficher

On procède de la même manière sur la colonne C avec cette fois la formule =100*A1
En explorant le tableau, on voit à partir de quel entier, l'inégalité se renverse.

Tableur 16:54

	A	B	C	D	E
4	4	16	400		
5	5	32	500		
6	6	64	600		
7	7	128	700		
8	8	256	800		
9	9	512	900		
10	10	1,024	1,000		
11	11	2,048	1,100		
12	12	4,096	1,200		

=2^A10

Modifie Format Aller Sélectio Aller↓ Afficher

Méthode 3 :

On accède à l'éditeur de programmes depuis les touches **Shift** **1** (Program Y).
On entre le programme suivant.

RECU 16:57

```
EXPORT RECU()
BEGIN
LOCAL N;
N:=1;
WHILE 2^N<100*N DO
 N:=N+1;
END;
PRINT(N);
END;
```

Cmds Tmplt Vérif

Son exécution nous donne l'entier recherché.

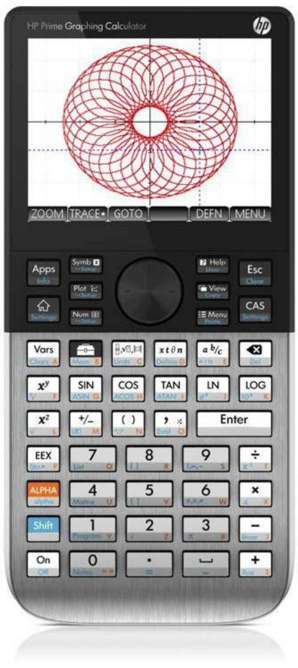
Terminal 16:58

10

Tangente à deux courbes

HP Prime

TS



Exercice.

Dans un repère du plan, on considère les courbes d'équation $y = e^x$ et $y = -e^{-x-1}$. Existe-t-il une droite tangente aux deux courbes ?

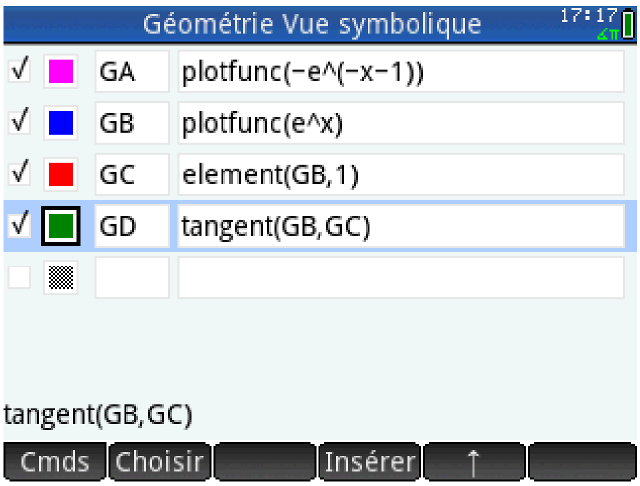
1. Conjecturer une réponse avec l'application de géométrie.
2. Démontrer.

Solution pas à pas :

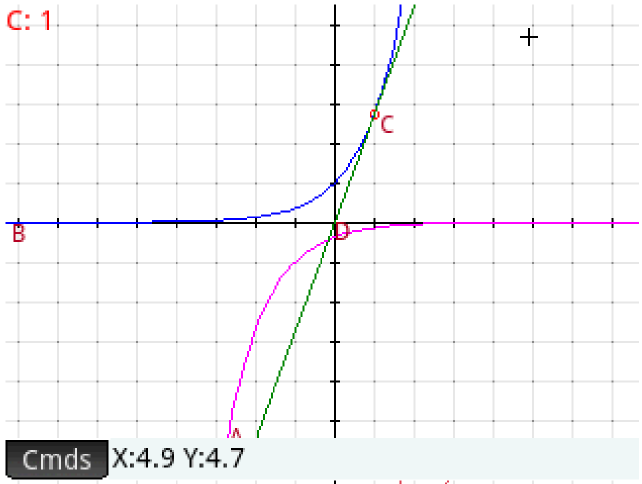
On lance l'application « Géométrie » depuis la touche Apps Info .

Appuyez sur la touche Symb Setup pour générer les représentations graphiques des deux fonctions et pour mettre en place une tangente dynamique.
On représente graphiquement les deux fonctions avec la commande plotfunc(
On crée un point se déplaçant sur la courbe de la fonction exponentielle avec la commande element(
On trace avec la commande tangent(la tangente à la courbe de la fonction exponentielle au point défini.

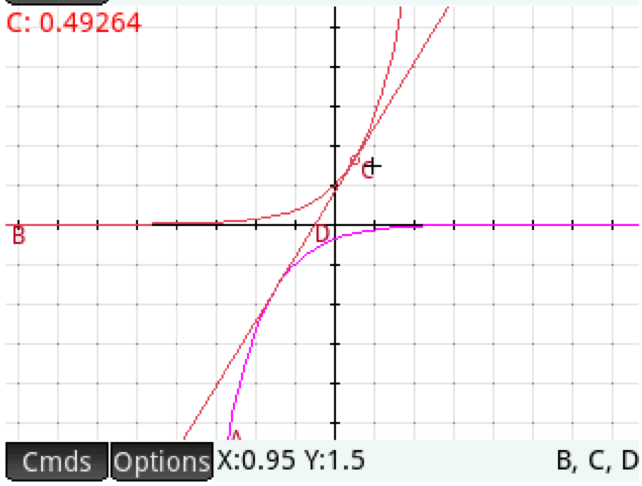
Captures d'écran :



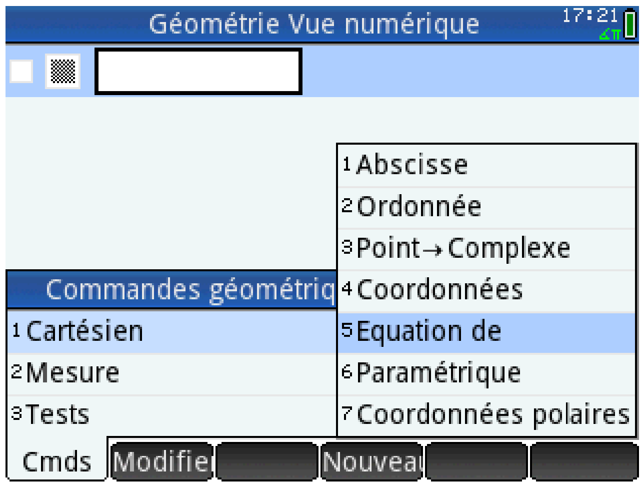
Une pression sur la touche Plot Setup permet d'obtenir tous les tracés créés.



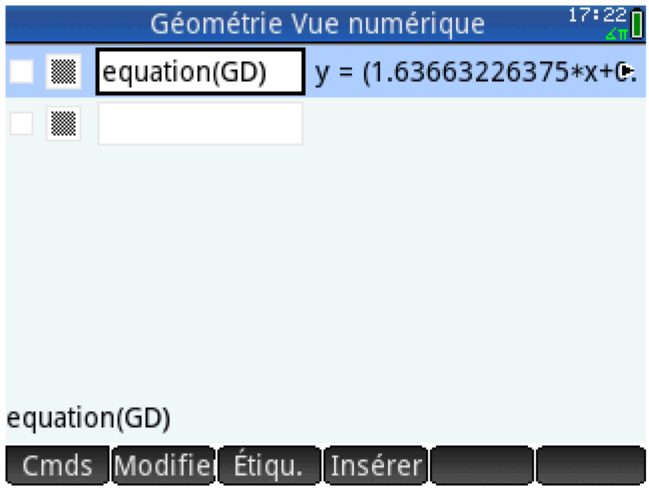
On déplace alors le point C dynamiquement pour placer la tangente également tangente à l'autre courbe.



Pour obtenir l'équation de la tangente trouvée, on appuie sur la touche Num Setup et on sélectionne depuis l'onglet Cmds, Cartésien et Equation de.



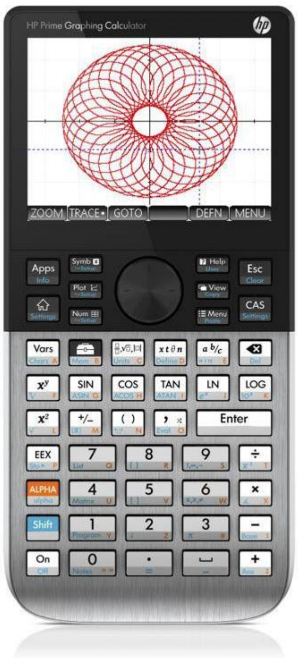
On précise GD en paramètre (GD est le nom graphique de la tangente tracée depuis l'écran symbolique).
La HP Prime retourne l'équation de la tangente aux deux courbes.



Oscillations libres amorties

HP Prime

S



Exercice :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = e^{-0,1t}\cos(t)$.

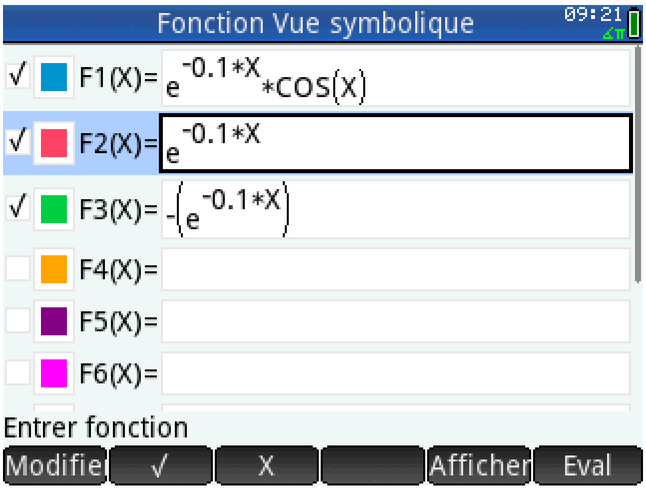
1. Tracer la courbe de la fonction f sur l'intervalle $[0;30]$.
2. Tracer les courbes des fonctions $g : t \longrightarrow e^{-0,1t}$ et $h : t \longrightarrow -e^{-0,1t}$ sur le graphique.
3. Conjecturer, par observation du graphique, la limite de la fonction f quand t tend vers l'infini. Rappeler l'instruction hp prime à utiliser pour calculer cette limite et confirmer ainsi votre conjecture graphique.

Solution pas à pas :

1/ 2/ On lance l'application « Fonction » depuis la touche Apps Info.

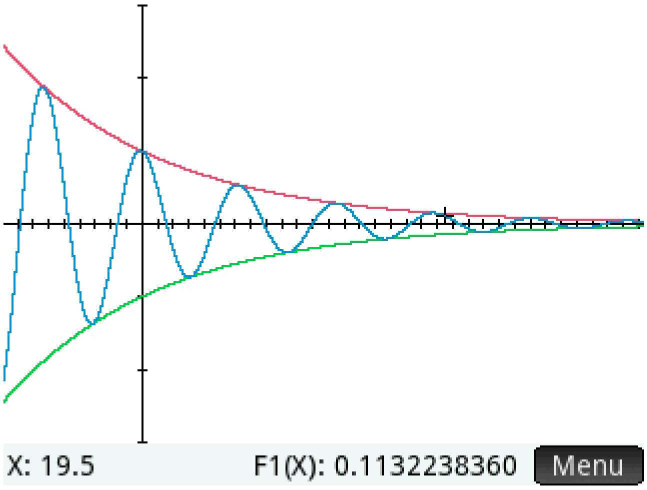
On entre les expressions algébriques des trois fonctions à tracer.
L'exponentielle s'obtient avec la combinaison de touches Shift LN e^x.

Captures d'écran :

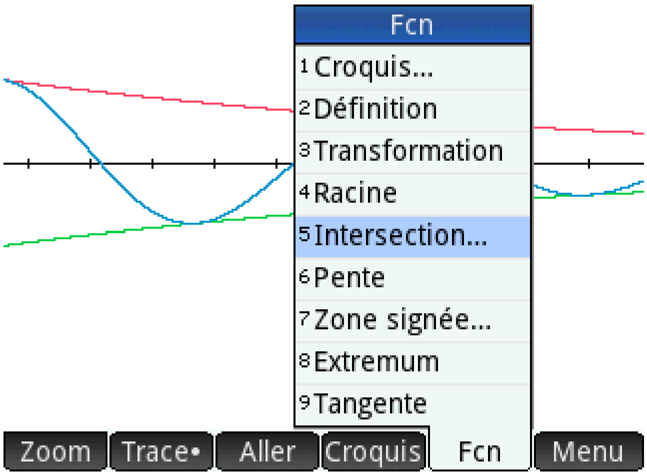


La touche Plot (Setup) permet d'obtenir directement la représentation graphique des trois fonctions.

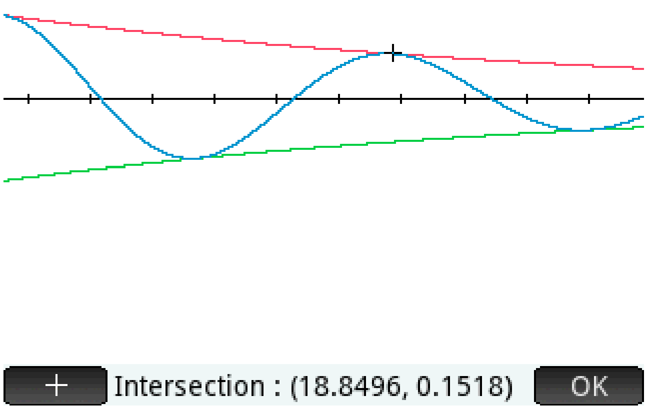
3/ La limite de la fonction f semble tendre vers 0 à l'infini.



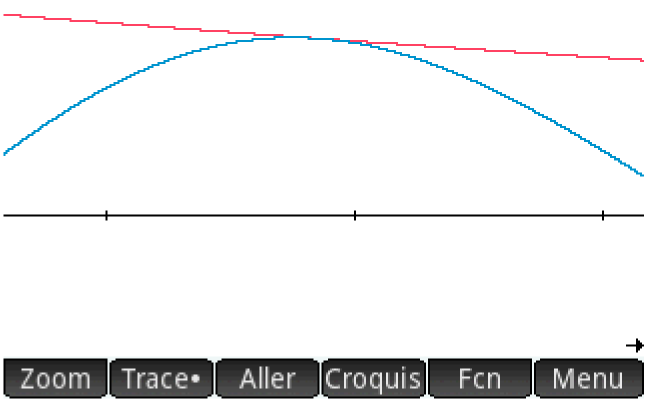
On s'intéresse aux points de contact entre les courbes de f et celles de g.
Pour cela, on peut zoomer / dézoomer avec les touches + et − ou directement avec les doigts sur l'écran.
Depuis l'onglet Menu en bas de l'écran, on choisit Fcn : Intersection…



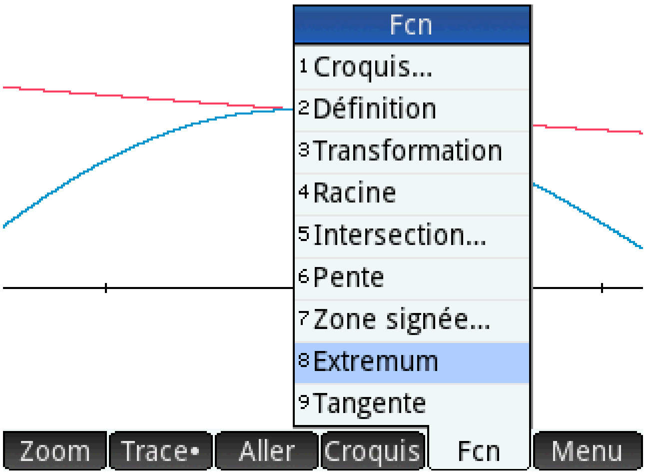
On sélectionne l'intersection entre F1 et F2. Le curseur se place alors automatiquement sur une intersection et les coordonnées du point sont affichées.
En procédant ainsi sur plusieurs points d'intersection entre ces deux courbes, on conjecture que la différence entre les abscisses de deux points de contact consécutifs semble toujours être égale à 2π.



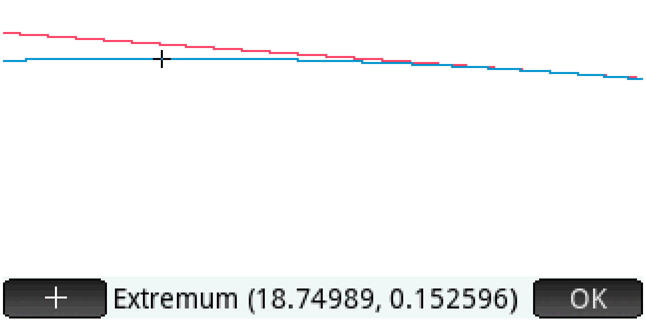
En s'approchant encore davantage, l'abscisse d'un point d'intersection ne semble pas avoir comme image un maximum local.



Depuis l'onglet Menu en bas de l'écran, on choisit Fcn : Extremum.

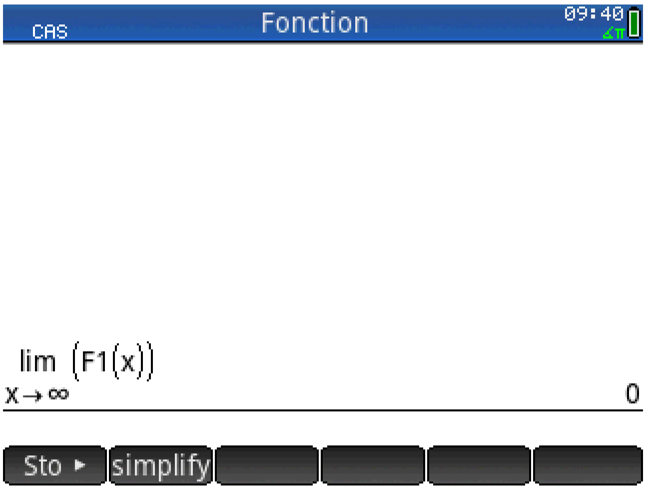


On voit que le maximum local se situe un peu avant le point de contact entre les deux courbes.

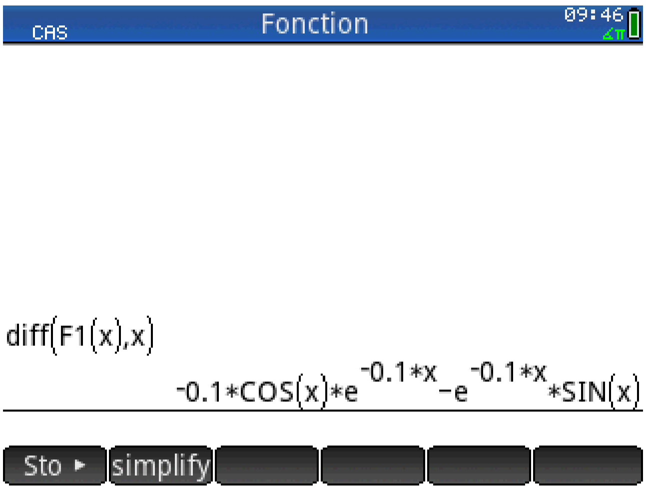


4/ On peut vérifier toutes ces conjectures depuis l'écran de calcul formel accessible depuis la touche CAS Settings. On récupère l'écriture d'une limite avec la touche Units et le symbole infini avec les touches Shift 9.

La limite de f est bien 0 en l'infini et cela se montre très facilement avec le théorème des gendarmes puisque f est encadrée par deux fonctions qui tendent vers 0 en l'infini.



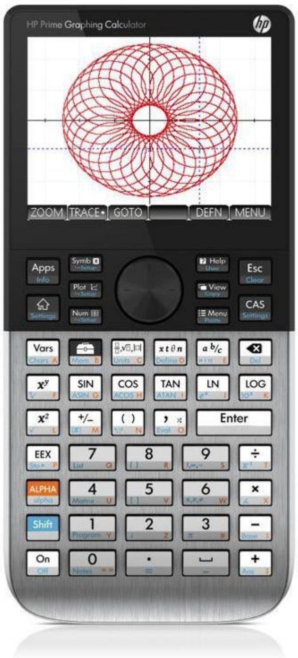
Pour les extrema locaux, on peut obtenir la dérivée de la fonction f.
Il suffit d'étudier ensuite les solutions de l'équation sin(t)+0.1cos(t)=0



Puissance maximale d'un panneau solaire

HP Prime

S



Exercice :

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $J = [0\ ;\ 8 + \ln(5)]$ par :

$$f(x) = 5 - \exp(x - 8)$$

On s'intéresse maintenant à une fonction P définie sur J par $P(x) = x \times f(x)$. On aimerait savoir en quelle valeur de x, P est maximale.

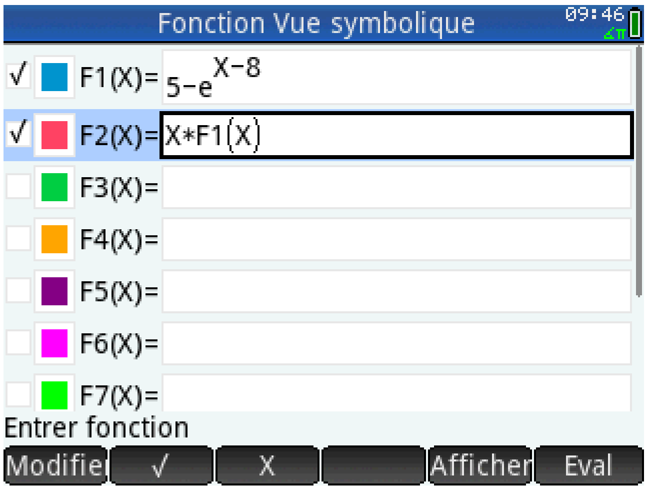
1. Tracer la courbe de P sur le même écran que celle de f.
2. Rappeler quels outils de l'application « fonction » peuvent être utilisés pour estimer l'abscisse U_m et l'ordonnée du point de la courbe de la fonction P correspondant au maximum de cette fonction P. Donner les valeurs approchées obtenues. Donner la valeur I_m associée.

Solution pas à pas :

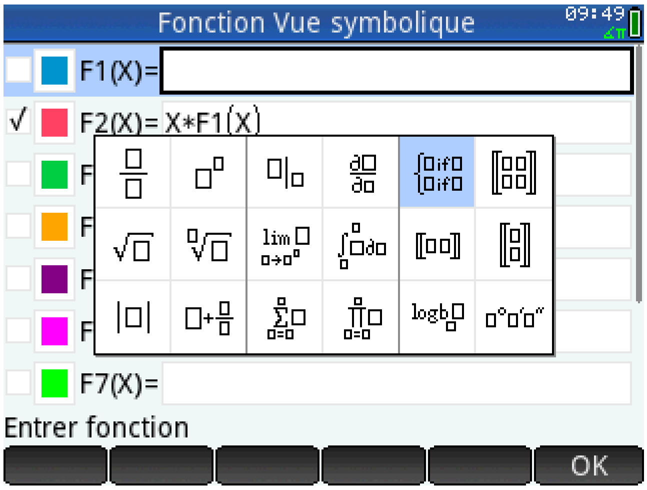
I/ On lance l'application « Fonction » depuis la touche Apps Info.

On entre l'expressions algébrique de la fonction f. L'exponentielle s'obtient avec la combinaison de touches Shift LN e^x.
On définit la fonction P en F2(X) à partir de F1(X).

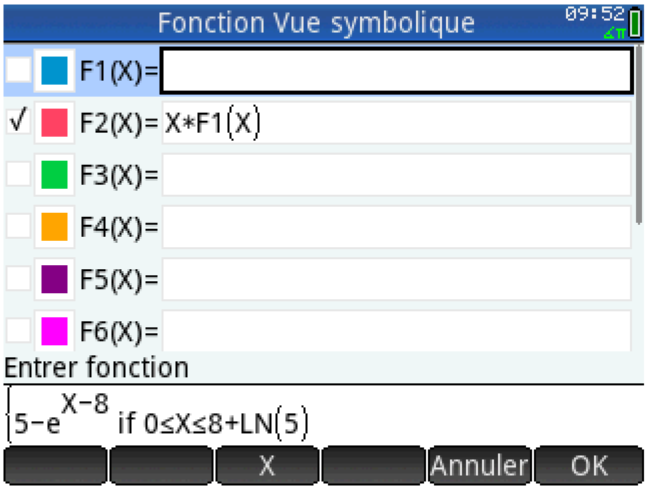
Captures d'écran :



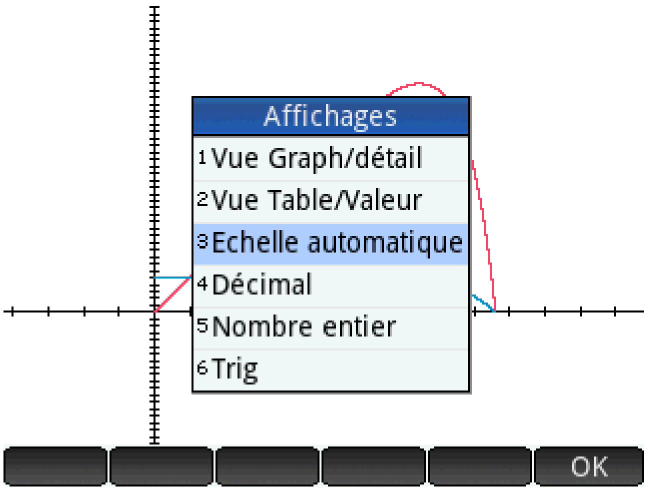
On peut préciser l'intervalle de définition de la fonction avec la commande IF accessible depuis la touche [Units].



On précise alors l'intervalle dans lequel varie X. Supprimer la 2ème ligne inutile du IF.
Le symbole inférieur est accessible depuis la combinaison de touches [Shift] [6].
Valider la saisie avec la touche [Enter].

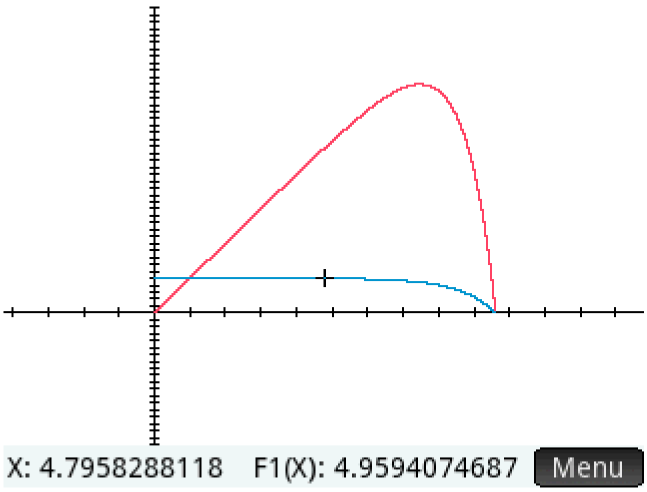


La touche [Plot Setup] permet d'obtenir directement la représentation graphique des deux fonctions.
Pour obtenir un ajustement automatique de l'échelle sur les deux fonctions, on appuie sur la touche [View Copy] pour choisir « Echelle automatique ».

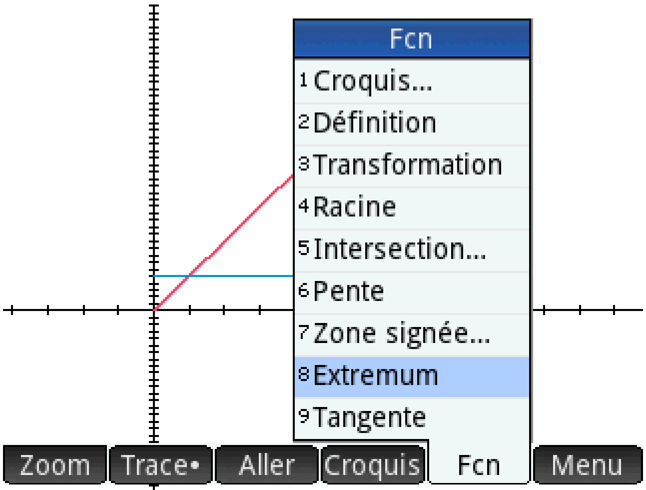


3/ La limite de la fonction f semble tendre vers 0 à l'infini.

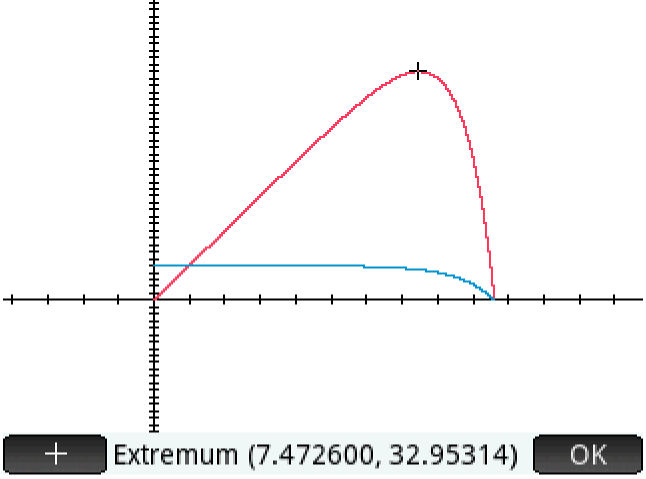
On obtient les deux courbes représentatives de f et P.



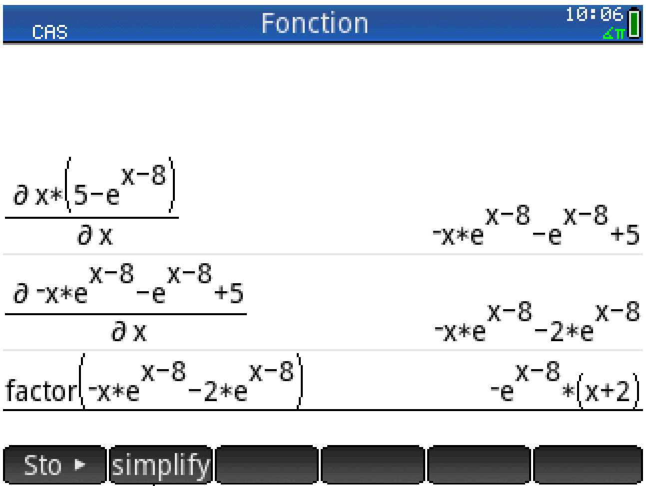
2/ On s'intéresse au maximum de la fonction P qu'on peut facilement obtenir sur la HP Prime avec l'onglet Menu : Fcn : Extremum.
Utiliser les touches fléchées haut et bas pour placer le curseur d'une courbe à l'autre.



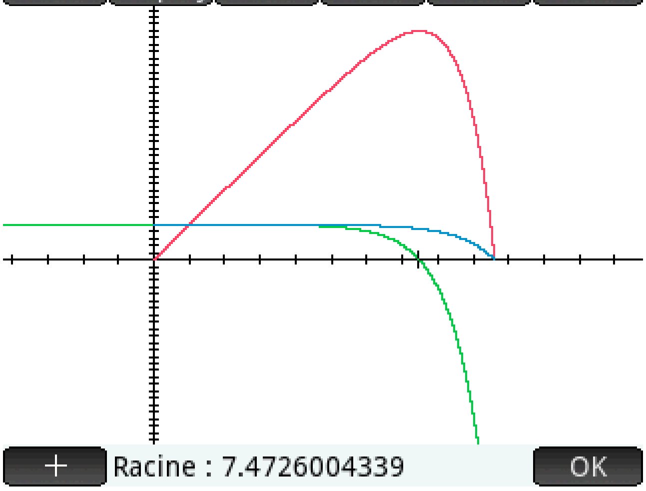
On trouve une puissance maximale atteinte pour une tension d'environ 7,47 V.



On peut travailler algébriquement l'expression de la fonction P sur l'écran de calcul formel en appuyant sur la touche CAS.
En dérivant deux fois la fonction, on affirme avec le théorème des valeurs intermédiaires l'existence d'une racine pour la dérivée.



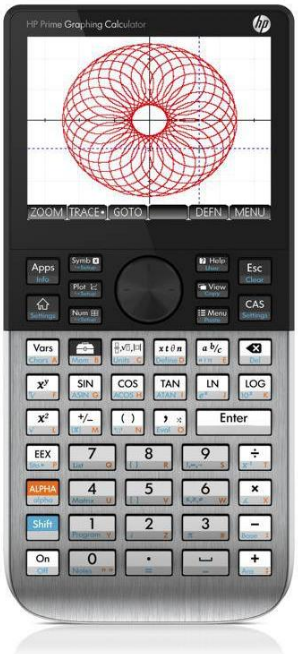
Ici en vert, la courbe de la dérivée de la fonction P.



Probabilités

HP Prime

TS



Exercice

Dans un pays, la taille en centimètres des hommes de la population peut être modélisée par une variable aléatoire X suivant la loi normale d'espérance $\mu = 175$ et d'écart type $\sigma = 8$.

1. *Calculer la probabilité qu'un homme habitant ce pays mesure entre 170cm et 176cm d'après ce modèle.*
2. *Calculer la probabilité qu'un homme habitant ce pays mesure plus de 180cm.*

Solution pas à pas :

1/ La HP Prime permet de calculer des probabilités avec la loi normale. Pour cela, il faut utiliser la commande ***normald_cdf(*** suivie des deux paramètres (mu = 175 et écart type = σ = 8) pour une loi normale de paramètres N(m, σ²) = N(175,4²) et de borne supérieure 176 cm.
Ainsi pour calculer p(X≤176), on tape :

normald_cdf(175,8,176)

p(170≤X≤176) = p(X≤176) – p(X≤170).
On tape donc :

normald_cdf(175,8,176) – norrmal_cdf(175,8,170)

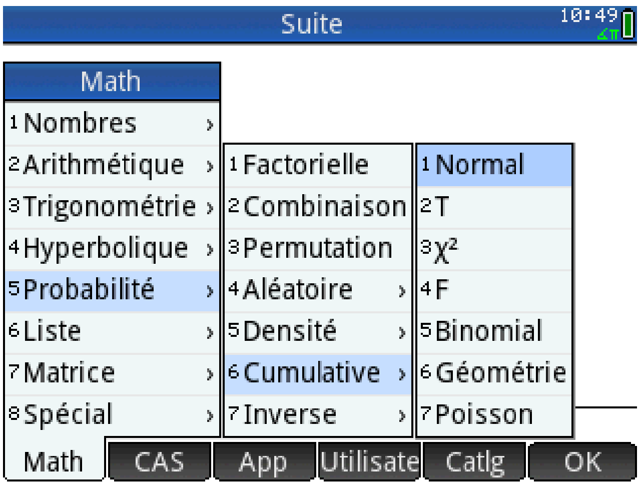
La probabilité qu'un homme mesure entre 170 cm et 176 cm est de ≈0,28375.

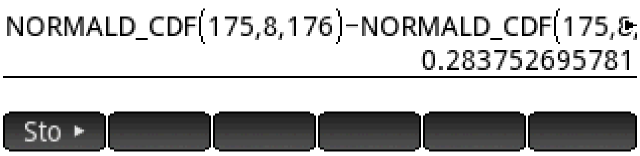
2/ p(T≥180) = 1 – p(T≤180)
On tape donc :

1 – normald_cdf(175,8,180)

La probabilité qu'un homme mesure plus de 180 cm est de ≈0,266.

Captures d'écran :

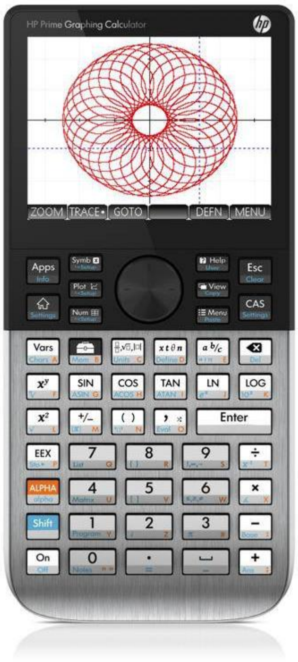




Test de primalité de Lucas Lehmer

HP Prime

TS



Le test de primalité de Lucas-Lehmer pour les nombres de Mersenne s'applique de la façon suivante :

Soit $M_p = 2^p - 1$ le nombre de Mersenne à tester. On définit une suite de la façon suivante : $s_0=4$; et $s_i = s_{i-1}^2-2$

Le nombre de Mersenne M_p est premier si et seulement si $s_{p-2} = 0$ (modulo M_p).

Ecrire un algorithme testant avec cette méthode la primalité d'un nombre de Mersenne.

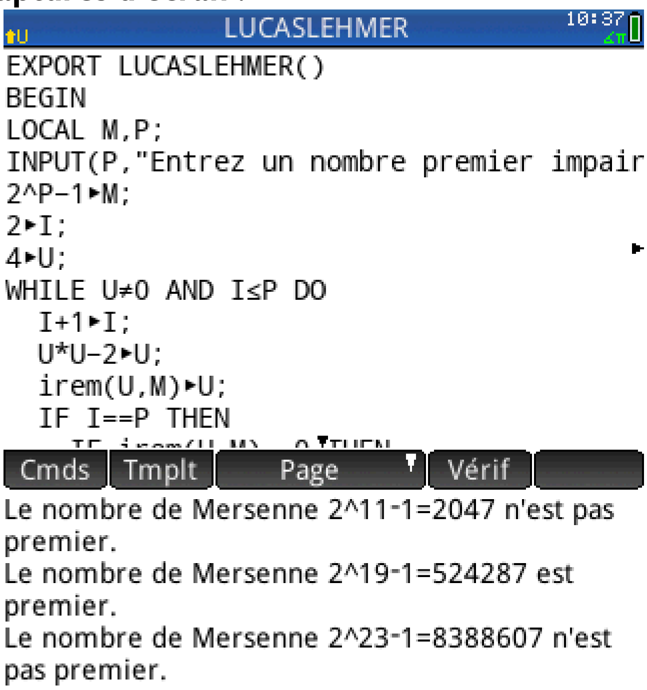
Solution pas à pas :

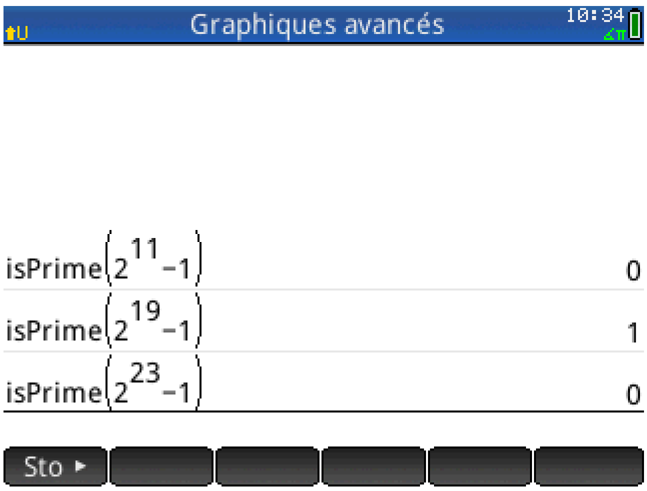
On fait calculer à l'algorithme les termes successifs de la suite et on effectue un test sur la condition nécessaire et suffisante arrivé au rang souhaité.

```
EXPORT LUCASLEHMER()
BEGIN
LOCAL M,P;
INPUT(P,"Entrez un nombre premier impair");
2^P−1▸M;
2▸I;
4▸U;
WHILE U≠0 AND I≤P DO
 I+1▸I;
 U*U−2▸U;
 U MOD M▸U;
 IF I==P THEN
  IF U MOD M==0 THEN
   PRINT("Le nombre de Mersenne 2^"+P+"−1="+M+" est premier.");
  ELSE
   PRINT("Le nombre de Mersenne 2^"+P+"−1="+M+" n'est pas premier.");
  END;
 END;
END;
END;
```

On peut vérifier la primalité trouvée grâce à la commande *isPrime(*
Elle retourne 0 si le nombre n'est pas premier et 1 sinon.

Captures d'écran :

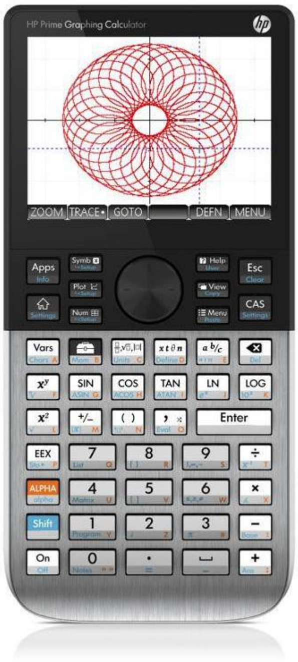




Triangle de Pascal

HP Prime

1ère S



Construire par algorithme le tableau ci-dessous.
La première colonne est composée de 1 et chaque autre valeur du tableau est obtenue en additionnant la case du dessus et la voisine de gauche de cette dernière.

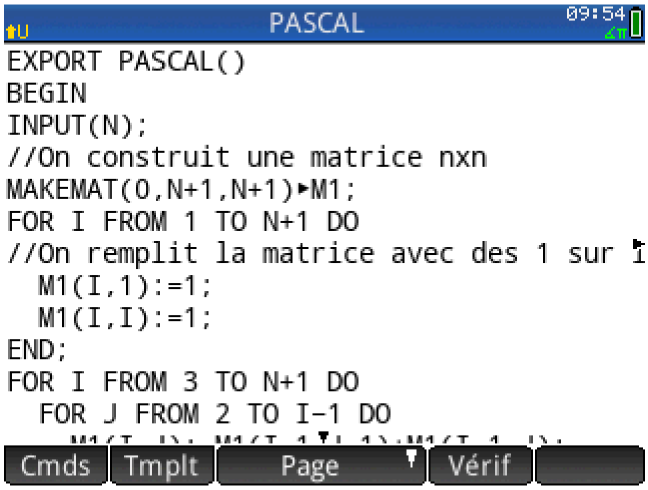
	p= 0	1	2	3	4	5
n= 0	1					
1	1	1				
2	1	2	1			
3	1	3+3	1			
4	1	4	6	4	1	
5	1	5	10	10	5	1

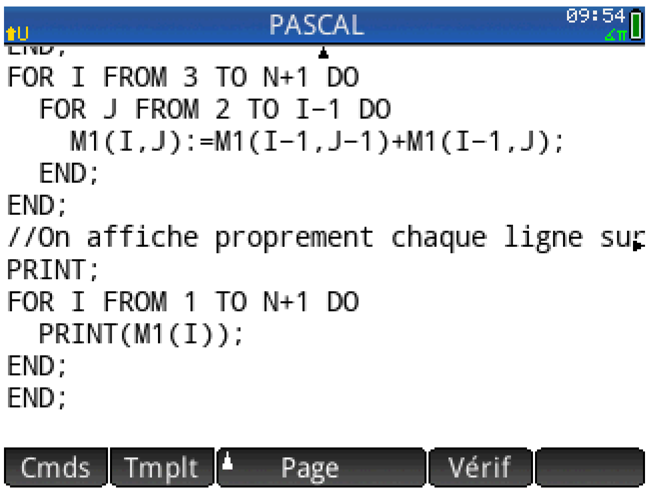
Solution pas à pas :

On demande à l'utilisateur d'entrer la taille du triangle souhaité (valeur de n).
Pour créer le triangle de Pascal, il est intéressant et facile d'utiliser une matrice. On construit donc une matrice *nxn* et on définit chaque coefficient à l'aide de la formule d'addition expliquée.

```
EXPORT PASCAL()
BEGIN
INPUT(N);
//On construit une matrice nxn
MAKEMAT(0,N+1,N+1)▸M1;
FOR I FROM 1 TO N+1 DO
//On remplit la matrice avec des 1 sur la 1ère colonne et la diagonale extérieure
  M1(I,1):=1;
  M1(I,I):=1;
END;
FOR I FROM 3 TO N+1 DO
  FOR J FROM 2 TO I-1 DO
    M1(I,J):=M1(I-1,J-1)+M1(I-1,J);
  END;
END;
//On affiche proprement chaque ligne sur la console d'affichage
PRINT;
FOR I FROM 1 TO N+1 DO
  PRINT(M1(I));
END;
END;
```

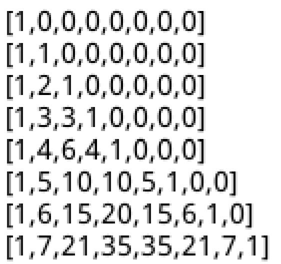
Captures d'écran :





On s’intéressera ici à l’équation :
$X^2 - 5X - 6 = 0$.

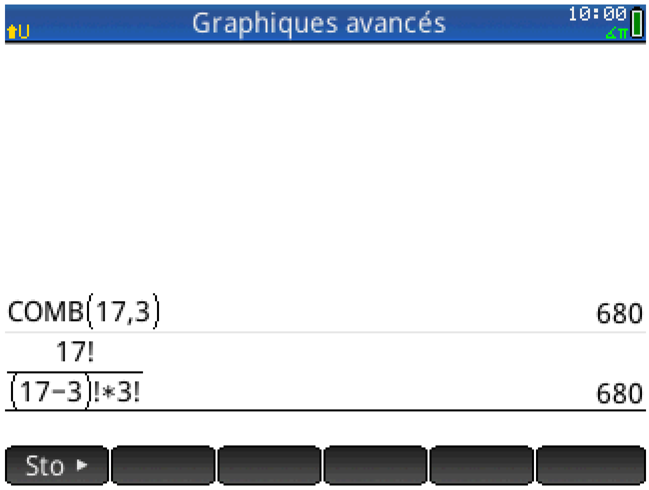
Voici ce que l’on obtient pour n=6.



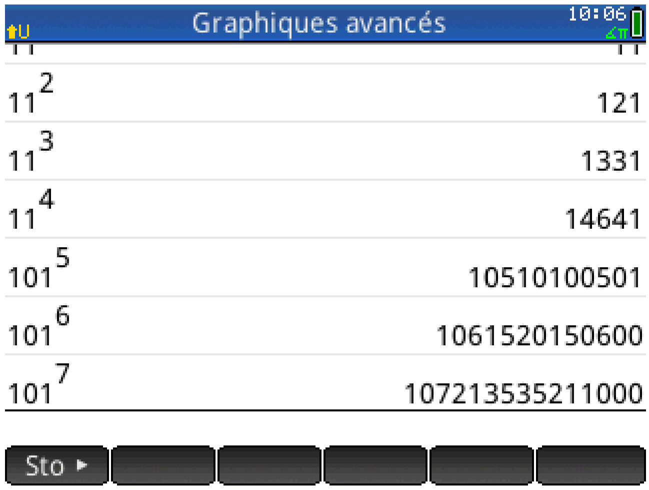
Le nombre situé à l’intersection de la ligne n et de la colonne p représente le coefficient de rang p dans le développement de $(x+y)^n$ (formule du binôme de Newton).
Ce nombre est appelé coefficient binomial et est noté C(n,p).
Il s’exprime par la formule :

$$C(n,p) = \frac{n!}{(n-p)!\times p!}$$

La HP Prime dispose de la commande *COMB(* calculant directement ces coefficients binomiaux.



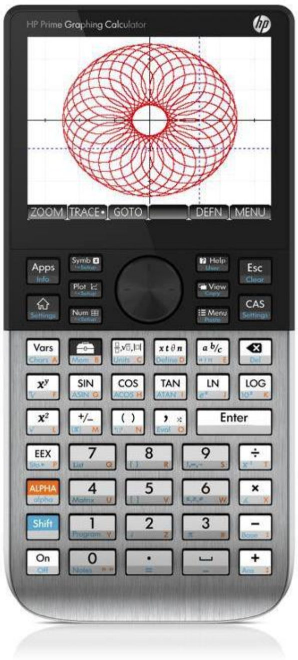
Terminons sur une petite astuce : pour obtenir rapidement une ligne du triangle de Pascal, on peut faire un usage ingénieux de la formule du binôme de Newton : on élève à la puissance le rang de la ligne 11 (sur 4 lignes) puis 101 (sur 4 lignes) puis 1001 (sur 4 lignes), etc…



Suites et symbole sigma

HP Prime

S



Exercice type : On définit la suite (u_n) pour tout entier naturel non nul par :

$$u_n = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} k(k-1)$$

1/ Calculer les trois premiers termes de la suite.

2/ A l'aide d'un tableur, afficher les 30 premiers termes de la suite.

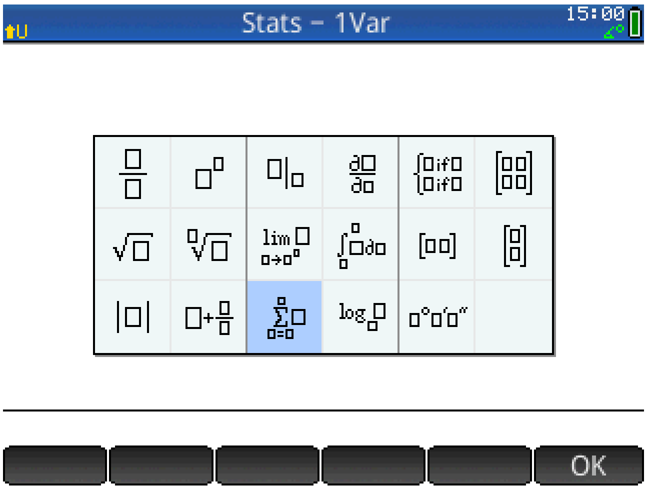
3/ On définit une suite (v_n) par $v_n=u_{n+1} - u_n$. Représenter graphiquement (v_n).

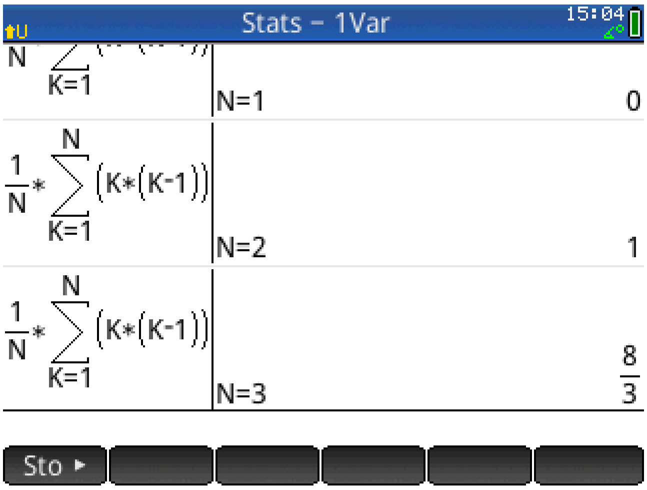
Solution pas à pas :

1/ La HP Prime intègre le signe sigma depuis la touche .

On peut alors calculer les 3 premiers termes.

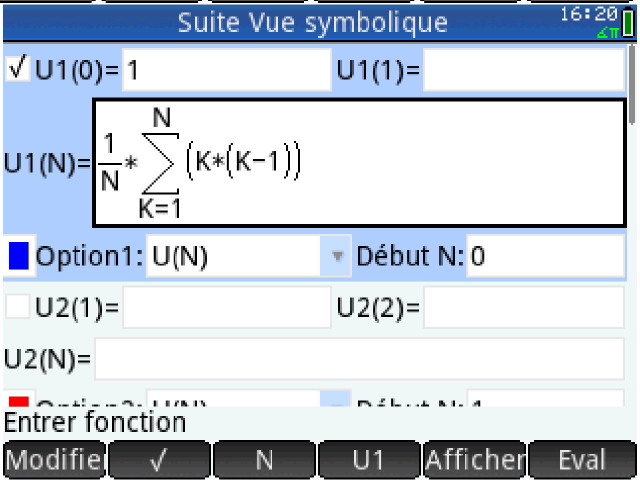
Captures d'écran :



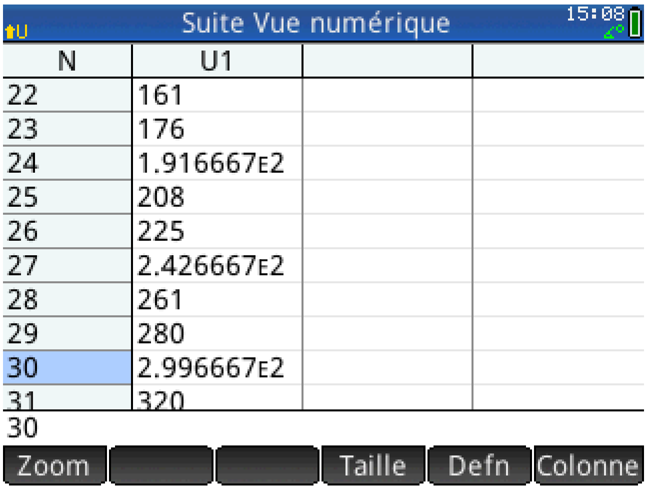


2/ Lancer l'application Suite depuis la touche Apps Info.

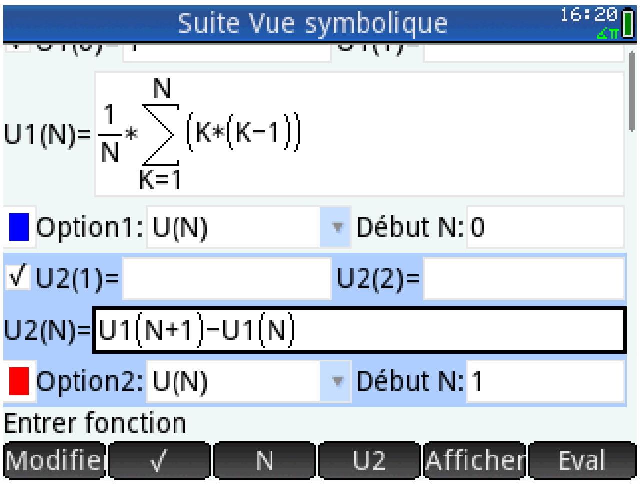
Entrer l'expression de la suite (u_n).



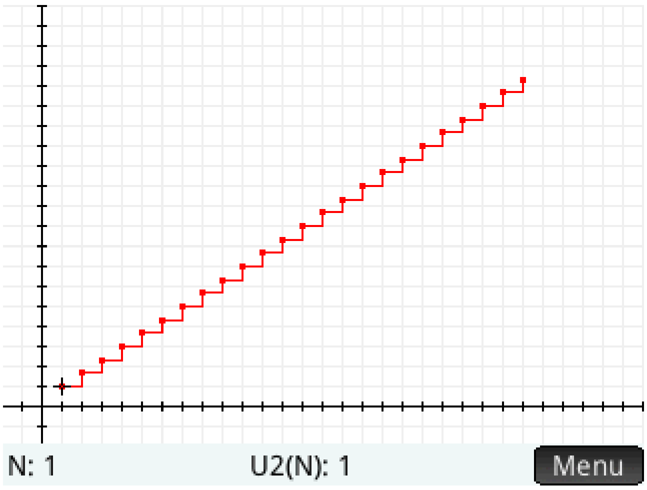
Appuyer sur la touche Num Setup pour obtenir toutes les valeurs des termes successifs de (u_n).



3/ Appuyer sur la touche Symb Setup pour définir cette fois (v_n).
Appuyer sur l'onglet Eval pour évaluer la suite et l'activer.



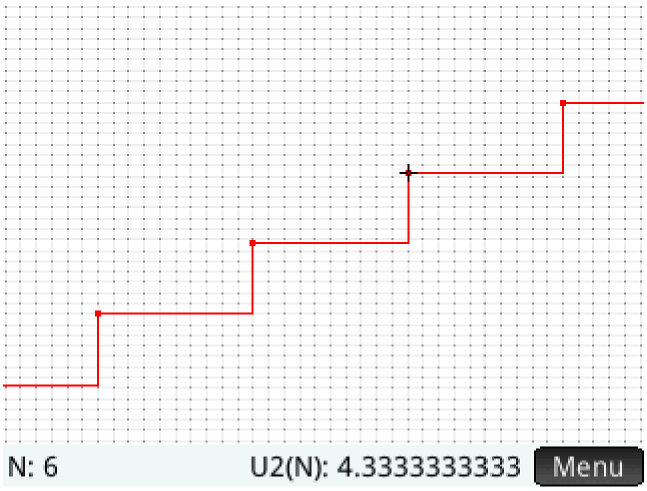
Appuyer sur la touche Plot Setup pour obtenir une représentation graphique.



Astuce :

Appuyer sur les touches ▶ et ◀ pour se déplacer de terme en terme sur la courbe.

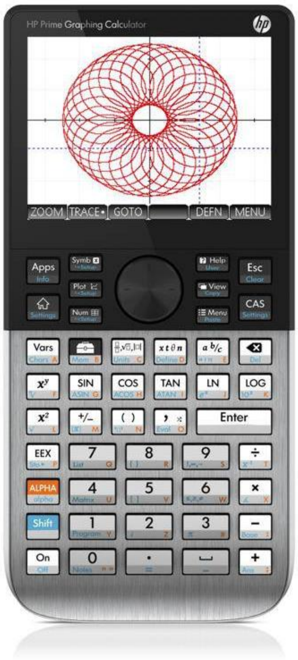
Appuyer sur les touches + Ans ou − Base pour directement zoomer ou reculer.



Tangente à une courbe

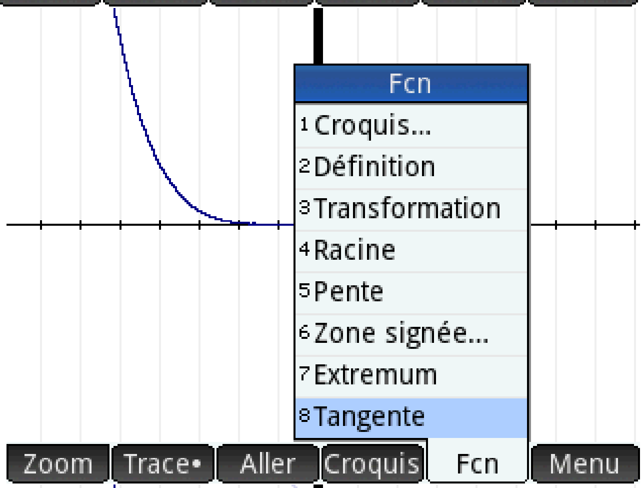
HP Prime

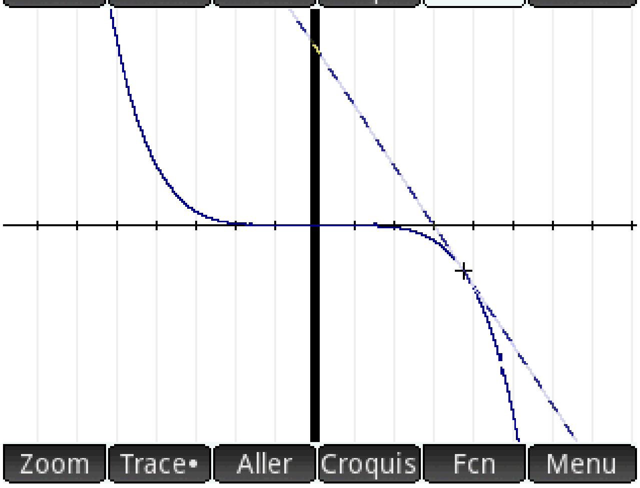
S



Exercice type : Donner l'équation de la tangente à la courbe représentative de fonction x → -2x^5 + tan x en 7.
Tracer la tangente.

Captures d'écran :





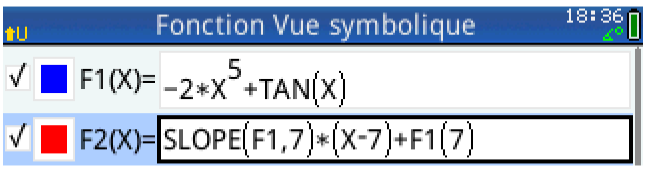
Solution pas à pas :

Accéder aux applications depuis la touche [Apps Info].

Entrer l'expression algébrique de la fonction à côté de F1(X)= en appuyant successivement sur les touches suivantes :

[−] [2] [×] [x t θ n] [x^y] [5] [▶] [TAN] [x t θ n] [Enter]

La touche [Plot Setup] donne la représentation graphique de la fonction.
Appuyer sur [Menu] > [Fcn] et sélectionner Tangente.
Utiliser les touches [◀] et [▶] pour se déplacer sur la courbe. La tangente s'affiche en pointillés en chaque point.
Appuyer sur Aller pour aller en x = 7 et appuyer sur [Enter] pour valider.
Si l'on veut l'équation de la tangente, on utilise la formule y = f'(7)(x – 7) +f(7)
La dérivée en un point s'obtient avec la commande *SLOPE* :



Encadrement d'une intégrale

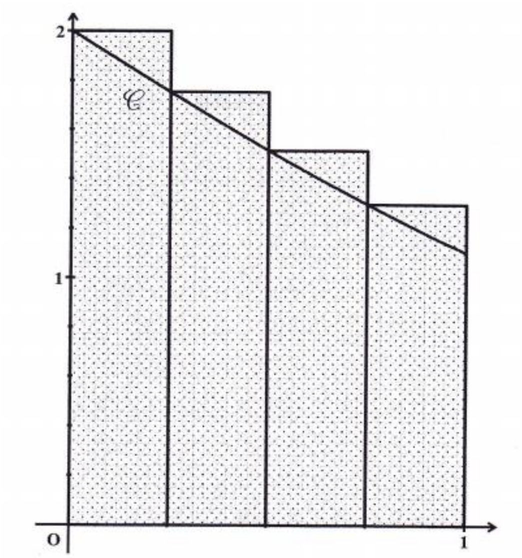
HP Prime

Ts

Niveaux : Terminales S.
Objectifs : vérifier une conjecture, écrire et utiliser un algorithme.
Mots-clés : algorithme, intégrale, aire.

Enoncé : On considère la fonction *f* définie sur **R** par $f(x) = (x + 2)e^{-x}$.
On note C la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal.

1/ Etudier les variations de la fonction *f* sur **R**.
2/ On note D le domaine compris entre l'axe des abscisses, la courbe C et les droites d'équation
$x = 0$ et $x = 1$.
On approche l'aire du domaine D en calculant une somme d'aires de rectangles.
On découpe l'intervalle [0 ; 1] en quatre intervalles de même longueur.

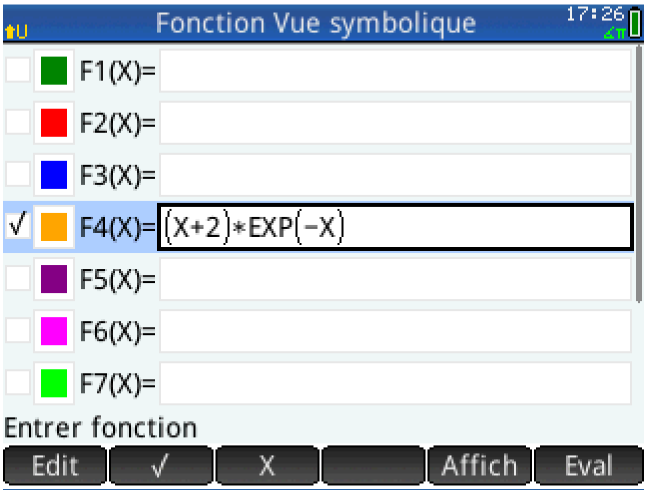


Créer un algorithme permettant d'obtenir une valeur approchée de l'aire du domaine D en ajoutant les aires des quatre rectangles précédents.
3/ Donner une valeur approchée à 10^{-3} près de l'aire obtenu avec cet algorithme.
4/ On découpe maintenant l'intervalle [0 ; 1] en *N* intervalles identiques.
Modifier l'algorithme afin qu'il affiche en sortie la somme des aires des *N* rectangles identiques.

Solution pas à pas :

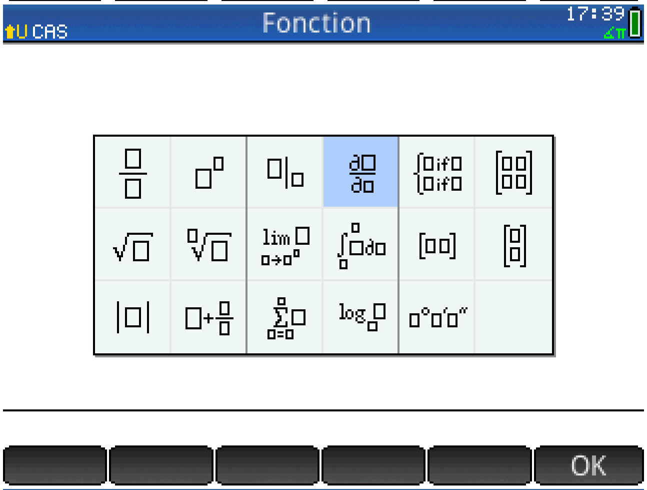
Captures d'écran :

1/ L'étude du signe de la dérivée de la fonction donne ses variations : une croissance sur]-∞ ; -1] et une décroissance sur [-1 ; +∞[. La fonction est décroissante sur notre intervalle d'étude [0 ; 1].



L'expression de la dérivée de la fonction peut être directement obtenue depuis la HP Prime avec la touche CAS Settings.

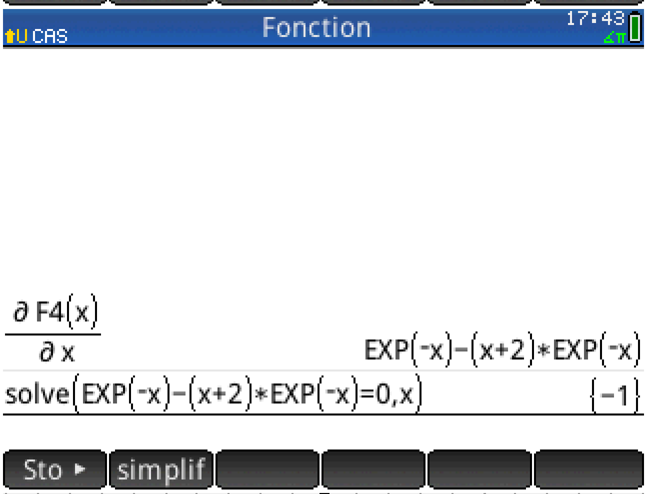
La syntaxe pour la dérivée est disponible depuis la touche Units.



On dérive F4 (expression saisie via la touche Symb Setup : voir 1ère capture).

On utilise bien la variable formelle x minuscule lors de la saisie du calcul de la dérivée.

La commande *solve(* permet d'obtenir les zéros de la dérivée : elle s'annule en -1 (facile à voir avec une factorisation par exp(-x)).

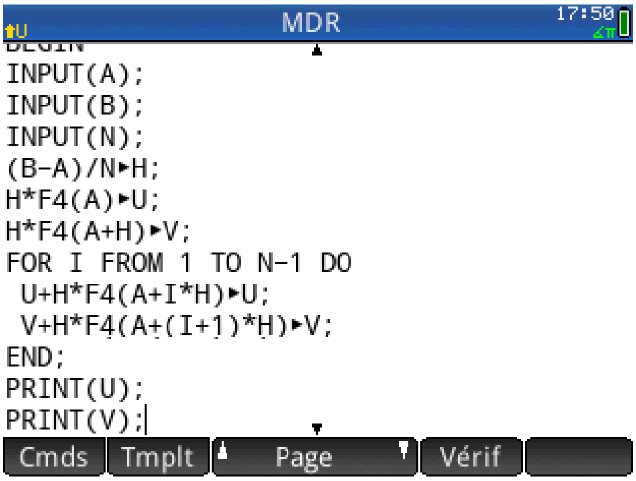


On obtient la représentation graphique de la fonction en appuyant sur la touche Plot Setup.

2/ Dans le programme, on crée une boucle FOR cumulant les aires des rectangles.
L'aire d'un rectangle s'obtient en multipliant sa largeur 1/4 (1 divisé par le nombre de rectangles) et sa longueur : $f(0)$ pour le premier rectangle, $f((k-1)/4)$ pour le k-ième rectangle.

A et B désignent les bornes de l'intervalle d'étude.

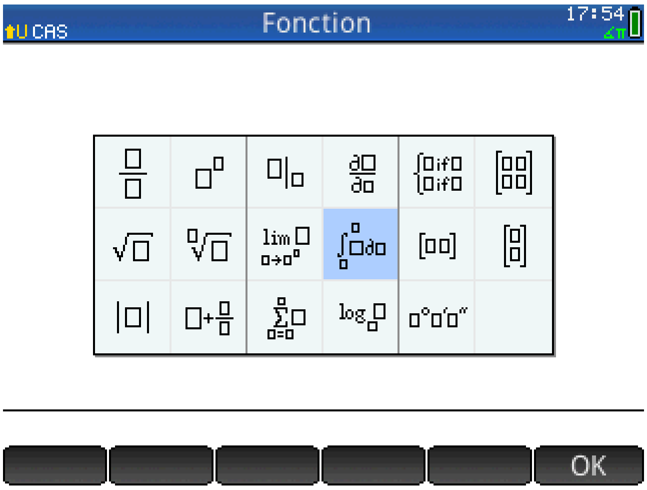
On peut enrichir le programme en faisant même tracer les rectangles avec la commande *RECT_P*



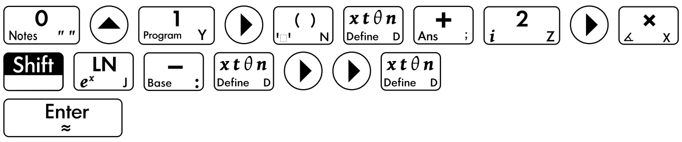
3/ On fait tourner l'algorithme qui donne une valeur approchée par excès puis une par défaut de l'aire sous la courbe. On obtient les valeurs ci-contre pour n=50 (voir question 4).

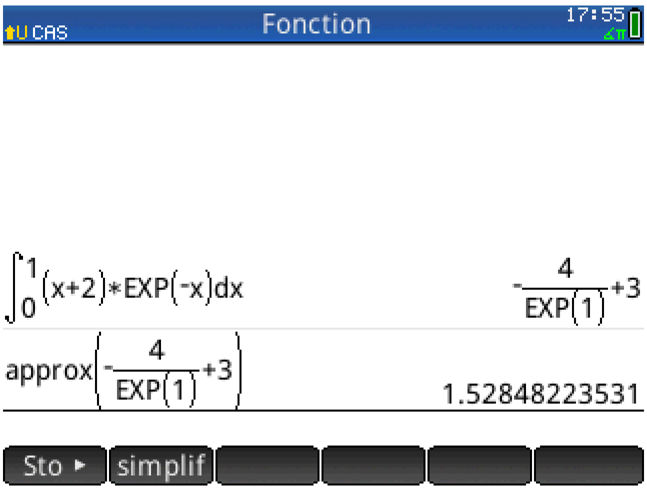
1.53745466032
1.51952742679

On peut utiliser le moteur de calcul formel de la HP Prime pour calculer l'intégrale.
Appuyer sur la touche CAS Settings et aller chercher le symbole intégrale avec la touche Units.



On appuie sur la séquence de touches suivantes pour saisir l'intégrale :





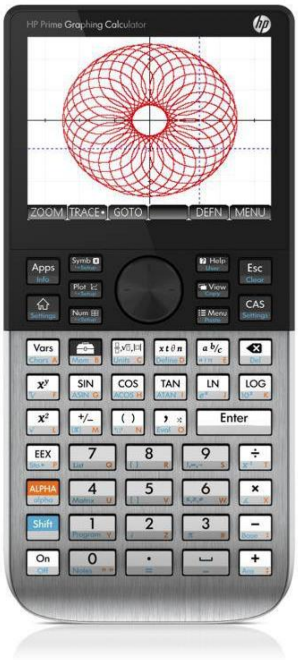
La HP Prime renvoie une valeur exacte pour l'intégrale. En appuyant sur la touche a b/c, on obtient une valeur décimale approchée qui est bien comprise entre nos deux bornes trouvées avec l'algorithme.

4/ Il suffit juste d'ajouter un INPUT(N); en début de programme pour demander à l'utilisateur le nombre de rectangles dans le découpage et de remplacer les 4 rectangles par N rectangles.

Calcul d'aire entre deux courbes

HP Prime

TS



D'après une épreuve pratique du BAC S, juin 2008.
Niveau : Terminale S.
Objectifs : fonction, interprétation géométrique d'une intégrale d'une différence entre deux fonctions.
Mots-clés : fonctions, intégrales, aire.

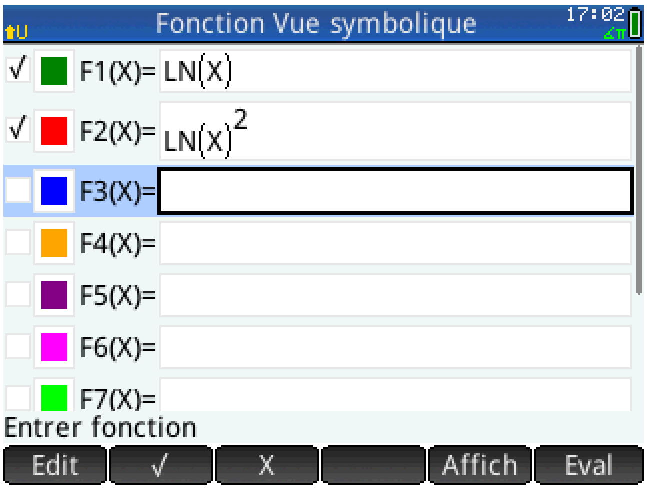
Enoncé : Trouver l'aire entre la courbe représentative de la fonction $f(x) = \ln(x)$ et celle représentative de la fonction $g(x) = (\ln(x))^2$ pour x variant entre 1 et e.

Solution pas à pas :

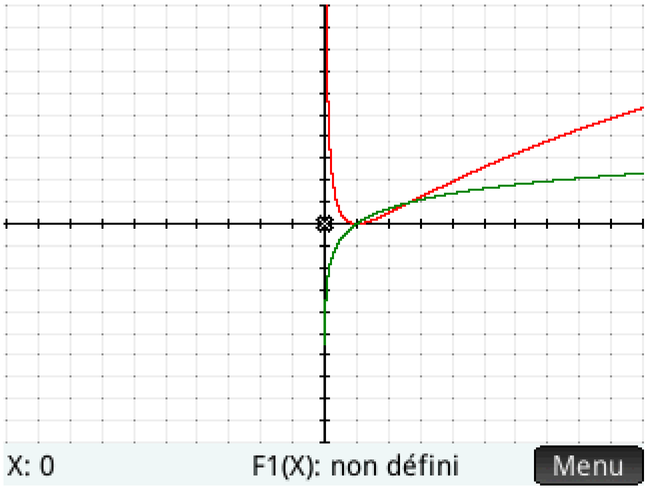
Voici une recherche de solution à ce problème avec la calculatrice graphique HP Prime.
Accéder d'abord à l'application *Fonction* depuis la touche Apps Info.

Entrer les deux fonctions f et g à côté de F1(X)= et F2(X)=.

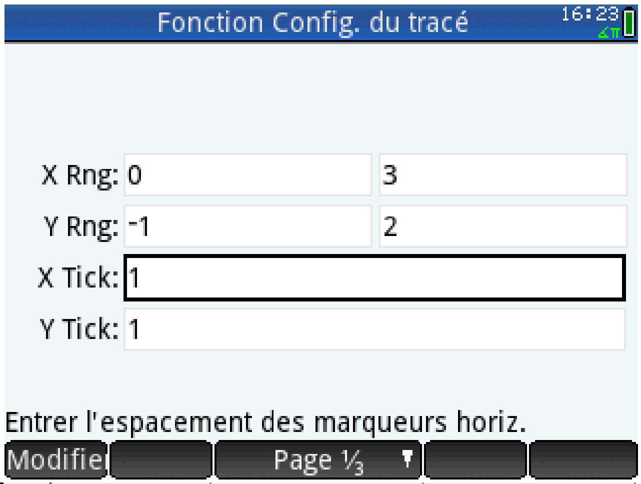
Captures d'écran :



Appuyer sur la touche Plot (Setup) pour voir les courbes représentatives (qui s'affichent en deux couleurs différentes pour une belle visibilité).

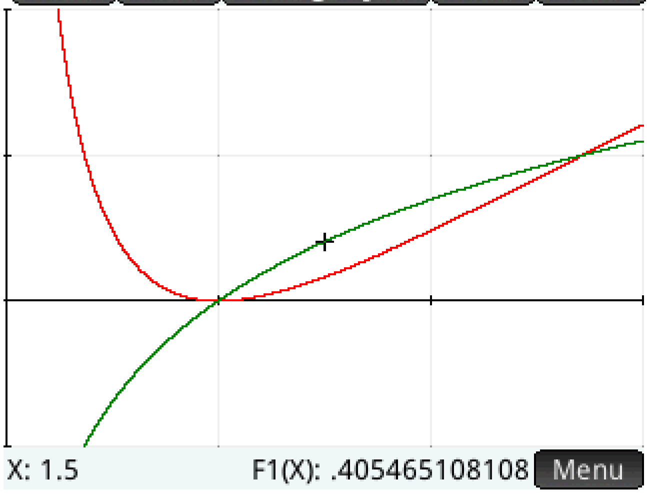


On peut régler les bornes et l'échelle du graphique depuis la combinaison Shift Plot (Setup).
Les deux fonctions étant définies pour $x > 0$, on réglera l'abscisse minimum à 0.
L'énoncé demande un calcul d'aire pour x variant de 1 à e, on réglera l'abscisse maximale à 3.
On règle l'ordonnée minimale à -1 et la maximale à 2.

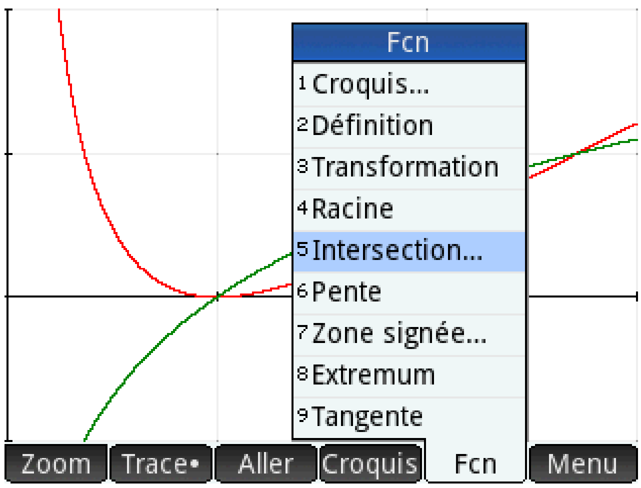


Appuyer à nouveau sur la touche Plot (Setup) pour visualiser les courbes et l'aire de la surface les séparant sur l'intervalle demandé.

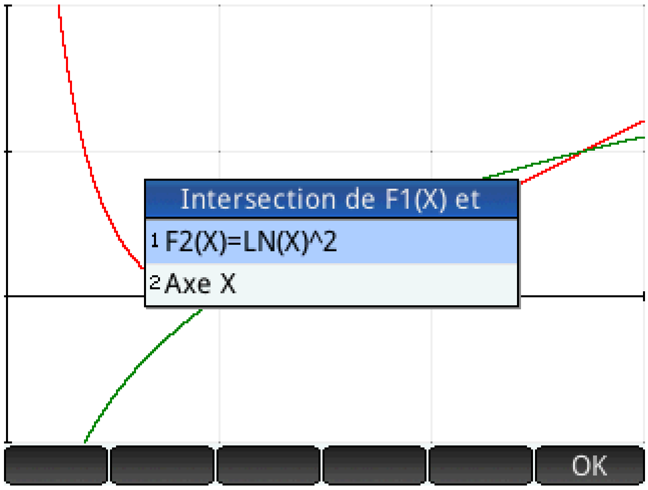
On comprend l'intervalle d'étude puisque les deux courbes se coupent en $x = 1$ et $x = e$.
On peut le vérifier car la HP Prime renvoie les coordonnées des points d'intersection de deux courbes.



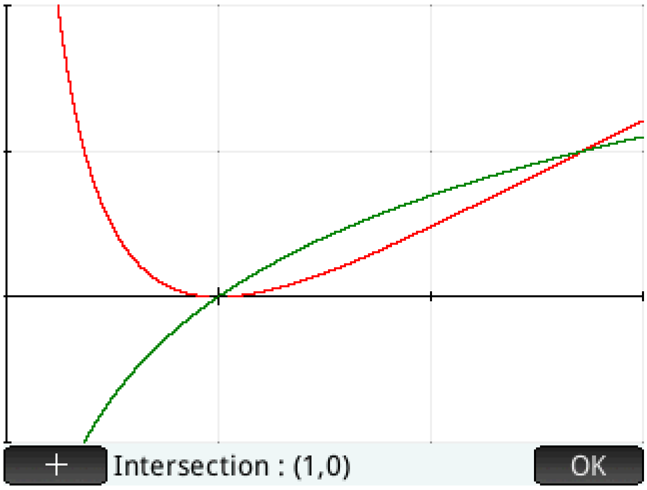
Appuyer sur Menu pour activer les outils d'analyse et choisir Fcn > Intersection.
Choisir « Intersection… ».



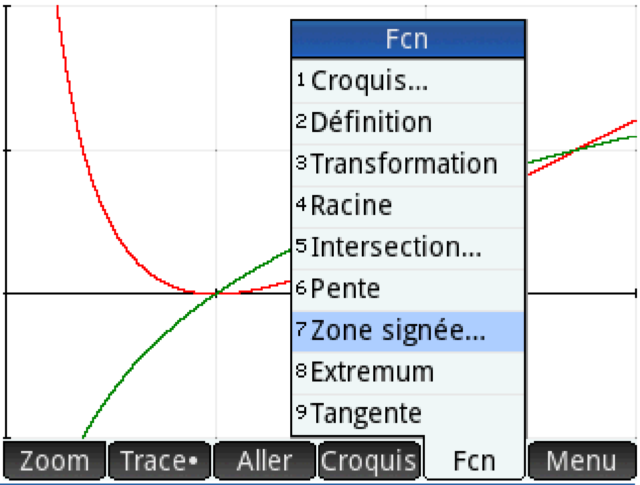
Puis F2(X).



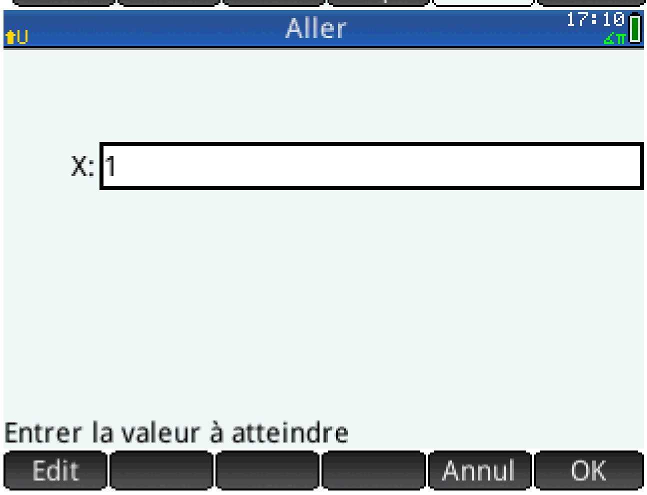
On obtient les coordonnées du premier point d'intersection : (1 ; 0).



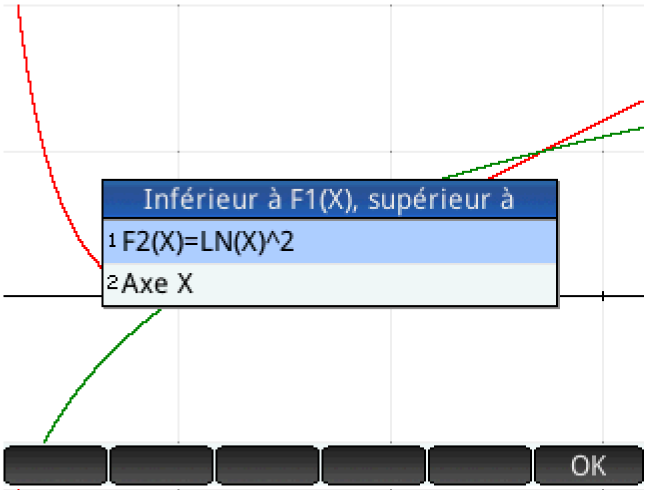
La HP Prime permet de colorier et de calculer l'aire de la surface entre les deux courbes sur l'intervalle demandé. Pour cela, appuyer sur Menu > Fcn et choisir « Zone signée… ».



Placer le curseur en $x = 1$ en appuyant sur Aller et en entrant 1 comme valeur pour x.

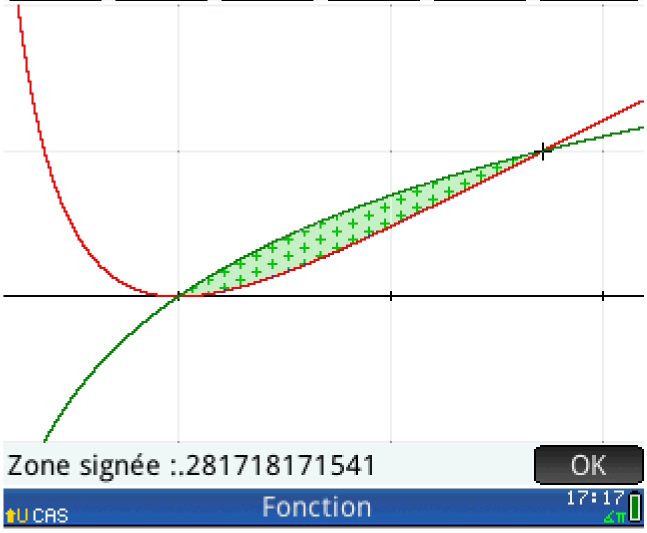


Valider en appuyant sur OK et choisir F2(X).
Placer ensuite le curseur en $x = e$ en appuyant sur Aller et en entrant e comme valeur pour x.
Pour entrer le symbole e, appuyer sur cette séquence de touches :
Shift LN e^x et supprimer l'exposant.



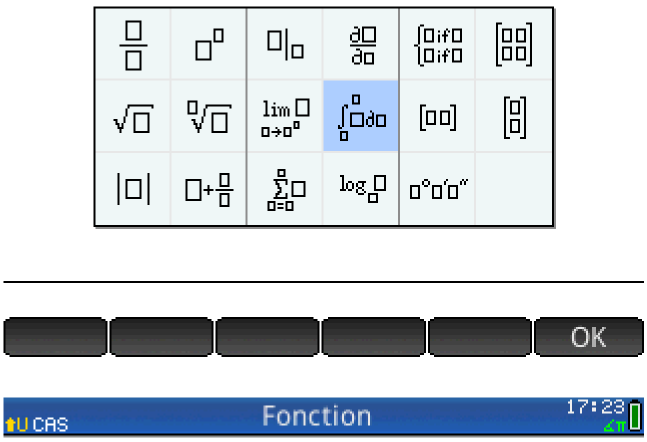
La surface entre les deux courbes se colore.
Appuyer sur OK pour valider.
La calculatrice renvoie alors une valeur pour l'aire de la zone en bas de l'écran.
On peut vérifier cette valeur en calculant l'intégrale de la différence $f - g$ entre les bornes 1 et e qui correspond géométriquement à cette aire de la surface entre les deux courbes sur l'intervalle [1 ; e].
La position relative des deux courbes s'obtient avec le tableau de signes établi suivant :

x	0		1		e		$+\infty$
$\ln(x)$	||	$-$	0		+		
$(1-\ln(x))$	||	+		+	0	$-$	
$\ln(x)\times(1-\ln(x))$	||	$-$	0	+	0	$-$	



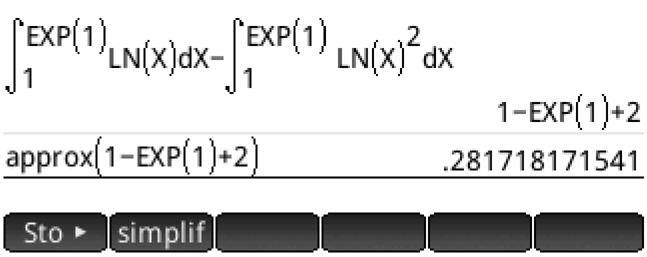
La courbe de f est au-dessus de celle de g sur l'intervalle d'étude.

Pour calculer une intégrale sur la HP Prime, appuyer sur la touche CAS Settings pour aller sur l'écran de calcul formel.
Aller chercher le signe intégrale depuis la touche Units.



Taper ensuite la différence des intégrales en complétant les bornes et les expressions :

On retombe bien sur le résultat donné depuis l'écran graphique.

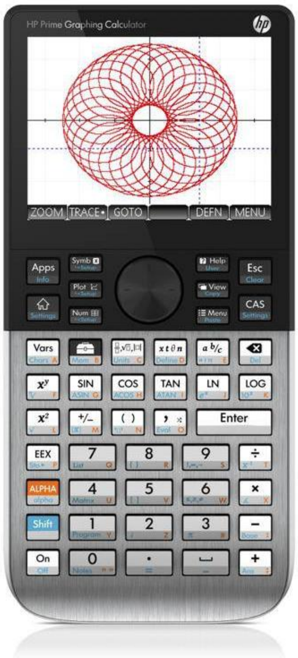


L'intégrale peut se calculer avec une intégration par parties sur l'intégrale de ln(x) puis en s'aidant de la fonction auxiliaire $G(x)= x\,(\ln(x)^2 - 2\ln(x) + 2)$.

Nombres complexes

HP Prime

TS



Soient Z1 = 3 +2i et Z2 = 1 – i deux nombres complexes.

1/ Calculer Z1 + Z2 ; Z1.Z2 et Z1/Z2.

2/ Donner le module et l'argument de Z1.

Solution pas à pas :

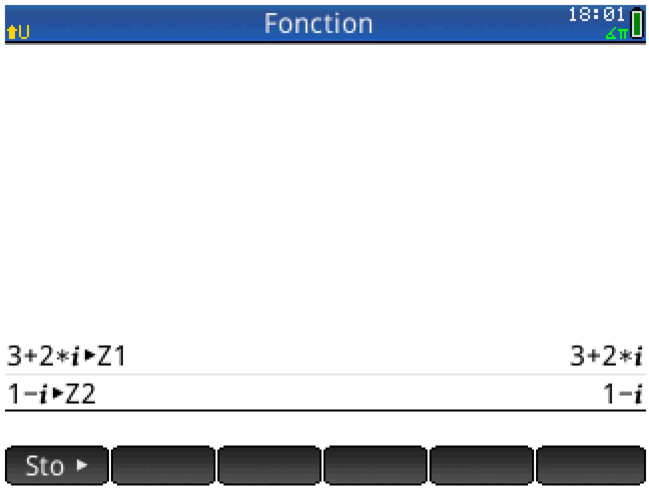
La HP Prime peut stocker des nombres complexes dans les variables Z0 et Z9.
On écrit le i complexe depuis les touches
Shift i 2 z

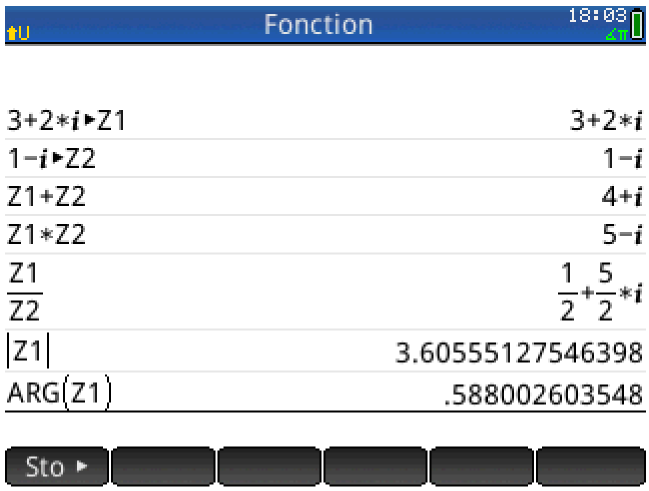
1/ On peut dès alors effectuer directement les calculs demandés sur Z1 et Z2.

2/ Depuis l'écran de calcul, appuyer sur la touche Mem B pour accéder aux commandes sur les complexes présentes dans le catalogue.
L'argument s'obtient avec la commande *ARG*.
Le module s'obtient avec la commande *ABS*.

Astuce : la commande *IM(* donne la partie imaginaire d'un nombre complexe et la commande *RE(* donne sa partie réelle.

Captures d'écran :

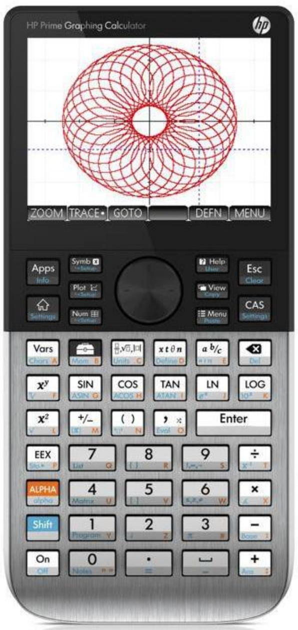




Mesure principale d’un angle

1ère S

HP Prime



1/ Déterminer la mesure principale d’un angle orienté donné à l’aide d’un algorithme.

2/ Tester l’algorithme avec 123π/4.

Solution pas à pas :

La mesure principale d’un angle se trouve dans l’intervalle]-π ; π].
On ajoutera ou en soustraira donc à la mesure d’angle donné les multiples successifs de 2π jusqu’à ce que l’intervalle soit atteint.
Pour ne pas être gêné à la sortie par du calcul non exact, le mieux est encore de considérer X comme une fraction P/Q facteur de π et de traiter P et Q.

Entrée
  Saisir P
  Saisir Q
Traitement
  Si P/Q≥0 Alors
   Tant que ABS(P/Q)>1
   P prend la valeur P+2Q
   Fin tant que
  Sinon
   Tant que ABS(P/Q)>1
    P prend la valeur P-2Q
    Fin tant que
  Fin si
Sortie
  Afficher P/Q.π

Le P+2Q vient de P/Q.π +2π = (P+2Q).π/Q
De même pour P-2Q.
Pour la sortie, pour échapper au calcul non exact, on affiche le / et le π en chaînes de caractères.
Le programme retourne parfaitement la mesure principale de 123π/4.

Captures d’écran :

On traduira alors cet algorithme sur HP Prime :

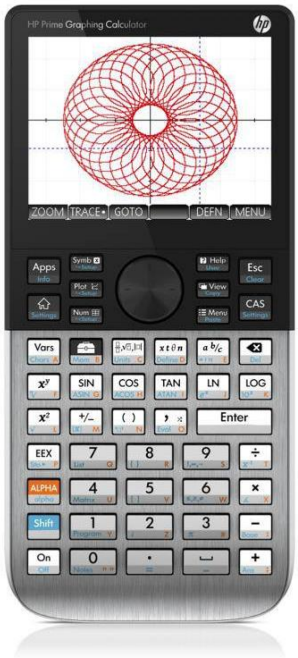
```
MPA                                   18:06
BEGIN
INPUT(P);
INPUT(Q);
IF P/Q>=0 THEN
 WHILE ABS(P/Q)>1 DO
  P-2*Q▸P;
 END;
ELSE
 WHILE ABS(P/Q)>1 DO
  P+2*Q▸P;
 END;
END;
PRINT(P+"/"+Q+"π");
Cmds  Tmplt  Page  Vérif
```

3/4π

Approximation de racines carrées

HP Prime

TS



Objectifs : approcher la valeur d'une racine carrée avec une suite récurrente, écrire un algorithme.
Mots-clés : suite, récurrence, algorithme, racine carrée.

Enoncé : On considère l'algorithme suivant pour approximer la racine carrée d'un nombre X :

- On choisit un nombre de départ Y.
- On calcule la demi-somme de Y et de X/Y.
- On affecte ce résultat à Y et on recommence.

Faire tourner l'algorithme.
Associer l'algorithme à une suite qui tend vers $\sqrt{X}$.

Solution pas à pas :

On peut commencer par écrire l'algorithme sous forme générique :

Variables :
X (dont on veut approcher la racine carrée)
Y nombre de départ
N (nombre d'itérations)
I (compteur)
Entrées :
Demander X
Demander Y
Demander N (le nombre d'itérations à calculer)
Traitement :
Pour I allant de 1 à N faire
Affecter (Y+X/Y)/2 à Y
Fin du pour
Sortie :
Afficher Y

En prenant X=2, Y=1 et N=100, on obtient :
Soit une bonne approximation de $\sqrt{2}$.
L'algorithme ne fait en fait que calculer les termes de la suite suivante :

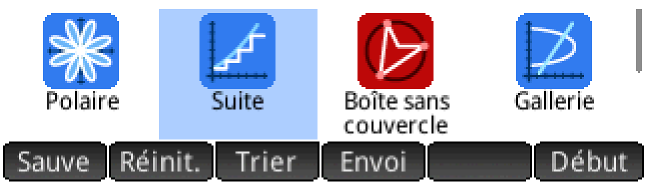
$$U_{n+1} = (U_n + X/U_n)/2 \text{ avec } U_0 = Y$$

On peut étudier la suite sur la HP Prime en lançant l'application *Suite* depuis la touche Apps Info.

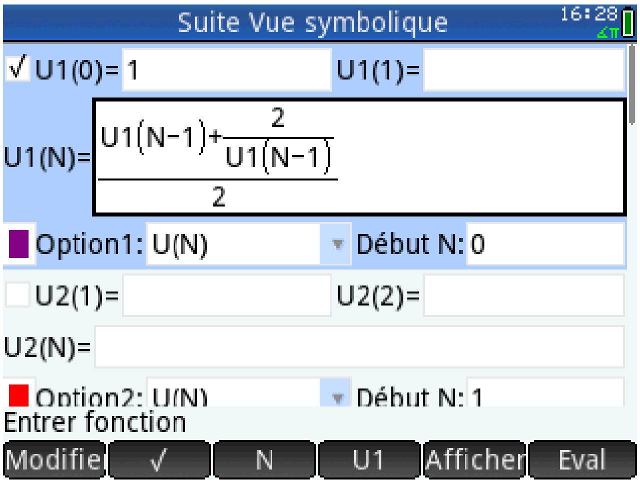
Captures d'écran :

```
RACINE                                18:19
EXPORT RACINE()
BEGIN
LOCAL I;
INPUT(X);
INPUT(Y);
INPUT(N);
FOR I FROM 1 TO N DO
(Y+X/Y)/2▸Y;
END;
PRINT(Y);
END;
Cmds | Tmplt |  | Vérif |
```

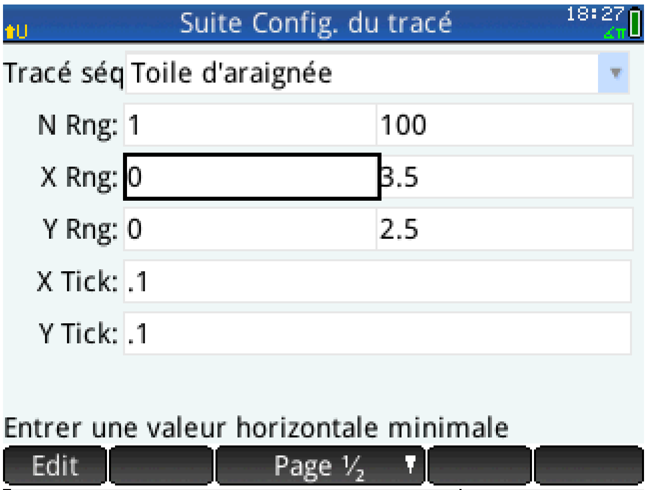
1.41421356238



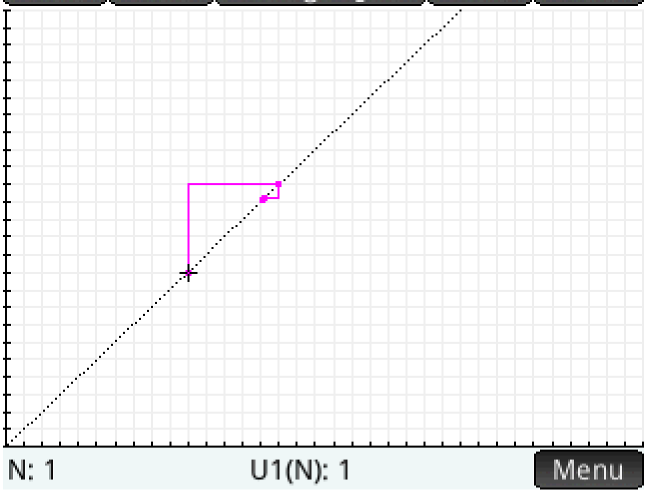
Rentrer le 1er terme Y (on prendra Y=1) dans U(1) puis l'expression de la suite récurrente dans U1(N) :



Régler le tracé en mode toile d'araignée. Pour cela, appuyer sur les touches Shift et Plot Setup.
On réglera aussi les valeurs extrémales.



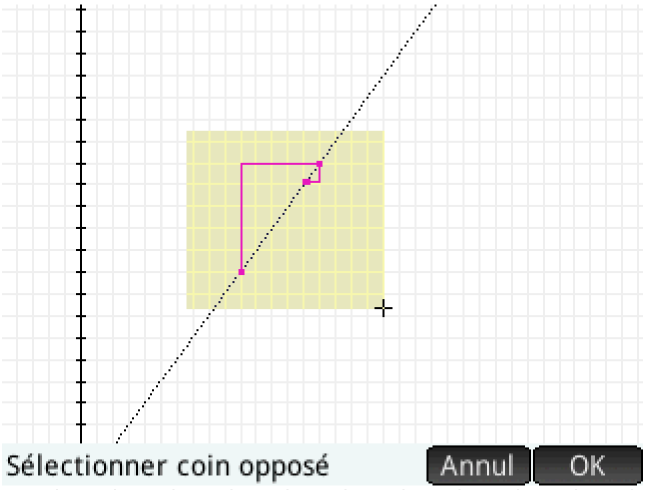
Une pression sur la touche Plot Setup permet d'obtenir la représentation graphique de la suite.

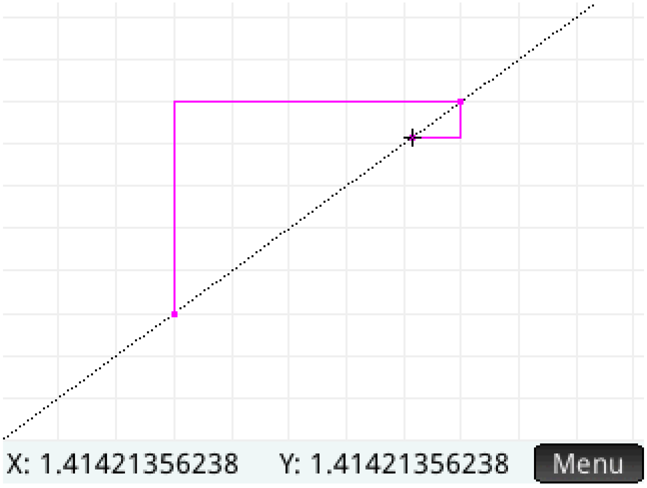


On peut facilement zoomer sur la partie qui nous intéresse. Appuyer sur Menu > Zoom > Zone. Sélectionner un point de l'écran (représentant le coin supérieur gauche du rectangle de zoom) puis sur un autre point (représentant le coin inférieur droit du rectangle).

Astuce : appuyer sur + ou − pour directement zoomer ou reculer.

La suite converge rapidement vers $\sqrt{2}$.
On peut le démontrer en posant $U_{n+1}=f(U_n)$.
Dans ce cas, $f(x)=1/2(x+2/x)$. Il suffit de résoudre l'équation $f(l)=l$.
Il vient $2l=l+2/l$ ou encore $l=2/l$ donc $l^2=2$. Donc $l=\sqrt{2}$ car U_0 et donc tous les termes sont positifs.
Remarque : on prendra le 1[er] terme U_0 = Y non nul car sinon on obtient la suite constante nulle.

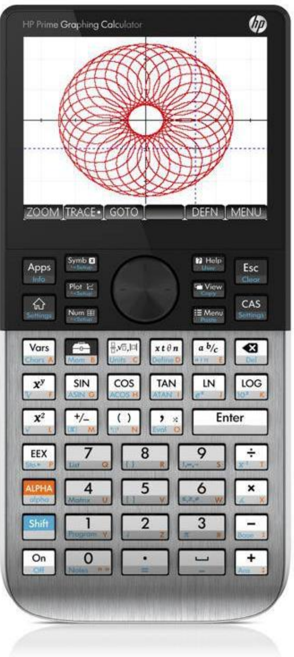




Théorème des restes chinois

HP Prime

TS Spé



On se propose, dans cette question, de déterminer tous les entiers relatifs N tels que $\begin{cases} N \equiv 5[13] \\ N \equiv 1[17] \end{cases}$.

Solution pas à pas :

La HP Prime possède une commande qui résout directement ce genre de problème.

Elle est accessible depuis la touche [Mem B] et se dénomme *ichinrem*.

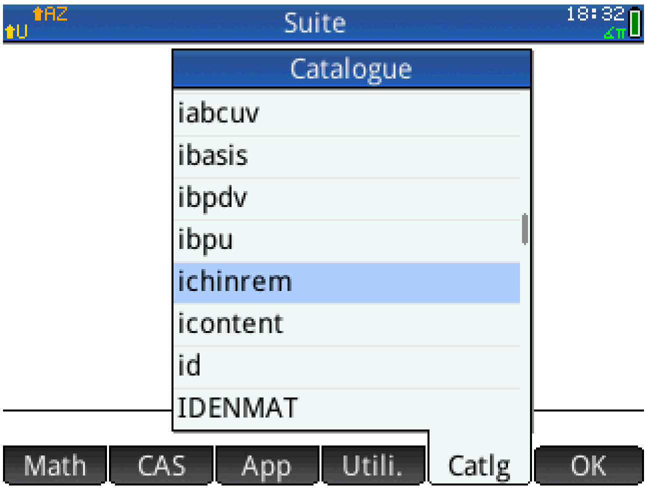
On tape alors ceci :

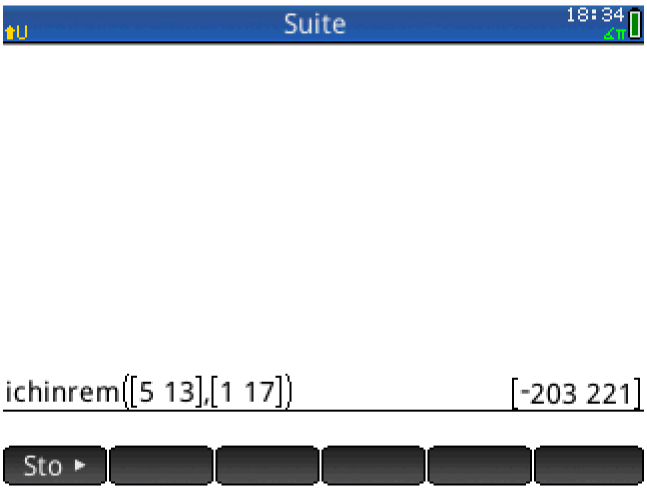
[Shift] [5] [▶] [1] [3] [▶] [,] [Shift] [5] [1] [▶] [1] [7] [Enter]

On obtient alors les solutions : tous les nombres entiers congrus à -203 modulo 221, c'est-à-dire congrus à 18 modulo 221.

Les questions suivantes permettent de le démontrer :

Captures d'écran :





a. Vérifier que 239 est solution de ce système.

b. Soit N un entier relatif solution de ce système. Démontrer que N peut s'écrire sous la forme $N = 1 + 17x = 5 + 13y$ où x et y sont deux entiers relatifs vérifiant la relation $17x - 13y = 4$.

c. Résoudre l'équation $17x - 13y = 4$ où x et y sont des entiers relatifs.

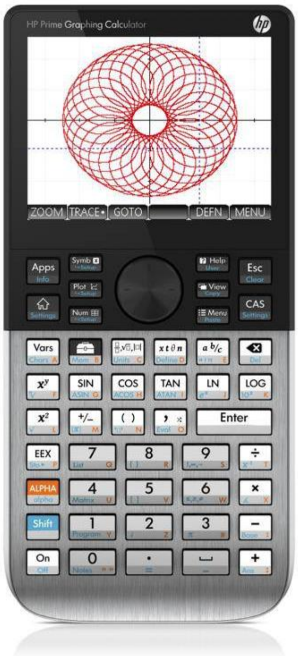
d. En déduire qu'il existe un entier relatif k tel que $N = 18 + 221k$.

e. Démontrer l'équivalence entre $N \equiv 18[221]$ et $\begin{cases} N \equiv 5[13] \\ N \equiv 1[17] \end{cases}$.

Intervalle de confiance

HP Prime

TS



Un échantillon de 10 000 personnes sur une population donnée présente 7,5% de personnes à soigner pour un cholestérol important.
Donner un intervalle dans lequel on soit « sûr » à 95% de trouver le nombre exact de personnes à soigner sur les 10 000.

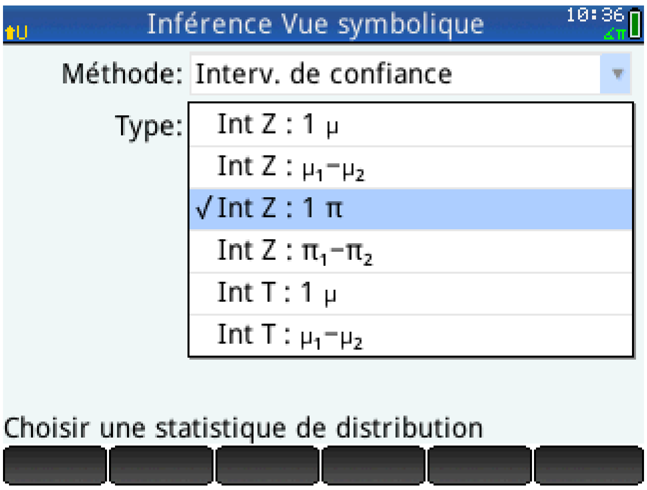
Solution pas à pas :

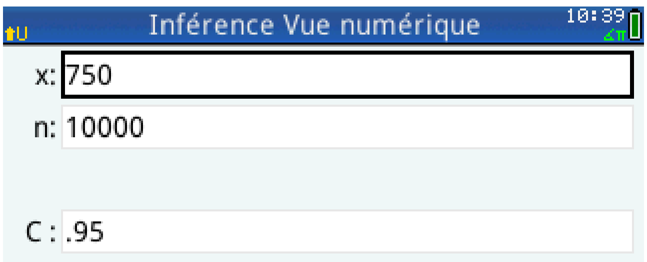
La HP Prime possède les outils nécessaires pour directement obtenir l'intervalle de confiance recherché.
Lancer l'application « Inférence » depuis la touche APPS.

Appuyer sur la touche Symb Setup pour régler la méthode sur « Intervalle de confiance » et le type sur Int Z : 1 π

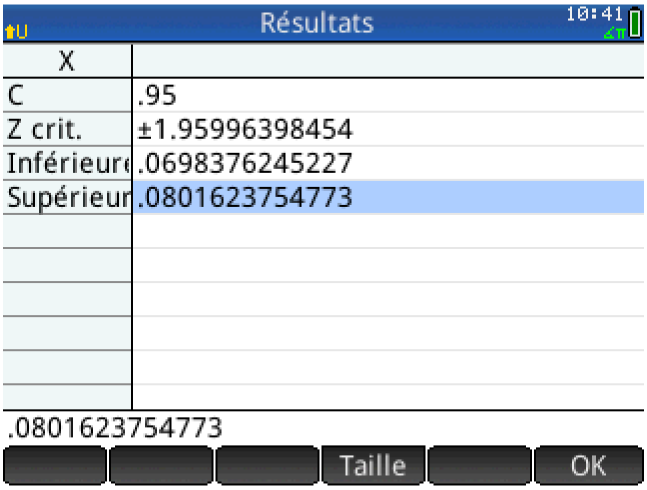
Appuyer sur la touche Num Setup pour rentrer les données de l'énoncé.
n est le nombre de personnes.
x est le nombre de personnes touchées par un cholestérol important : 0.075 x 10 000 = 750.
C est le niveau de confiance : 0.95.

Captures d'écran :





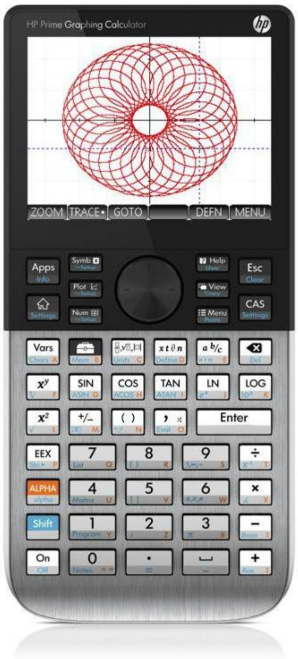
Appuyer sur Calc pour obtenir l'intervalle recherché :
entre ≈0,0698×10 000 = 698 personnes
et ≈ 0,0802×10 000 = 802 personnes.



Probabilité : loi normale

HP Prime

TS



Exercice type : La température T au mois de juillet suit une loi normale de moyenne 22°C et d'écart type 4°C.

1/ Calculer la probabilité que la température soit inférieure à 19°C.
2/ Calculer la probabilité que la température soit supérieure à 27°C.
3/ Calculer la probabilité que la température soit comprise entre 24°C et 30°C.
4/ Trouver la température t telle que p(T≤t) = 0,8.
5/ Représenter graphiquement la densité *f* de T.
6/ Que représente p(30≤T≤35) sur le graphique ?

Solution pas à pas :

1/ La HP Prime permet de calculer des probabilités avec la loi normale. Pour cela, il faut utiliser la commande ***normald_cdf(*** suivie des deux paramètres (moyenne m = 22 et écart type = σ = 4) pour une loi normale de paramètres N(m, σ²) = N(22,4²) et de borne supérieure 19°C.
Ainsi pour calculer p(T≤19), on tape :

normald_cdf(22,4,19)

La probabilité qu'il fasse moins de 19°C au mois de juillet est de ≈0,23.

2/ p(T≥27) = 1 – p(T≤27)
On tape donc :

1 – normald_cdf(22,4,27)

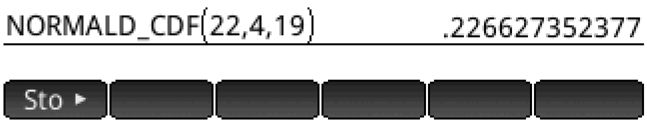
La probabilité qu'il fasse plus de 27°C au mois de juillet est de ≈0,11.

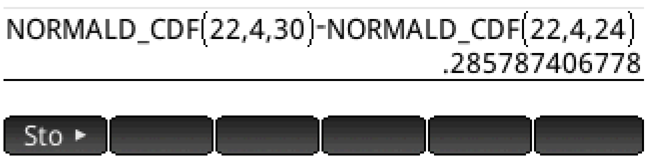
3/ p(24≤T≤30) = p(T≤30) – p(T≤24).
On tape donc :

normald_cdf(22,4,30) – norrmal_cdf(22,4,24)

La probabilité qu'il fasse entre 24°C et 30°C au mois de juillet est de ≈0,29.

Captures d'écran :



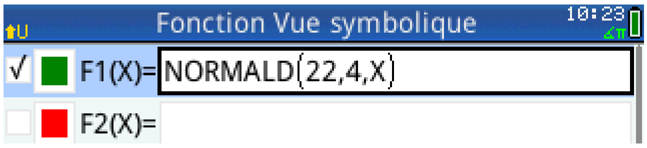


4/ On utilise la commande inverse ***normald_icdf(***
On tape alors :

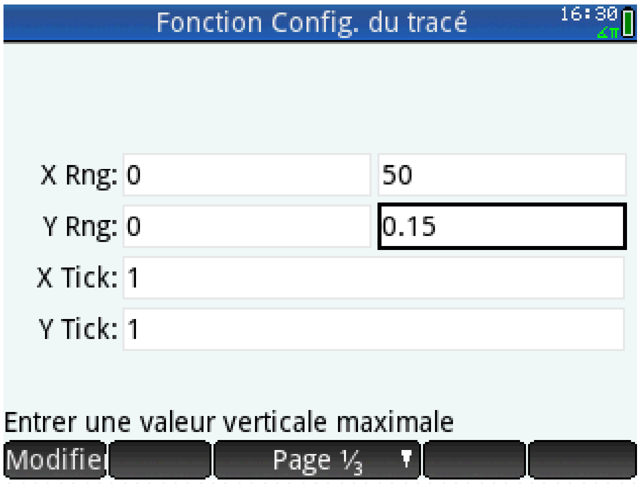
normald_icdf(22,4,0.8)

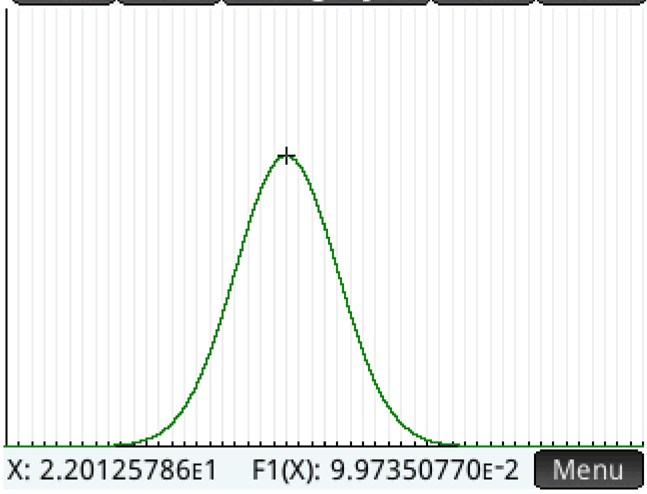
La probabilité p(T≤t) = 0,8 pour t ≈ 25,4°C.

5/ La densité f de T est donnée par la commande ***normald(***
f(x)=normald(22,4,x)
Dans l'application Fonction, on peut alors entrer F1(X)=normald(22,4,X)

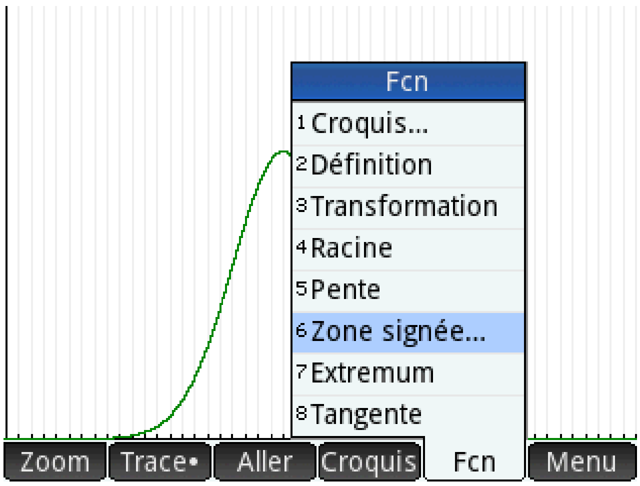


On règle la fenêtre d'affichage depuis Shift et Plot Setup. On pourra effectuer les réglages suivants pour apercevoir le graphique obtenu depuis la touche Plot Setup.

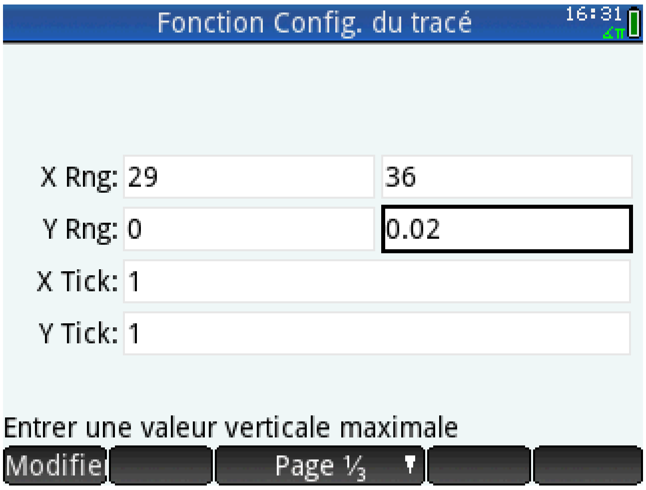


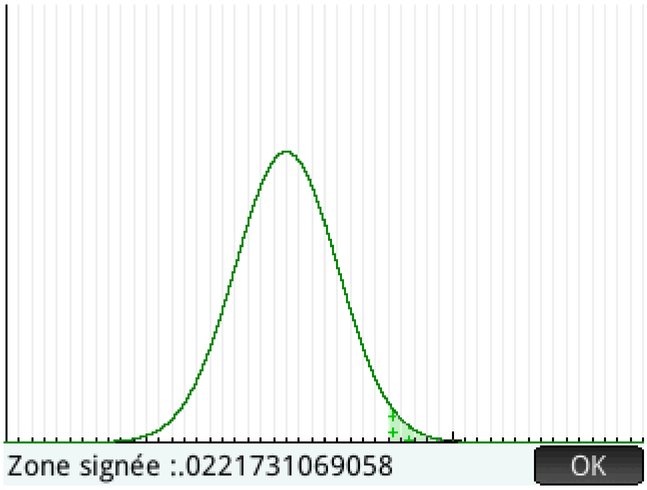


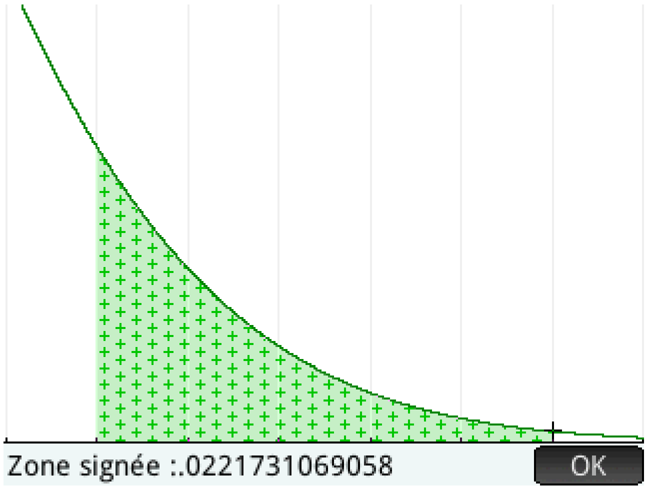
6/ La probabilité p(30≤T≤35) que la température soit comprise entre 30°C et 35°C est représentée graphiquement par l'aire sous la courbe entre les abscisses 30 et 35 (aire de la partie du plan délimitée par les droites d'équation $x = 30$, $x = 35$ et C_f).
On peut le visualiser sur la HP Prime en appuyant à l'écran graphique sur Menu puis Fcn, en choisissant *Zone signée….*, en appuyant sur Aller pour entrer x =30, sur OK et à nouveau sur Aller pour entrer x =35 pour finir sur OK.



On peut régler la fenêtre pour mieux voir la zone hachurée (Shift Plot Setup).

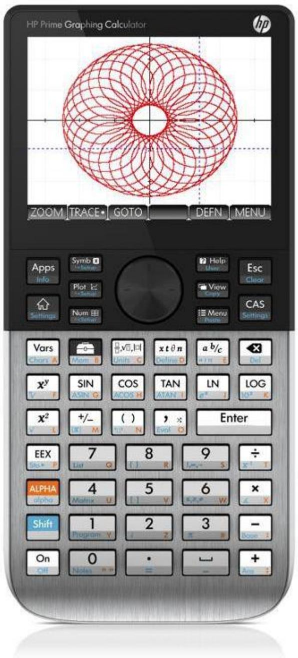






Marche aléatoire

HP Prime



Objectifs : vérifier une conjecture, écrire et utiliser un algorithme.
Mots-clés : algorithme, itération, boucle While.

Enoncé : Un pion est placé sur la case départ du plateau ci-dessous :

| | | | | pion | | | | |

Le lancer d'une pièce équilibrée détermine le déplacement du pion : PILE, le pion se déplace vers la droite ; FACE, le pion se déplace vers la gauche. À chaque lancer, on attribue le réel +1 si le résultat est PILE et -1 si le résultat est FACE.
Un trajet est une succession de *n* déplacements. La variable aléatoire Sn est la somme des nombres
1 ou -1 correspondant aux *n* lancers d'un trajet.
On s'intéresse à l'évènement D_n : « le pion est revenu à la case départ après les *n* déplacements d'un trajet ».

L'algorithme ci-dessous permet de réaliser la simulation d'un trajet de *n* déplacements, la valeur de *n* pouvant être choisie par l'utilisateur.

Variables :

N,S,A,I : nombres réels

Traitement :

```
Saisir N
S prend la valeur 0
Pour I variant de 1 à N
   A prend la valeur d'un entier aléatoire 0 ou 1
   Si A=1
       Alors S prend la valeur S+1
Sinon S prend la valeur S-1
   Fin Si
Fin Pour
```

Sortie :

Afficher S
Fin

1/ Utiliser cet algorithme, sur la calculatrice, pour réaliser plusieurs simulations dans le cas où le pion effectue 1 ou 2 déplacements.

2/ Modifier l'algorithme précédent de façon à pouvoir simuler plusieurs trajets du pion et calculer la fréquence de l'évènement D_n.

Solution pas à pas :

1/ On adapte l'algorithme sur la HP Prime.

Saisir 1 ou 2 pour N quand on fait tourner l'algorithme.
Le programme retourne la variable aléatoire Sn qui correspond aussi à la position du pion (0 pour la case départ, +1 pour 1 case après la case de départ, -2 pour 2 cases avant la case départ, etc...).

2/ Il faut lancer plusieurs fois l'algorithme précédent pour simuler plusieurs trajets.
On stockera chaque trajet dans une liste ou affichera successivement chaque valeur de S.
On lancera alors l'algorithme suivant :

Variables :
X,I : nombres entiers
Traitement :
Saisir X (nombre de trajet à simuler)
L est déclarée comme liste vide
Pour I variant de 1 à X
Lancer le programme MARCHE
Ajouter S comme élément à la liste L
Fin Pour
Sortie :
Afficher L
Fin

Le programme retourne la liste des cases d'arrivée du pion (ici, des résultats de 8 simulations de 2 déplacements).

Captures d'écran :

```
MARCHE                          18:38
BEGIN
LOCAL A,S;
INPUT(N);
0▸S;
FOR I FROM 1 TO N DO
ROUND(RANDOM(0,1),0)▸A;
IF A==1 THEN
S+1▸S;
ELSE
S-1▸S;
END;
END;
PRINT(S);
Cmds | Tmplt | Page | Vérif |
```

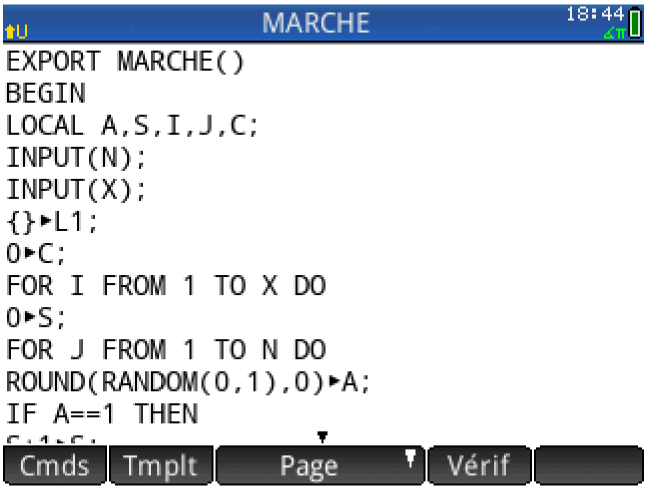
```
1
-2
```

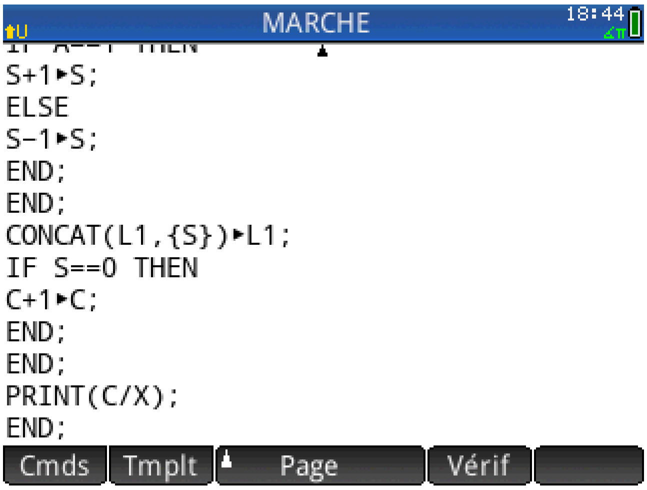
```
MARCHE                          18:40
EXPORT MARCHE()
BEGIN
LOCAL A,S,I,J;
INPUT(N);
INPUT(X);
{}▸L1;
FOR I FROM 1 TO X DO
0▸S;
FOR J FROM 1 TO N DO
ROUND(RANDOM(0,1),0)▸A;
IF A==1 THEN
S+1▸S;
ELSE
Cmds | Tmplt | Page | Vérif |
```

```
MARCHE                          18:42
0▸S;
FOR J FROM 1 TO N DO
ROUND(RANDOM(0,1),0)▸A;
IF A==1 THEN
S+1▸S;
ELSE
S-1▸S;
END;
END;
CONCAT(L1,{S})▸L1;
END;
PRINT(L1);
END;
Cmds | Tmplt | Page | Vérif |
```

```
{0,2,-2,-2,-2,2,0,2}
{0,0,0,0,2,0,0,0}
{0,-2,2,-2,0,2,2,-2}
{-2,0,0,2,2,2,2,-2}
```

Pour obtenir la fréquence de l'évènement D_n, on divise le nombre de 0 de la liste par le nombre d'éléments de la liste.
On incrémente un compteur pour dénombrer les 0.

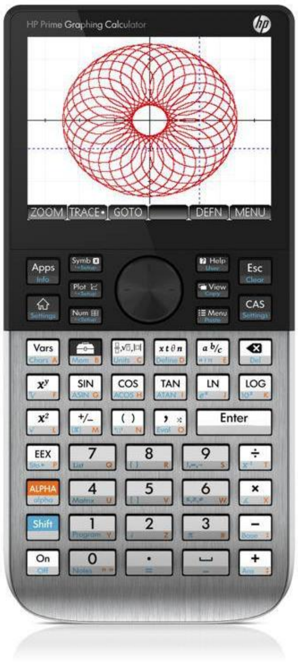




Résoudre un exercice du BAC

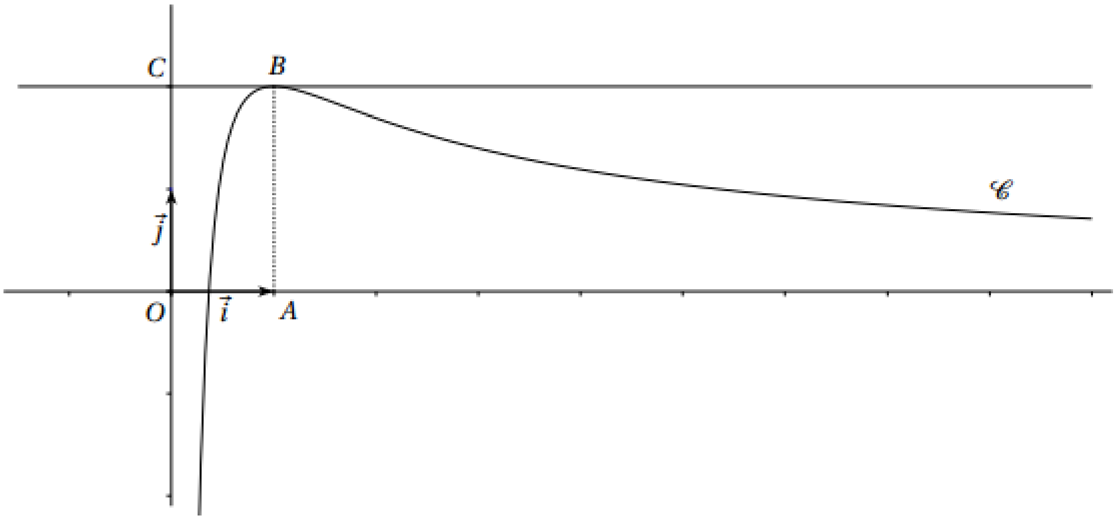
S

HP Prime



Extrait du BAC S 2013 (France métropolitaine – session de juin – exercice 2).

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé, dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $]0,\ +\infty[$.



On dispose des informations suivantes :

- les points A, B, C ont pour coordonnées respectives $(1,\ 0)$, $(1,\ 2)$, $(0,\ 2)$;
- la courbe $\mathscr{C}$ passe par le point B et la droite (BC) est tangente à $\mathscr{C}$ en B ;
- il existe deux réels positifs a et b tels que pour tout réel strictement positif x,

$$f(x) = \frac{a + b\ln x}{x}.$$

1. **a.** En utilisant le graphique, donner les valeurs de $f(1)$ et $f'(1)$.

b. Vérifier que pour tout réel strictement positif x, $f'(x) = \dfrac{(b-a) - b\ln x}{x^2}$.

c. En déduire les réels a et b.

2. **a.** Justifier que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0,\ +\infty[$, $f'(x)$ a le même signe que $-\ln x$.

b. Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$. On pourra remarquer que pour tout réel x strictement positif, $f(x) = \dfrac{2}{x} + 2\,\dfrac{\ln x}{x}$.

c. En déduire le tableau de variations de la fonction f.

3. **a.** Démontrer que l'équation $f(x) = 1$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]0,\ 1]$.

b. Par un raisonnement analogue, on démontre qu'il existe un unique réel β de l'intervalle $]1,\ +\infty[$ tel que $f(\beta) = 1$.
Déterminer l'entier n tel que $n < \beta < n+1$.

4. On donne l'algorithme ci-dessous.

Variables :	a, b et m sont des nombres réels.
Initialisation :	Affecter à a la valeur 0.
	Affecter à b la valeur 1.
Traitement :	Tant que $b - a > 0,1$
	Affecter à m la valeur $\frac{1}{2}(a+b)$.
	Si $f(m) < 1$ alors Affecter à a la valeur m.
	Sinon Affecter à b la valeur m.
	Fin de Si.
	Fin de Tant que.
Sortie :	Afficher a.
	Afficher b.

a. Faire tourner cet algorithme en complétant le tableau ci-dessous que l'on recopiera sur la copie.

	étape 1	étape 2	étape 3	étape 4	étape 5
a	0				
b	1				
$b-a$					
m					

b. Que représentent les valeurs affichées par cet algorithme ?

c. Modifier l'algorithme ci-dessus pour qu'il affiche les deux bornes d'un encadrement de β d'amplitude 10^{-1}.

5. Le but de cette question est de démontrer que la courbe $\mathscr{C}$ partage le rectangle $OABC$ en deux domaines d'aires égales.

a. Justifier que cela revient à démontrer que $\int_{\frac{1}{e}}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = 1$.

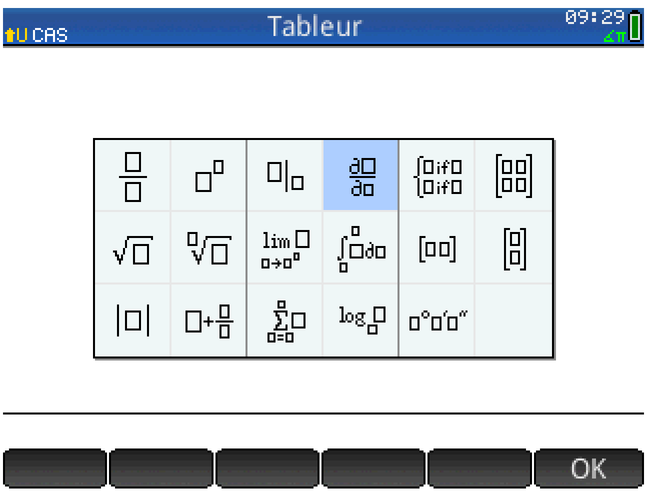
b. En remarquant que l'expression de $f(x)$ peut s'écrire $\frac{2}{x} + 2 \times \frac{1}{x} \times \ln x$, terminer la démonstration.

Solution pas à pas :

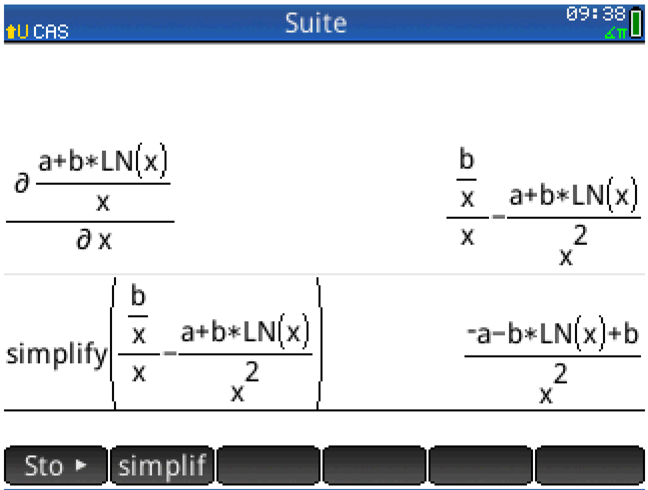
1/a/ La première question implique une lecture graphique : f(1) est l'image de 1 par la fonction. Elle correspond à l'ordonnée du point B : 2.
Donc f(1) = 2.
f '(1) correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f en 1.
La tangente est horizontale donc f '(1) = 0.

b/ On peut déjà observer ce que donne la HP Prime comme dérivée en appuyant sur la touche CAS Settings.
On va chercher la dérivée depuis la touche Units.
On entre bien les paramètres a et b en minuscules.

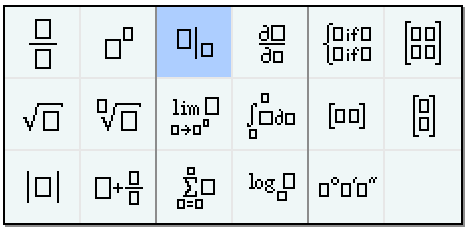
Captures d'écran :

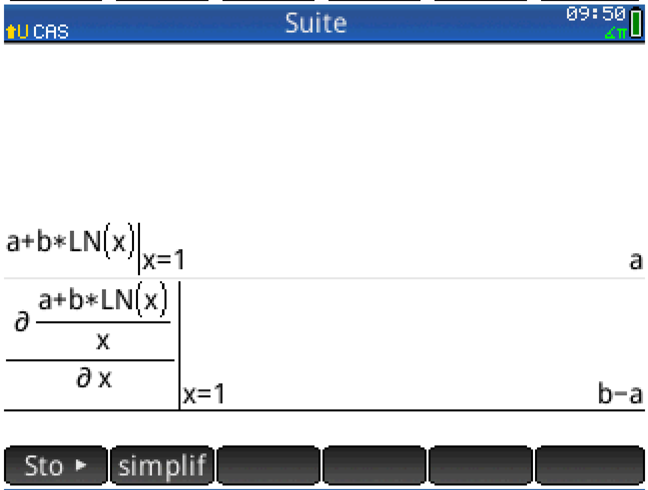


Le résultat n'est pas affiché sous la forme d'un unique quotient. On met au même dénominateur en appuyant à l'écran sur simplify.
On tombe bien sur l'expression du sujet.
Pour détailler le calcul de la dérivée, on exploitera la formule (u/v)' = (u'v-uv')/v².



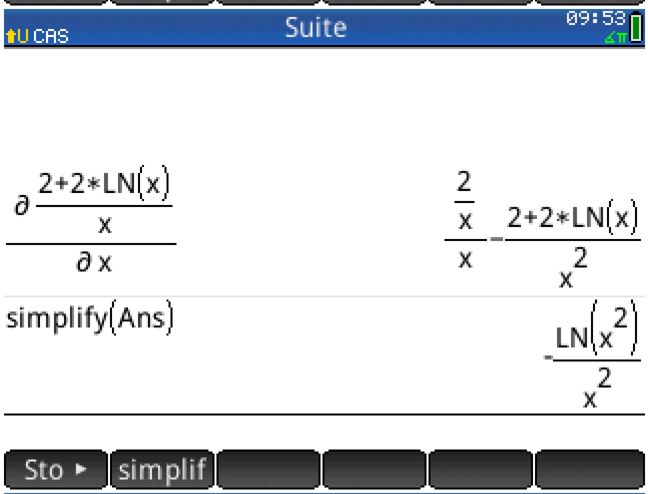
c/ On exploite les 2 égalités trouvées en 1/ f(1)=2 et f '(1)=0. On obtient un système de deux équations à 2 inconnues a et b.
On peut invoquer la commande *solve* de la HP Prime pour résoudre.
On utilisera aussi le symbole | signifiant « sachant que » (touche Units et symbole ci-dessous) pour évaluer les expressions en x=1.



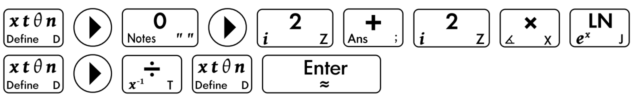


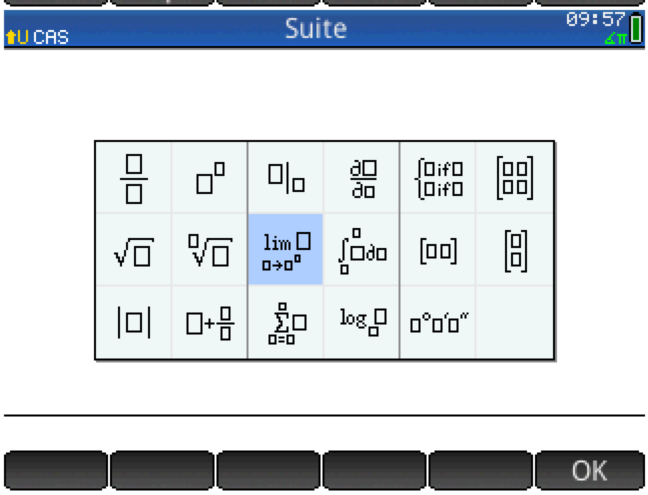
On trouve donc a = 2 et b – a = 0 donc a = b = 2.

2/ a/ La dérivée de f a donc pour expression (en replaçant a et b par 2) : -ln(x²)/x².
1/x² étant toujours positif, la dérivée est donc du même signe que
–ln(x²) = -2ln(x), c'est-à-dire du même signe que –ln(x).



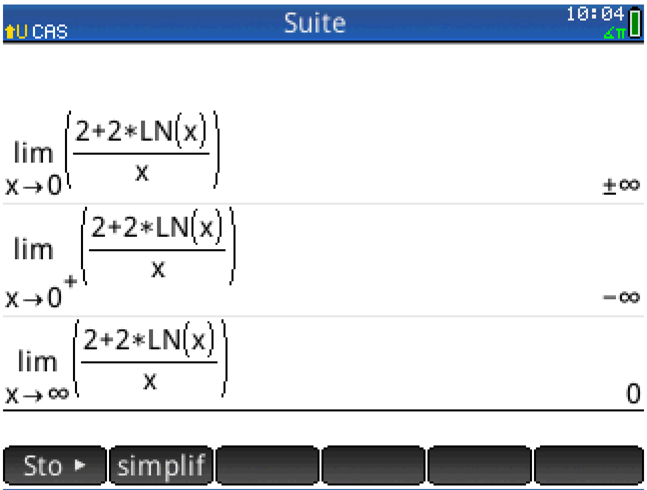
b/ On appuie à nouveau sur la touche Units pour calculer une limite.
On saisit :



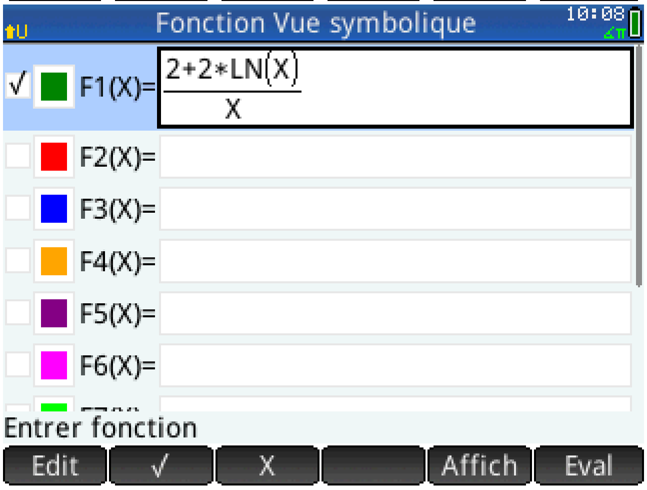


En zéro, la HP Prime indique un + ou – l'infini.
Comme f n'est définie que pour les strictement positifs, on précise à droite de 0 en tapant 0^{1} (on taperait 0^{-1} pour préciser à gauche).
On trouve donc -∞ comme limite en 0.
On utilisera l'autre expression donnée pour f et les opérations sur les limites pour le démontrer.

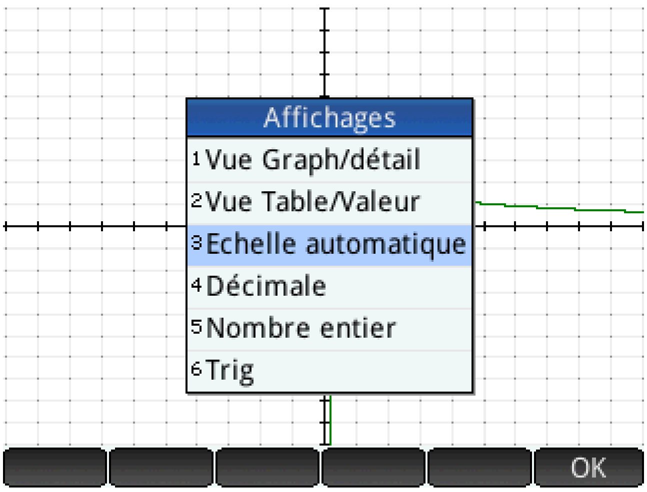
La limite de f en l'infini est 0.
Le symbole ∞ s'obtient depuis les touches Shift 9.



c/ On peut représenter maintenant graphiquement la fonction f et obtenir ses variations.
On accède à l'application Fonction depuis la touche Apps Info. On saisit l'expression algébrique de la fonction depuis la touche Symb Setup.

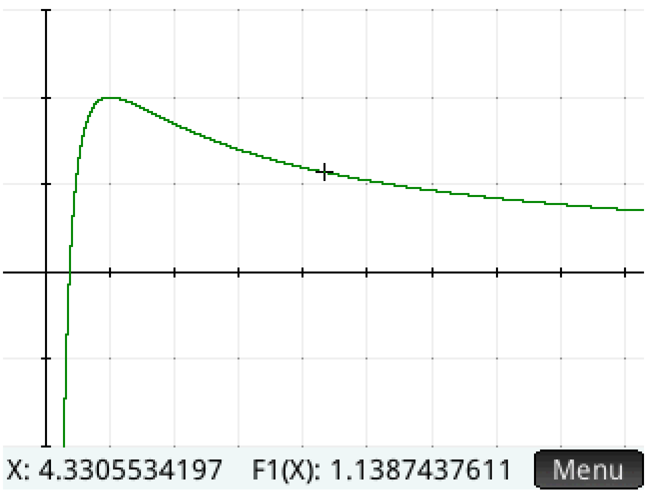


Le graphique d'affiche avec la touche Plot Setup.
On règle l'échelle automatiquement avec la touche View Copy.
On peut ensuite un peu réduire les extremas des ordonnées depuis les touches Shift Plot Setup.
On prend ymin = -2 et ymax = 3.



f croît sur]0 ; 1] et décroît sur [1 ; +∞ [.
En étudiant le signe de la dérivée, on peut dresser le tableau de variation suivant :

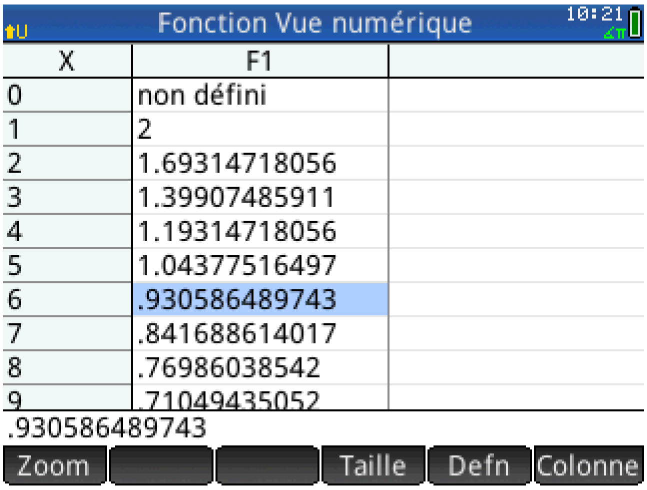
x	0		1		$+\infty$
$-\ln x$		+	0	−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0



On remarque que la représentation graphique donnée dans l'exercice correspond à celle de f.

3/ a/ Comme f est continue et strictement croissante sur]0 ; 1] et comme 1 est bien compris entre la limite de f en 0 et f(1), le théorème des valeurs intermédiaires garantit une unique solution pour f(x) = 1.

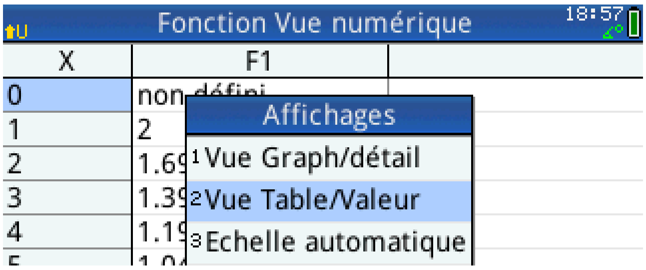
b/ On observe le tableau de valeurs de la fonction f depuis la touche Num Setup.
f atteint 1 entre 5 et 6.

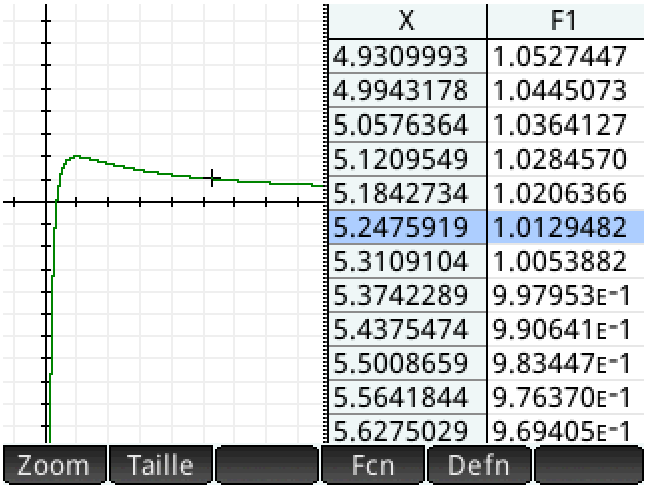


X	F1
0	non défini
1	2
2	1.69314718056
3	1.39907485911
4	1.19314718056
5	1.04377516497
6	.930586489743
7	.841688614017
8	.76986038542
9	.71049435052

.930586489743

Astuce :
On peut afficher en écran partagé simultanément l'écran graphique et le tableau de valeurs en appuyant sur View Copy et en sélectionnant 2 :Vue table/Valeur.

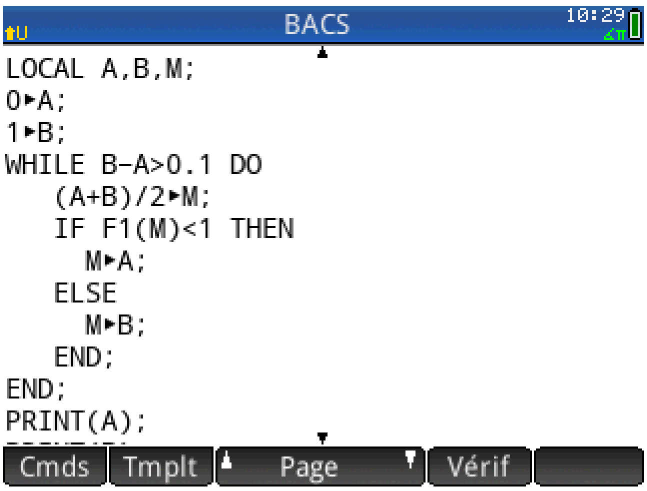




X	F1
4.9309993	1.0527447
4.9943178	1.0445073
5.0576364	1.0364127
5.1209549	1.0284570
5.1842734	1.0206366
5.2475919	1.0129482
5.3109104	1.0053882
5.3742289	9.97953E-1
5.4375474	9.90641E-1
5.5008659	9.83447E-1
5.5641844	9.76370E-1
5.6275029	9.69405E-1

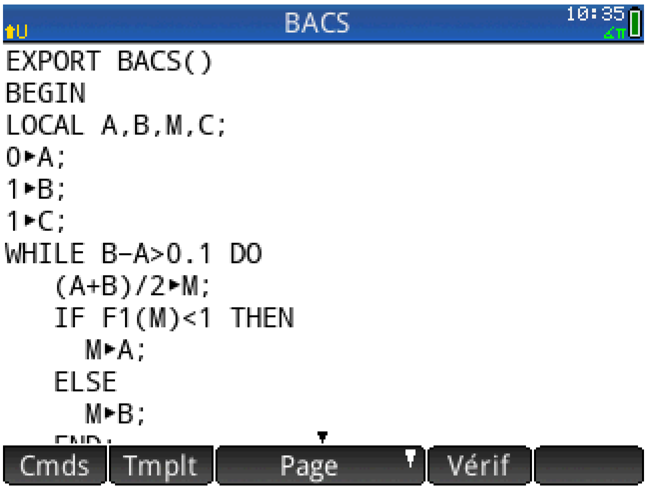
4/ a/ On programme l'algorithme sur la HP Prime en accédant à l'éditeur de programme : touches Shift 1 Program.

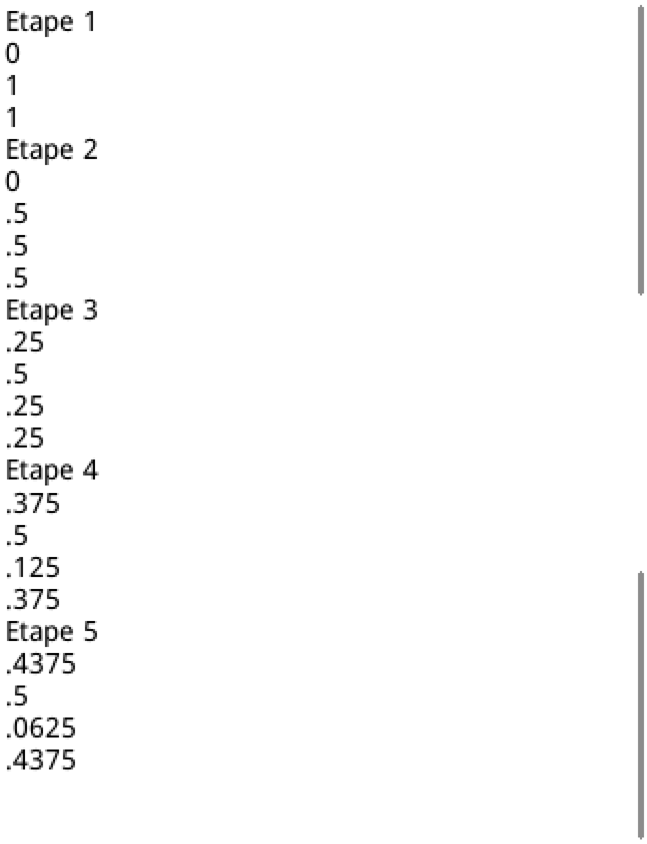
```
EXPORT BACS ()
BEGIN
LOCAL A,B,M;
0▸A;
1▸B;
WHILE B–A>0.1 DO
  (A+B)/2▸M;
  IF F1(M)<1 THEN
    M▸A;
  ELSE
    M▸B;
  END;
END;
PRINT(A);
PRINT(B);
END;
```



Si l'on veut afficher les étapes demandées dans le tableau, il faut modifier l'algorithme en plaçant les PRINT dans la boucle While et en ajoutant un affichage de b-a et de m. On peut aussi afficher le numéro de l'étape en créant un compteur :

```
EXPORT BACS ()
BEGIN
LOCAL A,B,M,C;
0▶A;
1▶B;
1▶C;
PRINT("Etape 1");
PRINT(A);
PRINT(B);
PRINT(B-A);
C+1▶C;
WHILE B–A>0.1 DO
  (A+B)/2▶M;
  IF F1(M)<1 THEN
    M▶A;
  ELSE
    M▶B;
  END;
PRINT("Etape "+C);
PRINT(A);
PRINT(B);
PRINT(B-A);
PRINT(M) ;
C+1▶C;
END;
END;
```





Le programme retourne alors toutes les étapes.
Il reste juste à compléter le tableau :

	étape 1	étape 2	étape 3	étape 4	étape 5
a	0	0	0,25	0,375	0,4375
b	1	0,5	0,5	0,5	0,5
$b-a$	1	0,5	0,25	0,125	0,0625
m		0,5	0,25	0,375	0,4375

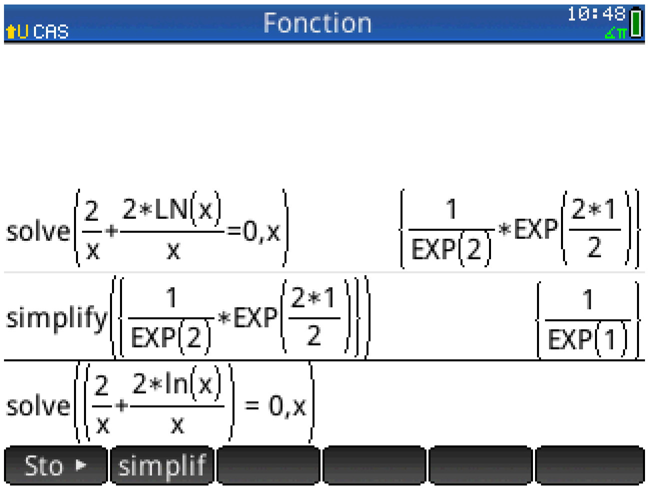
b/ L'algorithme proposé renvoie par dichotomie les deux bornes encadrant α à 0,1 près.

c/ On repart de l'algorithme initial en remplaçant juste les valeurs de départ de A et B par 5 et 6 au lieu de 0 et 1. On changera également dans le test « Si » F1(M)<1 par F1(M)>1 car f décroît sur [1 ; +∞[:

```
EXPORT BACS ()
BEGIN
LOCAL A,B,M;
5▶A;
6▶B;
WHILE B–A>0.1 DO
  (A+B)/2▶M;
```

```
  IF F1(M)>1 THEN
    M▶A;
  ELSE
    M▶B;
  END;
END;
PRINT(A);
PRINT(B);
END;
```

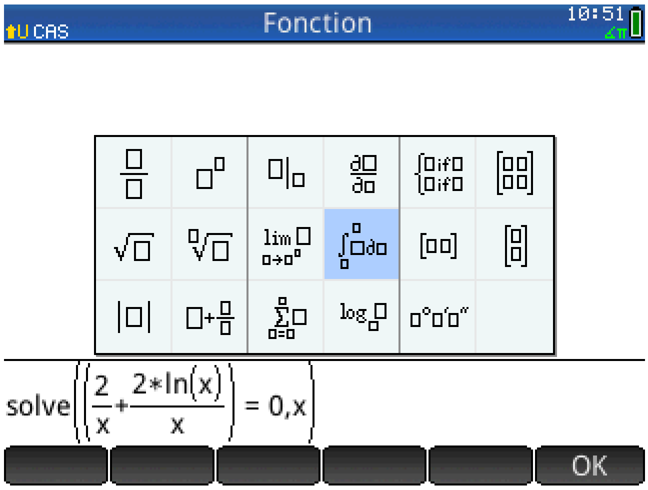
5/ a/ On commence par calculer l'aire du rectangle OABC. Sa longueur est 2 et sa largeur est 1. Donc son aire est de 2 unités d'aire.
Pour trouver la borne inférieure de l'intégrale qui calculera l'aire sous la courbe de la fonction, il faut résoudre f(x)=0. On peut utiliser la commande *solve* depuis l'écran de calcul formel (touche CAS Settings).
La HP Prime trouve la solution : x=1/e.
On retrouve très facilement la solution « à la main ».



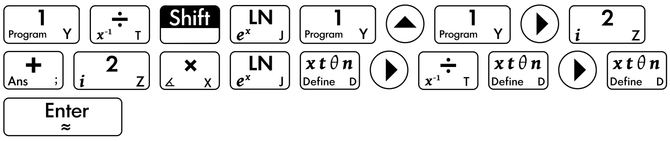
Sur l'intervalle [1/e ; 1], f est positive, continue et donc l'aire délimitée par la courbe de f, l'axe des abscisses et les droites d'équation x=1/e et x=1 est donnée par l'intégrale :

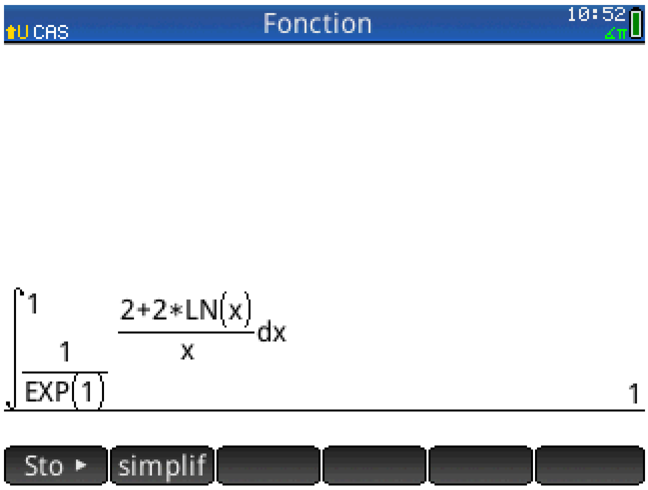
$$\int_{\frac{1}{e}}^{1} f(x)\,dx$$

Il faut démontrer qu'elle vaut la moitié de 2 (aire du rectangle), c'est-à-dire 1.



Pour calculer l'intégrale, on sélectionne le signe intégral depuis la touche Units et on saisit :





La HP Prime trouve bien 1.

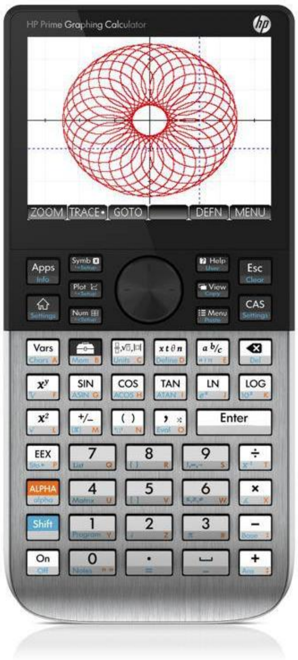
On peut calculer l'intégrale avec un changement de variable en utilisant l'expression proposée pour f et en posant u = ln. On remarque alors une expression de la forme f = 2u'+2u'u de primitive F = 2u+u².
C'est-à-dire F(x)=2ln(x)+ln(x)².
Et F(1) – F(1/e) = 0 – 2ln(1/e) – ln(1/e)² = 2 – 1 = 1.

Polynôme complexe et géométrie

HP Prime

TS

D'après BAC S 2012.



Partie A

On considère le polynôme P défini sur $\mathbb{C}$ par :

$$\mathrm{P}(z)=z^3-\left(2+i\sqrt{2}\right)z^2+2\left(1+i\sqrt{2}\right)z-2i\sqrt{2}$$

1. Montrer que le nombre complexe $z_0=i\sqrt{2}$ est solution de l'équation $\mathrm{P}(z)=0$.

2. a) Déterminer les réels a et b tels que $\mathrm{P}(z)=\left(z-i\sqrt{2}\right)\left(z^2+az+b\right)$

   b) En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $\mathrm{P}(z)=0$.

Partie B

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $\left(\mathrm{O},\vec{u},\vec{v}\right)$. On prendra 2 cm pour unité graphique.

On considère les points A, B, J et K d'affixes respectives :

$$z_{\mathrm{A}}=1+i\ ,\ z_{\mathrm{B}}=1-i\ ,\ z_{\mathrm{J}}=i\frac{\pi}{2}\ \text{ et }\ z_{\mathrm{K}}=\mathrm{e}^{\frac{3i\pi}{4}}$$

1. Placer les points A, B, J, K sur une figure qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice.
2. Soit L le symétrique du point J par rapport au point K. Montrer que l'affixe de L est égale à $-\sqrt{2}$.
3. Montrer que les points A, B, J et L appartiennent à un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.
4. Soit D le point d'affixe $z_{\mathrm{D}}=-1+i$. On considère la rotation r de centre O qui transforme J en D.

a) Déterminer une mesure de l'angle de la rotation r.

b) Soit C l'image du point L par la rotation r. Déterminer l'affixe du point C.

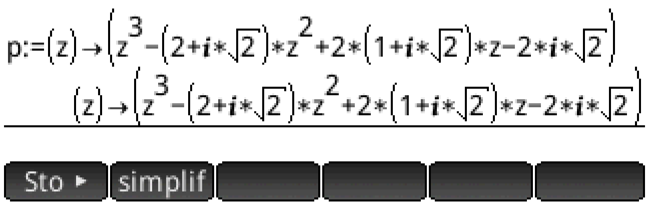
5. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier la

Solution pas à pas :

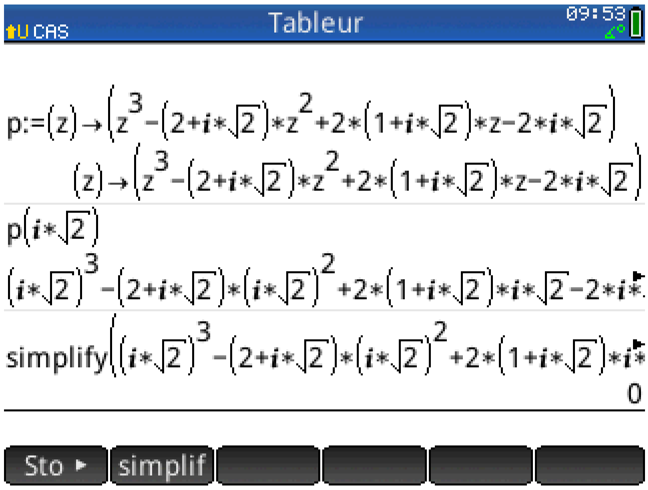
1/ On accède à l'écran de calcul formel depuis la touche CAS Settings.
On entre le polynôme fonction de la variable minuscule z avec un := comme ci-contre.

Le i complexe s'obtient depuis les touches Shift i 2 z et la racine carrée depuis les touches Shift $\sqrt{}$ x^2 L.

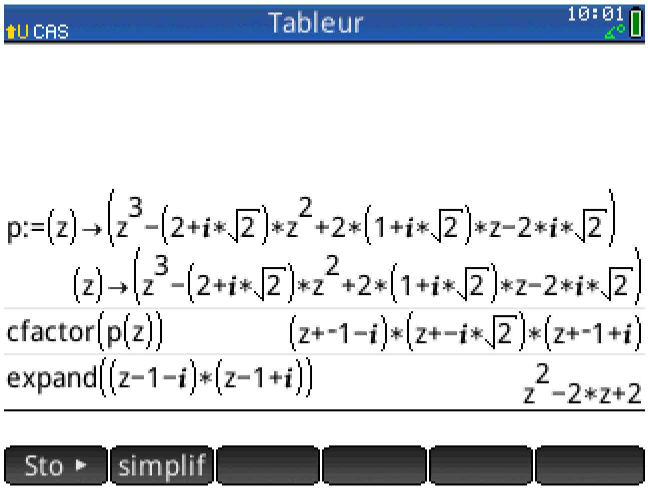
Captures d'écran :



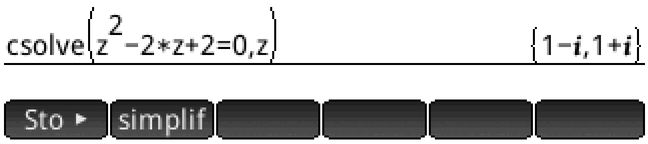
On vérifie que z_0 est bien une racine.
Une pression sur la touche simplif montre que $P(z_0)$ fait bien 0.



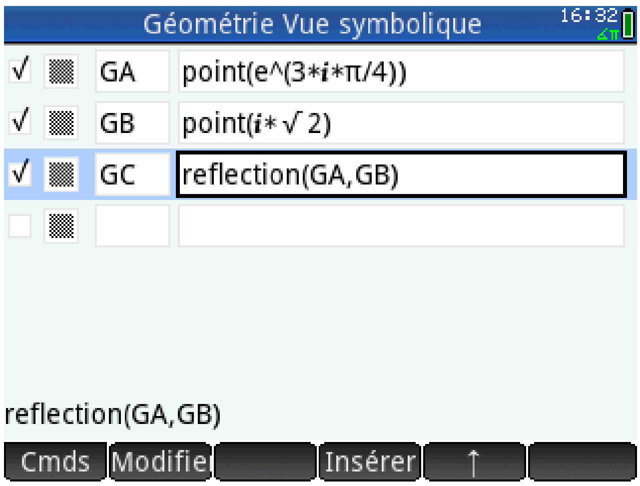
2/a/ On utilise la commande *cfactor* pour factoriser sur **C**.
On trouve bien le facteur
On développe avec la commande *expand* le produit des deux autres facteurs pour trouver les coefficients a et b : a = -2 et b = 2.



2/b/ On trouve les zéros du polynôme complexe trouvée précédemment avec la commande *csolve*.
On retrouve bien les racines mises en évidence avec la factorisation précédente.

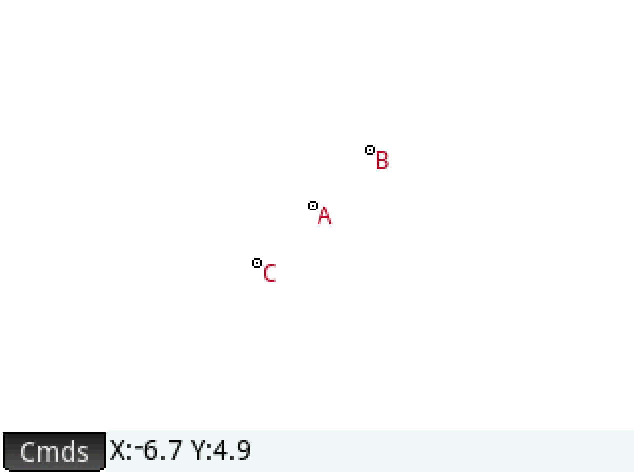


1/ La HP Prime est totalement capable de gérer une construction de géométrie complexe avec des instructions.
On utilisera ici les commandes *point* (permettant de placer un point d'affixe complexe donnée), *reflection* (traçant le symétrique d'un point par rapport à un point), *affixe* (donnant l'affixe d'un point) et *normal* (donnant la forme irréductible développée d'une expression).
On accède à l'application géométrie depuis la touche Apps Info et on entre les différents éléments géométriques depuis la touche Symb Setup. On appuie sur l'onglet Nouv. pour créer chaque nouvel élément.

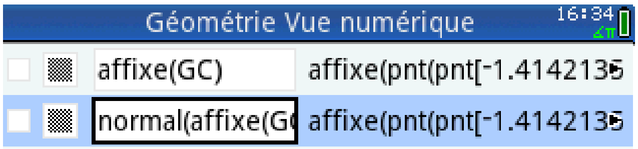


L'exponentielle est accessible depuis les touches Shift LN et Pi depuis Shift 3.

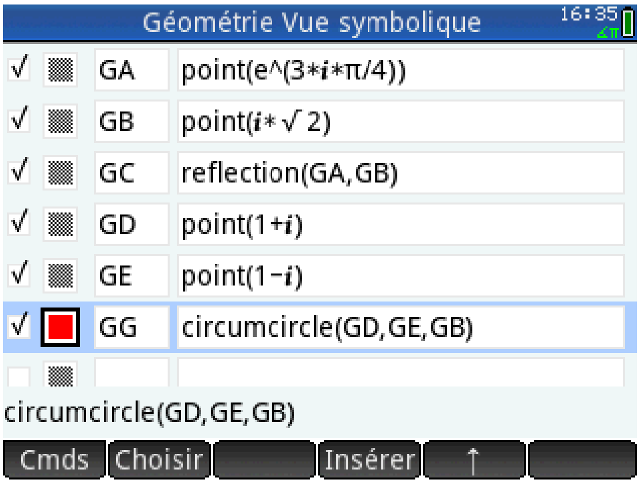
Une pression sur la touche Plot Setup permet d'obtenir le tracé.



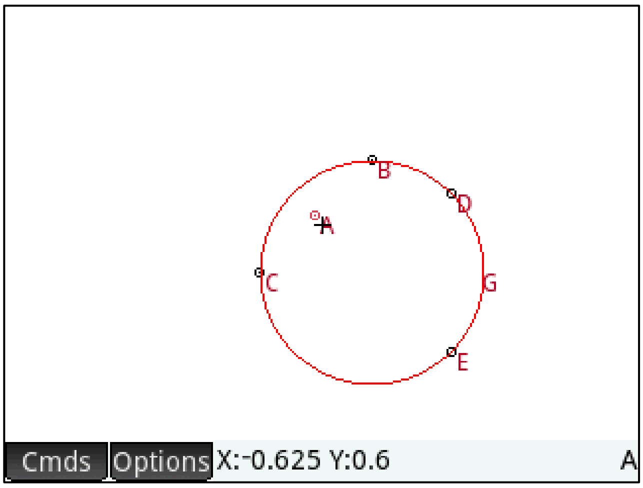
2/ On effectue le calcul de l'affixe du point symétrique depuis la touche Num Setup en saisissant les commandes ci-contre.
On trouve $-\sqrt{2}$.



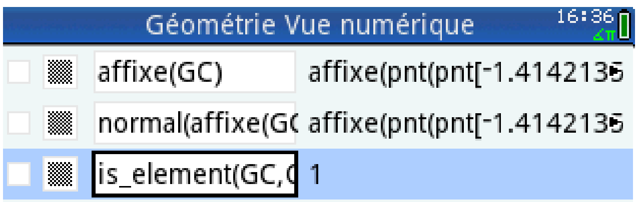
3/ On retourne à l'écran symbolique (touche Symb Setup) pour créer le cercle circonscrit (commande *circumcircle*).



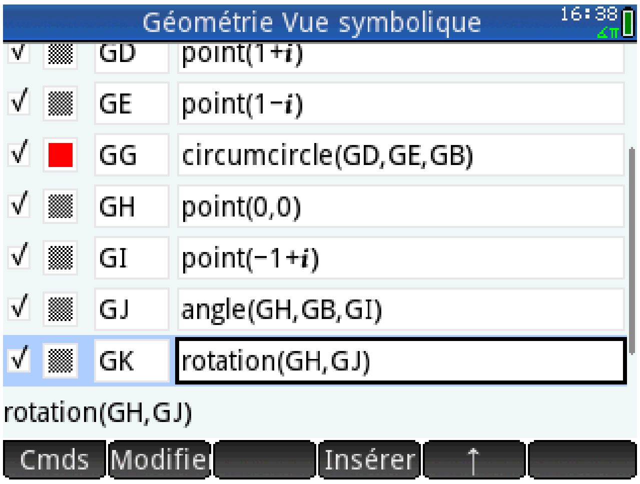
La touche Plot Setup permet d'obtenir le tracé mis à jour.



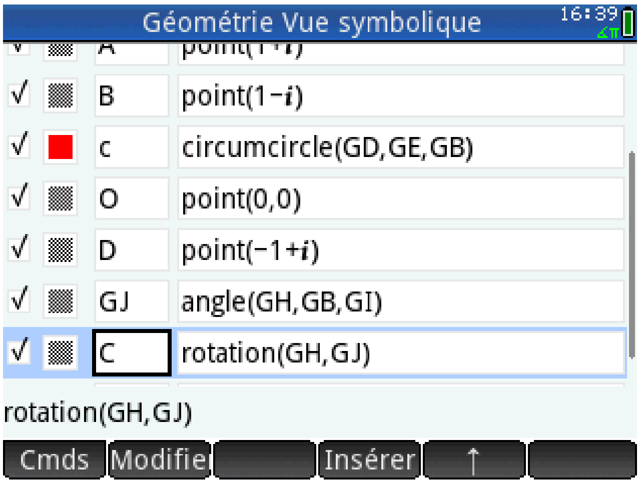
On vérifie l'appartenance du point L avec la commande *is_element* depuis la touche Num Setup.
La HP Prime renvoie bien 1. Le point L appartient au cercle.



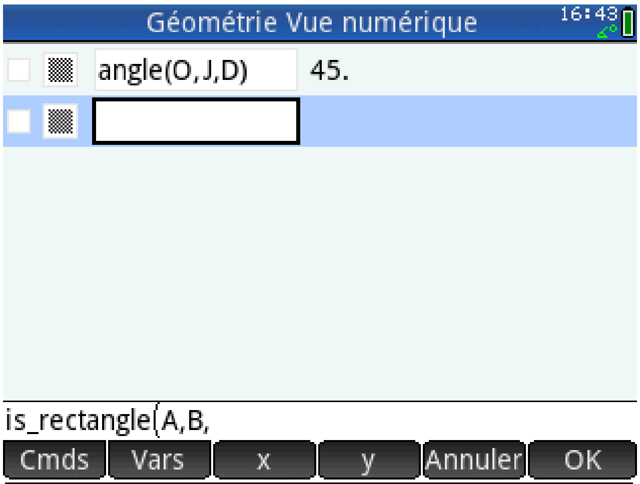
4/ On retourne sur l'écran symbolique avec la touche Symb Setup pour construire le nouveau point avec la rotation.
La commande *angle* permet de trouver l'angle de rotation.
La commande *rotation* permet de placer un point par rotation.
On saisit donc les deux nouveaux éléments ci-contre.



Astuce : pour renommer les points et ainsi mieux s'y retrouver par rapport à l'exercice, on accède à l'écran graphique depuis Plot Setup, on sélectionne un objet, on appuie sur Menu Paste et on choisit renommer pour changer le nom de l'objet.



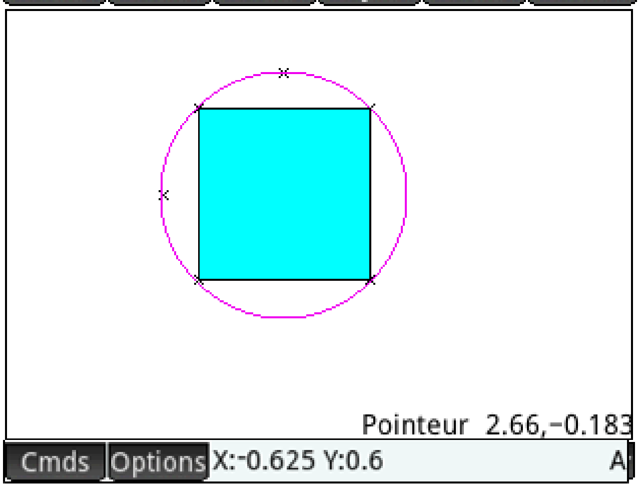
a/ On obtient l'angle de rotation depuis l'écran Num Setup.



b/ Et l'affixe du point C.

5/ On utilise la commande *is_rectangle* pour vérifier que ABCD est un rectangle.
La HP Prime renvoie 2 : il s'agit même d'un carré.

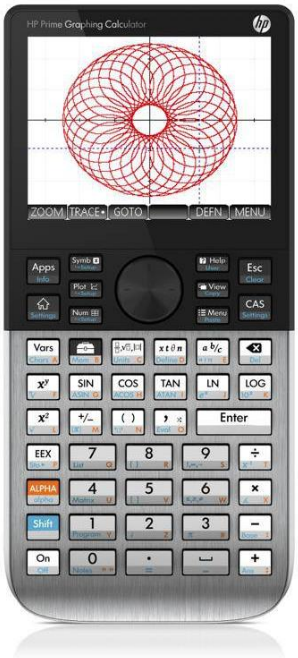
Si on trace ABCD avec l'onglet Polygon depuis l'écran Plot Setup, il semble en effet être un carré.



Matrices

HP Prime

TS Spé



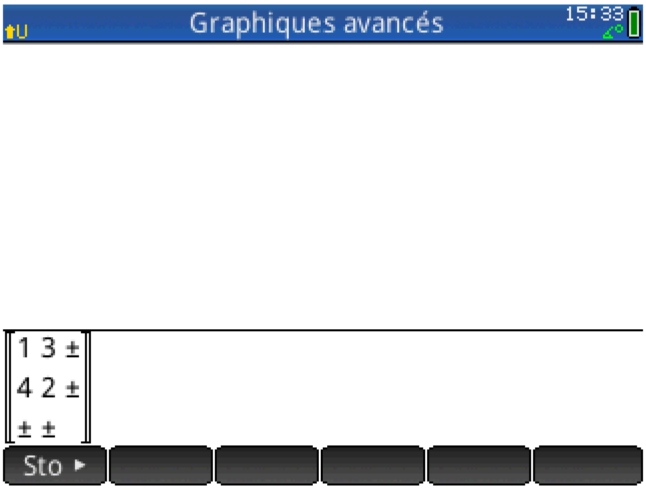
Exercice $A=\begin{pmatrix}1&3\\4&2\end{pmatrix}$ et $Q=\begin{pmatrix}1&1\\-4&3\end{pmatrix}$

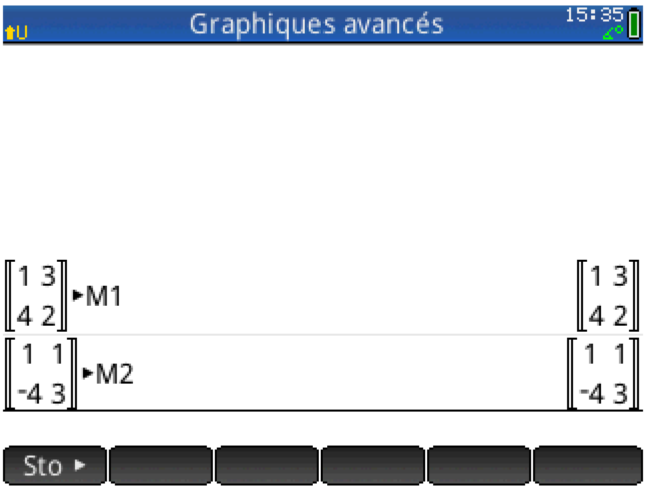
1) Déterminer la matrice P, inverse de Q, à l'aide de la calculatrice.
2) Calculer $Q\times A\times P$.
3) **En déduire** la matrice A^n , pour tout entier naturel non nul n.

La HP Prime permet d'effectuer du calcul matriciel. On définit une matrice entre crochets (Shift 5). La calculatrice affiche alors l'écriture naturelle d'une matrice et s'agrandit automatiquement au fur et à mesure que l'on saisit des coefficients. Un passe d'un coefficient à l'autre avec les touches fléchées ▶ ◀ ▼ ▲.

On stocke les deux matrices dans les variables dédiées M1 et M2.

Captures d'écran :





1) On peut alors directement calculer Q^{-1}.

Appuyer sur la touche [a b/c] pour obtenir des coefficients exacts dans la matrice inversée.

$Q^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{7} & \frac{-1}{7} \\ \frac{4}{7} & \frac{1}{7} \end{pmatrix}$

2) Le résultat du produit demandé est :

$\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

Il s'agit d'une matrice diagonale.

3) $\begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} 5^n & 0 \\ 0 & (-2)^n \end{pmatrix}$

Comme P.Q = Identité,

Q.A.P.Q.A.P = Q.A.A.P = Q.A².P = $\begin{pmatrix} 5^2 & 0 \\ 0 & (-2)^2 \end{pmatrix}$

Q.A².P.Q.A.P = Q.A².A.P = Q.A3.P = $\begin{pmatrix} 5^3 & 0 \\ 0 & (-2)^3 \end{pmatrix}$

etc…

On arrive à $Q.A^n.P = \begin{pmatrix} 5^n & 0 \\ 0 & (-2)^n \end{pmatrix}$.

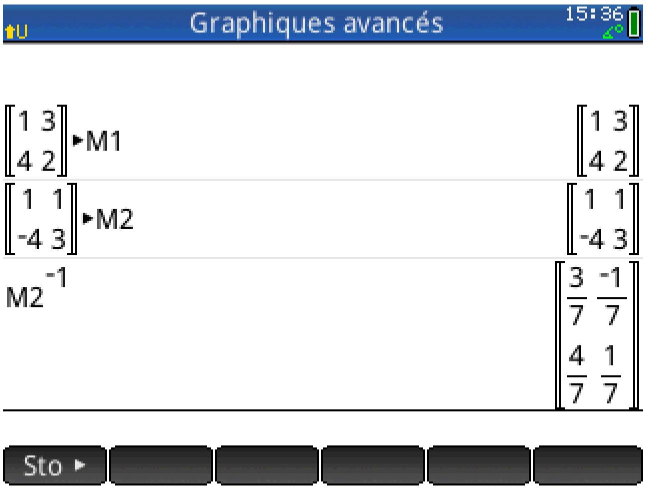
Donc $A^n = P.\begin{pmatrix} 5^n & 0 \\ 0 & (-2)^n \end{pmatrix}.Q$

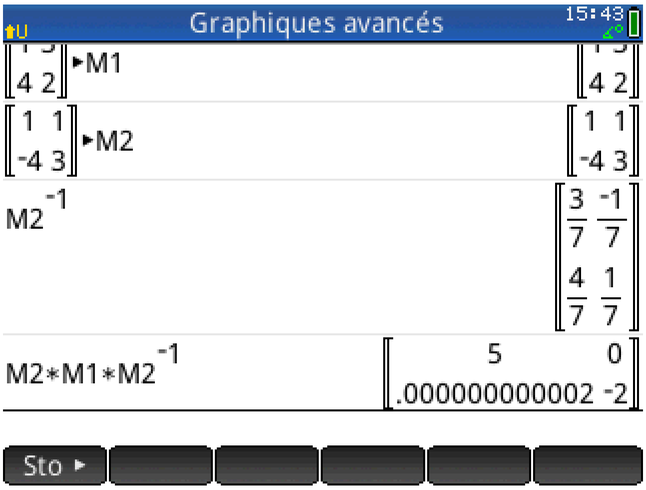
$$\mathbf{A^n} = \begin{pmatrix} \frac{3}{7}.5^n + \frac{4}{7}.(-2)^n & \frac{3}{7}.5^n - \frac{3}{7}.(-2)^n \\ \frac{4}{7}.5^n - \frac{4}{7}.(-2)^n & \frac{4}{7}.5^n + \frac{3}{7}.(-2)^n \end{pmatrix}$$

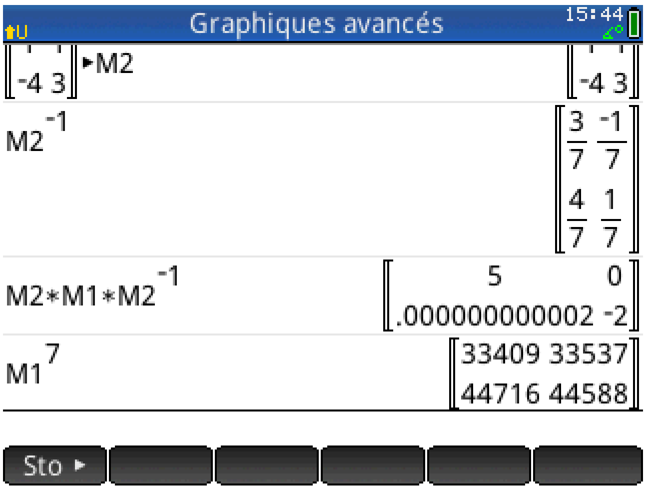
Avec cette formule,

$A^7 = \begin{pmatrix} 33\,409 & 33\,537 \\ 44\,716 & 44\,588 \end{pmatrix}$

On vérifie…



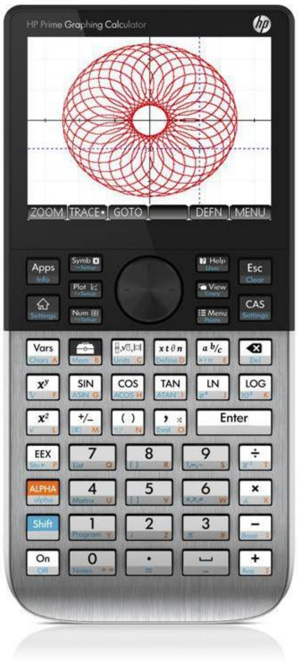




Chiffrement de Hill

HP Prime

Ts Spé



Les lettres de l'alphabet se codent avec le chiffrement de Hill de la manière suivante :
chaque lettre est associée à son rang de 0 à 25 ;
on créer une matrice M de codage 2x2 ;
on code les rangs de deux lettres en multipliant M avec la matrice colonne de leurs rangs.
Par exemple, en prenant cette matrice de codage :

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 17 & 1 \end{pmatrix}$$

Pour coder LE (L de rang 12 et E de rang 5), on calcule modulo 26 :

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 17 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 12 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 49 \\ 209 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 \\ 1 \end{pmatrix} \; [26]$$

Ce qui nous donne les nouveaux rangs des deux lettres :
W est de rang 23 et A de rang 1 donc LE est codé par WA.

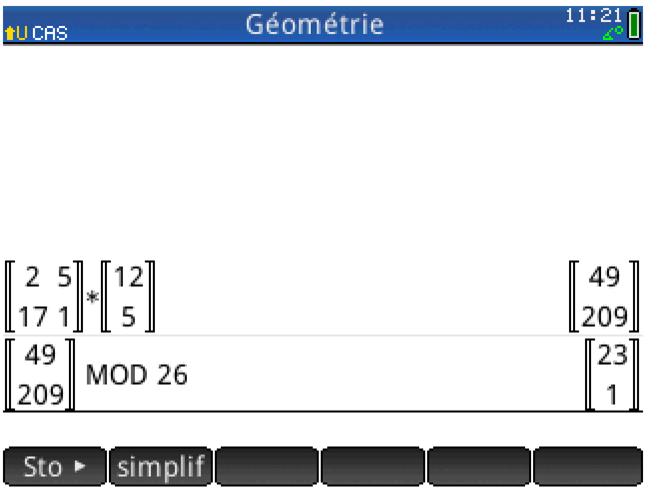
1/ Vérifier le calcul de l'exemple avec la HP Prime.
2/ Créer une liste de commandes pour crypter une phrase.
3/ Créer une liste de commandes pour décrypter la phrase.

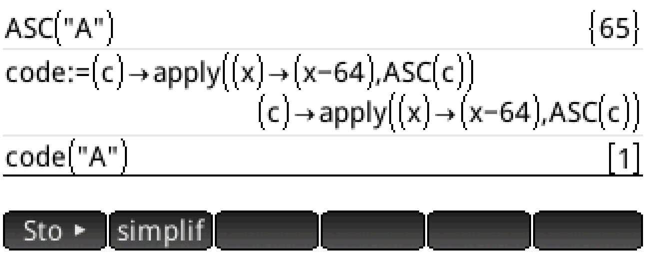
Solution pas à pas :

1/ On saisit les matrices depuis les touches [Shift] [5].
On calcule modulo 26 en tapant après la matrice [␣] [ALPHA] [+/–] [ALPHA] [,] [ALPHA] [xtθn] [␣] [2] [6] [Enter]

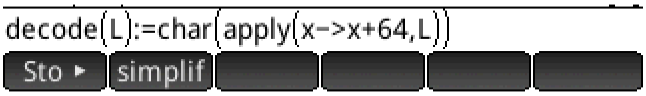
2/ La commande *ASC* permet d'obtenir le code ASCII d'un caractère mais A est associé à 65. On décale donc le rang en enlevant 64.

Captures d'écran :





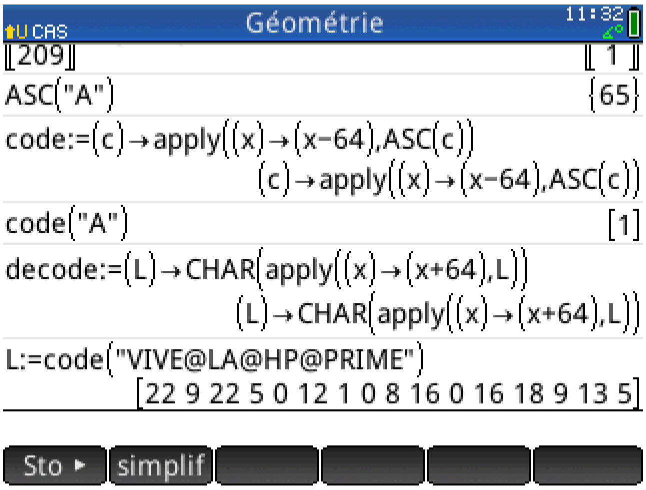
Pour obtenir la lettre à partir de son rang, on utilise la commande inverse *char*.



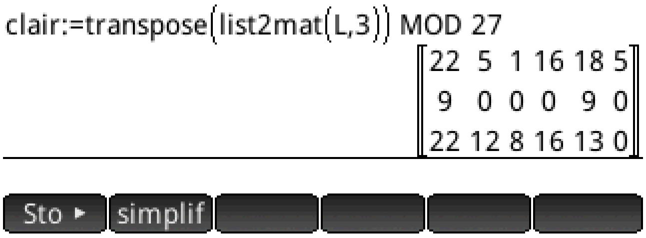
On va maintenant coder la phrase suivante :

Vive la HP Prime !

On commence d'abord par mettre toutes les lettres en majuscules et enlever la ponctuation.
On indique aussi les espaces par le symbole @ présent dans le tableau des caractères (touches Shift Vars a).



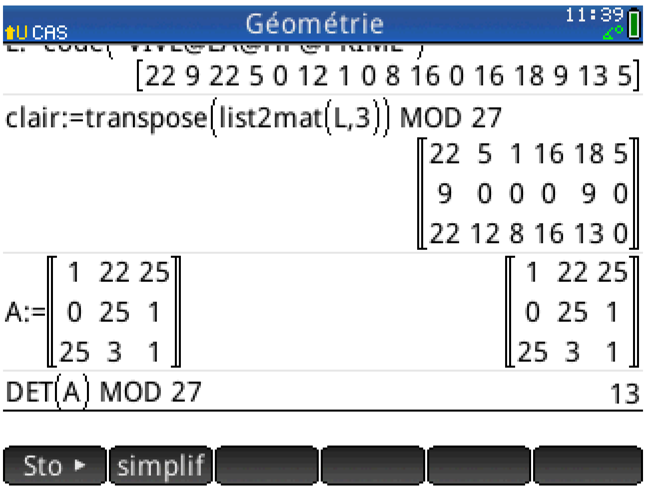
On va coder avec une matrice 3x3. On regroupe donc les nombres 3 par 3 et on travaille dans Z/27Z.
On utilise la commande *list2mat* qui transforme une liste en une matrice.
On transpose avec la commande *transpose* la matrice ci-contre.



On choisit une matrice-clé :

$$\begin{pmatrix} 1 & 22 & 25 \\ 0 & 25 & 1 \\ 25 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

On vérifie bien qu'elle est inversible en calculant son déterminant (commande *det*) modulo 27. Il est égal à 13 qui est premier avec 27.

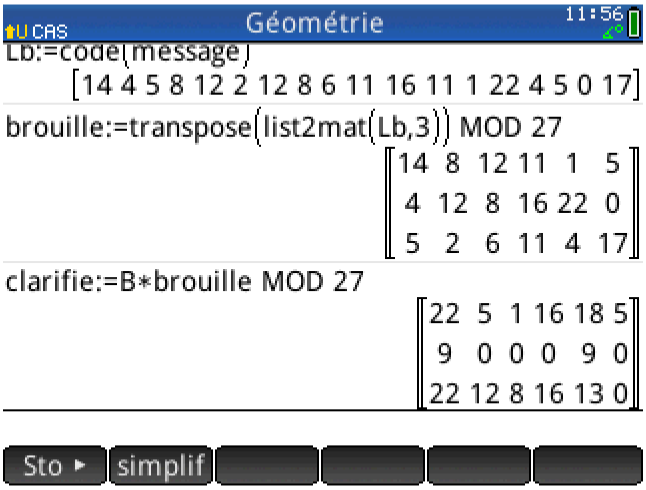


On effectue la multiplication pour coder.
La HP Prime utilise les restes symétriques. On insère un modulo 0 pour obtenir le nombre entier associé à la classe modulo 27 puis *irem* qui donne le reste dans la division euclidienne.

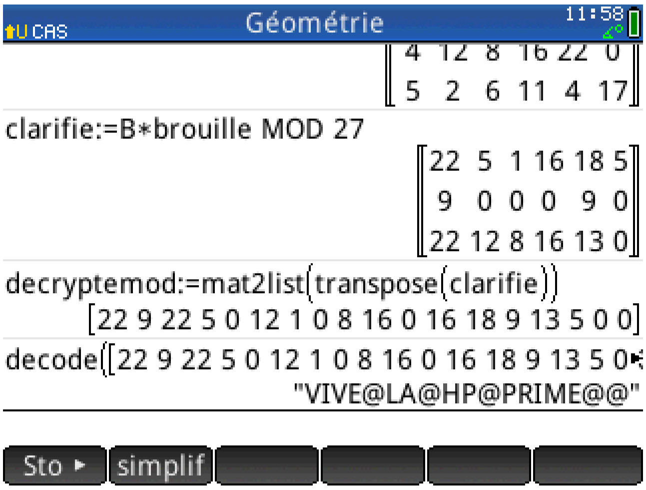
On code le message en associant les nombres obtenus aux lettres correspondantes.

3/ Pour le décodage, on crée une liste avec message puis la matrice à 3 lignes associée et on calcule l'inverse de la clé pour décoder.

B désigne ici l'inverse de A calculée.



On transforme en liste et on transforme les nombres en lettres.

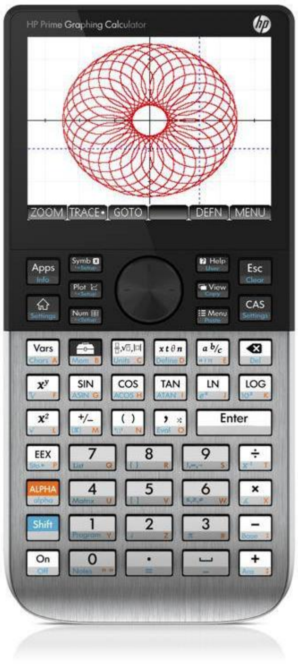


HP StreamSmart

Capacité calorifique : méthode des mélanges

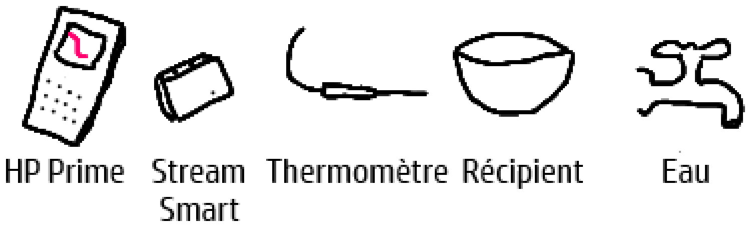
HP Prime

S



Durée : 1 heure

Matériel : HP Prime, HP StreamSmart, sonde de température, récipient, eau.



Objectif : Déterminer la capacité calorifique d'un récipient.

Expérience : Dans le récipient, verser un volume V1 d'eau à température ambiante.

Noter la masse m1 et la température T1 de cette eau.

Dans le récipient, verser rapidement ensuite un volume V2 d'eau chaude.

Noter la masse m2 et la température T2 de cette eau.

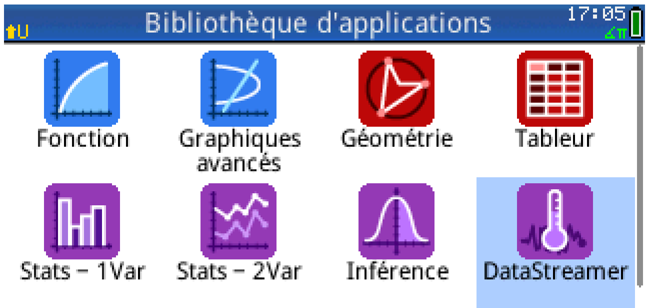
Couvrir et observer l'évolution de la température jusqu'à l'équilibre T3.

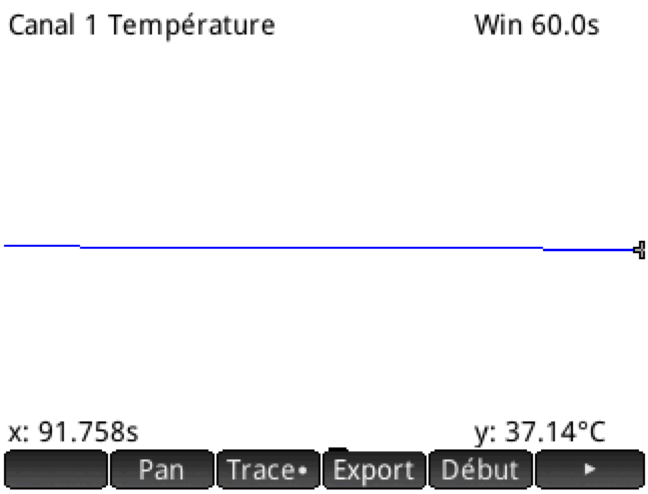
Solution pas à pas :

Pour lancer l'acquisition de la température, lancer l'application (touche Apps Info) DataStreamer et appuyer sur Début.

La température s'affiche alors en temps réel sur la calculatrice par l'intermédiaire du courbe fonction du temps.

Captures d'écran :





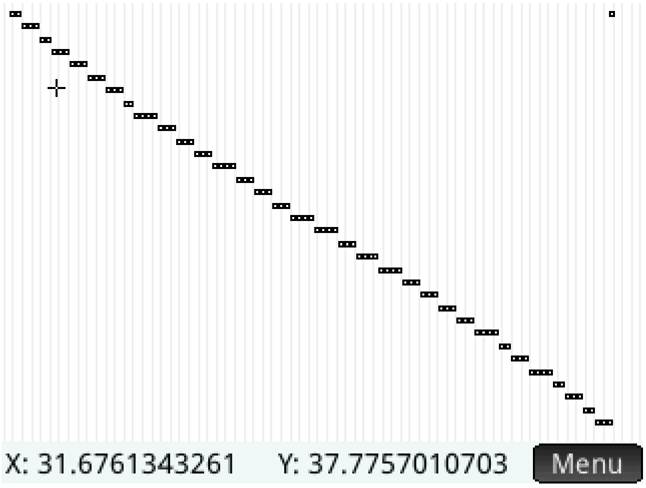
On peut exporter le graphique dans l'application statistique pour ensuite l'exploiter (faire une regression par exemple).

Dans notre expérience, on verse 10 cL (m_2 = 0,1 kg) d'eau chaude à T_2 = 43,22°C dans 10 cL (m_1 = 0,1 kg) d'eau froide à T_1 = 21,24°C contenue dans un cul de poule Ikea.
Après mélange des deux eaux et recouvrement du récipient, on observe une stabilisation de la température vers T_3 = 29,59°C.
La loi de conservation de l'énergie indique que la somme des énergies transférées par l'eau froide, le récipient et l'eau chaude est nulle.
Donc :

$Q_1 + Q_{cal} + Q_2 = 0$ soit $m_1.c_{eau}.(T_3 - T_1) + C.(T_3 - T_1) + m_2.c_{eau}.(T_3 - T_2) = 0$

Avec c_{eau} = 4180 $J.K^{-1}.kg^{-1}$

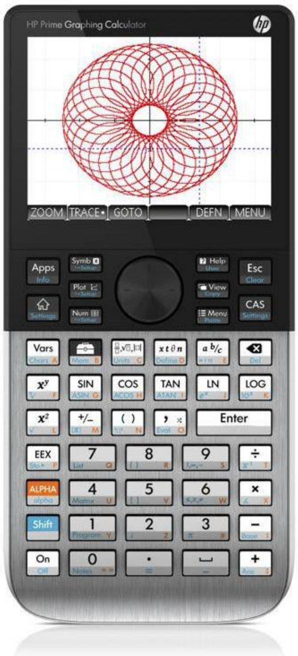
On complète l'équation avec les valeurs expérimentales trouvées :
0,1×4180×(29,59 – 21,24) + C.(29,59 – 21,24) + 0,1×4180×(29,59 – 43,22) = 0
c'est-à-dire : 3490,3 + 8,35C – 5697,34 = 0
8,35C = 2207,04
C≈ 264,32 J/K



Fermentation lactique : fabrication du yaourt

S

HP Prime



Durée : 1 heure (+2 heures pour l'acquisition)

Matériel : HP Prime, HP StreamSmart, pH-mètre, 75 mL de lait demi-écrémé, 1 g de ferment lactique (Yalacta), erlenmeyer gradué, cuillère, un bain-marie.

HP Prime | Stream Smart | pH-mètre | Erlenmeyer | Lait | Cuillère | Ferment lactique

Objectif : Expliquer la transformation du lait en yaourt.

Expérience : Préparer un bain-marie à 45°C.

Dans un erlenmeyer, verser 1 g de ferment lactique et 2 cuillères à café de lait demi-écrémé. Mélanger jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de grumeaux.

Verser ensuite le reste du lait jusqu'à la graduation 75 mL.

Mettre la préparation dans le bain-marie.

Plonger le pH-mètre relié à la HP Prime dans la solution et lancer l'acquisition pendant 2 heures.

Solution pas à pas :

Pour lancer l'acquisition du pH, lancer l'application (touche Apps Info) DataStreamer et appuyer sur Début.

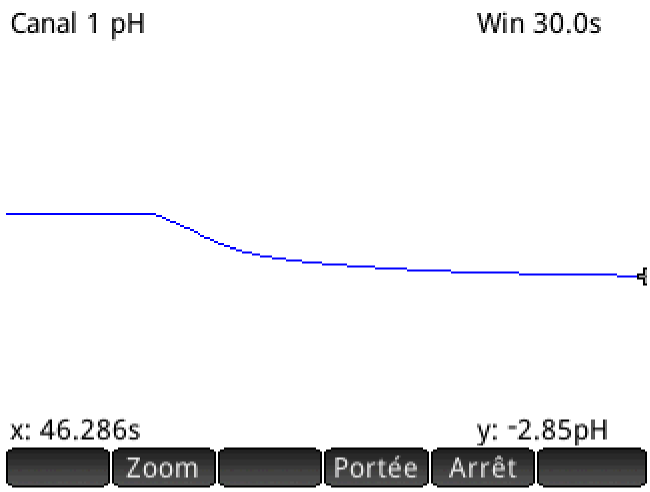
On étalonne d'abord le pH-mètre avec la solution tampon.

Une mesure du pH dans de l'eau distillée doit donner un pH neutre de 7.

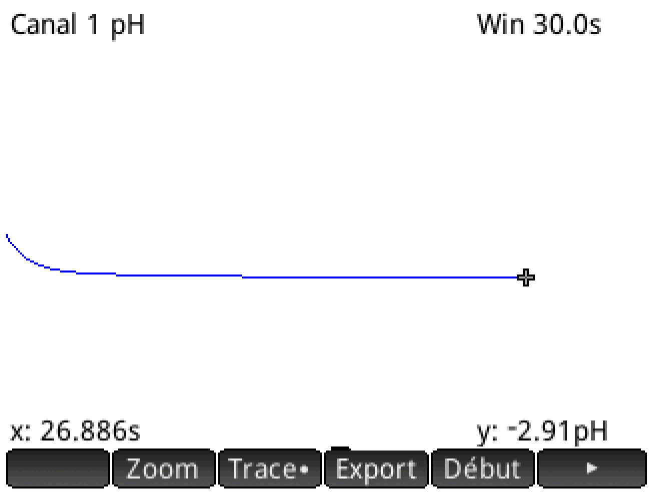
La courbe d'évolution du pH s'affiche en temps réel.

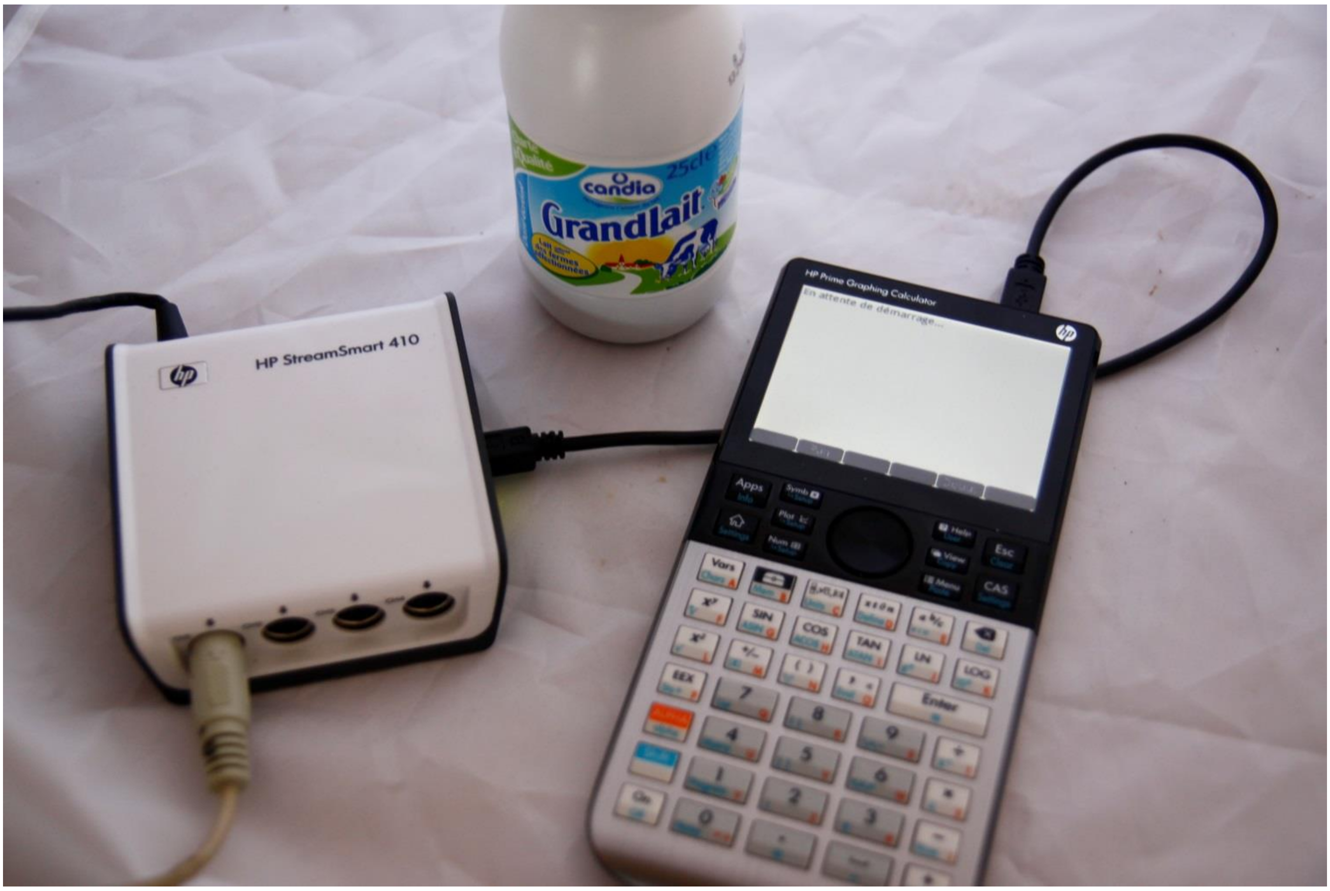
Captures d'écran :

En début d'expérience, le lait a un pH autour de 6,7.
Le pH diminue ensuite en fonction du temps.
Au bout de 2 heures, le pH est à 6,5. La solution devient acide : **il y a production d'acide lactique**.



Au bout de 4 heures, on observe la coagulation du lait. Le pH est alors à 5.
La caséine contenue dans le lait coagule quand le pH atteint 5.
C'est cette coagulation qui mène à l'obtention d'un yaourt.

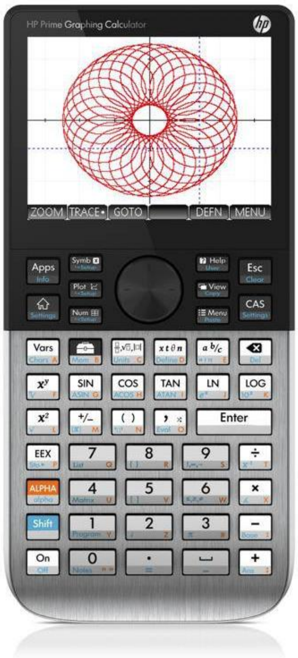




Réflexion et absorption de la lumière

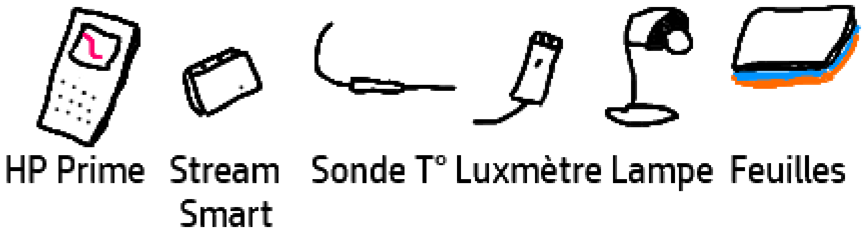
HP Prime

S



Durée : 1 heure

Matériel : HP Prime, HP StreamSmart, sonde de température, luxmètre, lampe, papier cartonné blanc, papier cartonné de couleur.



Objectif : Mesurer la quantité de lumière réfléchie ou absorbée.

Expérience : Placer une feuille de la couleur désirée à plat sur la table.
Placer la sonde de température reliée au StreamSmart sous la feuille.
Placer la lampe et le luxmètre à même hauteur au-dessus de la feuille.
Allumer la lumière et lancer l'acquisition des données depuis la HP Prime.
Une fois la mesure terminée, éteindre la lumière.

Solution pas à pas :

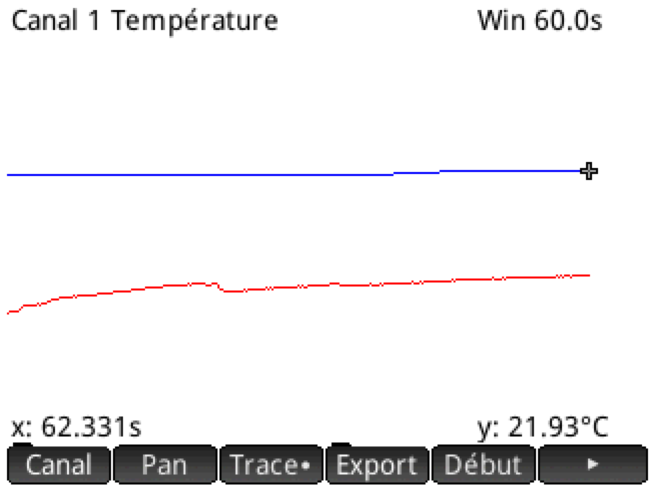
Pour lancer l'acquisition simulatannée de la température et de la quantité de lumière réfléchie, lancer l'application (touche Apps Info) DataStreamer et appuyer sur Début une fois que les deux sondes sont branchées.
Le thermomètre mesure la chaleur obtenue après passage de la lumière à travers la feuille.
Le luxmètre mesure la quantité de lumière réfléchie par la feuille.

On pourra remplir ce type de tableau comme compte-rendu d'expérience.

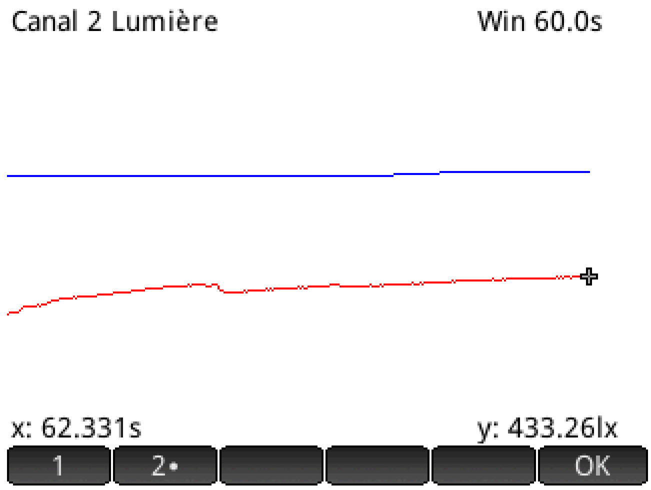
Couleur	Blanc	Noir	Jaune
T°C début	21	22,1	22,7
T°C fin	28,6	35,8	29
Delta	7,6	13,7	6,3
Réflexion (lux)	1801	384	1540
Réflexion (%)	70	15	60

Captures d'écran :

On appuie sur Début pour lancer l'acquisition et Stop (Arrêt) pour la stopper.
En bleu s'affiche la courbe de température et en rouge la courbe de réflexion de la lumière.



On peut passer d'un canal à l'autre avec le menu Canal et en sélectionnant le canal 2.



Le noir ne réfléchit pas beaucoup la lumière. Il en absorbe presque toutes les composantes.
Le jaune réfléchit 60% de la lumière.
Le pourcentage de réflexion se calcule en faisant le rapport de la lumière réfléchie par la couleur par celle réfléchie par une surface en aluminium (réflexion totale).

Nom :
Prénom :

Réflexion & absorption de la lumière : fiche élève

HP Prime

S

Faire l'expérience décrite avec la HP Prime et le HP StreamSmart et compléter le tableau ci-dessous :

Couleur	T° début (°C)	T° fin (°C)	Delta (°C)	Réflexion (lux)	Réflexion (%)

Où part la lumière traversant la feuille ?

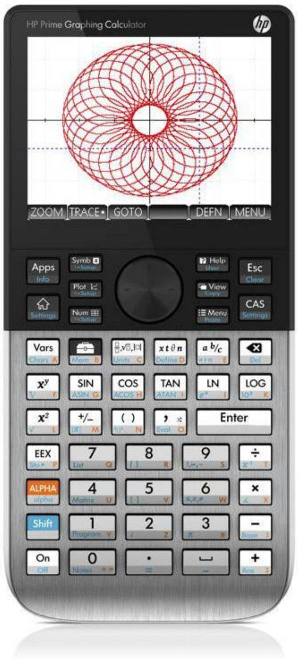
Comment se transforme la lumière lors de l'absorption ?

Pourquoi une feuille rouge est rouge ?

Mouvement d'un cylindre sur un plan incliné

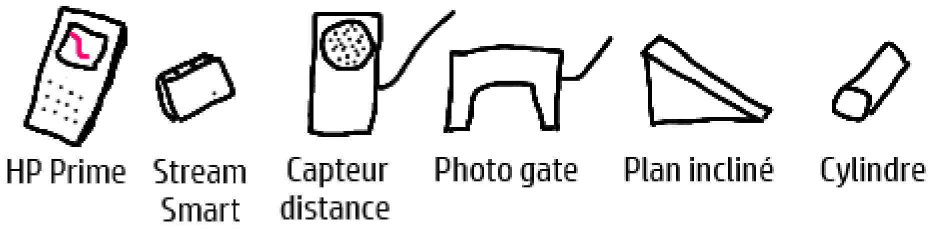
S

HP Prime



Objectif : Explorer les notions élémentaires concernant un corps en mouvement sur un plan incliné, enregistrer et interpréter les données relatives à la position, la vitesse et l'accélération.

Matériel :



Travail :

On fait rouler sans vitesse initiale un cylindre sur un plan incliné d'un angle α. Placer une porte « Photo gate » à la fin du plan incliné et le capteur de distance en haut du plan incliné dirigé parallèlement au plan.

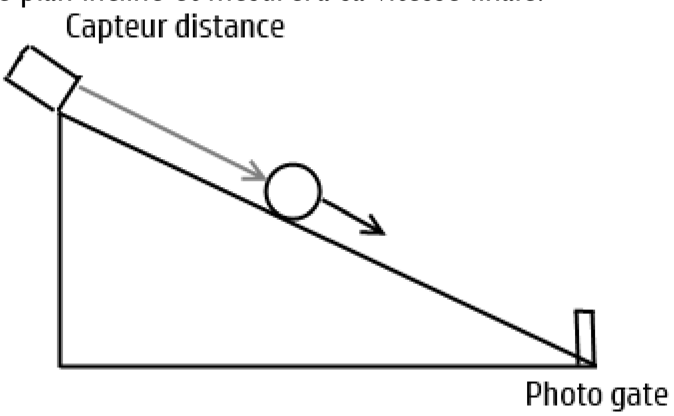
1/ Faire un schéma du cylindre sur le plan incliné.

2/ A partir des données enregistrées, analyser la variation de la position et de la vitesse.

3/ Calculer la valeur de l'accélération (expérimentalement puis théoriquement).

Solution pas à pas :

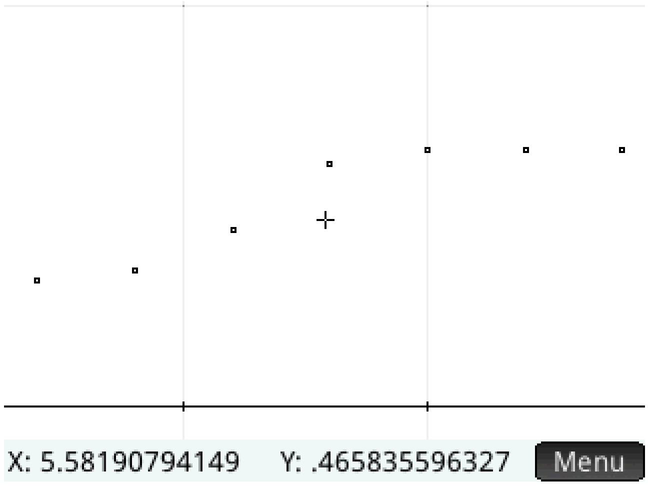
1/ Le cylindre descend sans frottement en un mouvement rectiligne uniforme.
Le capteur de distance mesure la distance le séparant du cylindre en fonction du temps. La HP Prime affichera donc grâce à ce capteur la courbe de position du cylindre.
Le photo gate captera l'instant où le cylindre quitte le plan incliné et mesurera sa vitesse finale.

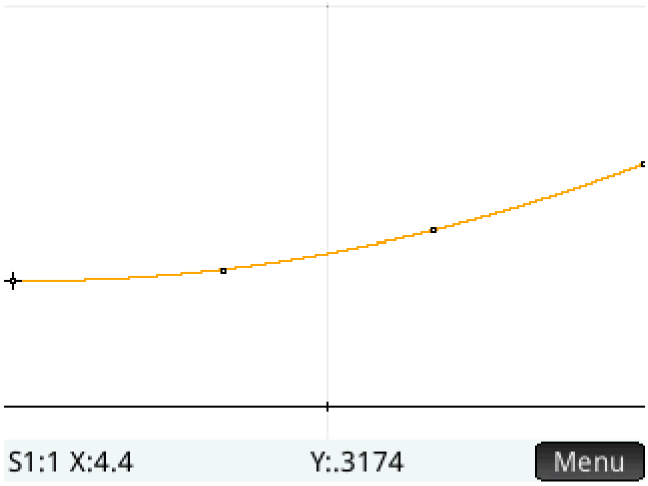


2/ En exportant les résultats dans l'application Stats-2-Vars, on peut visualiser la courbe de position du

Captures d'écran :

cylindre (touche Plot Setup). La position a été mesurée à 4 instants sur le plan incliné (toutes les 0,4s). Le premier point du graphique correspond à l'instant t=0 et les trois points suivants marquent l'éloignement du cylindre de sa position initiale. Le 4ème point marque le passage devant le photo gate et donc la sortie du plan incliné. Sur les 5, 6 et 7èmes points, le cylindre est sorti du plan incliné et finit par ne plus bouger (la courbe devient horizontale : valeur constante de la position). Il a buté contre un objet après le plan incliné l'ayant arrêté.
La vitesse correspond à la dérivée de la position par rapport au temps. La vitesse à un temps t est donc le coefficient directeur de la tangente à la courbe de position à l'abscisse t. Cette courbe montrant une pente de plus en plus raide, les coefficients directeurs des tangentes sont de plus en plus grands au fur et à mesure du temps. La vitesse augmente donc.
Le mouvement est rectiligne uniforme accéléré.





3/ On a accès au tableau de valeurs depuis la touche Num Setup. Le tableau révèle toutes les informations : le cylindre a mis 1,2 s (5,6 – 4,4) à parcourir tout le plan incliné.
Au passage du cylindre à la sortie du plan incliné, devant le capteur du photo gate, on mesure une vitesse de 0,5092 m/s.
Le plan incliné a pour longueur 0,6056 m – 0.3174 m = 0,2882 m ≈ 29 cm.

Stats – 2Var Vue numérique 19:33

	C1	C2	C3	C4
1	4.4	.3174		0
2	4.8	.3429		0
3	5.2	.4426		0
4	5.6	.6056		.5092
5	6	.6399		0
6	6.4	.6399		0
7	6.8	.6399		0
8	7.2	.6399		0
9				
10				

2.0392

Edit | ins | Trier | Taille | Exec | Stats

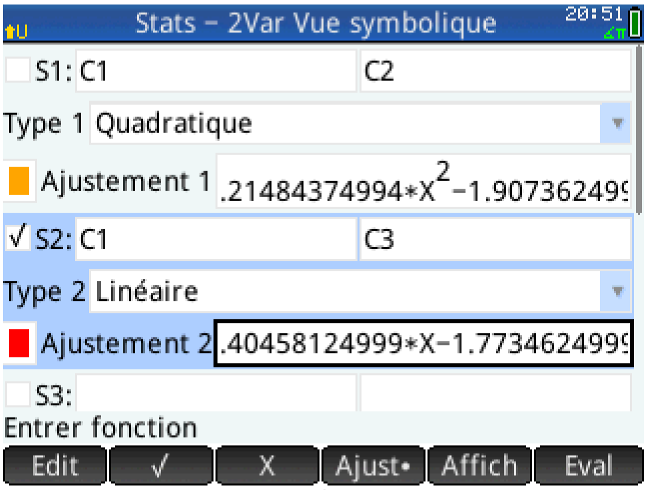
Pour trouver expérimentalement l'accélération, on calcule à partir des résultats les vitesses aux quatre instants. On les obtient comme dérivées aux instants de la fonction position dont on connait l'expression depuis la vue symbolique en régression quadratique. On l'enregistre dans F1 depuis l'application fonction puis on utilise la commande *SLOPE(F1,T)* dans le tableau ci-contre pour remplir la colonne de vitesses C3. T est à remplacer par chaque temps.
Pour la dernière valeur, on est proche des 0,5092 m/s mesurés à la porte en sortie du plan incliné.
On affiche la représentation graphique de la vitesse en fonction du temps en la préparant préalablement

Stats – 2Var Vue numérique 20:50

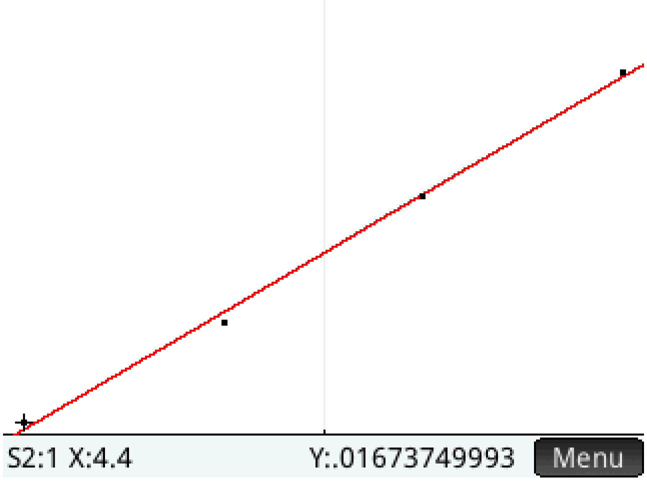
	C1	C2	C3	C4
1	4.4	.3174	1.673750E	0
2	4.8	.3429	.1551375	0
3	5.2	.4426	.3270125	0
4	5.6	.6056	4.988875E-	.5092
5				
6				
7				
8				
9				
10				

0.01673749993

Edit | ins | Trier | Taille | Exec | Stats depuis la touche Symb Setup. On représente la colonne C3 en fonction de la colonne C1 et on effectue une régression linéaire (l'accélération étant constante, on devrait obtenir une droite pour la vitesse !).



Une pression sur la touche Plot Setup permet de le vérifier. On obtient bien une droite dont le coefficient directeur est l'accélération : la HP Prime nous donne ≈ 0,4 m/s².



Cherchons maintenant l'accélération théoriquement :
d'après le théorème de l'énergie cinétique (on considère les frottements comme négligeables) :

$$m\vec{g} + \vec{R} = m\vec{a}$$

où $\vec{R}$ est la force normale du plan.
En projection sur l'axe le long du plan, l'égalité donne :

$$m.g.\sin\alpha = m.a$$

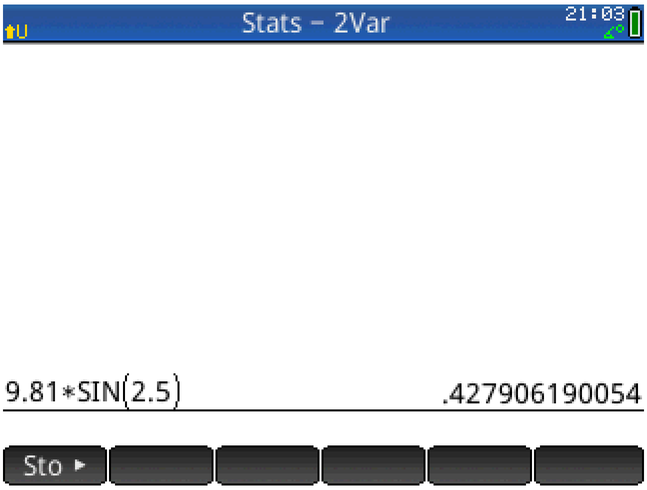
C'est-à-dire :

$$a = g.\sin\alpha$$

Notre plan étant incliné à 2,5° (il est préférable de prendre un plan légèrement incliné pour effectuer une mesure expérimentale plus durable : le cylindre roule plus longtemps) :

$$a = 9{,}81.\sin 2{,}5 \approx 0{,}428\ m/s^2$$

On est proche de notre 0,4 m/s² théorique.



L'accélération ne dépend pas de la masse du solide.

Nom :
Prénom :

Mouvement d'un cylindre sur un plan incliné : fiche élève

HP Prime

S

Faire dans le cadre ci-dessous un schéma du cylindre sur le plan incliné avec les dispositifs de mesures expérimentales :

Que peut-on dire de la vitesse du cylindre en fonction du temps ? Expliquer et qualifier le mouvement :

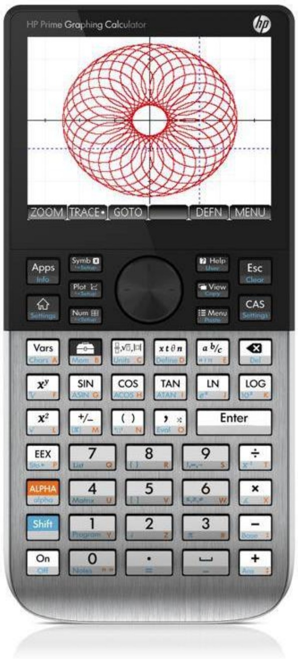
Expliquer comment trouver la vitesse du cylindre à un instant t à partir de sa position :

Dessiner les forces exercées sur le cylindre sur le schéma.
Calculer théoriquement l'accélération du cylindre sur le plan incliné :

Suite du type $u_{n+1}=f(u_n)$

HP Prime

Prépas



Etudier la suite réelle (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 \in \left[\frac{1}{3}\ ;\ +\infty\right[\\ u_{n+1} = \sqrt{u_n - \frac{2}{9}} \end{cases}$$

Solution pas à pas :

On appelle f la fonction définie sur $I = \left[\frac{1}{3}\ ;\ +\infty\right[$ par :

$f(x) = \sqrt{x - \frac{2}{9}}$

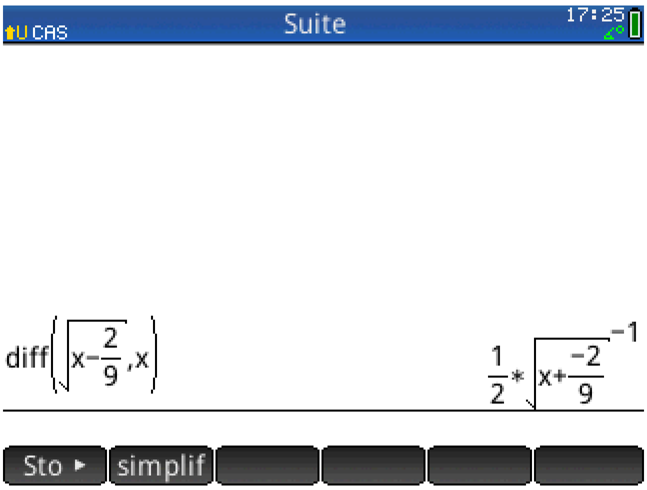
f est dérivable sur I.
Le moteur de calcul formel de la HP Prime (touche CAS Settings) permet d'obtenir l'expression de la dérivée de la fonction avec la commande *diff(*

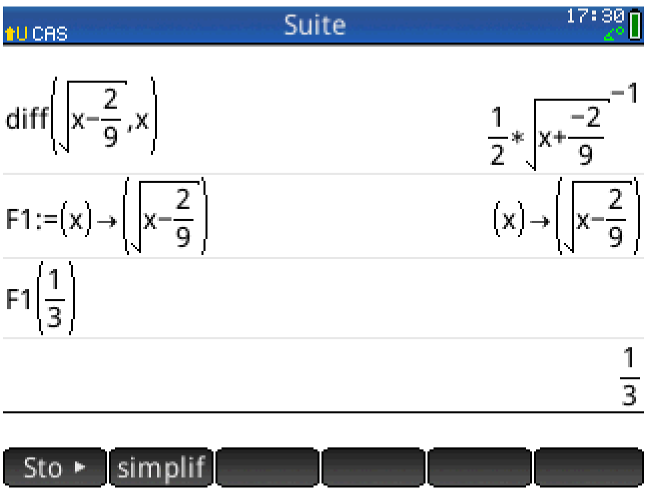
$f'(x) = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{x-\frac{2}{9}}} > 0$ donc f est strictement croissante.

De plus, l'intervalle I est stable par f puisque $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} > \frac{2}{9}$

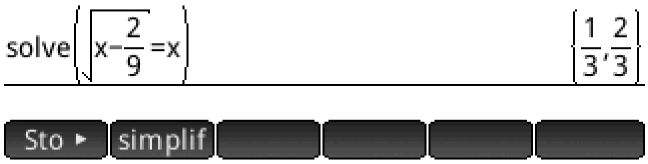
La croissante de la fonction et la stabilité de I permettent de déduire par récurrence que la suite (u_n) est monotone.
Il faudra s'intéresser aux termes initiaux u0 et u1 dont dépend la monotonie.
Cherchons les points fixes de f.

Captures d'écran :



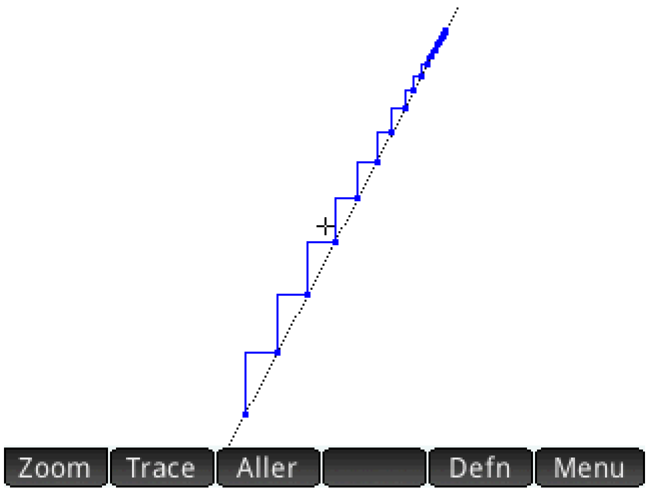


On utilise la commande *solve(* en calcul formel pour résoudre l'équation $f(x) = x$.
On trouve deux solutions (pour résoudre l'équation, il suffit d'élever l'égalité au carré et on tombe sur un trinôme du second degré).
Comme la fonction est continue sur I, si (u_n) converge, sa limite est nécessairement l'une des deux solutions trouvées.



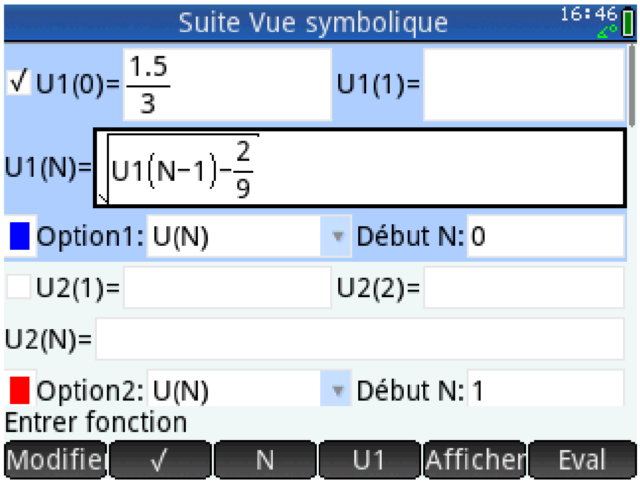
On étudie le signe de f(x) – x :

x	$\frac{1}{3}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$f(x)-x$	0	+	0	−	

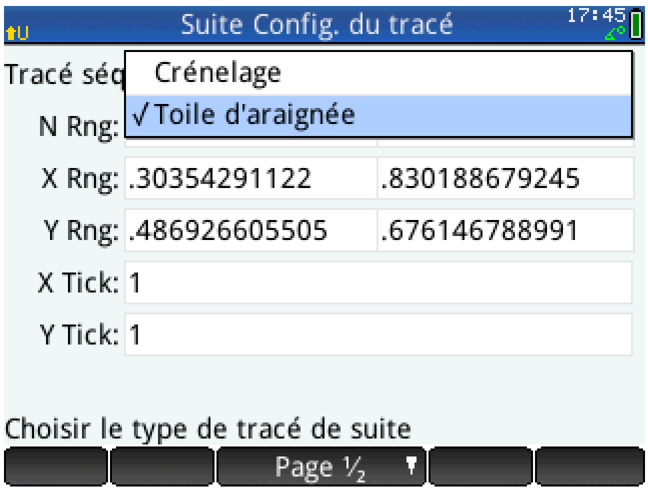


La représentation de la suite sur la HP Prime s'obtient depuis l'application Suites (touche Apps Info).

On entre l'expression de la suite à côté de U1(N) et on définit le terme initial (on peut mettre une valeur comprise entre 1/3 et 2/3 :1,5/3 par exemple ; si le terme initial est 1/3, la suite est constante égale à 1/3).

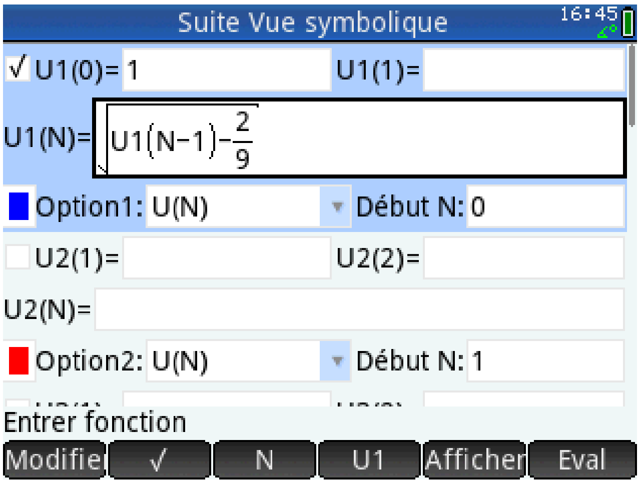


On règle bien le type de graphique sur toile d'araignée depuis les touches Shift Plot Setup.

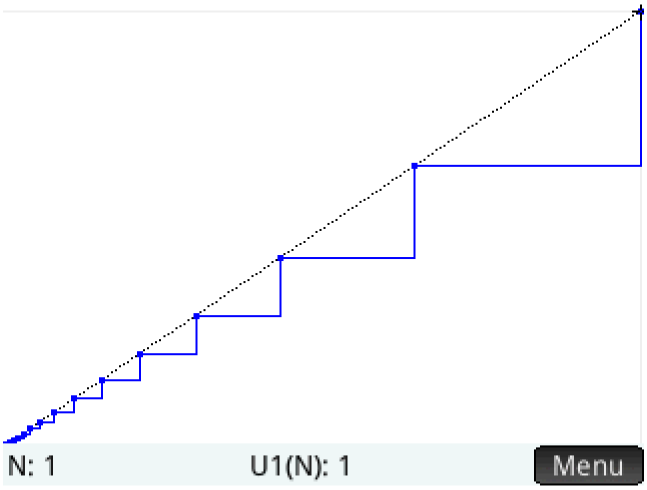


Pour u_0 pris sur]1/3 ; 2/3], (u_n) est croissante est majorée par 2/3 donc converge vers l = 2/3 (et non 1/3 car 1/3≤u0< l ≤2/3.

Prenons maintenant une valeur de u_0 supérieure à 2/3, par exemple : 1.



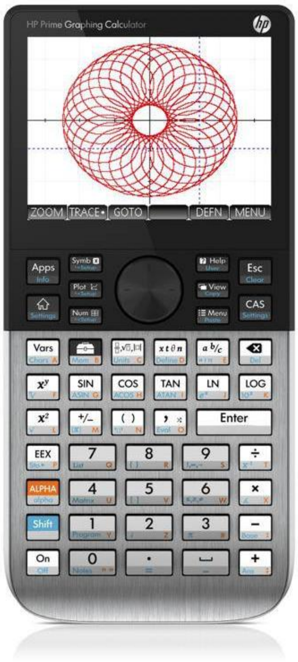
La suite décroit (les termes successifs partent de la droite et vont vers la gauche) et est minorée par 2/3.
Sa limite l ≥ 2/3 donc la suite converge vers 2/3.



Prépas

Courbe paramétrée

HP Prime



Tracer la courbe C de représentation paramétrique :

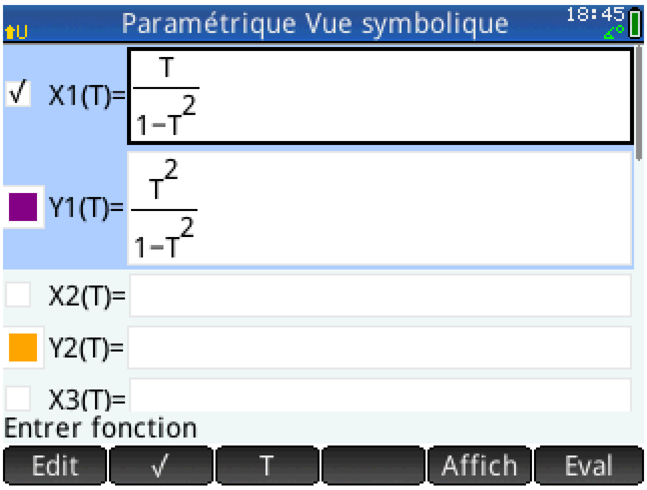
$$x = \frac{t}{1-t^2}, \qquad y = \frac{t^2}{1-t^2}, \qquad t \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}.$$

Solution pas à pas :

On lance l'application Paramétrique depuis la touche Apps Info.

On entre les deux expressions :

Captures d'écran :



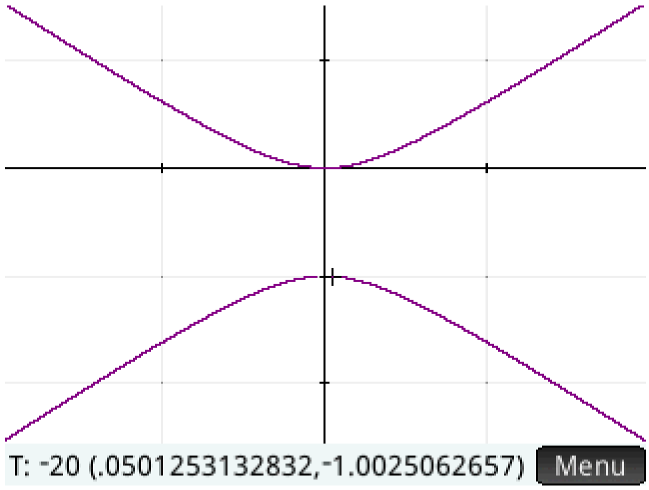
On obtient la courbe en appuyant sur la touche Plot Setup.
La courbe ressemble à une conique…
On remarque que y = t x.
Pour x ≠ 0, on arrive alors en replaçant t par y/x à :

$$x = \frac{xy}{x^2 - y^2}$$

D'où $x(x^2 - y^2) = xy$ et en simplifiant par x :

$$x^2 - y^2 = y$$

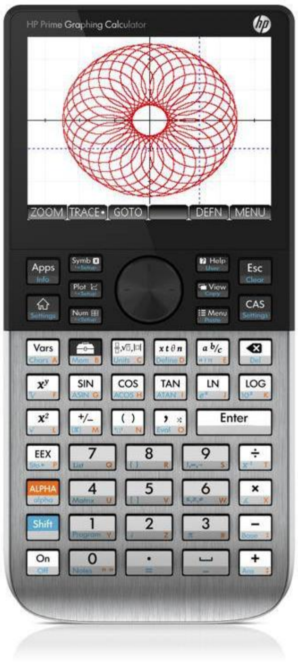
C'est l'équation d'une hyperbole.



Courbe polaire

HP Prime

Prépas



Tracer la courbe C de représentation polaire :

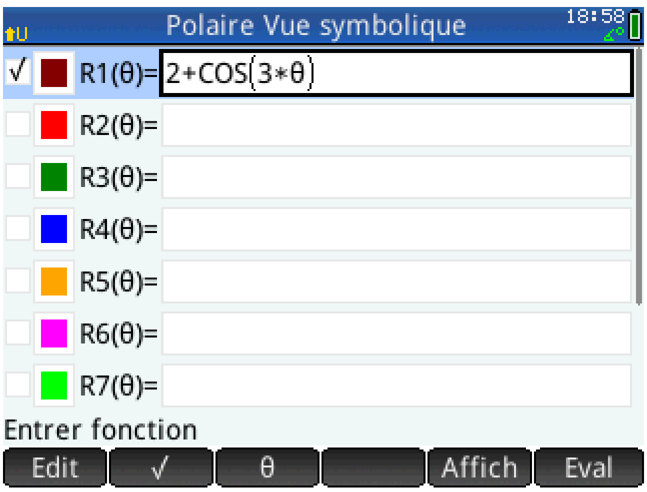
$\rho = 2 + \cos 3\theta$

Solution pas à pas :

On lance l'application Polaire depuis la touche Apps Info .

On rentre l'expression :

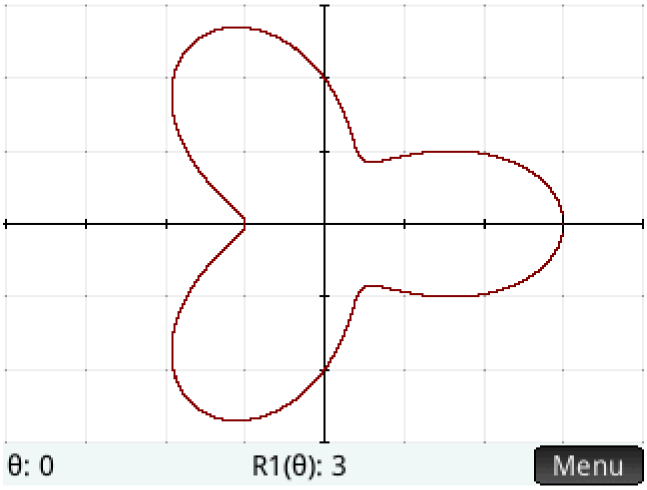
Captures d'écran :



On obtient la courbe en appuyant sur la touche Plot Setup.

La fonction est $\frac{2\pi}{3}$–périodique. La courbe est donc invariante par rotation d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

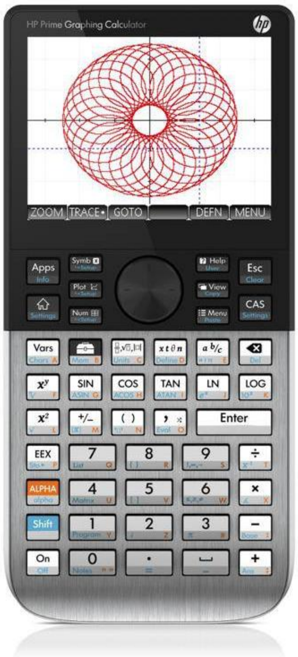
De plus, la courbe est symétrique par rapport à l'axe des abscisses.



Prépas

Séries

HP Prime



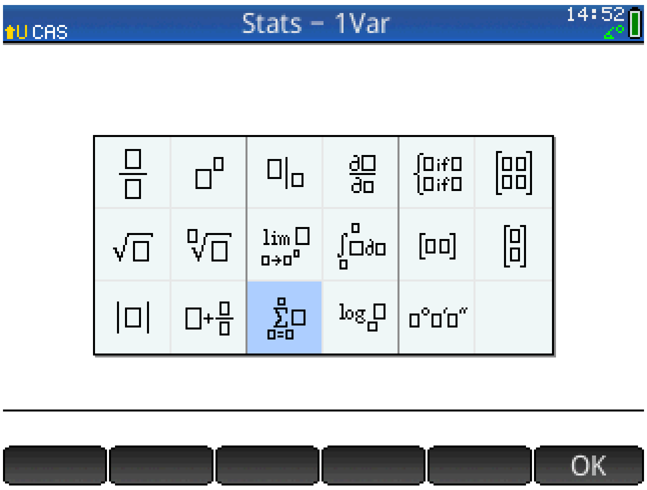
Premiers pas avec les séries sur la calculatrice HP Prime.

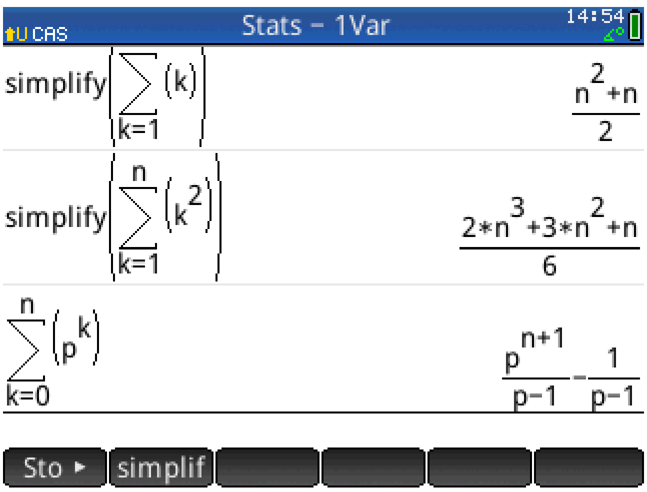
Solution pas à pas :

Appuyer sur la touche CAS Settings pour aller sur l'écran de calcul formel.
On utilise le symbole somme pour calculer des sommes finies ou infinies en appuyant sur la touche Units C.

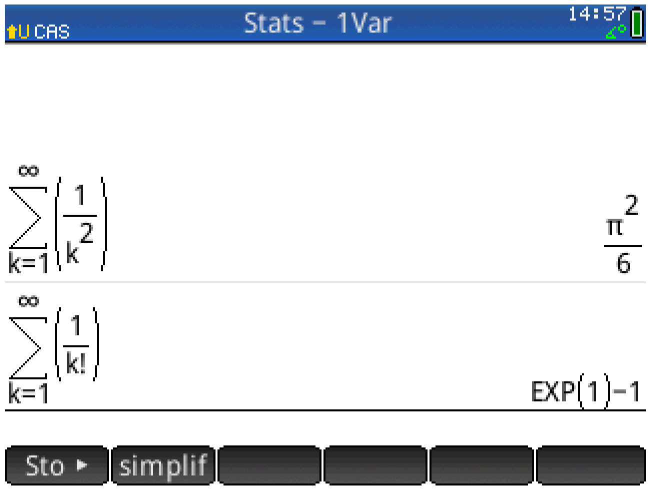
On peut obtenir toutes les sommes finies classiques :

Captures d'écran :





On peut également calculer des sommes infinies. Le symbole infini et le signe factoriel s'obtiennent depuis les touches Shift 9.

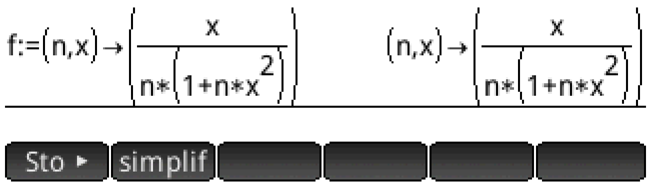


La HP Prime donne une expression tout à fait satisfaisante même avec des séries géométriques de raison négative.

On peut également travailler avec les séries de fonctions.
Définissons par exemple la fonction :

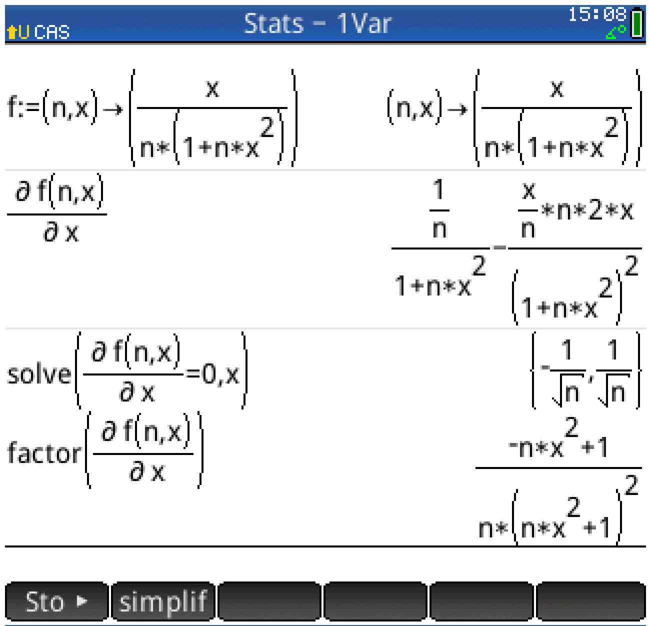
$$f_n(x) = \frac{x}{n(1+nx^2)}$$

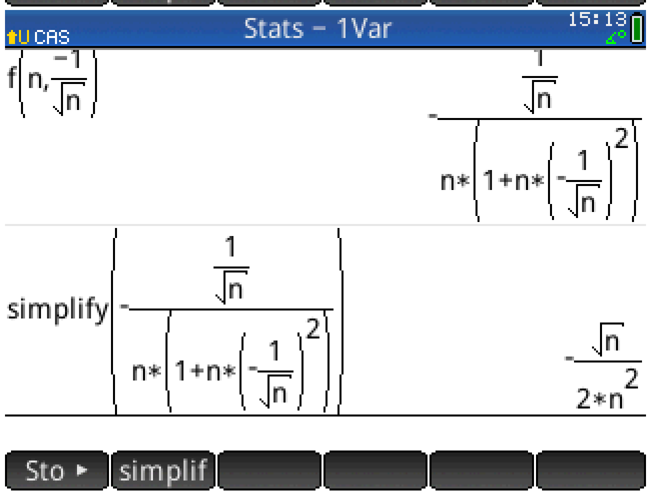
La série (f_n) converge vers 0 par équivalence avec le terme $\frac{1}{n^2 x}$.
Pour l'étude de la convergence uniforme, on dérive la fonction par rapport à x (symbole dérivée accessible depuis la touche Units).



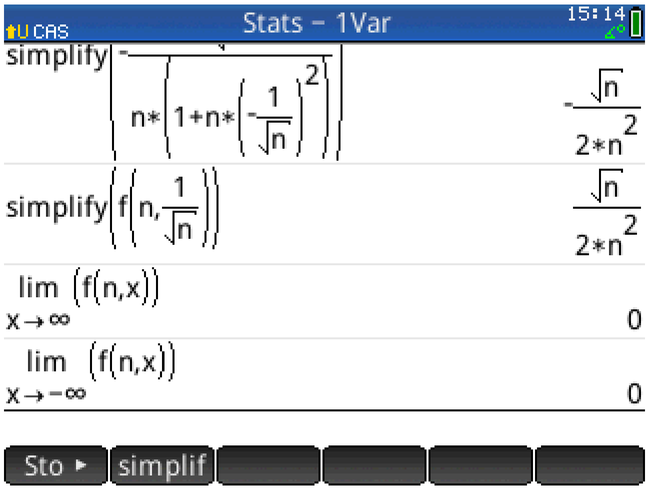
On cherche également les valeurs annulant la dérivée avec la commande *solve*.

La commande *factor* permet de factoriser l'expression et d'étudier plus simplement le signe.



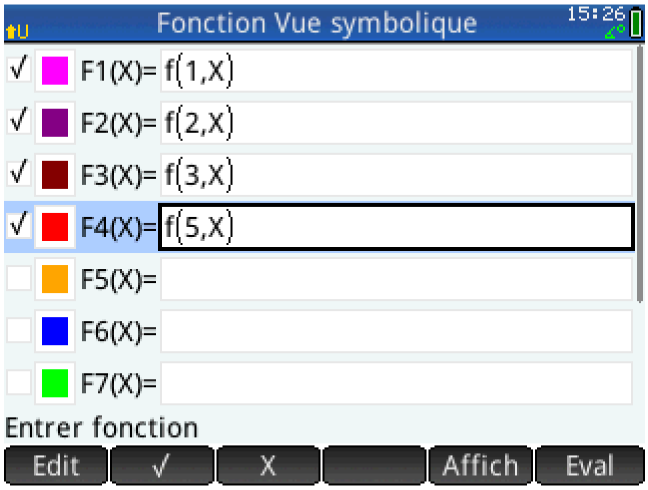


On peut établir le tableau de variation de la fonction en calculant les images aux abscisses annulant la dérivée et aux infinies.



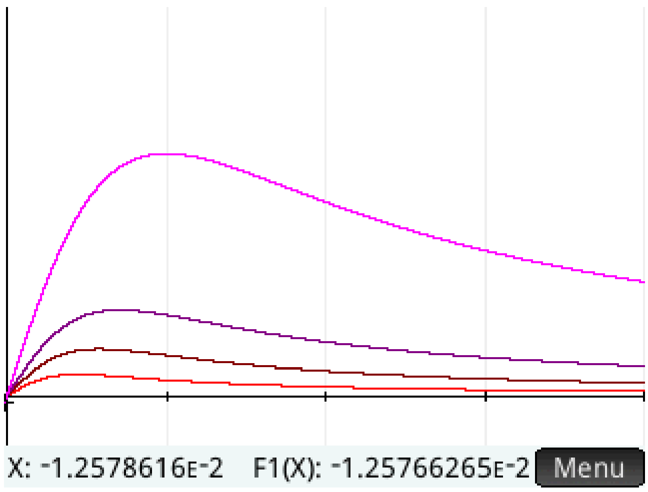
x		$-\frac{1}{\sqrt{n}}$		$\frac{1}{\sqrt{n}}$	
f'_n	−		+		−
f_n	\		/		\

On peut tracer avec l'application Fonction pour étudier l'allure des droites et observer graphiquement la convergence de la série de fonctions.



$$|f_n(x)| \leq \frac{1}{2n\sqrt{n}} = \frac{1}{2n^{\frac{3}{2}}}$$

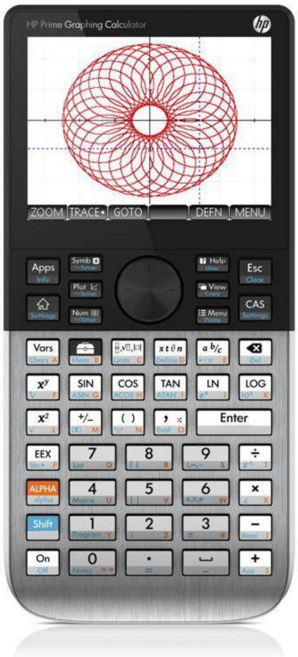
La série est majorée par une série de Riemann convergente donc converge normalement.



Séries de Fourier

HP Prime

Prépas



Calcul des coefficients de Fourier de la fonction f définie sur]-π ; π[par :
f(x) = x

Solution pas à pas :

Appuyer sur la touche CAS Settings pour aller sur l'écran de calcul formel.

f est 2π-périodique et est impaire.
Il suffit donc de calculer les coefficients des termes en sin(nx).

Symbole intégrale : [touche Units]
Symbole π : Shift 3

On obtient ensuite une approximation de f en calculant la somme ci-contre (symbole sommer par la touche [Units]).

Captures d'écran :

$$u(n):=\frac{1}{\pi}*\int_{-\pi}^{\pi} x*\sin(n*x)dx$$

Sto ► | simplif

CAS — Graphiques avancés — 18:02

$$u:=(n)\rightarrow\left(\frac{1}{\pi}*\int_{-\pi}^{\pi} x*SIN(n*x)dx\right)$$

$$(n)\rightarrow\left(\frac{1}{\pi}*\int_{-\pi}^{\pi} x*SIN(n*x)dx\right)$$

simplify(u(1))	2
simplify(u(2))	−1
simplify(u(3))	$\frac{2}{3}$

Sto ► | simplif

$$g:=(x)\rightarrow\sum_{n=1}^{7}(u(n)*SIN(n*x))$$

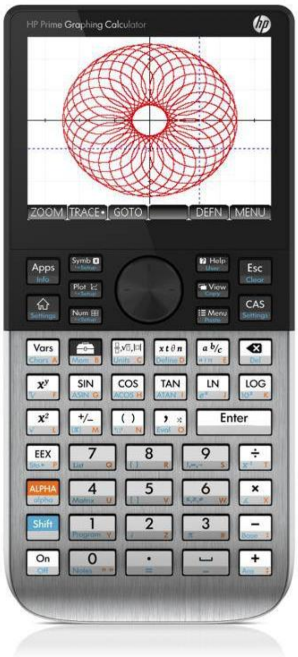
$$(x)\rightarrow\sum_{n=1}^{7}(u(n)*SIN(n*x))$$

Sto ► | simplif

Développement limité

Prépas

HP Prime



Calculer le développement limité en 0 à l'ordre 5 de la fonction :

$$(1+2\cos(2x))(x-\ln(1+x))$$

Solution pas à pas :

Appuyer sur la touche CAS Settings pour aller sur l'écran de calcul formel.
On utilise la commande *taylor(* pour obtenir le développment limité en précisant la valeur 0 et l'ordre 5.

On obtient la commande depuis la touche Mem B et les menus CAS > Analyse > Limite > Taylor.

Le calcul peut se détailler ainsi :

$$x-\ln(1+x)=x-\left(x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}\right)+o(x^5$$

$$x-\ln(1+x)=x^2\left(\frac{1}{2}-\frac{x}{3}+\frac{x^2}{4}-\frac{x^3}{5}+o(x^3)\right)$$

$$\cos 2x=1-2x^2+o(x^3)$$

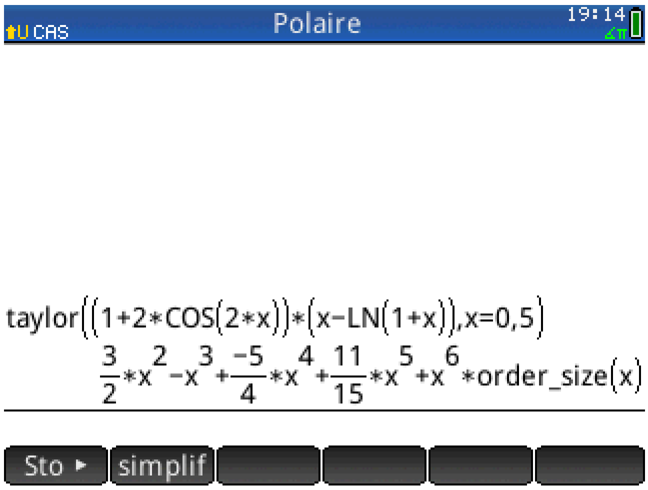
$$1+2\cos 2x=3-4x^2+o(x^3)$$

$$(3-4x^2+o(x^3))\left(\frac{1}{2}+-\frac{x}{3}+\frac{x^2}{4}-\frac{x^3}{5}+o(x^3)\right)$$

$$(1+2\cos 2x)(x-\ln(1+x))=x^2\left(\frac{3}{2}-x-\frac{5x^2}{4}+\frac{11x^3}{15}+\right.$$

$$\left.o(x^3)\right)=\frac{3x^2}{2}-x^3-\frac{5x^4}{4}+\frac{11x^5}{15}+o(x^5)$$

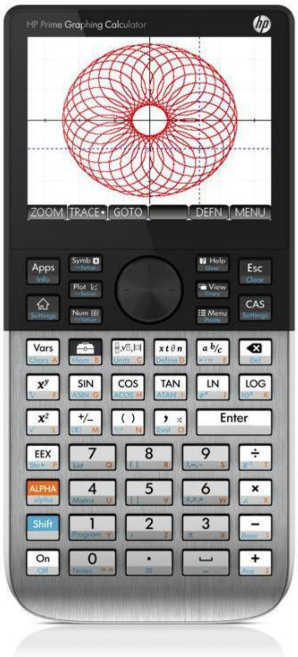
Captures d'écran :



Fonctions à plusieurs variables

Prépas

HP Prime



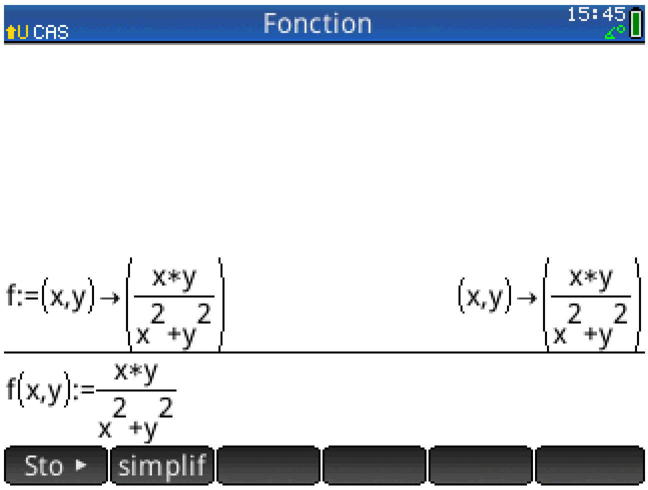
Calculs sur des fonctions à plusieurs variables.

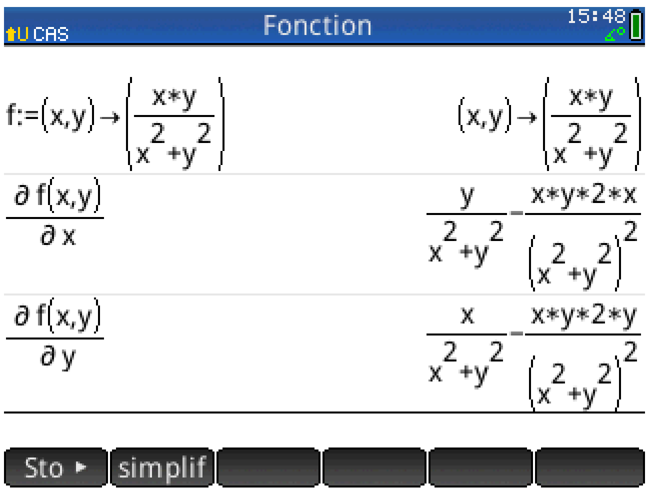
Solution pas à pas :

Appuyer sur la touche [CAS Settings] pour aller sur l'écran de calcul formel.
On définit simplement les fonctions à plusieurs variables comme suit :
[Shift] [ALPHA alpha] [x^y F] [( ) N] [$x\,t\,\theta\,n$ Define D] [× X] [Shift] [ALPHA alpha] [1 Program Y] [÷ T] [$x\,t\,\theta\,n$ Define D] [x^2 L] [+ Ans] [Shift] [ALPHA alpha] [1 Program Y] [x^2 L] [Enter ≈]

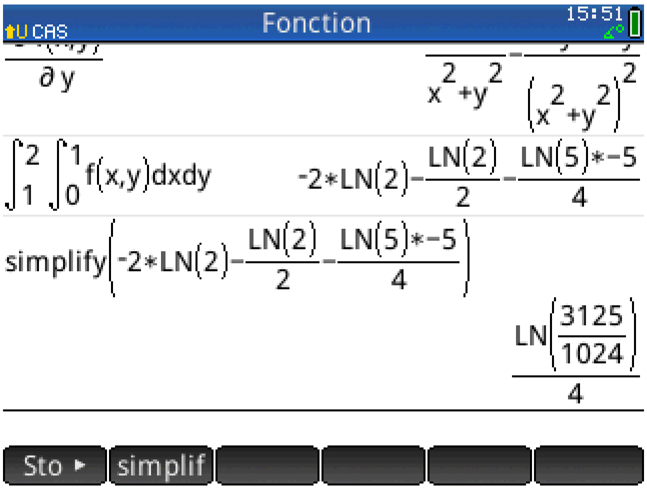
On calcule les dérivées partielles avec le signe dérivée depuis la touche [Units C].

Captures d'écran :

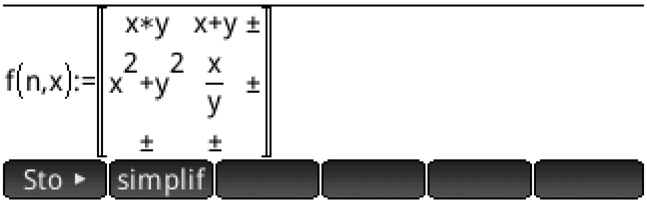


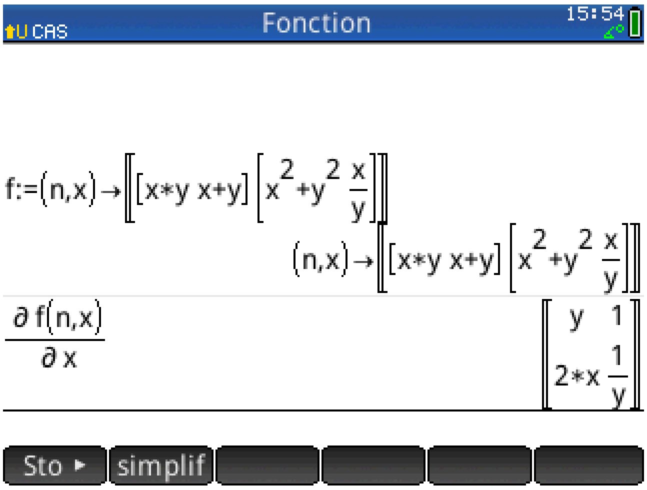


Le calcul des intégrales multiples ne pose aucun problème. Il suffit d'enchaîner les signes intégrale (touche).



La HP Prime est aussi capable de gérer les fonctions vectorielles et dériver une matrice.
On accède à la saisie d'un vecteur ou d'une matrice avec les touches Shift 5.

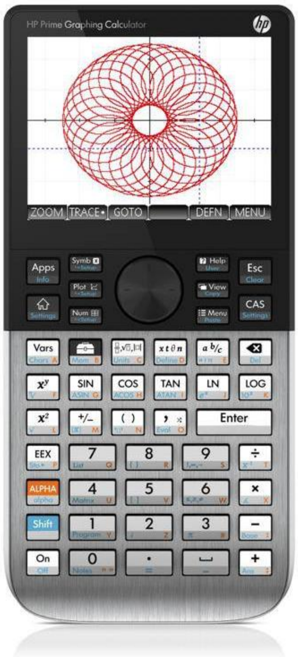




Equations différentielles

HP Prime

Prépas



1/ Résoudre y' + 2y = sin(x).

2/ Résoudre graphiquement y' + 2y = sin(x) avec la condition initiale y(0)=3.

Solution pas à pas :

Appuyer sur la touche CAS Settings pour aller sur l'écran de calcul formel.

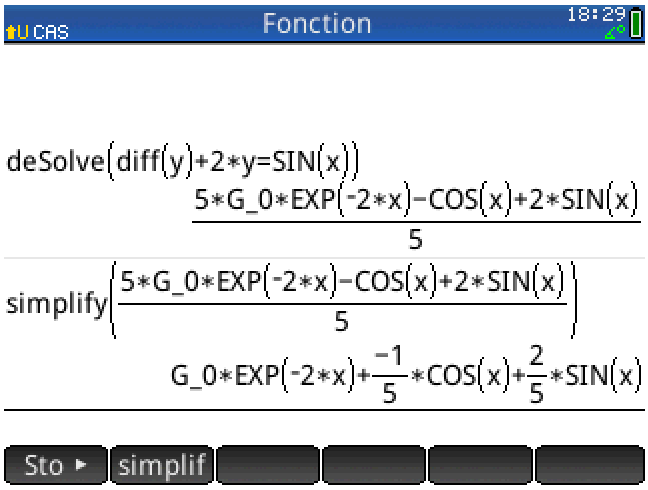
1/ On utilise la commande *deSolve* pour résoudre l'équation différentielle.

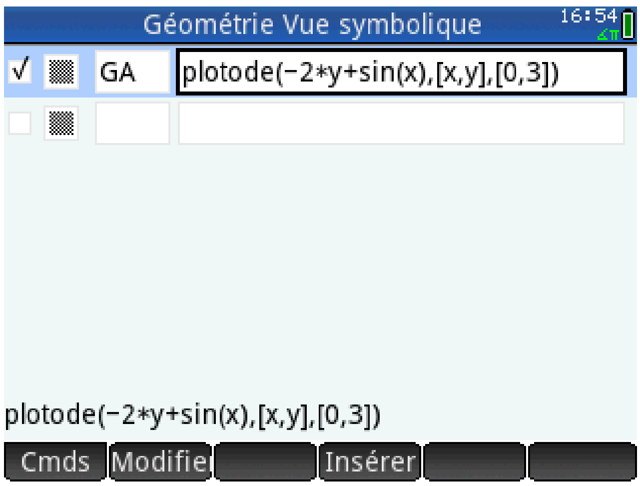
La HP Prime donne la solution.
G_0 désigne une constante.

2/ La HP Prime permet également de tracer la solution d'une équation différentielle via la commande *plotode*.

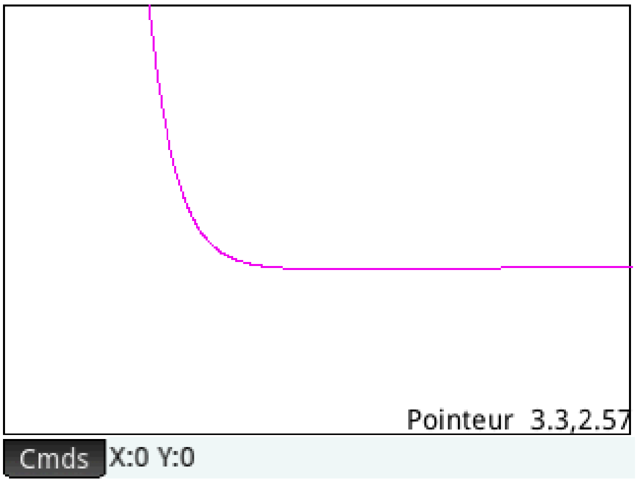
On entre dans la vue symbolique (touche Symb Setup) de l'application géométrie comme objet plotode(f(x,y),[x,y],[x0,y0]) où y'=f(x,y).

Captures d'écran :



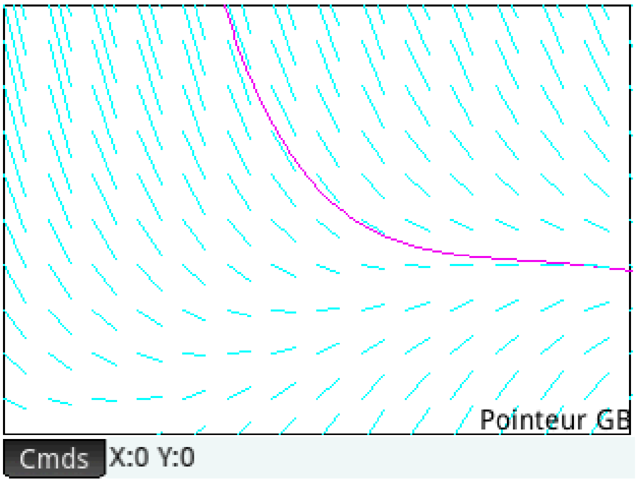


La touche Plot Setup permet d'afficher la représentation graphique de la solution avec la condition initiale.



On peut également afficher le champ des tangentes qui permet de bien voir le comportement des solutions suivant les valeurs initiales.
Pour cela, on utilise la commande *plotfield*.
On crée un nouvel objet géométrique toujours depuis l'application Géométrie en appuyant sur la touche Symb Setup puis sur le menu Nouv. et on saisit la commande en utilisant la même syntaxe que pour la commande précédente *plotode* :

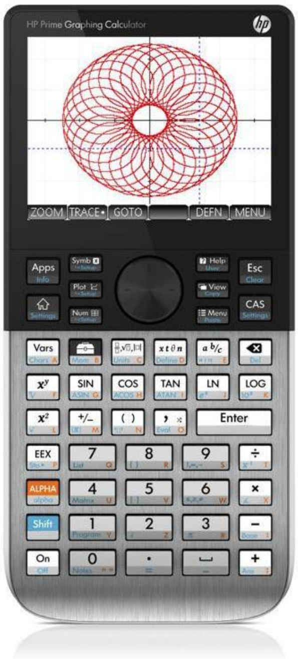
Une pression sur la touche Plot Setup affiche alors en plus le champ des tangentes (apparition en noir) qui s'illuminent en bleu turquoise dès sélection.
On peut déplacer l'ensemble très facilement avec son doigt sur l'écran !



Géométrie analytique

HP Prime

Prépas



1/ Déterminer l'équation réduite de la droite passant par le point A(1 ; 2) et orthogonale à la droite (d) d'équation x + y + 2 = 0.

2/ Déterminer l'équation du cercle de diamètre [AB] avec comme coordonnées A(2 ; 1) et B(-1 ; 4).

3/ Déterminer l'équation du plan défini par A(0 ; 1 ; 1) et les vecteurs (1 ; 1 ; 3) et (-1 ; 1 ; 2).

4/ Déterminer une base orthonormée du plan d'équation x + y + z = 0.

Solution pas à pas :

1/ Appuyer sur la touche CAS Settings pour aller sur l'écran de calcul formel.

Tout point M(x ; y) est sur la droite recherchée si et seulement si $\overrightarrow{AM}$ est orthogonal au vecteur directeur (-1 ; 1) de (d).

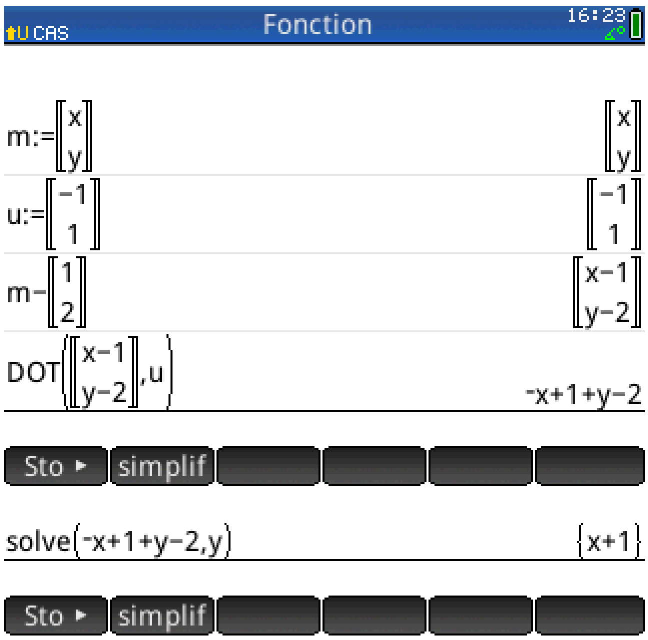
On saisit des matrices sur la HP Prime depuis les touches Shift 5.

La commande *DOT* effectue le produit scalaire entre deux matrices.

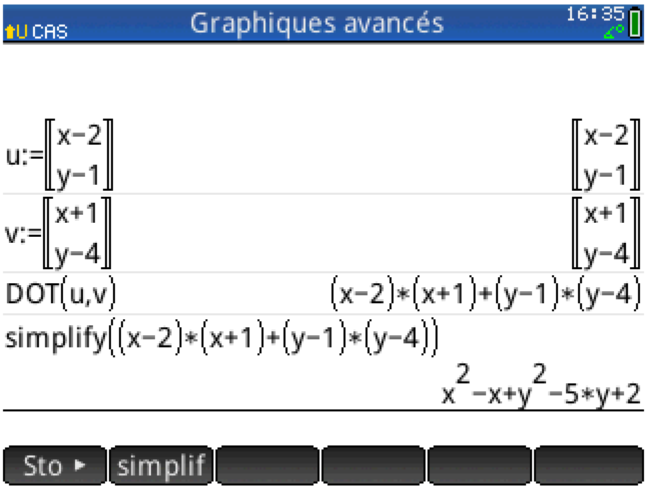
Ce produit scalaire doit être nul.
On obtient y comme expression de x avec la commande *solve* :
On obtient y = x + 1

2/ Un point M est sur le cercle si et seulement si :
$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM} = \vec{0}$

Captures d'écran :

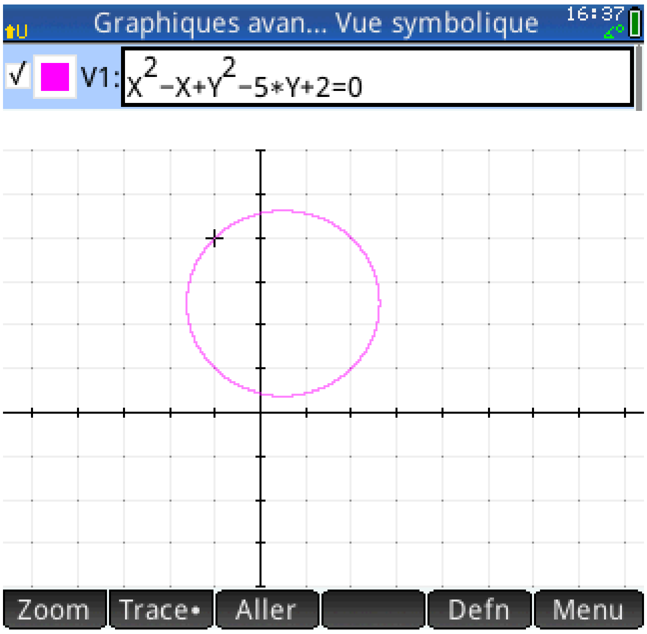


On calcule les coordonnées de $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{BM}$ et on effectue le produit scalaire avec la commande *DOT*.



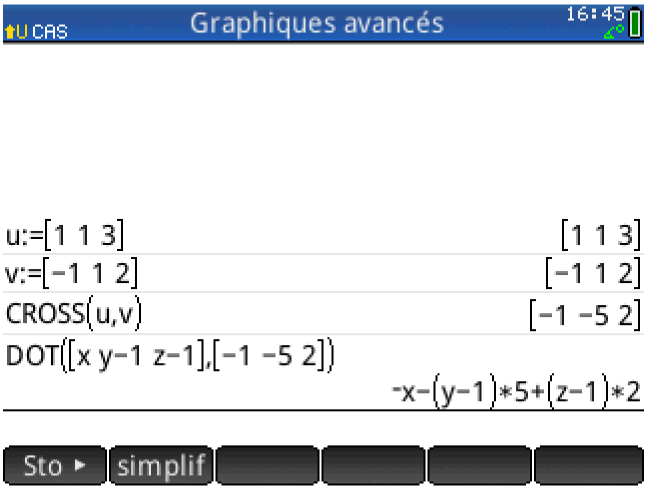
L'équation du cercle est donc :
$x^2 - x + y^2 - 5y + 2 = 0$

On peut le vérifier avec l'application Graphiques avancés.



3/ M appartient au plan si et seulement si $\overrightarrow{AM}$ est orthogonal au produit vectoriel des deux vecteurs définissant le plan.

Le produit vectoriel s'obtient avec la commande *CROSS*.
On obtient l'équation du plan :
$-x - 5(y - 1) + 2(z - 1) = 0$.



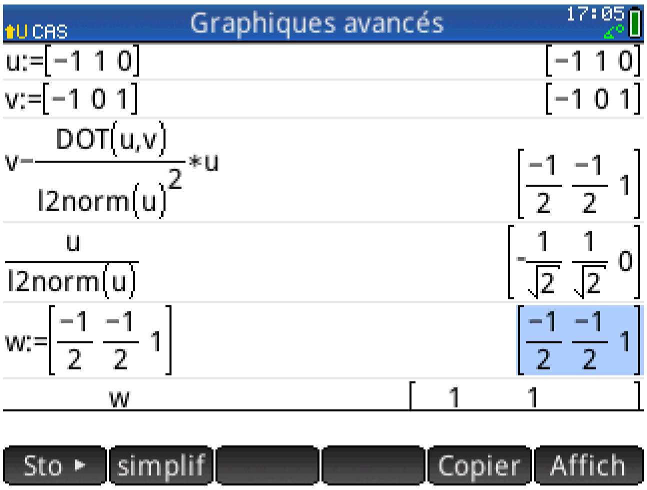
4/ Les vecteurs du plan sont du type :
$$\begin{pmatrix} -y-z \\ y \\ z \end{pmatrix} = y\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + z\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$
On obtient donc une base du plan formé des deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

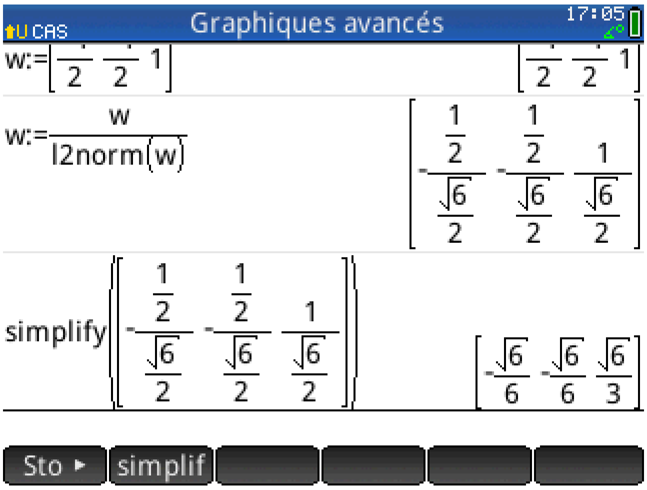
On construit le troisième vecteur de la base en calculant :

$$\vec{w} = \vec{v} - \frac{<\vec{u}|\vec{v}>}{||\vec{u}||^2}\vec{u}$$

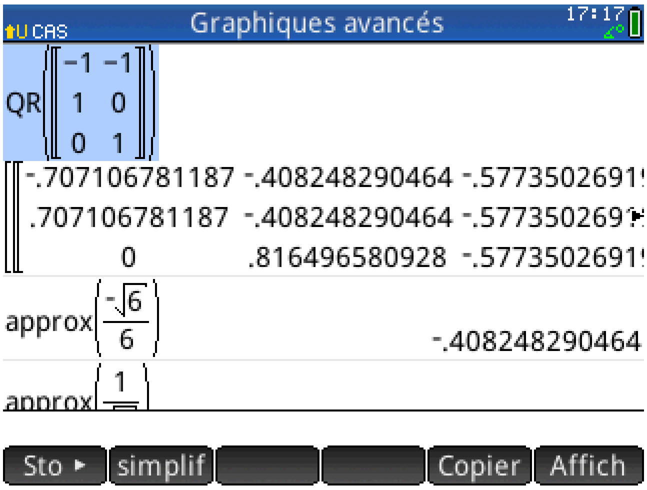
On calcule enfin $\frac{\vec{u}}{||\vec{u}||}$ et $\frac{\vec{w}}{||w||}$.

La norme d'un vecteur se calcule avec la commande *l2norm*.





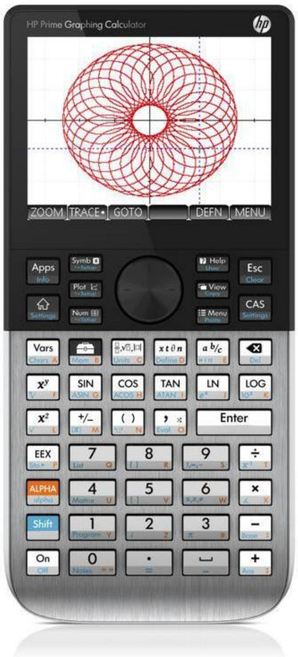
On peut en fait utiliser directement la commande *QR*.



Prépas

Calcul matriciel

HP Prime



1/ Déterminer le rang de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

2/ Déterminer les valeurs propres de $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

3/ Diagonaliser la matrice précédente.

Solution pas à pas :

1/ Appuyer sur la touche CAS Settings pour aller sur l'écran de calcul formel.

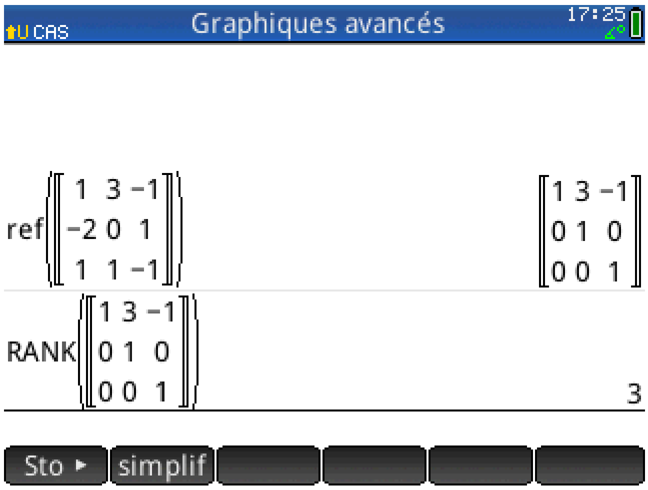
On calcule la matrice réduite de Gauss avec la commande *ref*.

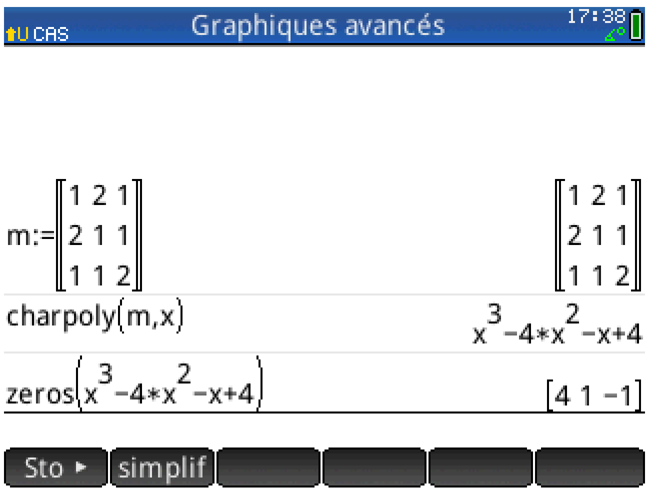
Il n'y a aucune ligne nulle, le rang de la matrice est donc 3.

La commande *RANK* permet d'obtenir directement le rang.

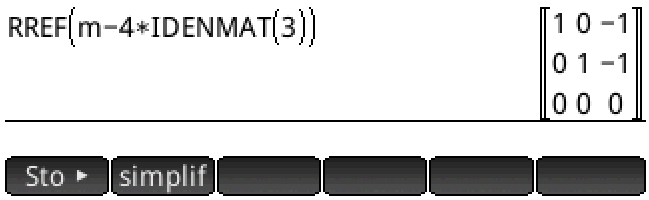
2/ On calcule le polynôme caractéristique avec la commande *charpoly*.
On cherche ensuite les zéros de ce polynôme.
On obtient les valeurs propres.

Captures d'écran :

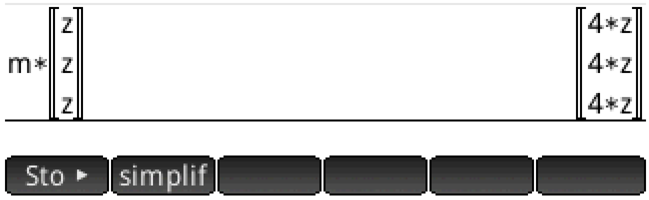




L'utilisation de la commande *RREF* (forme échelonnée réduite) permet de déterminer l'espace propre associée à une valeur propre.
Pour la valeur propre 4, on tape l'expression ci-contre.
IDENMAT(3) génère la matrice identité de taille 3.
Les vecteurs propres sont donc les vecteurs v = (x, y , z) tels que x – z = 0, y – z = 0 et z quelconque.
Ce sont donc les vecteurs (z, z, z).

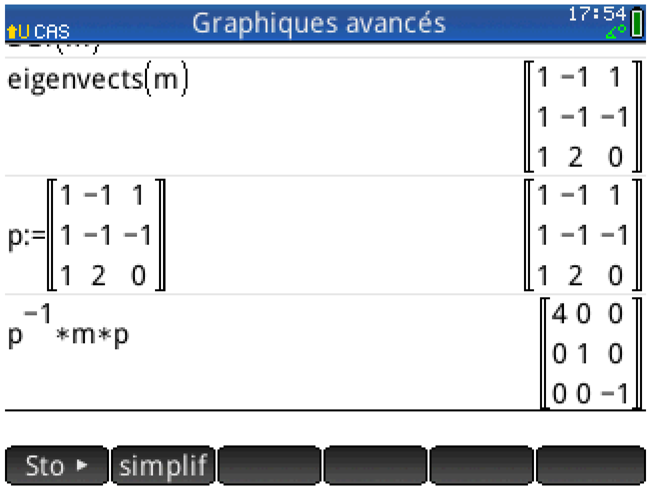


L'espace propre associé à la valeur propre 4 est donc <(1, 1, 1)>.
On effectue le même travail pour les deux autres valeurs propres.

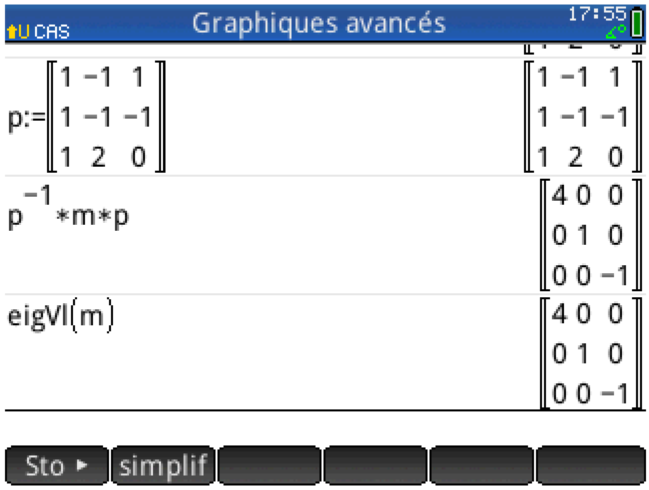


La commande *eigenvects* donne les vecteurs propres de la matrice.

On peut ainsi diagonaliser la matrice.



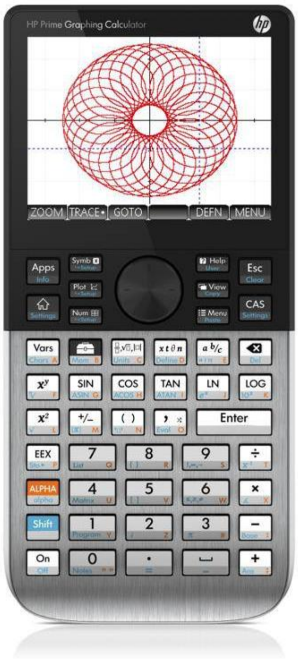
La commande *eigVl* permet en fait de diagonaliser directement la matrice.



Enigme numérique

Prépas

HP Prime



Trouver les prochains termes de la suite :

3 ; 11 ; 37 ; 101 ; 41 ; 7 ; 239

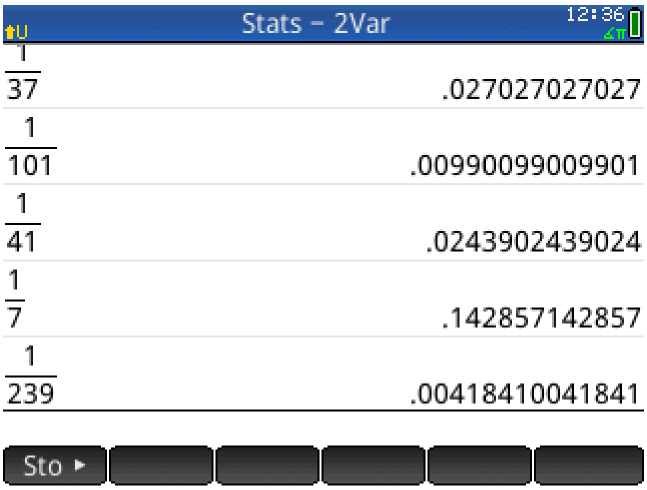
Solution pas à pas :

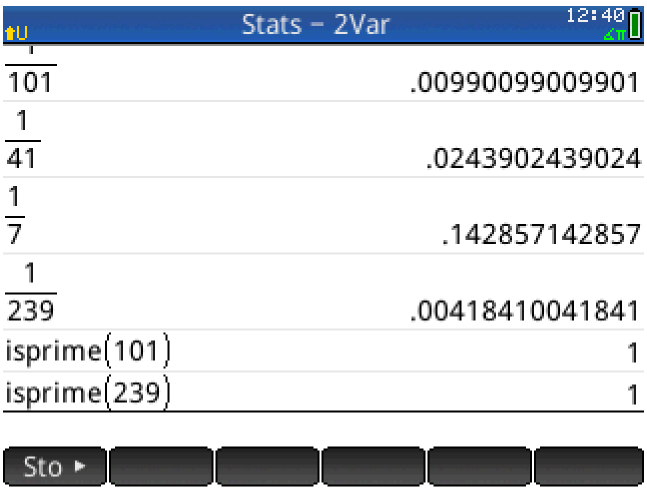
Calculer les inverses des termes fournis permet d'émettre une conjecture.
On remarque que tous les inverses ont une partie décimale cyclique (chiffres se répétant dans l'ordre) de périodes successives 1, 2, 3, 4, 5, 6 puis 7.

Le prochain terme de la suite est le plus petit nombre entier dont la partie décimale de l'inverse est cyclique de période 8.

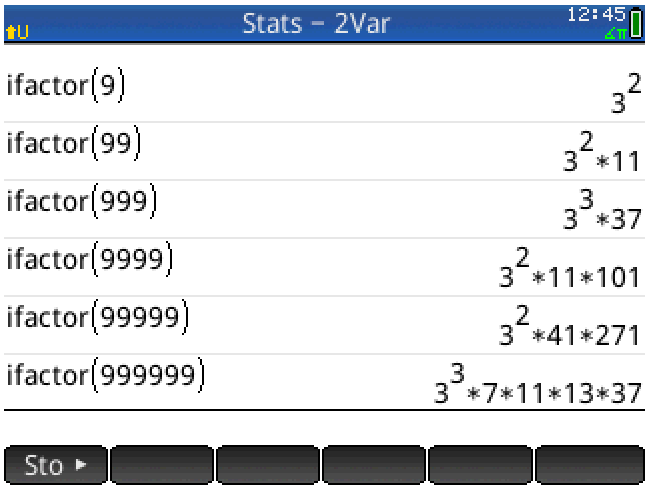
On peut également remarquer que tous les termes de la suite proposée sont premiers.
La commande *isprime* est accessible depuis la touche Mem menu CAS > Nombre entier > Nombre premier.

Captures d'écran :

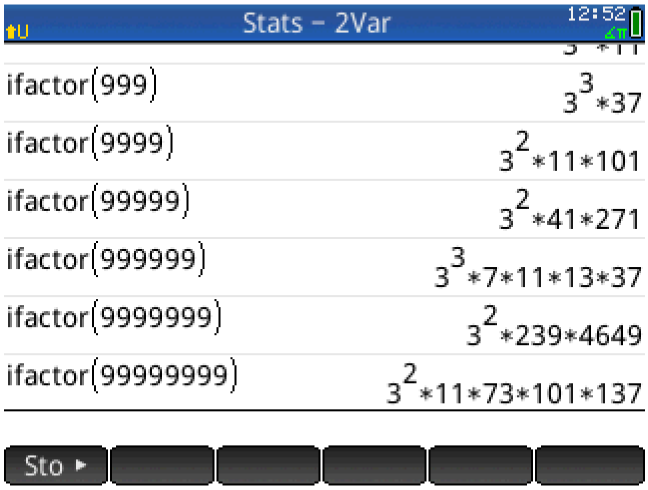




Ils apparaissent en fait dans la décomposition en facteurs premiers de 9, 99, 999, 9999, etc…
La commande *ifactor(* de la HP Prime permet d'obtenir instantanément ces décompositions.
Les termes de la suite sont chaque plus petit facteur premier non déjà rencontré dans les décompositions successives de 9, 99, 999 ,9999, etc…



On continue les décompositions pour trouver le prochain terme de la suite.
On tombe sur 73.

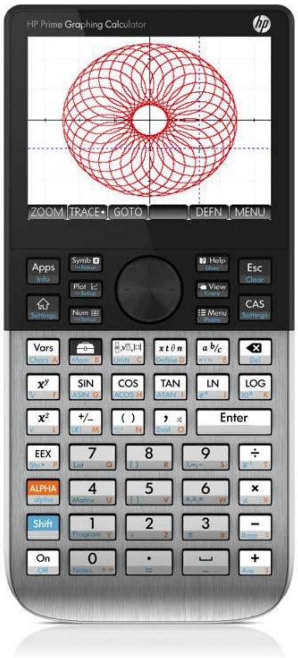


<u>Question:</u>
Faire le lien entre la conjecture observée sur les inverses des termes de la suite et les décompositions en facteurs premiers de 9, 99, 999, 9999, etc…

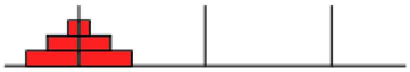
Tours de Hanoï

HP Prime

Prépas



Ce jeu imaginé par le mathématicien français Edouard Lucas est composé de trois tours et d'anneaux enfilés sur ces tours.
Ces anneaux doivent être déposés les uns sur les autres du plus petit au plus grand.
Le but du jeu consiste à déplacer les anneaux enfilés sur la première tour sur la dernière tour.
On ne peut déplacer qu'un anneau à la fois et on ne peut pas placer un anneau sur un anneau plus petit.



Créer un algorithme sur HP Prime effectuant les déplacements.

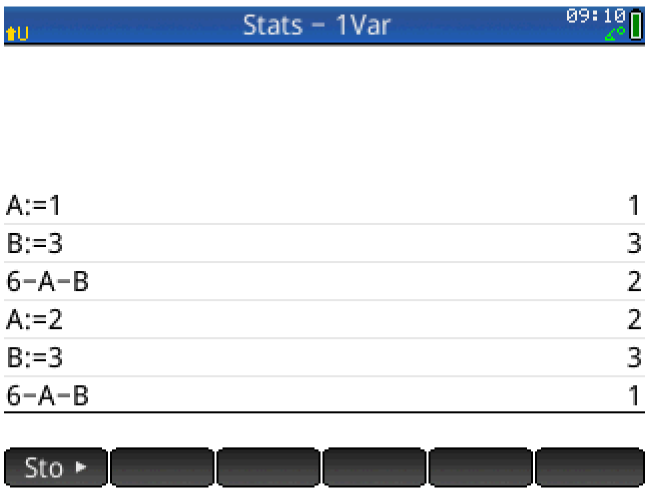
Solution pas à pas :

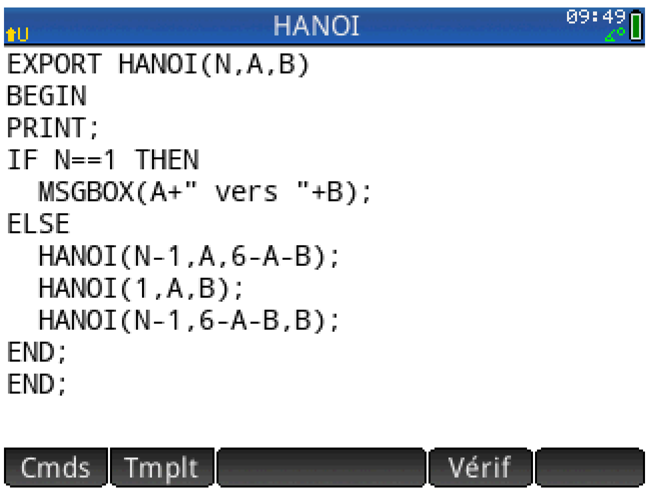
On utilise la programmation récursive.
On numérote les tours de 1 à 3.
Pour déplacer *n* anneaux de la tour *a* vers la tour *c*, on procède de la façon suivante :
S'il n'y a qu'un seul anneau, on le déplace de la première à la dernière tour. On affiche seulement le déplacement : *a* vers *c*.
Sinon, on déplace les $n-1$ premiers anneaux de la première tour vers la tour intermédiaire *b*.
On déplace le dernier anneau (le plus gros) de la tour *a* vers la tour c.
On déplace enfin les $n-1$ anneaux de la tour *b* vers la tour *c*.
Ces étapes se font par appel récursif en changeant le numéro des tours.

Remarque importante : si on dispose des deux tours numérotées *a* et *b*, la troisième tour porte le numéro $6-a-b$.

On peut alors créer ce programme sur la HP Prime pour obtenir les déplacements de N anneaux de la tour A vers la tour B :

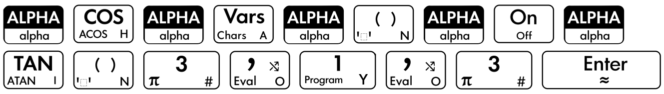
Captures d'écran :





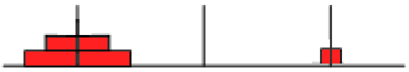
```
EXPORT HANOI(N,A,B)
BEGIN
PRINT;
IF N==1 THEN
  MSGBOX(A+" vers "+B);
ELSE
  HANOI(N–1,A,6–A–B);
  HANOI(1,A,B);
  HANOI(N–1,6–A–B,B);
END;
END;
```

Voici ce que donne le programme pour les déplacements de 3 anneaux de la tour 1 vers la tour 3 en tapant depuis l'écran  :

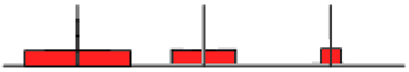


Tous les déplacements sont affichés successivement dans une boîte de dialogue. On obtient ici :

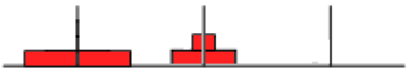
1 vers 3



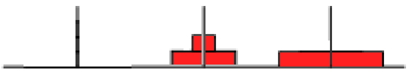
1 vers 2



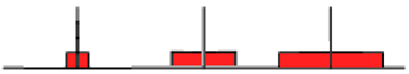
3 vers 2



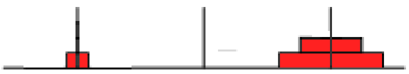
1 vers 3



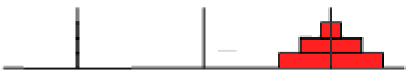
2 vers 1

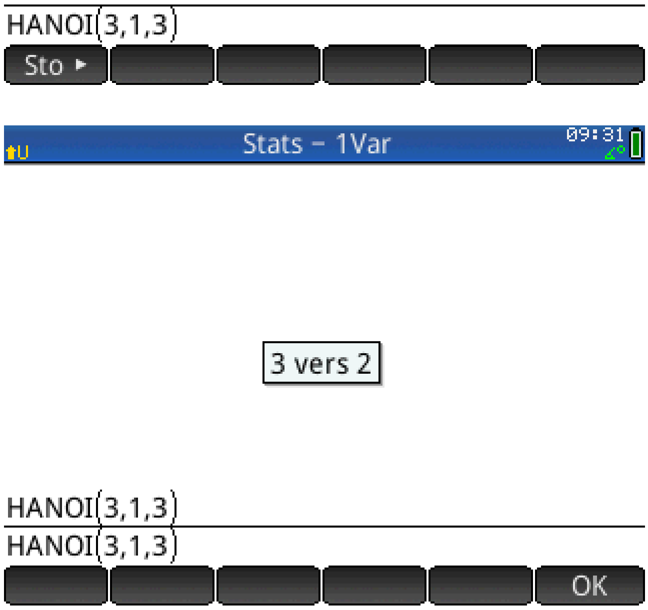


2 vers 3



1 vers 3





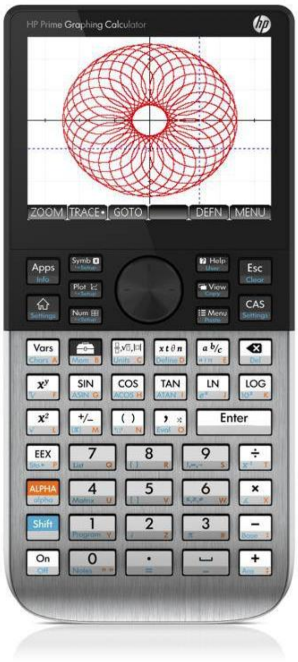
On peut améliorer le programme en construisant une interface graphique comme ci-dessus. Les commandes graphiques de la HP Prime sont riches et permettent cette construction très facilement.

On peut également afficher un compteur montrant le nombre de déplacements effectués.

Diagrammes de Bode

HP Prime

Prépas



Représentation des diagrammes de Bode :

- Passe-bas du premier ordre
- Passe-bas du second ordre

Solution pas à pas :

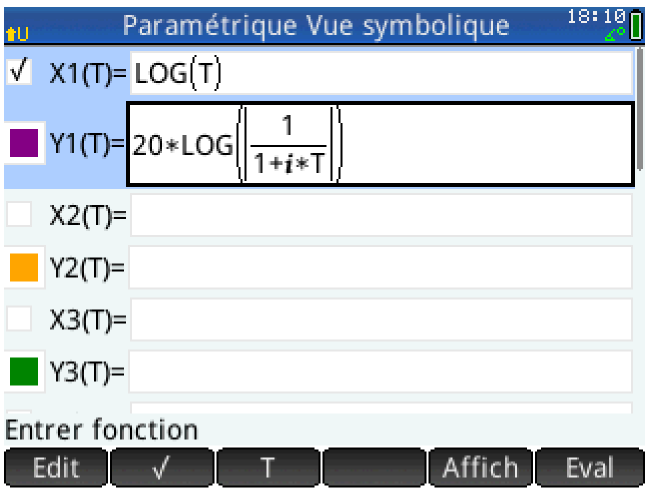
Lancer l'application Paramétrique depuis la touche Apps Info.

Filtre passe-bas du 1er ordre :

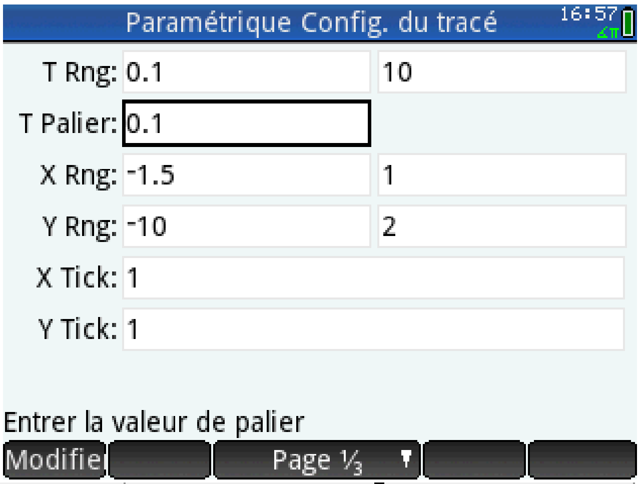
Appuyer sur la touche Symb Setup.
On trace en échelle logarithmique en mettant en abscisse : X1(T)=LOG(T)
En ordonnée, on entre le gain.

Astuce : le i complexe s'obtient depuis les touches Shift 2.

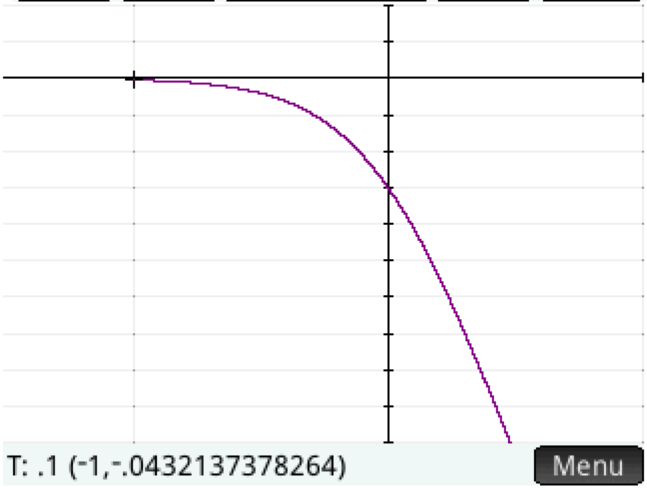
Captures d'écran :



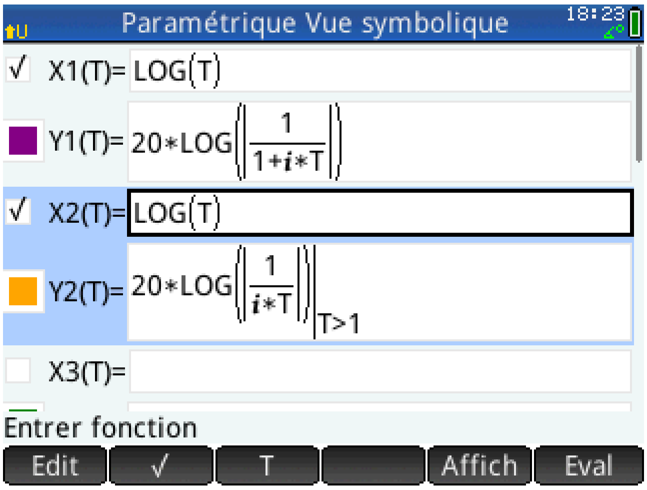
On fait les réglages suivants depuis les touches Apps Info Plot Setup.
On règle notamment le pas (T Palier) à 0,1.



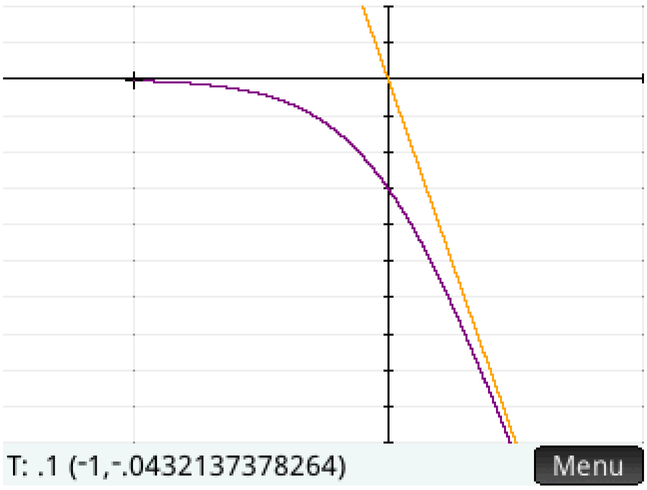
Une pression sur la touche Plot Setup permet d'obtenir le graphe.



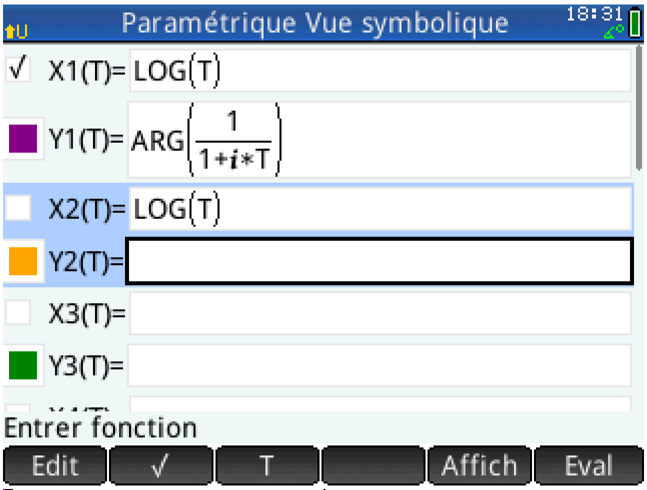
On peut tracer l'asymptote oblique en revenant sur l'écran symbolique depuis la touche Symb Setup.
On entre les expressions pour l'asymptote auprès de X2(T)= et Y2(T)=



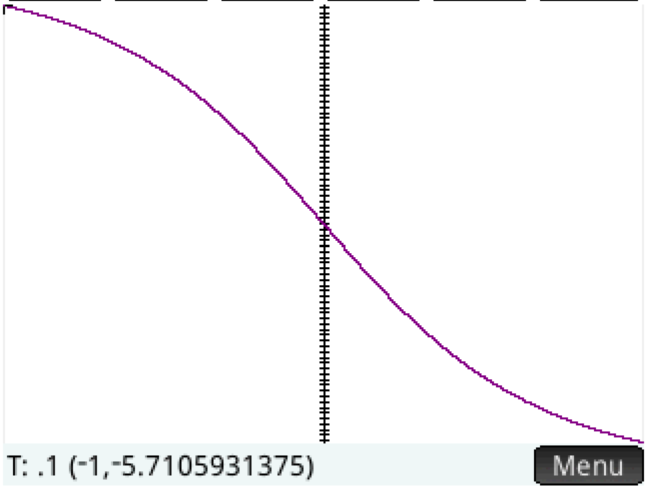
La touche Plot Setup permet d'afficher la courbe et l'asymptote.



Pour tracer cette-fois la phase, on retourne sur l'écran Symb Setup et on modifie l'expression Y1(T) avec ALPHA Vars ALPHA 8 ALPHA SIN ( ) 1 ÷ 1 + Shift 2 × ALPHA ÷ Enter
On efface Y2(T) en se plaçant sur l'expression associée et en appuyant sur la touche Del.

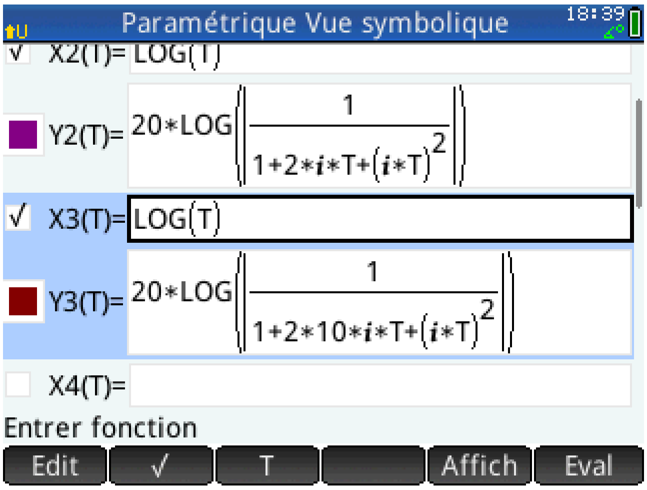


Appuyer sur View Copy et choisir échelle automatique pour obtenir le graphe de la phase.

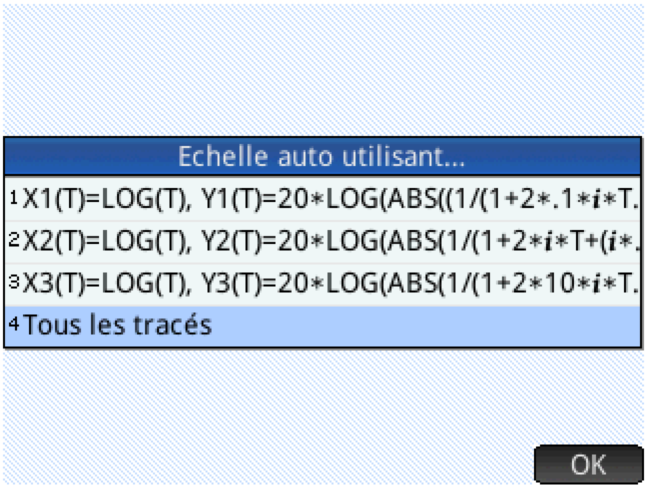


Filtre passe-bas du 2nd ordre :

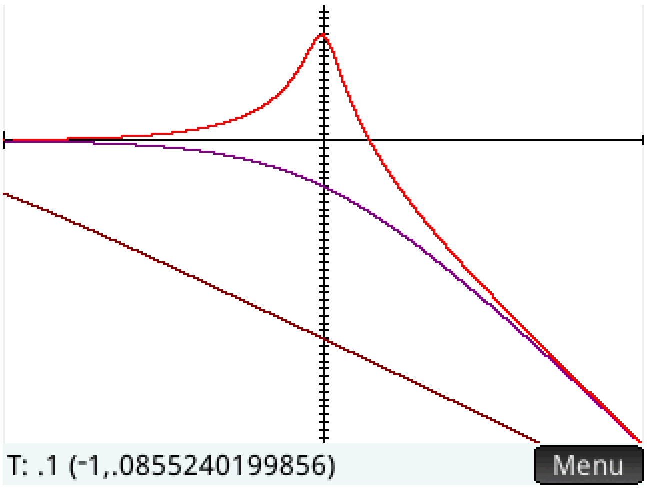
Appuyer sur la touche Symb Setup.
On entre les expressions ci-contre pour un filtre du 2nd ordre.
On fera trois tracés simultanés.



Appuyer sur View Copy et choisir échelle automatique > tous les tracés.



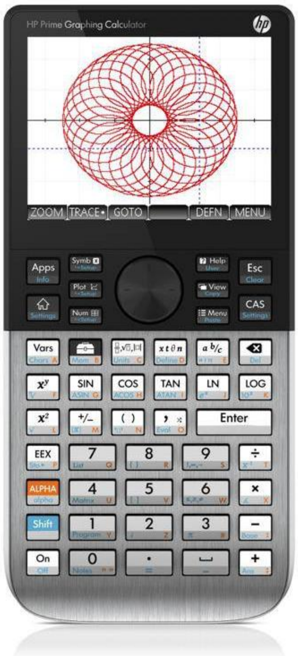
On obtient alors nos trois courbes de gain.



Volume d'un vase

HP Prime

Prépas



Calculer le volume d'un vase dont la section centrale par un plan est donnée par la surface située entre les courbes d'équations y = f(x) et
y = -f(x) où f est définie pour 0 ≤ x ≤ 10 par :

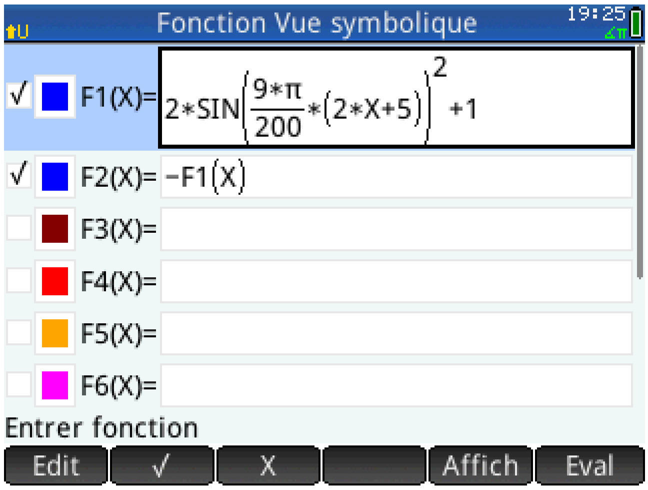
$$f(x) = 2sin^2\left(\frac{9\pi}{200}(2x+5)\right) + 1.$$

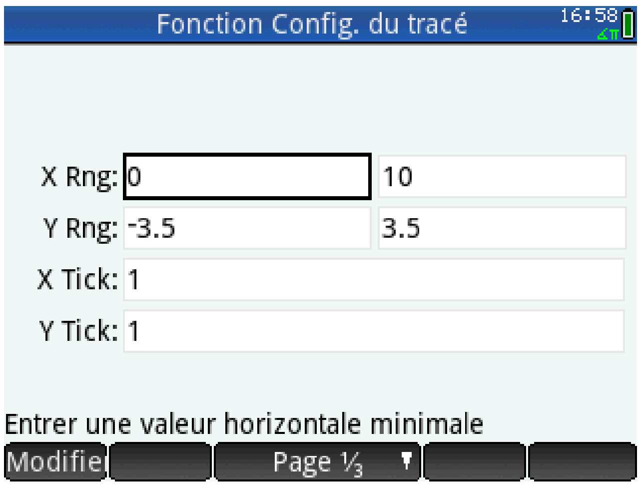
Solution pas à pas :

On commence par tracer le vase depuis l'application Fonction. On entre sur l'écran Symb les deux équations de droites auprès de F1 et F2 réglés sur la même couleur (ici bleu).

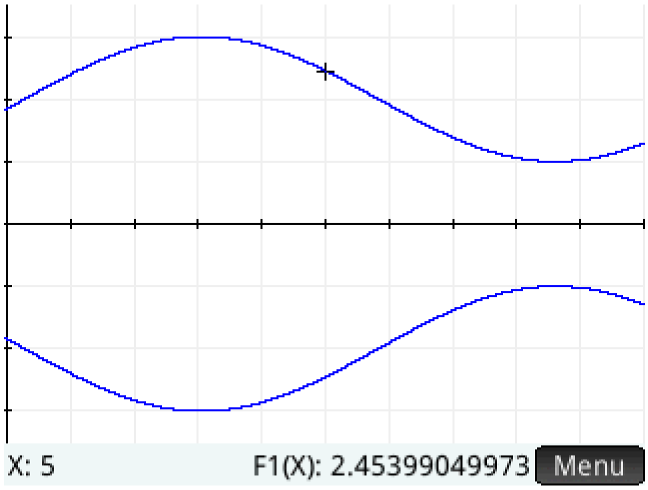
On effectue les réglages de fenêtre suivants depuis les touches Shift Plot.

Captures d'écran :

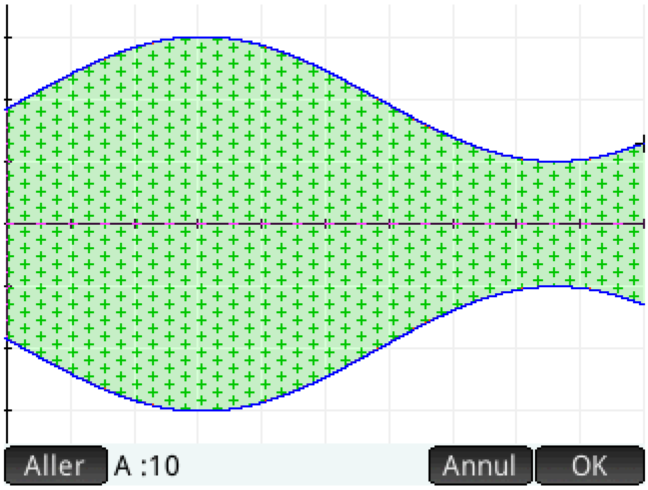




La Touche Plot Setup permet d'obtenir le graphique.



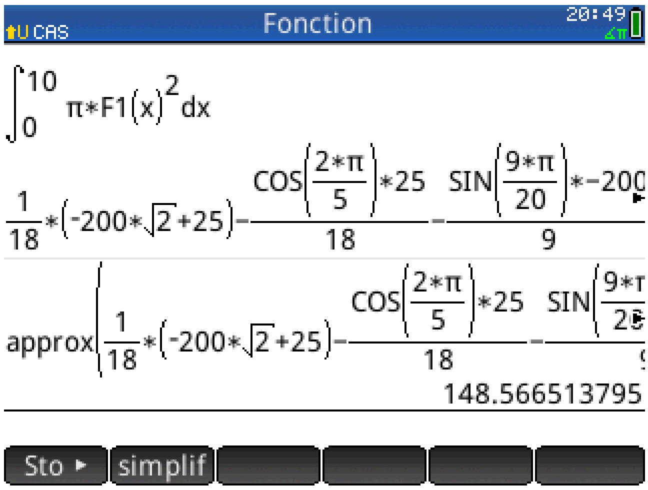
On colorie l'intérieur du vase en appuyant sur Menu > Fcn > Zone signée…
Appuyer sur Aller : taper 0 à côté de X:
Appuyer sur OK et sélectionner F2(X)=-F1(X)
Appuyer à nouveau sur Aller et taper :
1 0 à côté de X: puis appuyer sur OK.
On vient de définir la surface délimitée par les deux courbes et les droites d'équations respectives x = 0 et x = 10.
La section du vase se colorie alors en vert.



La section du vase par un plan perpendiculaire à l'axe des abscisses et passant par l'abscisse x est un disque de rayon $f(x)$.
L'aire d'un tel disque est donc $\pi.f(x)^2$.
Le volume à l'intérieur du vase peut donc être trouvé en intégrant entre 0 et 10 cette section-disque.
On accède à l'écran CAS Settings et on va chercher le signe intégral depuis la touche Units. On calcule alors l'intégrale ci-contre.

Astuce : le symbole π s'obtient depuis les touches Shift 3.

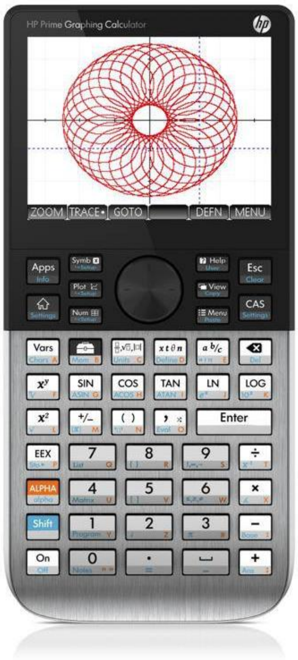
On appuie sur la touche a b/c pour obtenir une valeur approchée du volume du vase de 148,567 unités de volume.



Surfaces 3D

HP Prime

Prépas



1. Déterminer le type de la surface définie par $z=x^2+y^2$.
2. Déterminer le type de la surface définie par $z=xy$.

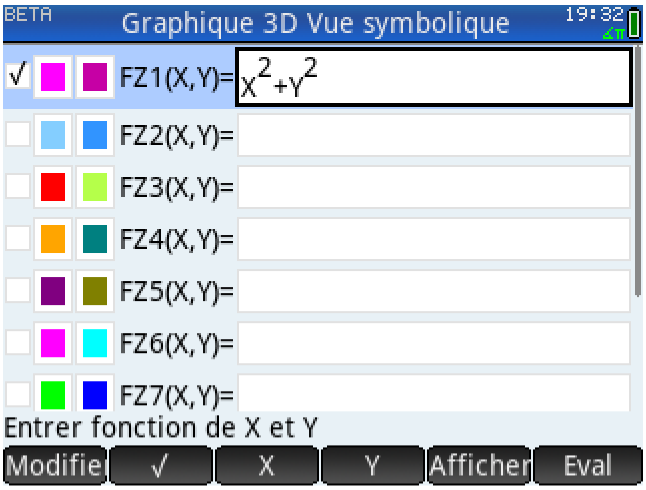
Solution pas à pas :

Lancer l'application « Graphique 3D » depuis le bureau d'icônes accessible avec la touche Apps Info.

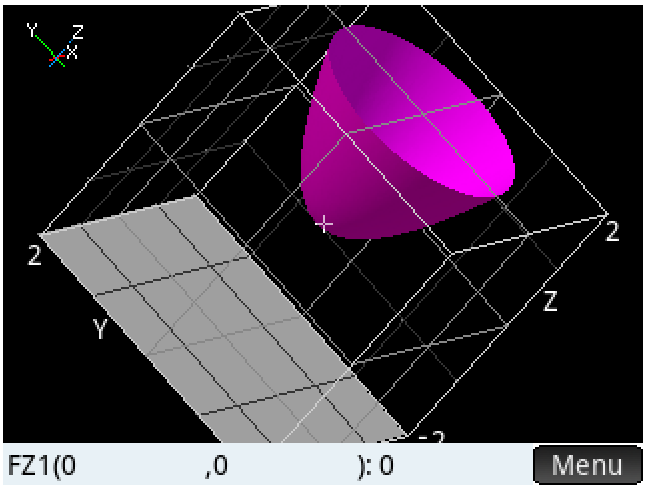
L'application « Graphique 3D » est présente depuis le firmware de novembre 2017. Téléchargez la dernière version du firmware pour l'utiliser.

On entre l'équation en Z=f(X,Y) de la surface.
Il est possible de choisir la couleur de chaque face de la surface.

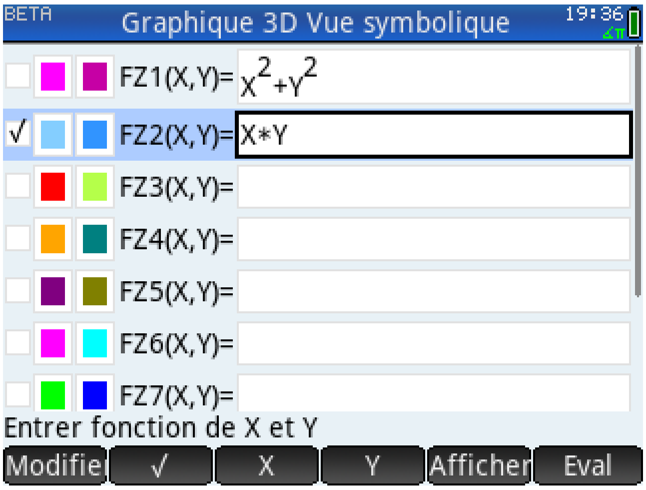
Captures d'écran :



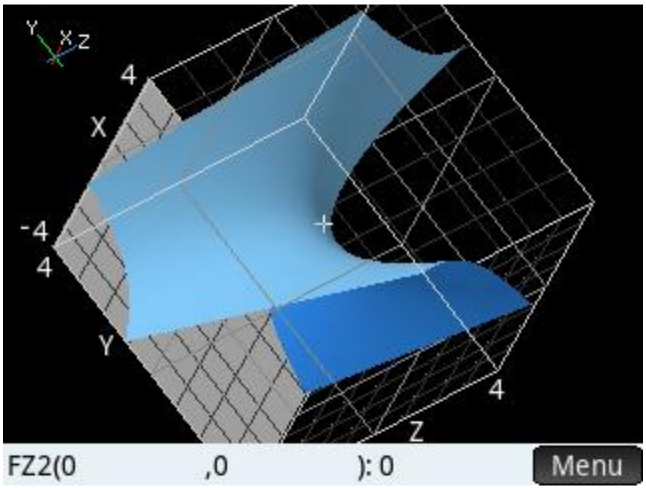
La Touche Plot Setup permet d'obtenir la représentation graphique.
Il est possible de diriger la vue directement avec l'écran tactile en plus de zoomer et dézoomer.
On est ici en présence d'un **paraboloïde de révolution de sommet O**.



On appuie sur la touche Symb Setup pour retourner dans la fenêtre de saisie des équations.
On entre sur la deuxième ligne l'équation de surface de la question 2 en décochant l'expression saisie au niveau de FZ1.



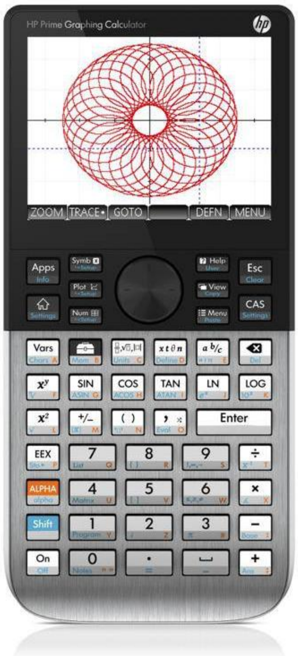
La Touche Plot Setup permet d'obtenir la représentation graphique.
En variant la vue, on visualise un **paraboloïde hyperbolique**.



Droite d'Euler

HP Prime

CAPES



Dans un triangle, l'orthocentre, le centre de gravité et le centre du cercle circonscrit sont alignés (droite d'Euler).

En particulier : $\overrightarrow{OH}=3\overrightarrow{OG}$ (relation d'Euler).

1/ Illustrer géométriquement et dynamiquement la propriété.

2/ La démontrer.

Solution pas à pas :

1/ On peut représenter géométriquement la situation grâce à l'application Géométrie de la HP Prime.

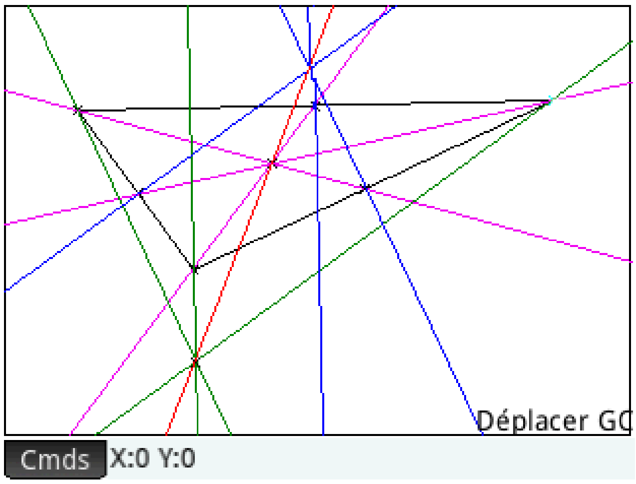
On trace un triangle et on s'aide des outils milieux et perpendiculaires pour tracer les hauteurs (en vert), les médiatrices (en bleu) et les médianes (en rose). On aperçoit bien la droite d'Euler (en rouge).

2/ On appelle ABC le triangle et on considère M comme un point du plan tel que $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$. Or $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA}).(\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OB}) = (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}).(\overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA}) = OC^2 - OB^2 = 0$

De même, $\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{AB} = 0$ donc M = H (orthocentre).

Comme $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ alors $3\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ d'où $\overrightarrow{OH} = 3\overrightarrow{OG}$.

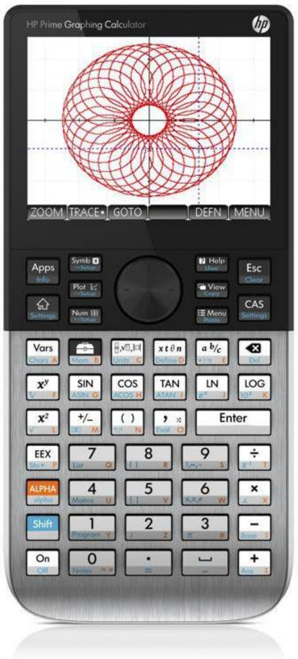
Captures d'écran :



Courbes et équations

HP Prime

CAPES



D'après une leçon d'oral 2 du CAPES de mathématiques

Soit m un réel. On cherche à déterminer le nombre de solutions réelles dans l'intervalle [-5 ; 5] de l'équation :

$$-x^2 + 2x - 1 + me^{-x} = 0 \quad (E)$$

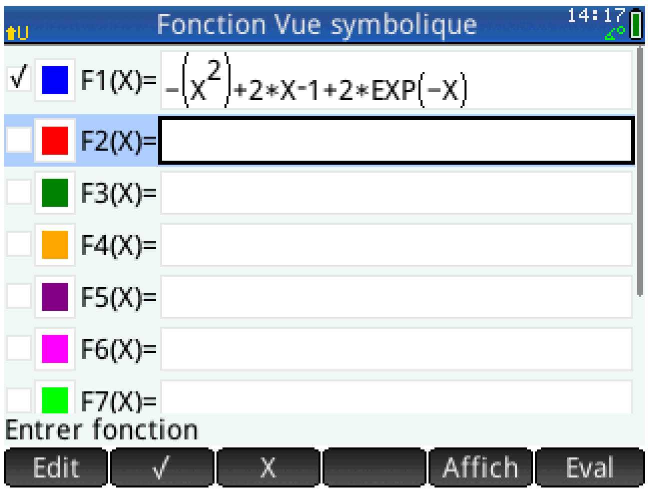
1/ Dans cette question, on pose m = 2.
A l'aide d'un grapheur ou d'un tableur, donner un encadrement d'amplitude 10^{-1} de l'unique solution de (E).
2/ Soit f la fonction définie sur [-5 ; 5] par $f(x) = (x^2 - 2x + 1)e^x$.
A l'aide d'un grapheur, tracer la courbe représentative de f et émettre une conjecture quant au nombre de solutions de l'équation f(x) = m dans l'intervalle [-5 ; 5], en fonction des valeurs de m.
3/ Démontrer que pour tout m, l'équation (E) et d'équation f(x) = m ont le même ensemble de solutions dans l'intervalle [-5 ; 5].
4/ Répondre au problème posé.

Solution pas à pas :

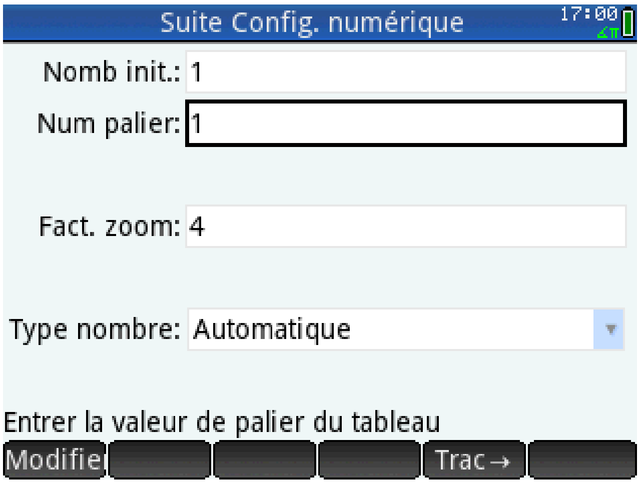
1/ On lance l'application tableur de la HP prime depuis la touche Apps Info .

On saisit l'expression de la fonction F1 :

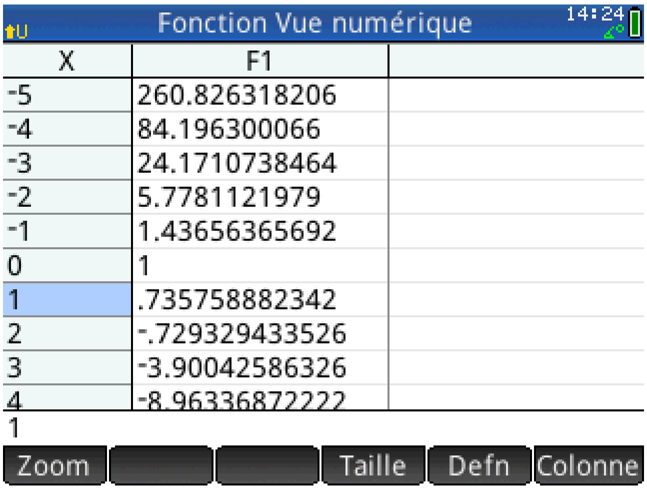
Captures d'écran :



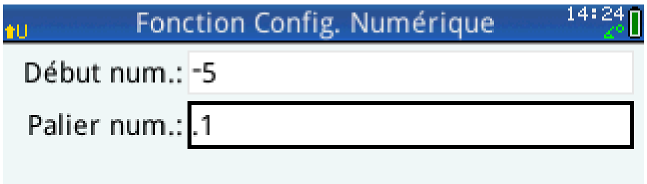
On règle le pas (palier numérique) pour les antécédents à 1 depuis la combinaison de touches Shift Num Setup.



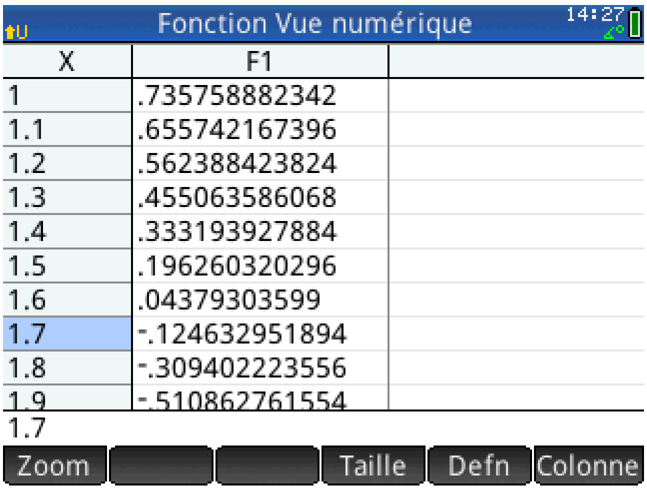
La touche Num Setup permet d'accéder au tableau de valeurs de la fonction.
On pourra commencer le tableau depuis l'antécédent -10.
D'après le tableau, la fonction semble s'annule entre 1 et 2.



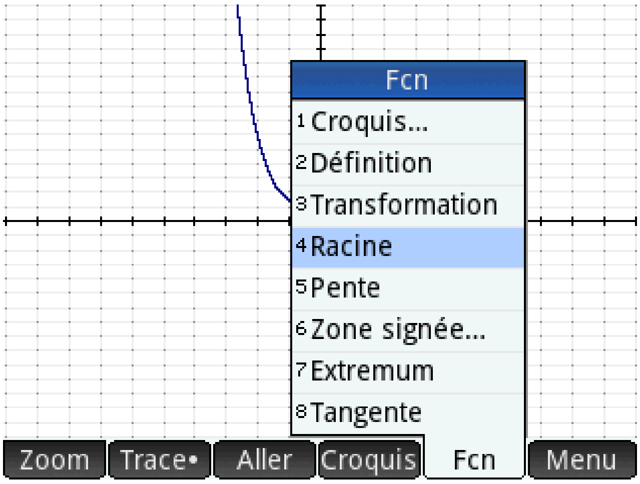
On ajuste alors le pas à 0,1 pour respecter l'amplitude demandée (Shift Num Setup).



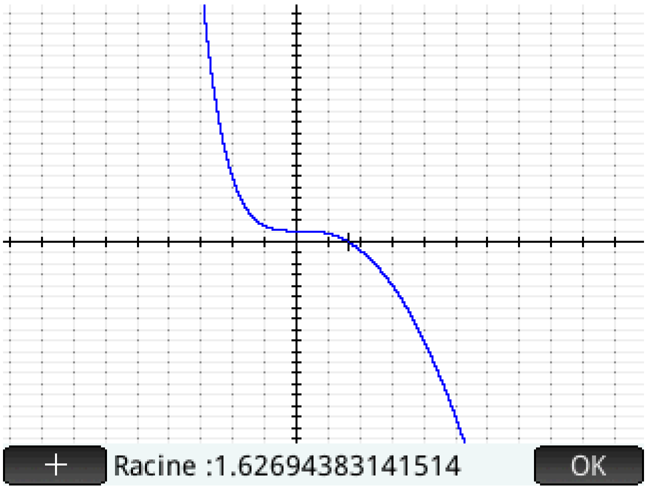
On revient au tableau avec la touche Num Setup et on observe grâce au changement de signe une unique solution pour l'équation (E) entre 1,6 et 1,7.



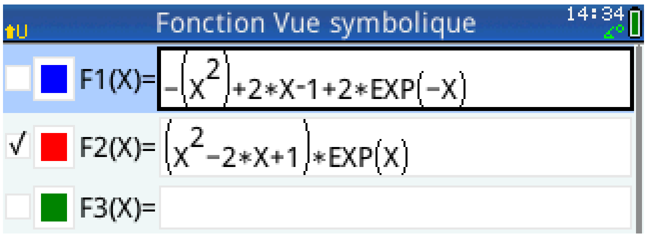
Par graphique, on appuie sur la touche Plot Setup puis sur Menu > Fcn > Racine.



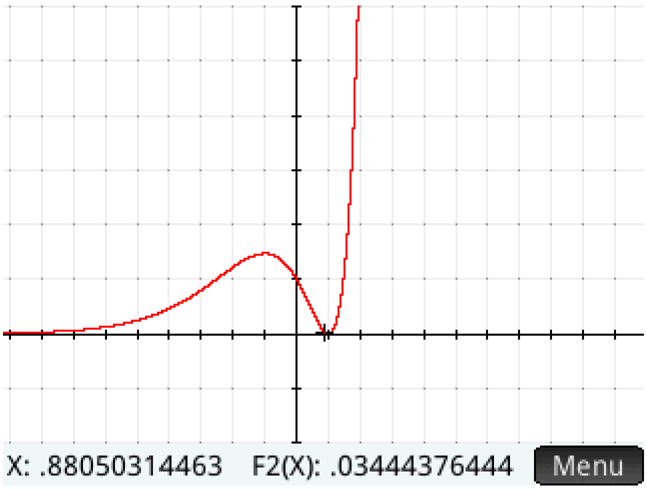
La HP Prime nous donne alors une belle approximation de la solution.



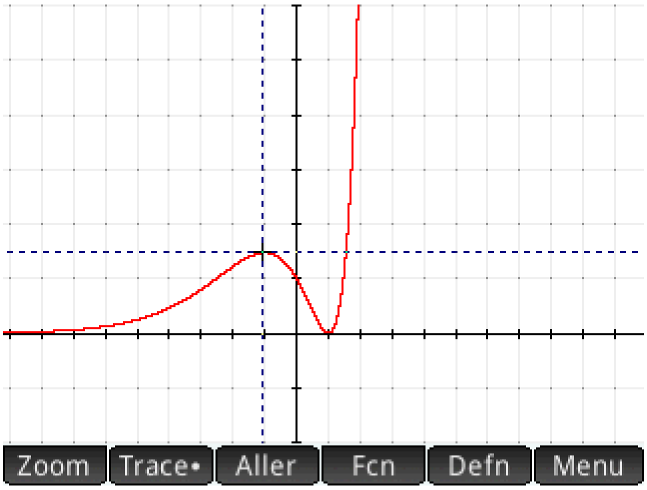
2/ On appuie sur la touche Symb Setup pour saisir la nouvelle fonction.



On appuie sur la touche Plot Setup pour voir la représentation graphique de la fonction.



On trouve l'extremum local pour $x<1$: la HP prime trouve un maximum local de 1,52.



On en déduit alors que $f(x) = m$ admet :

- 1 solution pour $m \geq 1{,}52$
- 2 solutions pour $m = 1{,}52$
- 3 solutions pour $f(-5) \approx 0{,}24 \leq m < 1{,}52$
- 2 solutions pour $0 < m < 0{,}24$
- 1 solution pour $m = 0$
- 0 solution pour $m < 0$.

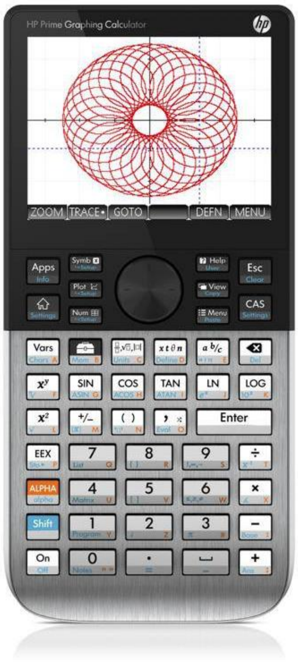
3/ (E) $\Leftrightarrow me^{-x} = x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow m = (x^2 - 2x + 1)e^x$

4/ En étudiant les variations de la fonction f sur l'intervalle [-5 ; 5], on conclut au problème grâce aux résultats de la question 2/ et du théorème des valeurs intermédiaires.

Algorithmique

HP Prime

CAPES



D'après une épreuve sur dossier à l'oral du CAPES de mathématiques

On s'intéresse à l'algorithme suivant :

- Entrer un entier naturel non nul n
- Tant que n≠20 faire :
- Si n<20 faire n prend la valeur 2n sinon n prend la valeur n-4
- Fin si
- Fin tant que
- Afficher n

1/ Tester l'algorithme sur plusieurs entiers.
2/ Emettre une conjecture concernant cet algorithme et la prouver.
3/ Modifier l'algorithme pour qu'il affiche le nombre de boucles effectuées.

Réponses proposées par trois élèves :

Elève 1
J'ai testé avec 4, j'ai obtenu 8, avec 32, j'ai obtenu 28 et avec 10, j'ai obtenu 20.

Elève 2
L'algorithme finit toujours par afficher 20, même si ça prend du temps avec les grands nombres. En fait, pour les grands nombres, on enlève toujours 4, on finit donc par revenir vers des nombres qu'on a déjà testé avant. J'ai testé 1,2,3,...jusqu'à 20. Cela suffit pour montrer que la conjecture est en fait un théorème.

Elève 3
J'ai rajouté après le "fin si" l'instruction k ← k + 1, et j'ai demandé l'affichage de k après celui de n, mais ça me donne des résultats bizarres. C'est peut-être un bug de la machine.

1. Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence ses compétences dans le domaine de la logique et de l'algorithmique.

2. Proposez une correction de la question 2 telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde.

3. Présentez deux ou trois exercices faisant intervenir un algorithme.

Solution pas à pas :

1/ On crée le programme suivant sur HP Prime :

```
EXPORT CAPES()
BEGIN
//On demande à l'utilisateur une valeur pour N
INPUT(N);
//On exécute les opérations définies par l'énoncé du sujet
WHILE N<>20 DO
 IF N<20 THEN
   2*N▸N;
 ELSE
  N-4▸N;
 END;
END;
//On affiche la valeur de N
PRINT(N);
END;
```

Pour l'élève 1, d'après ses résultats, il semble que la boucle n'ait été effectuée qu'une seule fois dans son algorithme. Il y a donc un problème au niveau de sa boucle « Tant que ».

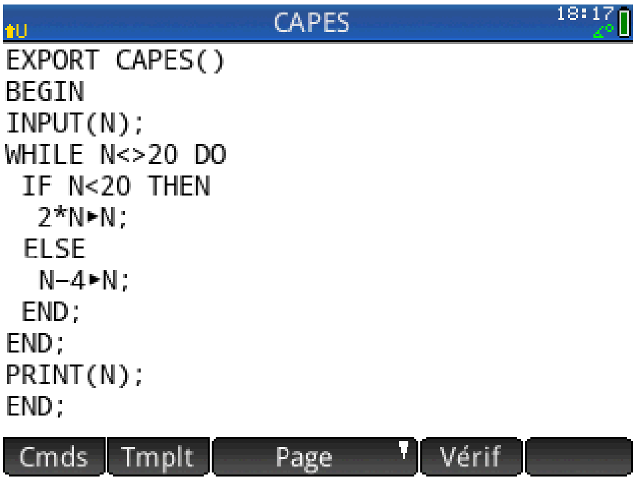
L'élève 2 propose une solution correcte.

L'élève 3 a installé un compteur dans son algorithme qu'il incrémente au bon endroit (entre le *fin si* et le *fin tant que*). Il semble cependant ne pas savoir interpréter ce compteur.

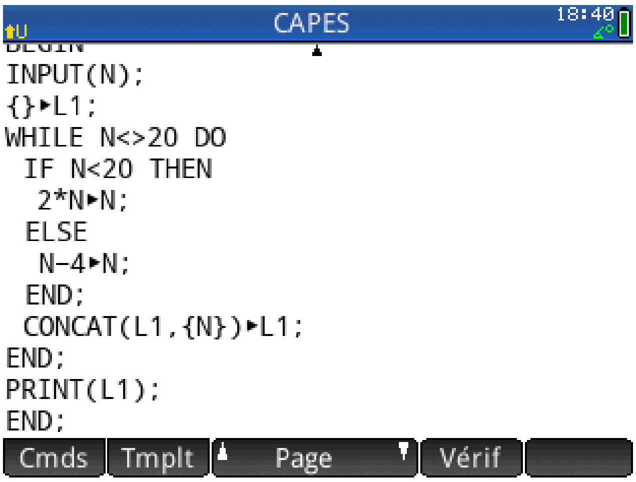
2/ Quelque soit l'entier saisi au départ, l'algorithme semble toujours finir par tomber sur l'entier 20.
En partant des nombres entiers plus grands que 20, la différence avec 4 finit toujours par tomber sur 17, 18, 19 ou 20.
On prouve donc la conjecture en montrant qu'en appliquant l'algorithme à 17, 18 et 19, on finit toujours par tomber sur 20.
On peut introduire dans l'algorithme l'affichage des nombres successifs calculés :

```
EXPORT CAPES()
BEGIN
INPUT(N);
//On crée une liste avec comme 1er terme la valeur N
{N}▸L1;
WHILE N<>20 DO
 IF N<20 THEN
   2*N▸N;
 ELSE
  N-4▸N;
 END;

//On ajoute chaque nombre calculé à la liste
CONCAT(L1,{N})▸L1;
```

Captures d'écran :



20



```
END;
//On affiche la liste
PRINT(L1);
END;
```

En faisant tourner l'algorithme pour 17, 18 et 19, on prouve que l'on finit toujours par tomber pour ces nombres sur 20.

{17,34,30,26,22,18,36,32,28,24,20}
{18,36,32,28,24,20}
{19,38,34,30,26,22,18,36,32,28,24,20}

3/ Etudions en fonction de n, le nombre d'itérations nécessaires pour arriver à 20.
On incrémente un compteur dans l'algorithme pour les compter.

```
EXPORT CAPES(N)
BEGIN
0▶K;
WHILE N<>20 DO
 IF N<20 THEN
    2*N▶N;
 ELSE
   N-4▶N;
 END;
K+1▶K;
END;
RETURN(K);
END;
```

On peut utiliser le tableur de la HP Prime pour afficher le nombre d'itérations pour tous les entiers successifs.
Des invariants apparaissent. Le nombre d'itérations respecte en fait cette règle :

- Si n=4k+17, k itérations amènent à 17 et k+10 à 20.
- Si n=4k+18, k itérations amènent à 18 et k+5 à 20.
- Si n=4k+19, k itérations amènent à 19 et k+11 à 20.
- Si n=4k+17, k itérations amènent à 20.

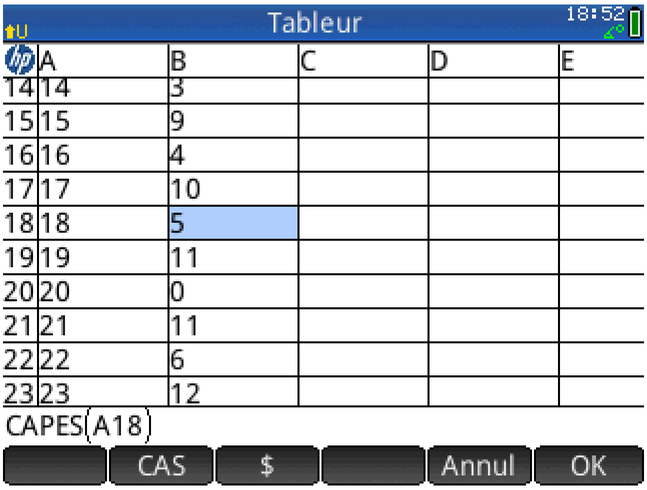
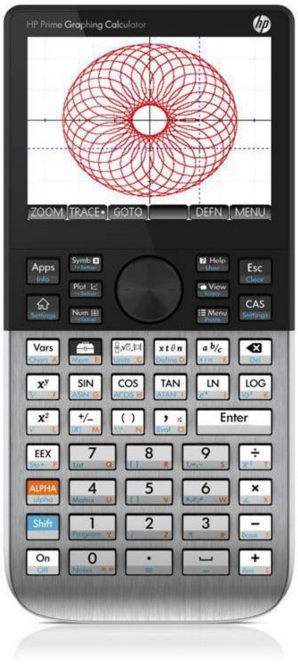


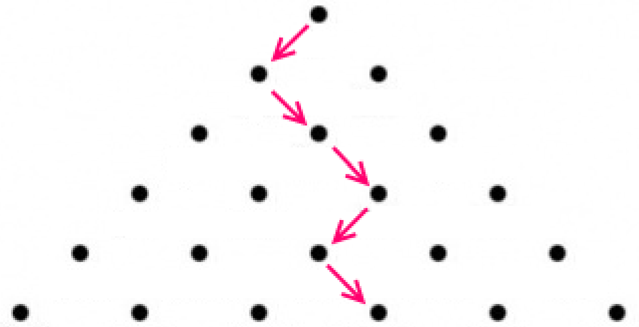
Planche de Galton

HP Prime

CAPES



La planche de Galton est une planche constituée de clous disposés en quinconce. Une bille est lâchée à la verticale sur le 1er clou et tombe d'étage en étage jusqu'en bas. La bille a autant de chance de passer à droite ou à gauche du clou.



1/ Simuler l'expérience sur le tableur de la HP Prime.
2/ Représenter par un diagramme en bâtons les fréquences obtenues.
3/ Déterminer la loi de probabilité de cette expérience aléatoire.

Solution pas à pas :

1/ On peut travailler sur l'abscisse de la position de la bille. Le 1er clou (point de départ de la bille) a une abscisse de 0. Si la bille part à droite, on ajoute 1 à l'abscisse. Si elle part à gauche, on retranche 1.
On lance donc l'application Tableur, on nomme chaque colonne CLOU1, CLOU2, etc… où les chiffres désignent les étages de clous (l'étage n°1 étant la rangée du haut, l'étage n°2, la rangée en dessous, etc…).

Pour simuler aléatoirement un départ à gauche ou à droite, et donc d'ajouter ou de soustraire 1 à l'abscisse, on peut utiliser le calcul ci-contre.
On utilise une puissance 1 ou 2 de (-1) tirée aléatoirement.

Captures d'écran :

Tableur 16:55

	CLOU1	CLOU2	CLOU3	CLOU4	CLOU5
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0

0

Edit | Format | Aller | Sélecti | Aller↓ | Affich

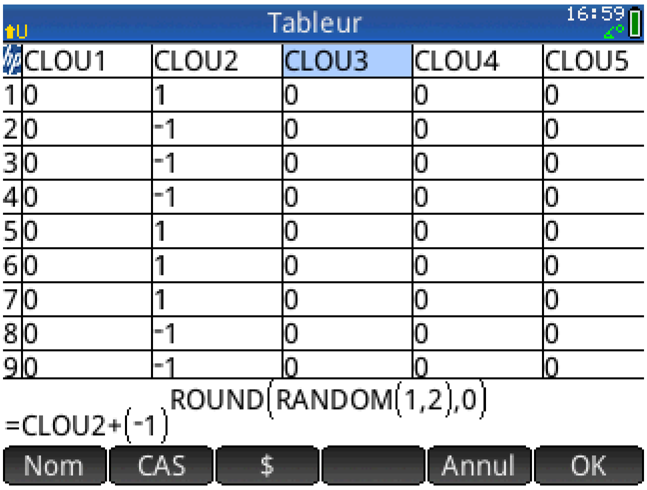
Tableur 16:58

	CLOU1	CLOU2	CLOU3	CLOU4	CLOU5
1	0	1	0	0	0
2	0	-1	0	0	0
3	0	-1	0	0	0
4	0	-1	0	0	0
5	0	1	0	0	0
6	0	1	0	0	0
7	0	1	0	0	0
8	0	-1	0	0	0
9	0	-1	0	0	0
10	0	-1	0	0	0

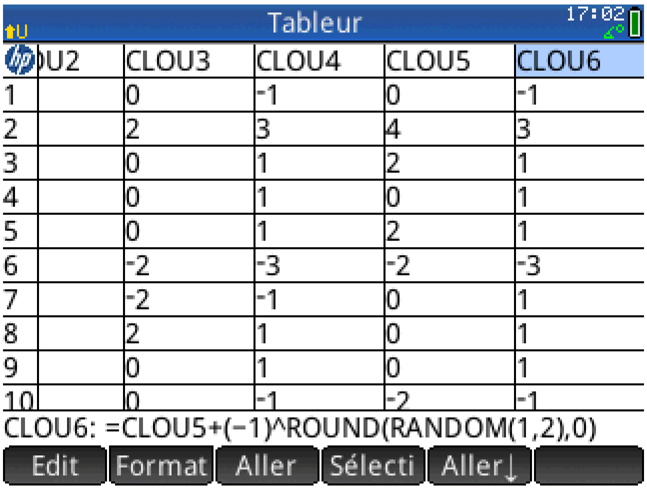
CLOU2: =CLOU1+(−1)^ROUND(RANDOM(1,2),0)

Edit | Format | Aller | Sélecti | Aller↓

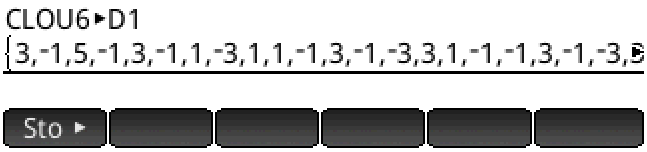
On établit les formules dans CLOU3, CLOU4, CLOU5 et CLOU6 : on calcule les abscisses successives de la bille.

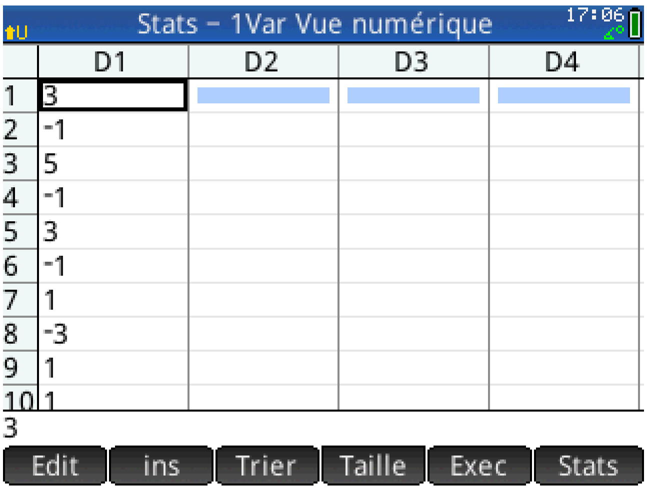


On obtient l'abscisse d'arrivée de la bille dans la colonne CLOU6.

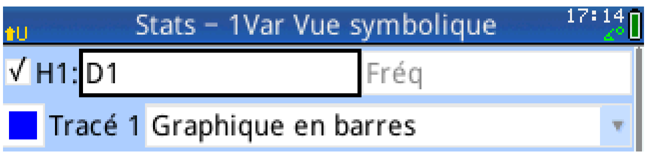


2/ Pour afficher le diagramme en barres des fréquences, on stocke la liste des abscisses d'arrivée CLOU6 dans la liste statistique D1 et on lance l'application Stats-1-Var.

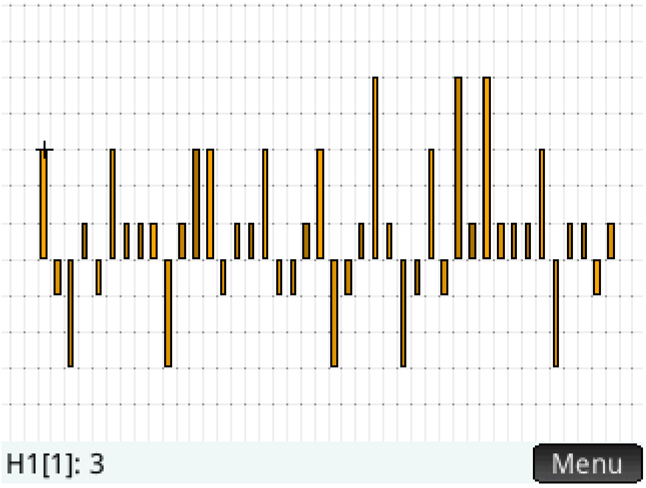




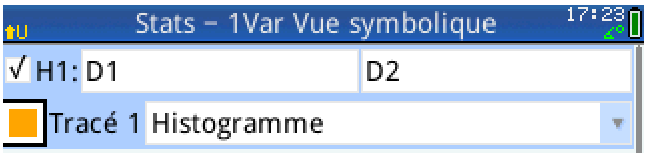
On prépare le diagramme en barres des abscisses d'arrivées depuis la touche Symb Setup.



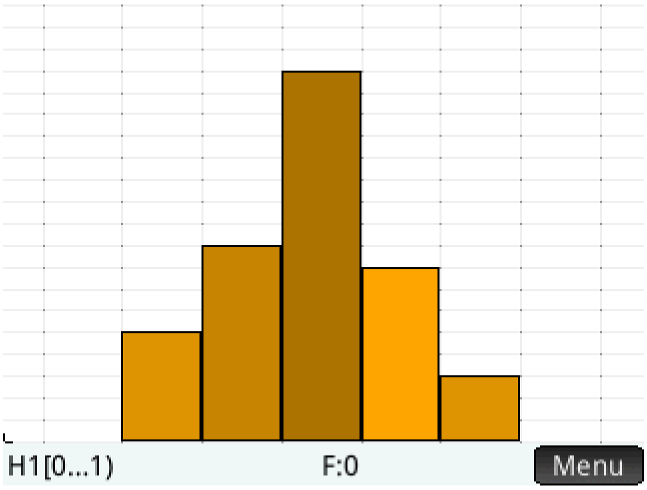
La touche Plot Setup donne le diagramme.



2/ Pour obtenir le diagramme des fréquences, il faut entrer les fréquences de chaque abscisse d'arrivée dans la colonne D2 et faire le réglage ci-contre.

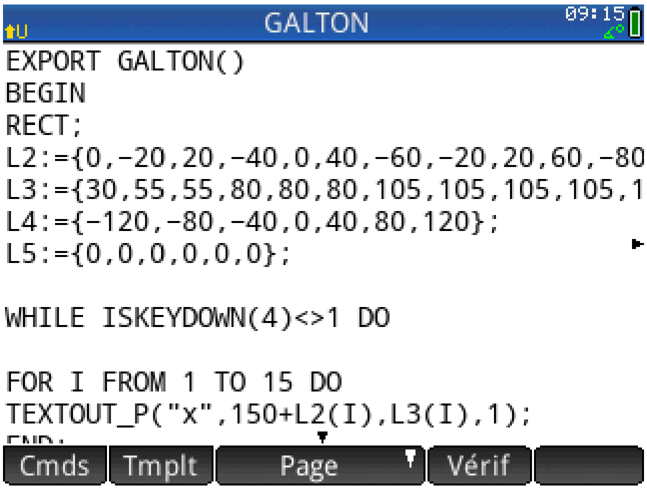


Le diagramme montre que les billes ont tendance à d'avantage finir leur course au milieu de la dernière ligne de clous.
La répartition approche la forme d'une courbe de Gauss. Ceci illustre la convergence de la loi binomiale vers la loi normale.

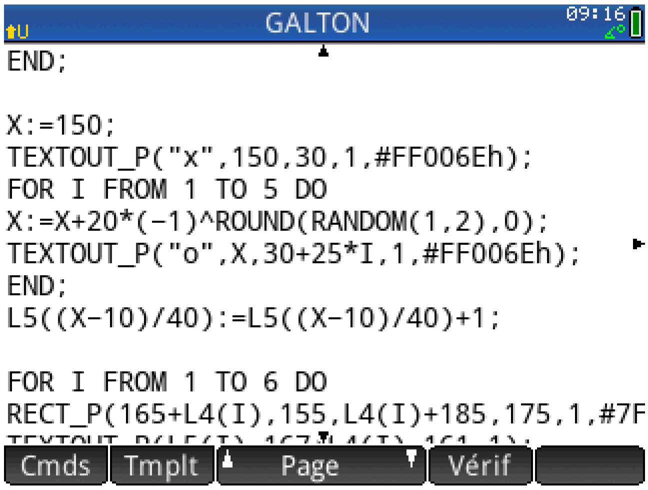


On peut également simuler l'expérience avec un programme graphique sur la HP Prime.

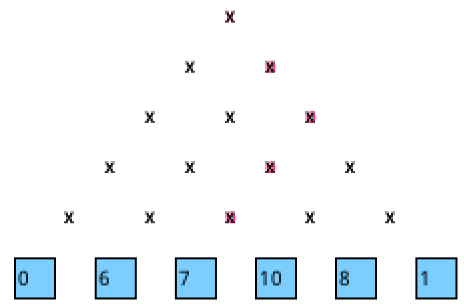
```
EXPORT GALTON()
BEGIN
RECT;
L2:={0,−20,20,−40,0,40,−60,−20,20,60,−80,−40,0,40,80,−100,−60,−20,20,60,100};
L3:={30,55,55,80,80,80,105,105,105,105,130,130,130,130,130};
L4:={−120,−80,−40,0,40,80,120};
L5:={0,0,0,0,0,0};
WHILE ISKEYDOWN(4)<>1 DO
  FOR I FROM 1 TO 15 DO
    TEXTOUT_P("x",150+L2(I),L3(I),1);
  END;
  WAIT;
  IF ISKEYDOWN(30)==1 THEN
    RECT_P;
    FOR I FROM 1 TO 15 DO
      TEXTOUT_P("x",150+L2(I),L3(I),1);
    END;
```

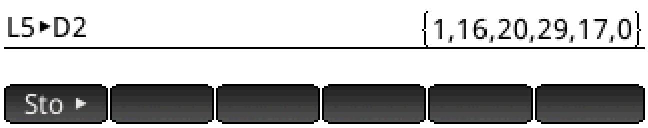


```
  X:=150;
  TEXTOUT_P("x",150,30,1,#FF006Eh);
  FOR I FROM 1 TO 5 DO
    X:=X+20*(−1)^ROUND(RANDOM(1,2),0);
    TEXTOUT_P("o",X,30+25*I,1,#FF006Eh);
  END;
  L5((X−10)/40):=L5((X−10)/40)+1;
  FOR I FROM 1 TO 6 DO
    RECT_P(165+L4(I),155,L4(I)+185,175,1,#7FC9FFh);
    TEXTOUT_P(L5(I),167+L4(I),161,1);
  END;
  WHILE ISKEYDOWN(30)<>1 DO
    WAIT;
  END;
END;
END;
END;
```

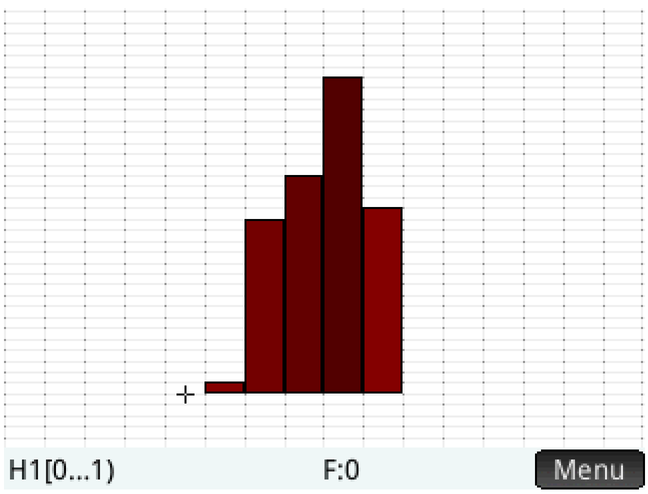


Pour lancer une chute de billes, on appuie sur la touche [Enter].
Le chemin de la bille apparaît en rouge.
Des compteurs comptabilisent la fin de course d'une bille à chaque emplacement.
Pour quitter le programme, appuyer sur [Esc Clear].





Les résultats sont stockés dans la liste L5 qu'on peut directement utiliser dans l'application Stats-1-Var pour obtenir le diagramme des fréquences.

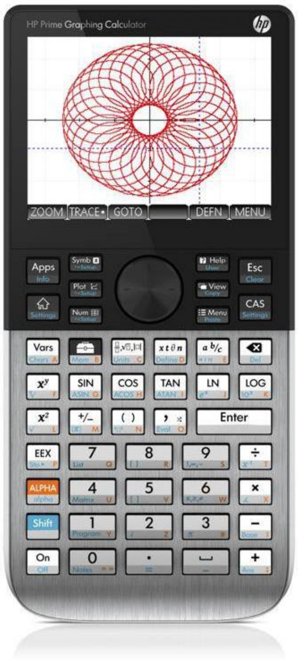


3/ Il n'y a que deux issues possibles qui s'offrent à la bille à chaque clou (partir à gauche ou à droite).
Nous avons donc une loi de probabilité décrivant un résultat obtenu après répétitions indépendantes d'une même expérience à deux issues. On parle de loi binomiale.
La planche de Galton illustre la convergence de la loi binomiale, lorsque le nombre de lâchers de billes est grand, vers la loi normale dont la distribution est une courbe de Gauss.

Intégration

HP Prime

CAPES



L'exercice a pour objet d'étudier la suite (I_n) définie par :

$$I_n = \int_1^e x^2 (\ln x)^n \, dx$$

1/ Calculer I_1 et montrer que pour tout entier n supérieur à 1 :

$$I_{n+1} = \frac{e^3}{3} - \frac{n+1}{3} I_n$$

2/ A l'aide d'une calculatrice, donner une conjecture sur le sens de variation et la convergence de la suite (I_n).
3/ Démontrer la conjecture.

Solution pas à pas :

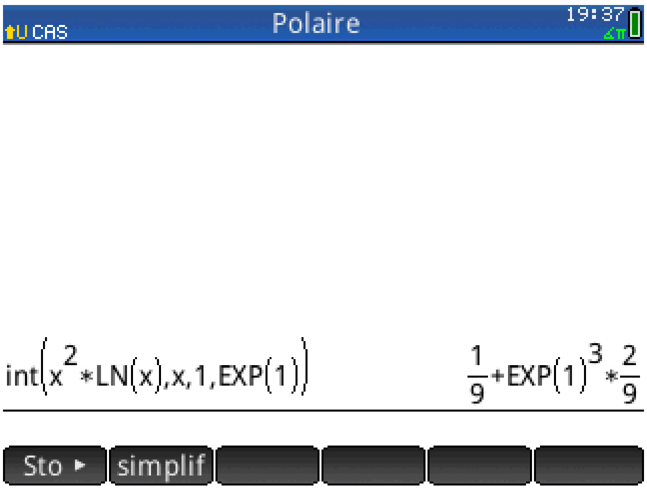
1/ On utilise la commande *int(* pour calculer l'intégrale demandée depuis l'écran de calcul formel (touche CAS Settings).
Une intégration par parties permet de trouver le résultat :

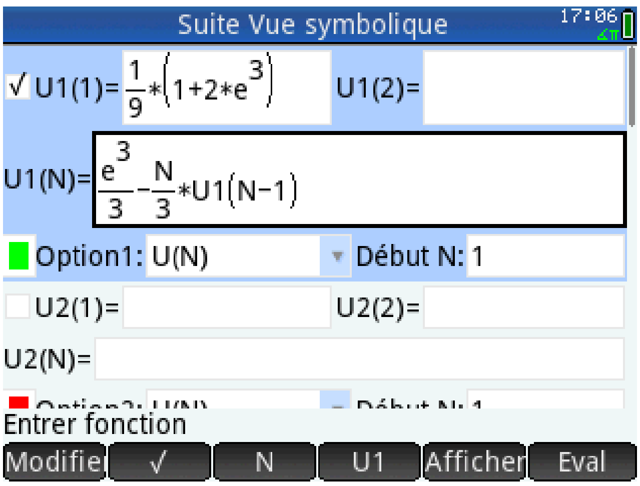
$$\frac{1}{9}(1 + 2e^3)$$

La relation entre I_{n+1} et I_n se démontre par récurrence.

2/ On lance maintenant l'application Suites pour étudier (I_n).

Captures d'écran :





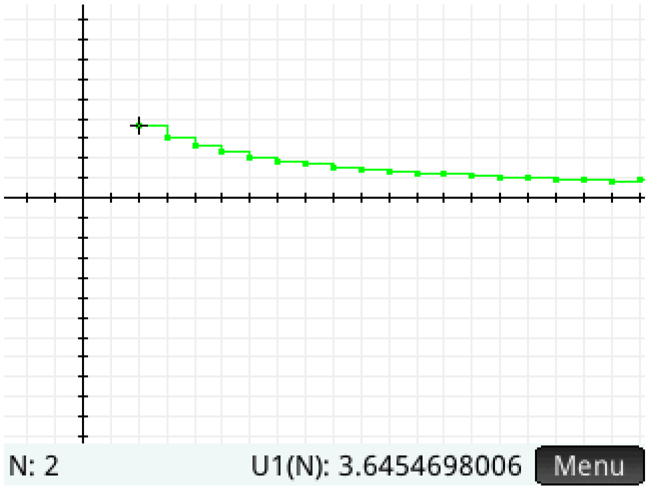
La touche Plot Setup permet d'obtenir une représentation de la suite (ici en crénelage).

La suite semble donc décroissante et converger vers 0.

Si $x\in [1;e]$ alors $1/x \le x^2=x^3/x \le e^3/x$ donc

$$\frac{1}{n+1}=\int_1^e \frac{\ln(x)^n}{x}\,dx\le I_n \le \int_1^e e^3*\frac{\ln(x)^n}{x}\,dx=\frac{e^3}{n+1}$$

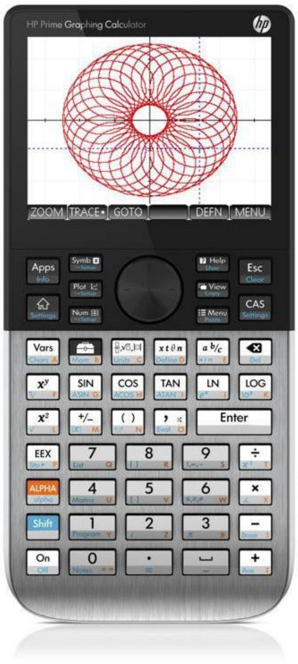
Donc (I_n) tend bien vers 0 d'après le théorème des gendarmes.



Nombres parfaits

HP Prime

CAPES



1) Écrire une fonction sur la HP Prime permettant le calcul de la somme des diviseurs d'un entier.
Vérifier cette fonction sur les entiers 2, 9, 12 et 25.
2) On note s(n) la somme des diviseurs d'un entier n.
On rappelle qu'un entier naturel n est dit parfait lorsque s(n) = 2n.
On se propose dans un premier temps de chercher les nombres parfaits inférieurs ou égaux à 500.
a) Écrire un programme (ou une fonction) à la calculatrice, permettant de lister les nombres parfaits inférieurs ou égaux à 500.
On obtient trois nombres parfaits qui sont 6, 28 et 496.
b) Avec la calculatrice, écrire la décomposition en facteurs premiers de chacun des nombres parfaits obtenus.

Solution pas à pas :

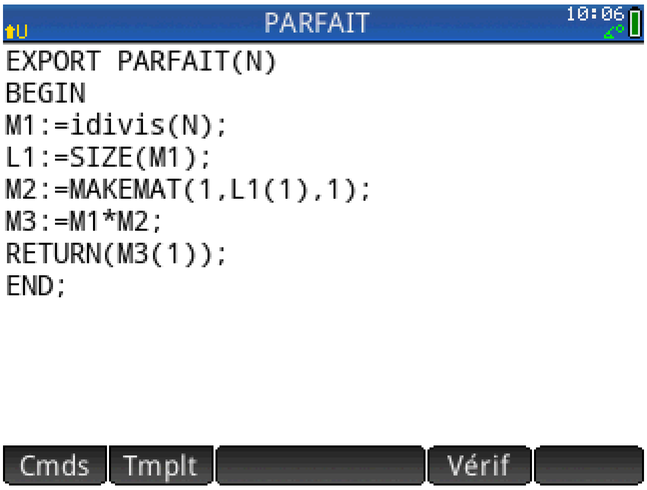
1/ La commande idivis de la HP Prime donne la liste de tous les diviseurs d'un nombre entier (sous forme de matrice-ligne par contre).
La commande *∑LIST* calcule la somme de tous les éléments d'une liste (et non d'une matrice).
On peut donc créer une matrice colonne remplie de 1 de taille le nombre de diviseurs pour effectuer la somme. On utilise la commande *MAKEMAT* pour créer une matrice.

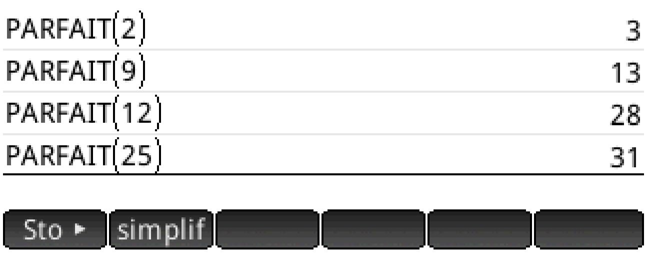
```
EXPORT PARFAIT(N)
BEGIN
M1:=idivis(N);
L1:=SIZE(M1);
M2:=MAKEMAT(1,L1(1),1);
M3:=M1*M2;
RETURN(M3(1));
END;
```

On teste le programme avec les nombres de l'énoncé sur l'écran CAS Settings.

2/ a/ On utilise la fonction créée pour établir le programme qui teste si un nombre est parfait.
On vérifie si cette fonction retourne le double de l'entier donné.

Captures d'écran :





On effectue ce test pour les entiers de 1 à 500 par l'intermédiaire d'une boucle Pour.

```
PAR
EXPORT PAR()
BEGIN
LOCAL I;
FOR I FROM 1 TO 500 DO
  IF PARFAIT(I)==2*I THEN
    PRINT(I+" ; ");
  END;
END;
END;
```

Cmds | Tmplt | Vérif

Le programme donne bien les trois entiers indiqués.

```
6 ;
28 ;
496 ;
```

2/ b/ La HP Prime possède une commande qui donne instantanément la décomposition en facteurs premiers de tout nombre entier : *ifactor*.

Stats – 1Var

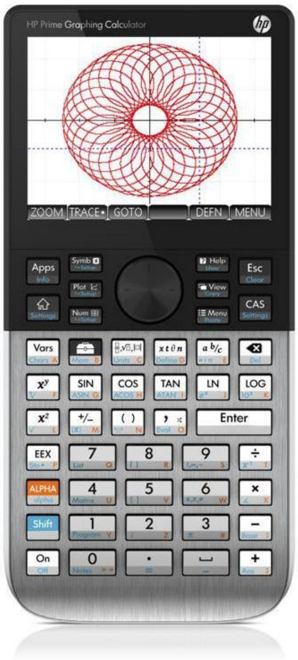
ifactor(6)	$2*3$
ifactor(28)	2^2*7
ifactor(496)	2^4*31

Sto ►

Interprétation géométrique des nombres complexes

CAPES

HP Prime



– L'exercice proposé au candidat
Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$. On note (c) le cercle de centre O et de rayon 1.

1. Faire la figure
2. Soit A un point de (c) d'affixe a. On note (T_a) la tangente en A à (c). Soit M un point du plan d'affixe z.
   Montrer que M appartient à (T_a) si et seulement si $\dfrac{z-a}{a}$ est imaginaire pur.
3. Déduire que M appartient à (T_a) si et seulement si z vérifie l'égalité : $z\overline{a} + \overline{z}a = 2$.
4. Soient A d'affixe a et B d'affixe b deux points distincts de (c) tels que $a + b \neq 0$. Montrer que les droites (T_a) et (T_b), tangentes à (c) respectivement en A et B, sont sécantes et que leur point d'intersection a pour affixe $\dfrac{2ab}{a+b}$.

– Le travail demandé au candidat
Pendant sa préparation, le candidat traitera les questions suivantes :
Q.1) Dégager les méthodes et les savoirs mis en jeu dans la résolution de l'exercice.
Q.2) Proposer une solution de la question 1) telle que le candidat la présenterait à une classe.

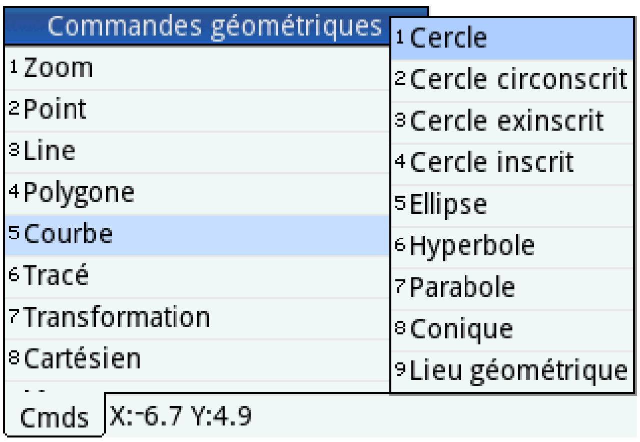
Solution pas à pas :

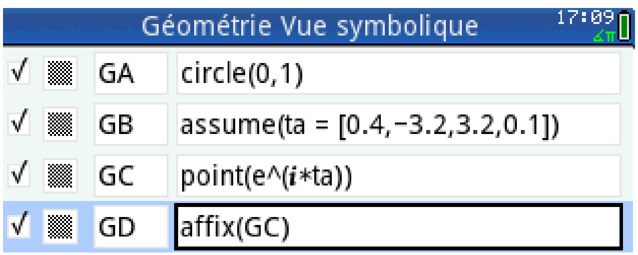
Voici la présentation d'une solution avec la HP Prime :

1/ On accède à l'application Géométrie depuis la touche Apps Info .
On saisit les différents objets géométriques de l'énoncé depuis l'écran symbolique accessible depuis la touche Symb Setup .
Appuyer sur l'onglet Nouv. pour créer un nouvel objet géométrique.
On commence par tracer le cercle depuis l'onglet Cmds > Courbe > *circle*.
On crée successivement tous les objets géométriques de l'énoncé en allant chercher les différentes commandes dans les menus tactiles.

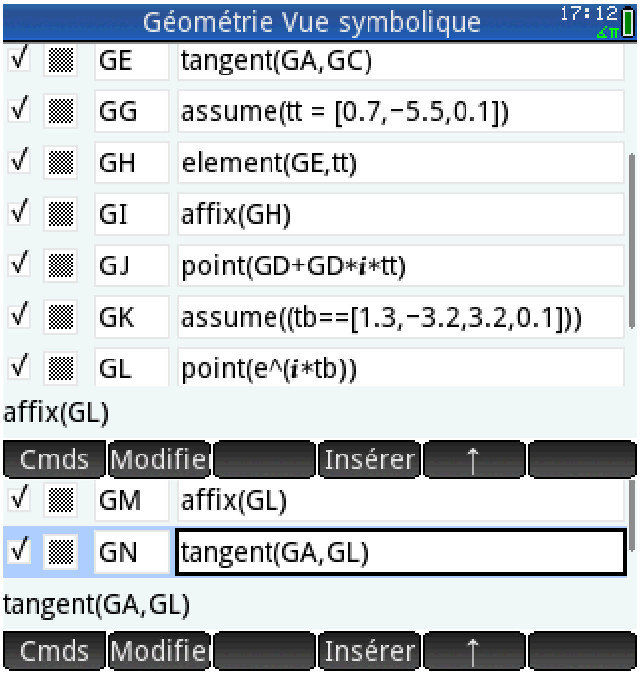
On obtient ainsi la liste des tracés ci-contre.

Captures d'écran :

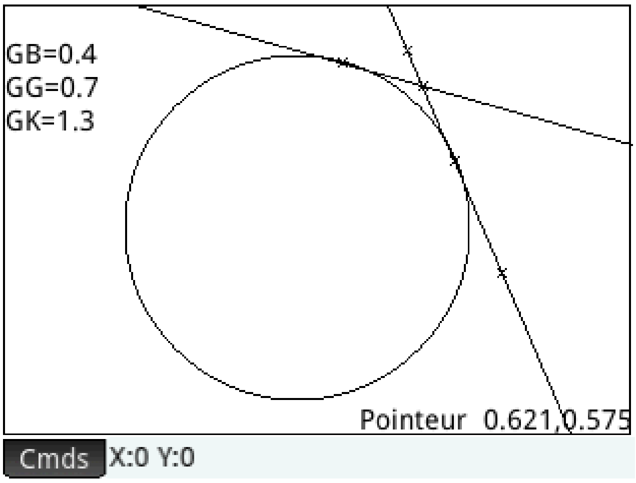




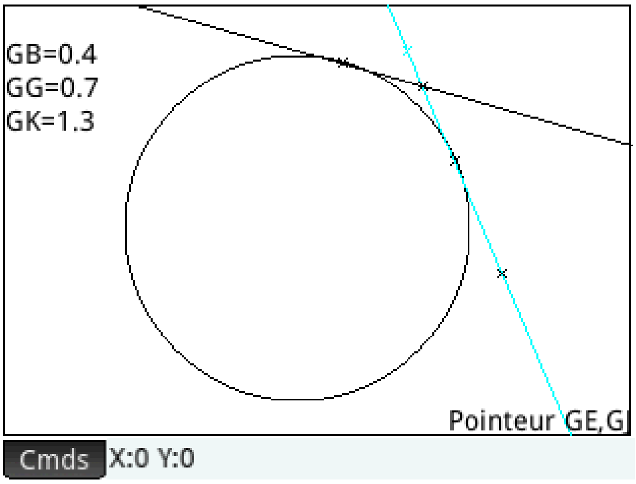
La commande *single_inter* renvoie l'intersection entre les deux tangentes au cercle.



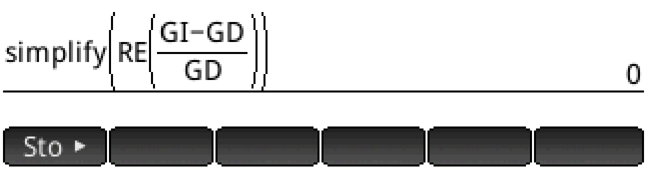
Une pression sur la touche donne le tracé.



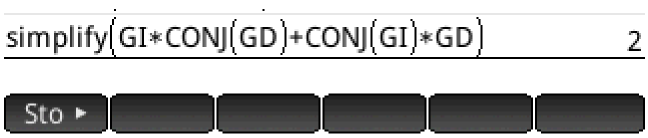
2/ Le point de la tangente désigné par le curseur ci-contre a pour affixe un imaginaire pur.



On peut le vérifier depuis l'écran de calcul (accessible depuis la touche) en tapant l'expression ci-contre avec la commande *RE* qui calcule la partie réelle d'un complexe.
GD désigne l'affixe du point de contact entre la tangente et le cercle et GI désigne l'affixe du point étudié de la tangente.

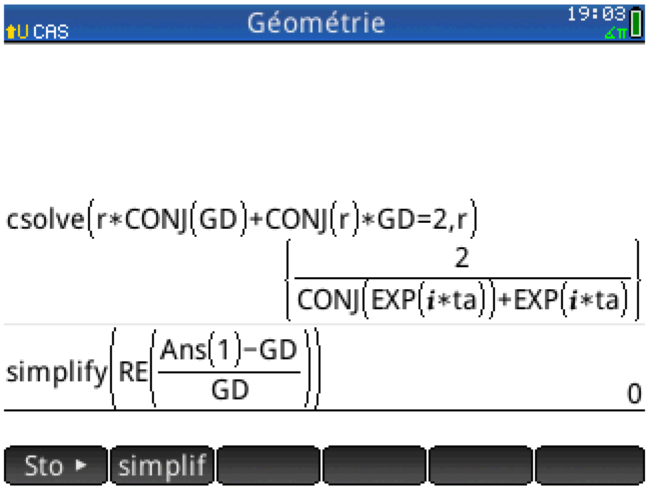


On trouve bien une partie réelle nulle : il s'agit donc d'un imaginaire pur.

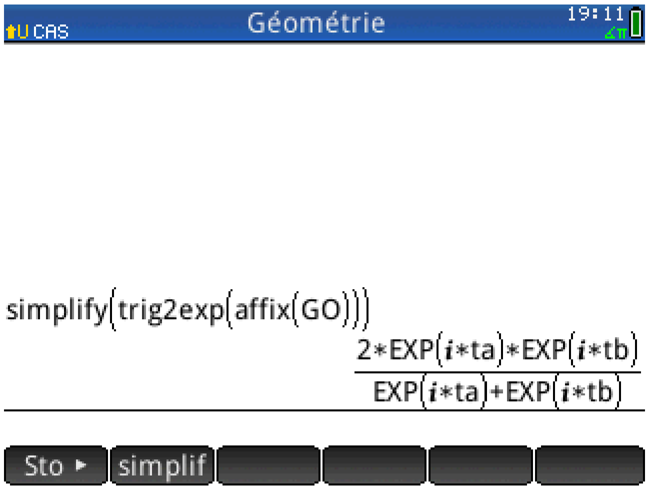


3/ Toujours sur l'écran de calculs, on tape l'expression ci-contre.
La commande *CONJ(* calcule le conjugué d'un nombre complexe.
On obtient 2.
Donc si le point M d'affixe m est sur la tangente T_A alors :

$$m\overline{a} + a\overline{m} = 2$$



Depuis l'écran CAS Settings avec la commande *csolve*, on cherche les affixes m vérifiant l'égalité précédente en tapant la commande ci-contre :
Si m est solution complexe alors (m – a)/a est imaginaire pur et donc d'après la question précédente, M est sur la tangente.



4/ Les tangentes à un cercle sont sécantes si et seulement si leurs points de contact avec le cercle ne sont pas diamétralement opposés, c'est-à-dire si et seulement si a + b ≠ 0.
GO désigne le point d'intersection des tangentes.
On tape donc la commande ci-contre.
En remplaçant les exponentielles de i*ta et i*tb par a et b, on obtient bien l'expression :

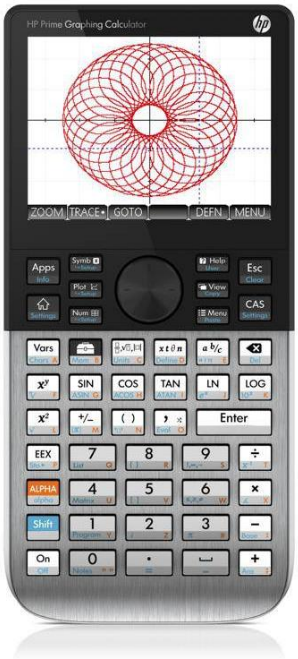
$$\frac{2ab}{a+b}$$

trig2exp renvoie l'expression d'une fonction trigonométrique sous forme exponentielles complexes (sans linéarisation).

Hauteur de nacelle

HP Prime

BTS Groupement B



Exercice type :

Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(t) = -10\mathrm{e}^{-0,3t} + 12.$$

On rappelle que $f(t)$ désigne la hauteur de la nacelle, exprimée en mètre, à l'instant t, exprimé en seconde.
On désigne par C la courbe représentative de f dans un repère $\left(\mathrm{O},\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\right)$.

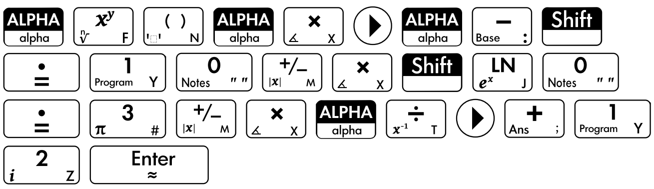
1. Déterminer la hauteur de la nacelle à l'instant $t = 0$.
2. **a.** Justifier que la courbe C admet une asymptote dont on donnera une équation.

   b. Déterminer le signe de $f'(t)$ sur $[0\,;\,+\infty[$ puis on déduire le sens de variation de la fonction f sur cet intervalle,

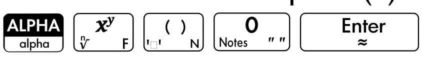
   c. La vitesse de la nacelle, en mètre par seconde, à l'instant t, exprimé en seconde, est modélisée par $f'(t)$. Calculer la vitesse de la nacelle à l'instant $t = 0$.

Solution pas à pas :

1/ Depuis l'écran CAS Settings, on définit la fonction f en tapant :

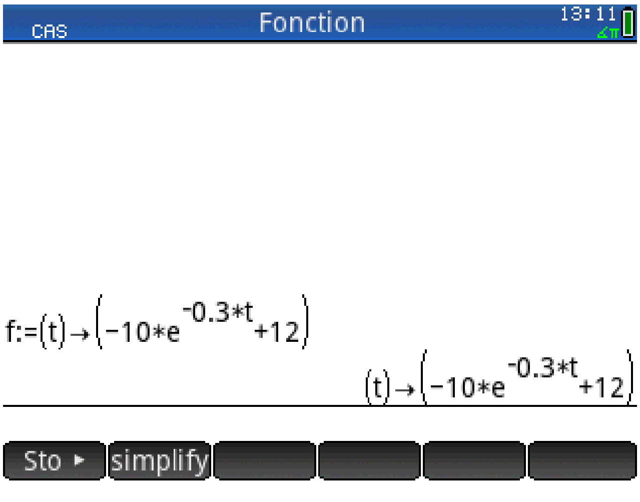


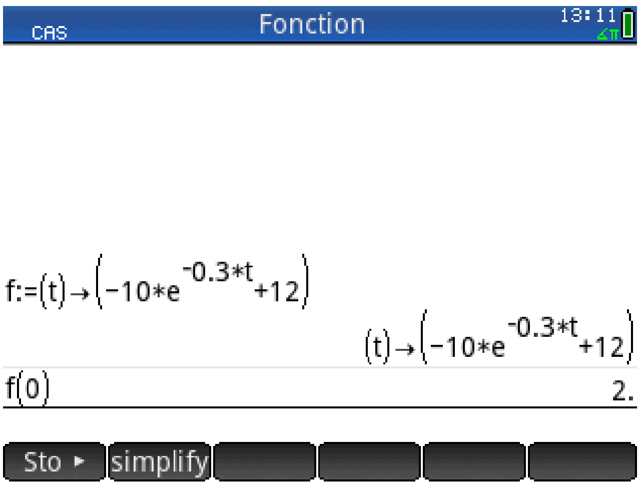
1. Le calcul de la hauteur de nacelle à l'instant t=0 se fait facilement en tapant f(0) :



On obtient 2 m.

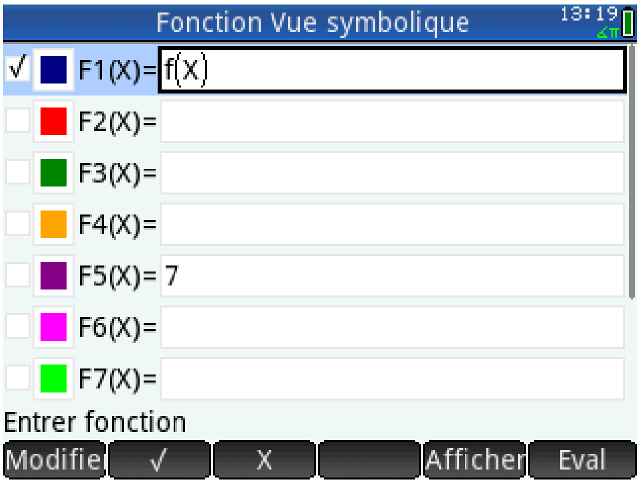
Captures d'écran :



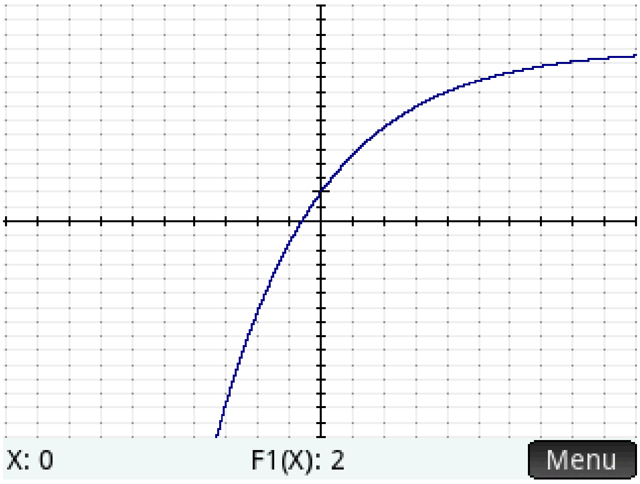


2. a. En lance l'application « Fonction » depuis la touche Apps Info.

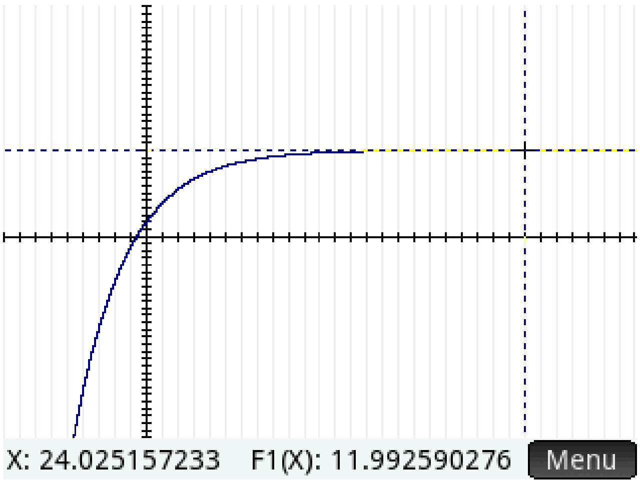
On entre à côté de F1(X) : f(X) pour représenter graphiquement la fonction désirée.



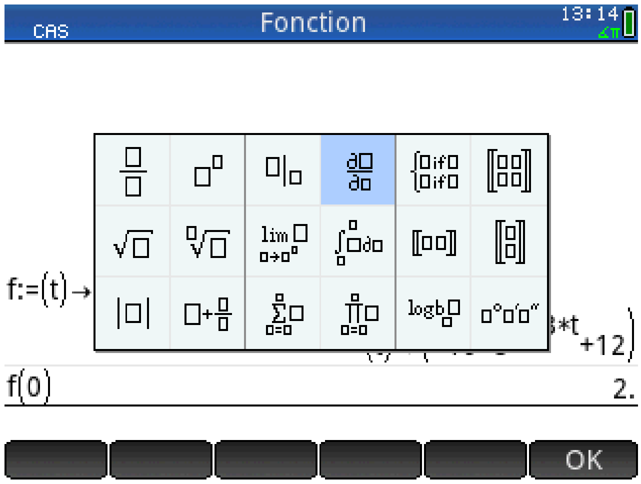
La touche Plot Setup permet d'obtenir la courbe.



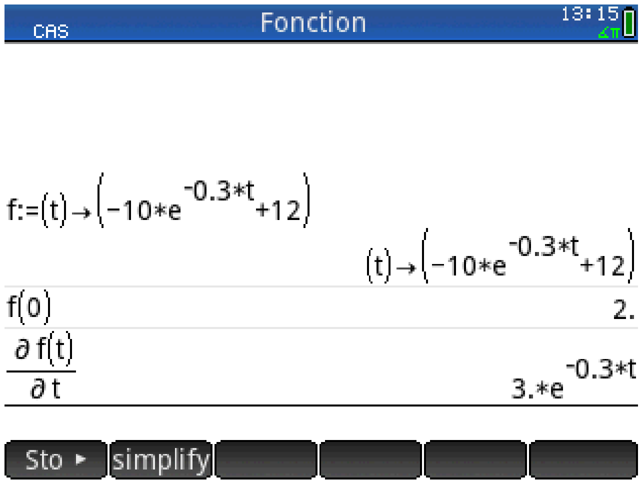
En dézoomant avec les doigts sur l'écran ou avec la touche − Base, on aperçoit une asymptote horizontale d'équation y = 12.



2. b. On peut dériver *f* depuis la touche et en se plaçant sur le symbole de la dérivée.

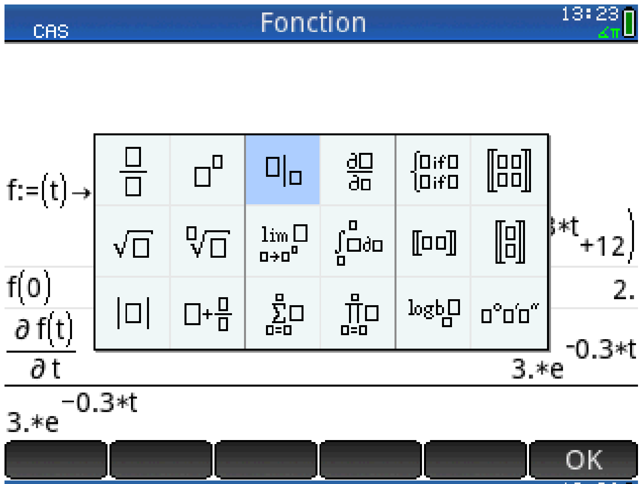


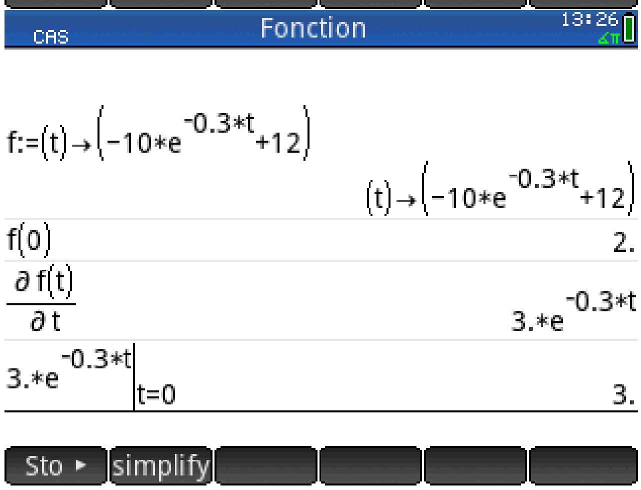
On complète les champs de saisie avec f(t) et la variable t.
La HP Prime renvoie la fonction dérivée.
On en déduit facilement son signe.



2. c. Pour obtenir la valeur de la dérivée en 0, on sélectionne l'expression de la dérivée avec puis on appuie sur la touche pour aller chercher le symbole de substitution et on complète le champ de saisie en précisant t = 0. Ce qui donne la valeur de la vitesse à l'instant t = 0 :

3 m/s

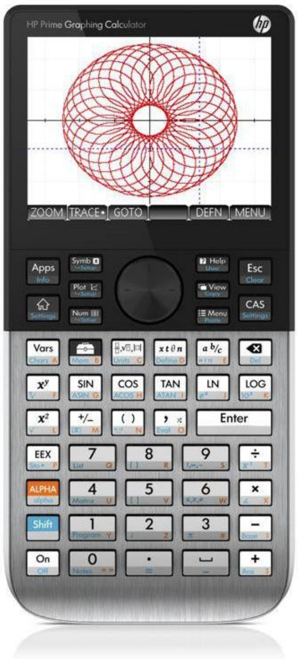




Stabilisation de nacelle

HP Prime

BTS Groupement B



Exercice type :

On considère que la nacelle est stabilisée dès lors que sa hauteur $f(t)$ à l'instant t vérifie l'encadrement :

$$11,9 \leqslant f(t) \leqslant 12.$$

On rappelle que la fonction f est définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(t) = -10e^{-0,3t} + 12.$$

L'objectif de cette partie est de déterminer à partir de quel instant la nacelle peut être considérée comme stabilisée.

1. On considère l'algorithme suivant :

Variable :	t est un nombre réel
Initialisation :	t prend la valeur 0
Traitement :	Tant que $f(t) < 11,9$
	t prend la valeur $t+1$
	Fin de Tant que
Affichage :	Afficher t

2. À partir de quel instant t_0, arrondi à la seconde, peut-on considérer que la nacelle est stabilisée ?

3. Proposer une modification de l'algorithme précédent afin qu'il permette d'obtenir une valeur approchée de t_0 arrondie au dixième.

Solution pas à pas :

1. On ouvre l'éditeur de programmes depuis les touches Shift 1 (Program Y)

On créer un nouveau programme pour saisir le code ci-contre.

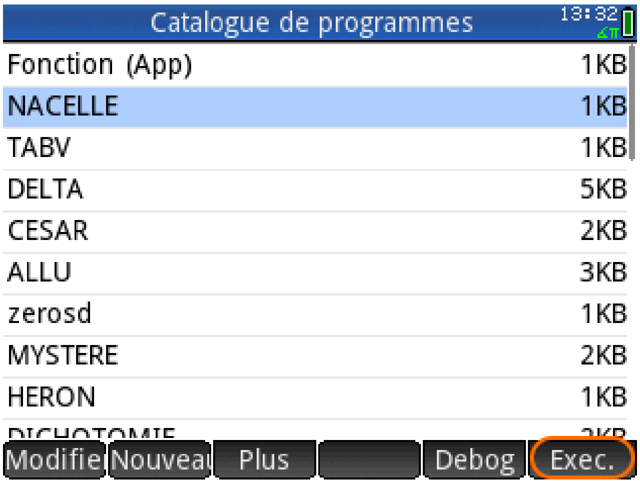
Rappels :

- La flèche de stockage pour les variables s'obtient avec Shift EEX (Sto ▸)
- Les lignes s'instructions doivent se terminer par un point-virgule accessible avec ALPHA + (Ans ;)

Captures d'écran :

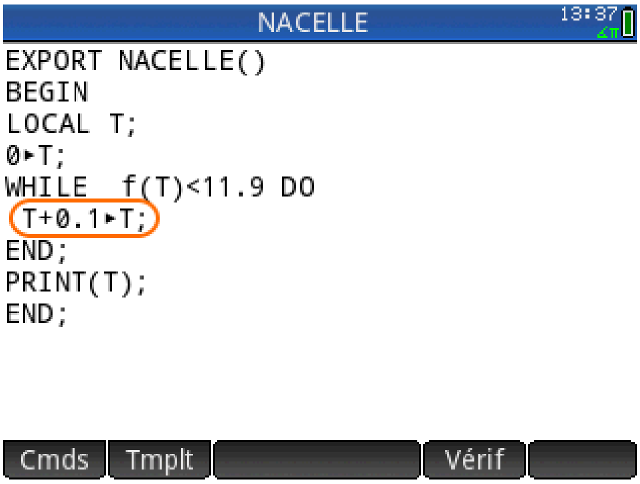
```
NACELLE                                  13:30
EXPORT NACELLE()
BEGIN
LOCAL T;
0▸T;
WHILE  f(T)<11.9 DO
 T+1▸T;
END;
PRINT(T);
END;

Cmds  Tmplt        Vérif
```

On lance le programme en retournant sur l'éditeur et en appuyant sur l'onglet Exec. Après s'être placé sur le programme.



2. Le programme exécuté nous renvoie 16.
La nacelle est stabilisée à partir de 16 s.

3. Pour obtenir une valeur approchée au dixième de cet instant, on modifie l'algorithme en changeant l'incrémentation de la variable T pour l'augmenter de dixième en dixième au lieu d'unités successives.

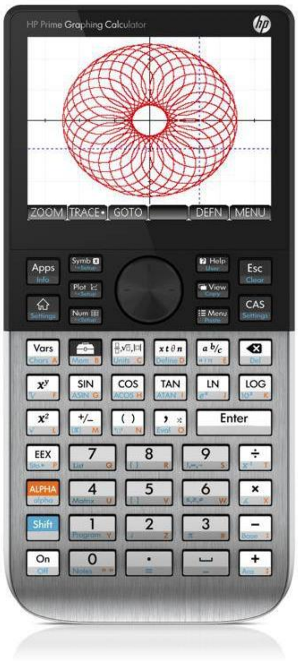


On relance le programme qui nous donne une approximation de l'instant de stabilisation à :

T = 15,4 s

Insérer une image
et s'en servir comme variable (sprites)

HP Prime



Le but est d'importer des images / sprites pour s'en servir dans un programme où elles seront affichées et mises en mouvement.

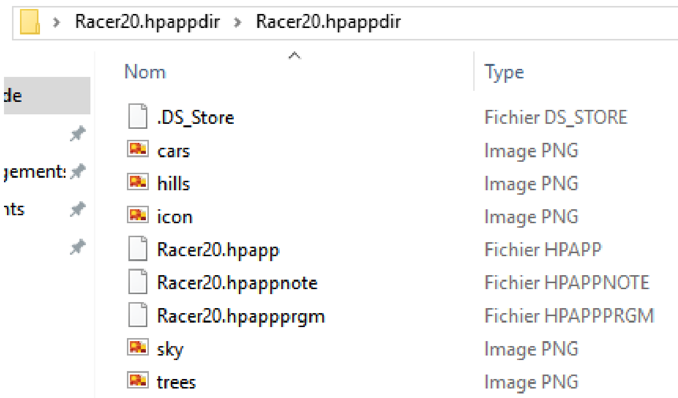
Solution pas à pas :

On prépare un dossier en .hpappdir éventuellement zippé dans lequel on insère les images et le programme.

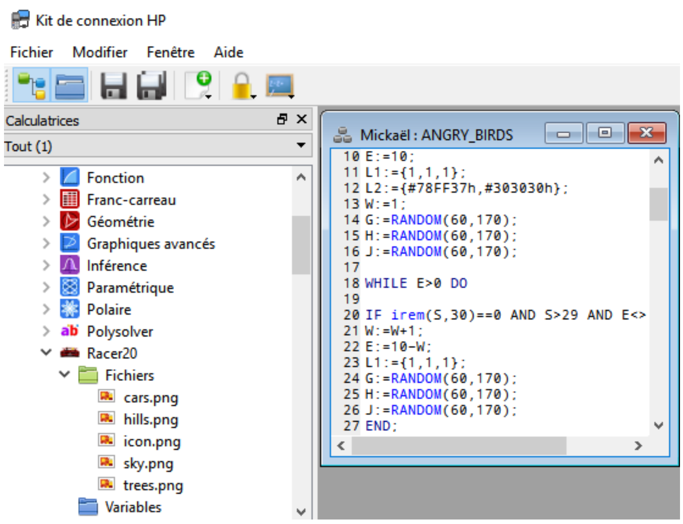
Ce dossier s'envoie directement sur la calculatrice avec le kit de connexion en le glissant dans la colonne de gauche dans « Bibliothèque d'applications ».

Pour rappel, il est possible de taper un programme sur l'ordinateur avec le kit de connexion en créant un nouveau programme par clic droit sur « Programmes » dévoilé en déroulant le contenu de la calculatrice dans la colonne de gauche et en double-cliquant sur le nouveau programme qui apparaît dans la liste. Une fenêtre où l'on saisit le code s'affiche alors dans la colonne centrale.

Captures d'écran :

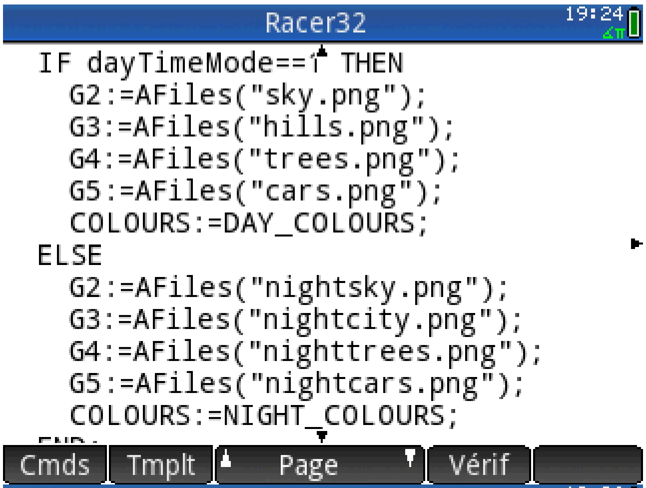


Jeu « Racer » de Mark Power

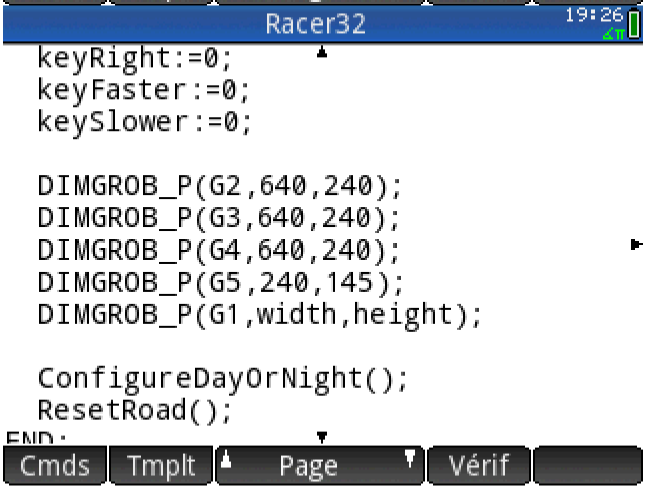


Pour faire appel aux images contenues dans le dossier dans un programme, on les enregistre dans les variables graphiques G1, G2, G3, … en faisant appel à la commande AFiles.
Par exemple, pour enregistrer l'image de la voiture (fichier cars.png) dans la variable G5, on saisira la ligne :

G5:=AFiles("cars.png");



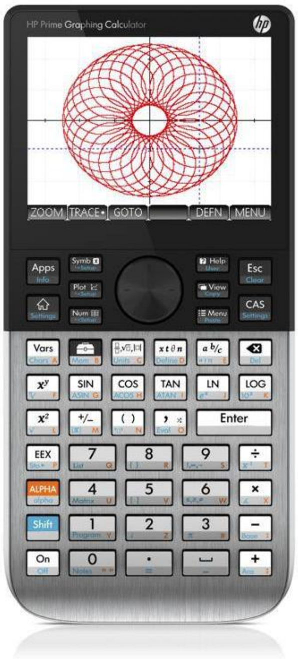
Pour ensuite afficher l'image et la mettre en mouvement, on utilise les commandes DIMGROB et BLIT_P.



Le fichier image dénommé icon.png présent dans le dossier .hpappdir est une icône de 38x38 pixels qui s'affichera en raccourci de l'application sur le bureau d'applications de la HP Prime.

Insérer de la syntaxe Python dans un programme

HP Prime



Ecrire en utilisant de la syntaxe en langage Python un programme calculant le terme d'un rang choisi de la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 0,5u_n + 2 \end{cases}$$

Solution pas à pas :

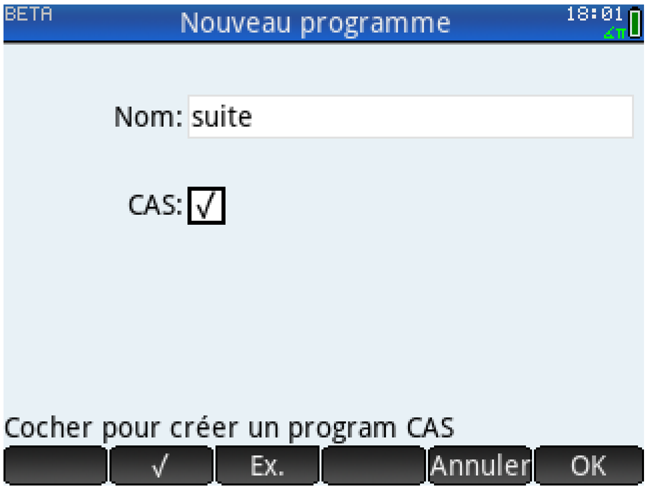
La possibilité d'intégrer de la syntaxe Python dans un programme sur la HP Prime est présente depuis le firmware de novembre 2017. Téléchargez la dernière version du firmware pour en bénéficier.

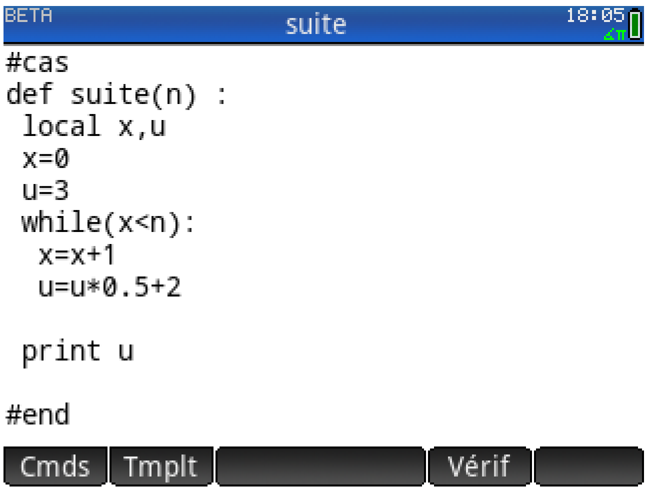
Lancer l'éditeur de programme avec la combinaison de touches Shift 1 Program Y.
Créer un nouveau programme avec l'onglet « Nouveau » puis entrer son nom.
Il est impératif de cocher la case CAS car seuls les programmes utilisant le calcul formel peuvent accueillir de la syntaxe Python.

Supprimer les balises BEGIN et END.
On peut ensuite saisir ce code qui définit une fonction suite calculant le terme de rang n.

Les indentations en début de ligne se font avec la touche ␣.

Captures d'écran :





Pour lancer le programme, appuyer sur la touche CAS Settings et utiliser le nom du programme.
Dans notre exemple, on tapera *suite(4)* pour calculer le terme de rang 4 de la suite.

La touche Enter ≈ permet d'en obtenir la valeur.