

hp 48gII calculadora gráfica

manual del usuario



i n v e n t

Edición 2

Número de parte de HP F2226-90005

Nota

REGISTRO SU PRODUCTO EN : www.register.hp.com

ESTE MANUAL Y CUALQUIER EJEMPLO CONTENIDO AQUÍ SE OFRECEN "TAL COMO ESTÁN" Y ESTÁN SUJETOS A CAMBIOS SIN PREVIO AVISO. LA COMPAÑÍA HEWLETT-PACKARD NO OFRECE GARANTÍAS DE NINGÚN TIPO CON RESPECTO A ESTE MANUAL, INCLUYENDO, PERO NO LIMITÁNDOSE A LAS GARANTÍAS IMPLÍCITAS DE COMERCIALIZACIÓN, SIN INFRINGIMIENTO DE APTITUD DEL PRODUCTO PARA FINES ESPECÍFICOS.

HEWLETT-PACKARD CO. NO SE HARÁ RESPONSABLE DE NINGÚN ERROR O DE DAÑOS INCIDENTALES CONSECUENTES ASOCIADOS A LA PROVISIÓN, FUNCIONAMIENTO O USO DE ESTE MANUAL O A LOS EJEMPLOS AQUÍ CONTENIDOS.

© Copyright 2003 Hewlett-Packard Development Company, L.P.

La reproducción, adaptación o traducción de este manual está prohibida sin previo permiso de la compañía Hewlett-Packard, excepto cuando lo permitan las leyes de derecho de autor.

Hewlett-Packard Company
4995 Murphy Canyon Rd,
Suite 301
San Diego, CA 92123

Historial de impresión

Edición 2

Diciembre de 2003

Índice de materias

Capítulo 1 – Preliminares, 1-1

Operaciones Básicas, 1-1

Baterías, 1-1

Encendido y apagado de la calculadora, 1-2

Ajustando el contraste de la pantalla, 1-2

Contenidos de la pantalla, 1-3

Menús, 1-3

El menú de herramientas (TOOL), 1-4

Cambiando la hora del día y la fecha, 1-4

Introducción al teclado de la calculadora, 1-5

Cambiando los modos de operación, 1-6

Modo operativo, 1-7

Formato de los números y punto o coma decimal, 1-11

Formato Estándar, 1-11

Formato con número de decimales fijo, 1-12

Formato científico, 1-13

Formato de ingeniería, 1-14

Coma vs. Punto decimales, 1-14

Medidas angulares, 1-15

Sistema de coordenadas, 1-16

Seleccionando opciones del CAS, 1-17

Explicación de las opciones del CAS, 1-18

Selección de los modos de la pantalla, 1-19

Selección del tipo de caracteres (font), 1-20

Selección de las propiedades del editor de línea, 1-21

Selección de las propiedades de la pantalla (Stack), 1-21

Selección de las propiedades del escritor de ecuaciones (EQW), 1-22

Referencias, 1-23

Capítulo 2 – Introducción a la calculadora, 2-1

Objetos en la calculadora, 2-1

Edición de expresiones en la pantalla, 2-1

- Creación de expresiones aritméticas, 2-1
- Creación de expresiones algebraicas, 2-4
- Uso del escritor de ecuaciones (EQW) para crear expresiones, 2-5**
 - Creación de expresiones aritméticas, 2-5
 - Creación de expresiones algebraicas, 2-8
- Organización de los datos en la calculadora, 2-9**
 - El directorio HOME, 2-9
 - Sub-directorios, 2-10
- Variables, 2-10**
 - Escritura del nombre de variables, 2-10
 - Creación de variables, 2-11
 - Modo algebraico, 2-12
 - Modo RPN, 2-13
 - Examinando el contenido de una variable, 2-14
 - Modo algebraico, 2-15
 - Modo RPN, 2-15
 - Utilizando la tecla  seguida de la tecla del menú, 2-15
 - Listado de variables en la pantalla, 2-16
 - Eliminación de las variables, 2-16
 - Usando la función PURGE en la pantalla en Modo algebraico, 2-17
 - Utilizando la función PURGE en la pantalla en Modo RPN, 2-17
- Las funciones UNDO y CMD, 2-17**
- Opciones CHOOSE boxes y Soft MENU, 2-18**
- Referencias, 2-20**

Capítulo 3 – Cálculos con números reales, 3-1

- Ejemplos de cálculos con números reales, 3-1**
 - Utilizando potencias de 10 al escribir datos, 3-4
- Las funciones de números reales en el menú MTH, 3-6**
 - Usando los menús de la calculadora, 3-7
 - Las funciones hiperbólicas y sus inversas, 3-7
- Operaciones con unidades, 3-9**
 - El menú de UNIDADES, 3-9
 - Unidades disponibles, 3-11

Agregando unidades a los números reales, 3-11
Prefijos de unidades, 3-12
Operaciones con unidades, 3-13
Conversión de unidades, 3-14
Constantes físicas en la calculadora, 3-15
Definiendo y usando funciones, 3-17
Referencia, 3-19

Capítulo 4 – Cálculos con números complejos, 4-1

Definiciones, 4-1
Seleccionando el modo complejo (COMPLEX), 4-1
Escritura de números complejos, 4-2
Representación polar de un número complejo, 4-2
Operaciones elementales con números complejos, 4-4
Los menús CMPLX, 4-4
El menú CMPLX a través del menú MTH, 4-4
El menú CMPLX en el teclado, 4-5
Funciones aplicadas a números complejos, 4-6
Función DROITE: la ecuación de una línea recta, 4-7
Referencia, 4-7

Capítulo 5 – Operaciones algebraicas y aritméticas, 5-1

Escritura de los objetos algebraicos, 5-1
Operaciones elementales con objetos algebraicos, 5-2
Funciones en el menú ALG, 5-4
Operaciones con funciones trascendentes, 5-6
Expansión y factorización utilizando las funciones log-exp, 5-6
Expansión y factorización utilizando funciones
trigonométricas, 5-7
Funciones en el menú ARITHMETIC, 5-8
Polinomios, 5-9
La función HORNER, 5-9
La variable VX, 5-9
La función PCOEF, 5-10
La función PROOT, 5-10
Las funciones QUOT y REMAINDER, 5-10

La función PEVAL, 5-11

Fracciones, 5-11

La función SIMP2, 5-11

La función PROPFAC, 5-12

La función PARTFRAC, 5-12

La función FCOEF, 5-12

La función FROOTS, 5-13

Operaciones con polinomios y fracciones, paso a paso, 5-13

Referencia, 5-14

Capítulo 6 – Solución de las ecuaciones, 6-1

Solución simbólica de las ecuaciones algebraicas, 6-1

La función ISOL, 6-1

La función SOLVE, 6-2

La función SOLVEVX, 6-4

La función ZEROS, 6-5

Menú de soluciones numéricas, 6-6

Ecuaciones polinómicas, 6-6

Solución(es) de una ecuación polinómica, 6-7

Generación de coeficientes de un polinomio dadas
las raíces, 6-7

Generación de una expresión algebraica para el polinomio, 6-8

Cálculos financieros, 6-9

Solución de ecuaciones con una sola incógnita con el NUM.SLV, 6-9

La función STEQ, 6-10

Solución de ecuaciones simultáneas con MSLV, 6-11

Referencia, 6-12

Capítulo 7 – Operaciones con listas, 7-1

Creación y almacenamiento de listas, 7-1

Operaciones con listas de números, 7-1

Cambio de signo, 7-1

Adición, sustracción, multiplicación, y división, 7-2

Funciones aplicadas a listas, 7-3

Listas de números complejos, 7-4

Listas de objetos algebraicos, 7-4

El menú MTH/LIST, 7-4

La función SEQ, 7-6

La función MAP, 7-6

Referencia, 7-7

Capítulo 8 – Vectores, 8-1

La escritura de vectores, 8-1

Escritura de vectores en la pantalla, 8-1

Almacenamiento de vectores en variables, 8-2

Utilizando el escritor de matrices (MTRW) para escribir vectores, 8-2

Operaciones elementales con vectores, 8-5

Cambio de signo, 8-5

Adición, sustracción, 8-6

Multiplicación o división por un escalar, 8-6

Función valor absoluto, 8-7

El menú MTH/VECTOR, 8-7

Magnitud, 8-7

Producto escalar (producto punto), 8-8

Producto vectorial (producto cruz), 8-8

Referencia, 8-9

Capítulo 9 – Matrices y álgebra lineal, 9-1

Escritura de matrices en la pantalla, 9-1

Utilizando el editor de matrices, 9-1

Escribiendo la matriz directamente en la pantalla, 9-2

Operaciones con matrices, 9-3

Adición y sustracción, 9-4

Multiplicación, 9-4

Multiplicación por un escalar, 9-4

Multiplicación de una matriz con un vector, 9-4

Multiplicación de matrices, 9-5

Multiplicación término-a-término, 9-5

La matriz identidad, 9-6

La matriz inversa, 9-6

El menú NORM de matrices, 9-7

La función DET, 9-7

La función TRACE, 9-7

Solución de sistemas lineales, 9-8

Utilizando la solución numérica de sistemas lineales, 9-8

Solución utilizando la matriz inversa, 9-10

Solución a través de "división" de matrices, 9-11

Referencias, 9-11

Capítulo 10 – Gráficas, 10-1

Opciones gráficas en la calculadora, 10-1

Gráfica de una expresión de la forma $y = f(x)$, 10-2

Tabla de valores de una función, 10-4

Gráficas tridimensionales de acción rápida (Fast 3D plots), 10-6

Referencia, 10-8

Capítulo 11 – Aplicaciones en el Cálculo, 11-1

El menú CALC (Cálculo) , 11-1

Límites y derivadas, 11-1

La función lim, 11-1

Las funciones DERIV y DERVX, 11-2

Anti-derivadas e integrales, 11-3

Las funciones INT, INTVX, RISCH, SIGMA y SIGMAVX, 11-3

Integrales definidas, 11-4

Series infinitas, 11-4

Las funciones TAYLR, TAYLRO, y SERIES, 11-5

Referencia, 11-6

Capítulo 12 – Aplicaciones en el Cálculo Multivariado, 12-1

Derivadas parciales, 12-1

Integrales múltiples, 12-2

Referencia, 12-2

Capítulo 13 – Aplicaciones en Análisis Vectorial, 13-1

El operador 'del', 13-1

Gradiente, 13-1

Divergencia, 13-2

Rotacional (Curl), 13-2

Referencia, 13-2

Capítulo 14 – Las ecuaciones diferenciales, 14-1

El menú CALC/DIFF, 14-1

Solución de las ecuaciones lineales y no lineales, 14-1

La función LDEC, 14-2

La función DESOLVE, 14-3

La variable ODETYPE, 14-4

Transformadas de Laplace, 14-5

Transformadas de Laplace y sus inversas en la calculadora, 14-5

Series de Fourier, 14-6

La función FOURIER, 14-6

Serie de Fourier para una función cuadrática, 14-7

Referencia, 14-8

Capítulo 15 – Distribuciones de probabilidad, 15-1

El sub-menú MTH/PROBABILITY..– parte 1, 15-1

Factoriales, combinaciones, y permutaciones, 15-1

Números aleatorios, 15-2

El sub-menú MTH/PROBABILITY – parte 2, 15-3

La distribución normal, 15-3

La distribución de Student, 15-4

La distribución Chi cuadrada, 15-4

La distribución F, 15-4

Referencia, 15-4

Capítulo 16 – Aplicaciones Estadísticas, 16-1

Datos de entrada, 16-1

Cálculos estadísticos para una sola variable, 16-2

Cálculo de distribuciones de frecuencias, 16-3

Ajustando datos a la función $y = f(x)$, 16-5

Medidas estadísticas adicionales, 16-6

Intervalos de confianza, 16-8

Prueba de hipótesis, 16-10

Referencia, 16-12

Capítulo 17 – Números en bases diferentes, 17-1

El menú BASE, 17-1

Escritura de números no decimales, 17-2

Referencia, 17-2

Garantía Limitada – G-1

Servicio, G-2

Información sobre normativas, G-4

Capítulo 1

Preliminares

El presente capítulo está destinado a proveer la información básica sobre la operación de la calculadora. Los ejercicios que se presentan a continuación permiten al usuario familiarizarse con las operaciones básicas y la selección de los modos de operación de la calculadora.

Operaciones Básicas

Los ejercicios siguientes tienen el propósito de describir la calculadora misma.

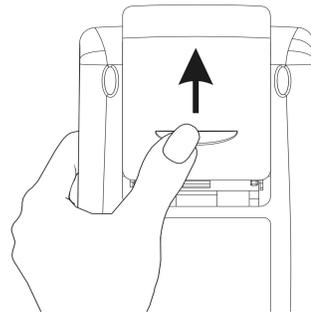
Baterías

La calculadora utiliza 3 baterías AAA (LR03) como fuente de alimentación principal y una batería de litio CR2032 para copia de seguridad de la memoria.

Antes de utilizar la calculadora, instale las baterías siguiendo el procedimiento que se describe a continuación.

Para instalar las baterías principales

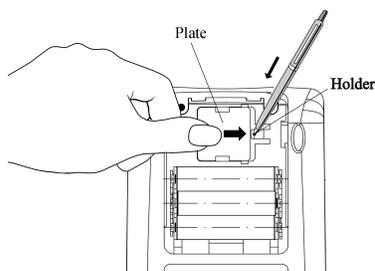
- a. **Compruebe que la calculadora esté apagada.** Deslice la tapa del compartimento de las baterías hacia arriba tal y como se indica la figura.



- b. Inserte 3 baterías AAA (LR03) nuevas en el compartimento principal. Asegúrese de que cada batería se inserta en la dirección indicada.

Para instalar las baterías de seguridad

- a. **Compruebe que la calculadora esté apagada.** Presione el elemento de sujeción hacia abajo. Empuje la placa en la dirección mostrada y levántela.



- b. Inserte una nueva batería de litio CR2032. Asegúrese de que el polo positivo (+) mira hacia arriba.
c. Vuelva a colocar la placa y acóplela en su ubicación original.

Después de instalar las baterías, presione [ON] para activar la alimentación.

Advertencia: cuando el icono de batería baja aparezca en la pantalla, reemplace las baterías cuanto antes. No obstante, intente no retirar la batería de seguridad y las baterías principales al mismo tiempo para evitar la pérdida de datos.

Encendido y apagado de la calculadora

La tecla **[ON]** se localiza en la esquina inferior izquierda del teclado. Pulse esta tecla para encender la calculadora. Para apagar la calculadora, pulse la tecla roja **[→]** (primera tecla en la segunda fila contada de la parte inferior del teclado), seguida de la tecla **[ON]**. La tecla **[ON]** tiene un rótulo rojo indicando OFF (apagar) en la esquina superior derecha para recalcar la operación de apagar la calculadora.

Ajustando el contraste de la pantalla

Uno puede ajustar el contraste de la pantalla al mantener presionada la tecla **[ON]** mientras pulsa la tecla **[+]** ó **[-]** simultáneamente.

La combinación **[ON]** (mantener) **[+]** produce una pantalla más oscura.

La combinación **[ON]** (mantener) **[-]** produce una pantalla más clara.

Contenidos de la pantalla

Encienda la calculadora una vez más. En la parte superior de la pantalla encontrará dos líneas de información que describen las características operativas de la calculadora. La primera línea muestra los caracteres:

RAD XYZ HEX R= 'X'

Los detalles de estas especificaciones se muestran en el Capítulo 2 de esta guía.

La segunda línea muestra los caracteres:

{ HOME }

que indican que el directorio HOME es el directorio activo para almacenar archivos en la memoria de la calculadora

Al pie de la pantalla se encuentran varios rótulos, a saber, , que están asociados con las seis *teclas de menú*, F1 a F6:       .

Los seis rótulos en la parte inferior de la pantalla cambian dependiendo del menú activo. Sin embargo, la tecla  siempre se asocia con el primer rótulo, la tecla  se asocia con el segundo rótulo, y así sucesivamente.

Menús

Los seis rótulos asociados con las teclas  a  forman parte de un menú de funciones de la calculadora. Dado que la calculadora solamente tiene seis teclas de menú, solo se muestran seis rótulos a la vez. Sin embargo, el menú puede tener más de seis opciones. Cada grupo de 6 opciones se conoce como una Página de Menú. Para mostrar la siguiente página de menú (si existe), presiónese la tecla  (NeXT, es decir, el siguiente menú). Esta tecla se localiza en la tercera columna y la tercera fila del teclado.

El menú de herramientas (TOOL)

El menú activo a este momento, conocido como el menú de herramientas (TOOL), está asociado con operaciones relacionadas a la manipulación de variables (véase la sección sobre variables in este Capítulo). Las diferentes funciones del menú de herramientas son las siguientes:

		EDITar el contenido de una variable (para información adicional, véase el Capítulo 2 en esta guía y el Capítulo 2 y el Apéndice L en la guía del usuario)
		Observar (VIEW) el contenido de una variable
		Recobrar (ReCaLL) el contenido de una variable
		Almacenar (STOre) el contenido de una variable
		Eliminar o borrar (PURGE) una variable
		Limpiar (CLEAR) la pantalla

Estas seis funciones forman la primera página del menú de herramientas (TOOL). Este menú tiene actualmente ocho opciones organizadas en dos páginas. La segunda página se obtiene al presionar la tecla .

En la segunda página del menú solamente las dos primeras teclas de menú tienen funciones asociadas. Estas funciones son:

		CASCMD: CAS CoMmanD, se utiliza para modificar el CAS (Computer Algebraic System, o Sistema Algebraico Computacional)
		HELP, menú informativo que describe las funciones disponibles en la calculadora

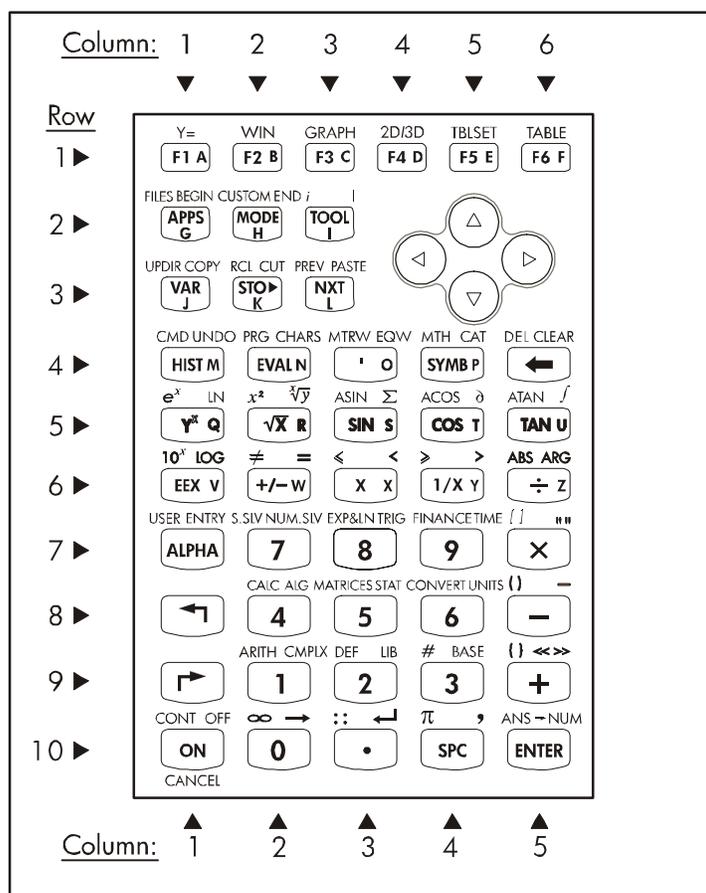
Al presionar la tecla  nuevamente, se obtiene el menú de herramientas (TOOL) original. Otra forma de recuperar el menú de herramientas (TOOL) es al presionar la tecla  (tercera columna y segunda fila en el teclado).

Cambiando la hora del día y la fecha

Véase el Capítulo 1 en la guía del usuario para aprender como cambiar la hora del día y la fecha en la calculadora.

Introducción al teclado de la calculadora

La figura siguiente muestra un diagrama del teclado de la calculadora enumerando sus filas y columnas. Cada tecla tiene tres, cuatro, o cinco funciones asociadas. La función principal de una tecla corresponde al rótulo más prominente en la tecla. La tecla verde de cambio izquierdo, tecla (9,1), la tecla roja de cambio derecho, tecla (9,1), y la tecla azul alfa (ALPHA), tecla (7,1), pueden combinarse con otras teclas para activar las funciones alternas que se muestran en el teclado.



Por ejemplo, la tecla **SYMB**, tecla(4,4), tiene las siguientes seis funciones asociadas:

- | | |
|--|---|
|  | Función principal, para activar el menú de operaciones simbólicas |
|  MTH | Función de cambio izquierdo, activa el menú de matemáticas (MTH) |
|  CAT | Función de cambio derecho, activa el CATálogo de funciones |
|  P | Función ALPHA, para escribir la letra P mayúscula |
|   P | Función ALPHA-cambio izquierdo, escribe la letra p minúscula |
|   P | Función ALPHA-cambio derecho, escribe el símbolo π |

De las seis funciones asociadas con una tecla, solamente las cuatro primeras se muestran en el teclado mismo. La figure siguiente muestra estas cuatro funciones para la tecla **SYMB**. Nótese que el color y la posición de los rótulos de las funciones en la tecla, a saber, **SYMB**, **MTH**, **CAT** y **P**, indican cual es la función principal (**SYMB**), y cual de las otras tres funciones se asocian con la tecla de cambio izquierdo  (**MTH**), con la tecla de cambio derecho  (**CAT**), y con la tecla  (**P**).

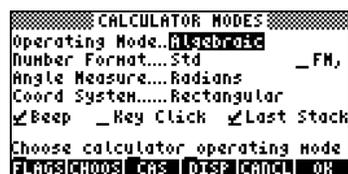


Para información adicional sobre la operación del teclado de la calculadora, refiérase al Apéndice B en la guía del usuario.

Cambiando los modos de operación

Esta sección asume que el usuario se ha familiarizado con el uso de los menús y las formas interactivas de entradas de datos (si éste no es el caso, refiérase al Apéndice A en la guía del usuario).

Presione la tecla **MODE** (segunda fila y segunda columna del teclado) para activar la forma interactiva denominada *CALCULATOR MODES*:



Presione la tecla **F6** para recuperar la pantalla normal. Ejemplos de los diferentes modos de operación se muestran a continuación.

Modo operativo

La calculadora presenta dos modos de operación: el *modo Algebraico*, y el modo de *Notación Polaca Reversa (Reverse Polish Notation, RPN)*. Si bien el modo Algebraico es el modo predefinido de operación (como se indica en la figure anterior), usuarios con experiencia en previos modelos de las calculadoras HP podrían preferir el modo RPN.

Para seleccionar el modo operativo, actívese la forma interactiva titulada *CALCULATOR MODES* presionando la tecla **MODE**. La opción *Operating Mode* (Modo Operativo) es seleccionada automáticamente. Seleccionese el modo operativo Algebraico o RPN usando, ya sea, la tecla **+/-** (segunda columna y quinta fila en el teclado), o la tecla **F2** (escoger, **F2**). Si se usa el procedimiento ultimo, úsense las teclas direccionales verticales, **▲**, **▼**, para seleccionar el modo operativo, y presiónese la tecla **F6** para completar la operación.

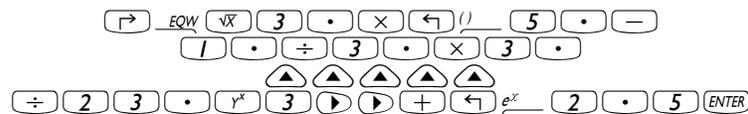
Para ilustrar la diferencia entre los dos modos operativos, a continuación procedemos a calcular la siguiente expresión en los dos modos operativos:

$$\sqrt{\frac{3.0 \cdot \left(5.0 - \frac{1}{3.0 \cdot 3.0} \right)}{23.0^3} + e^{2.5}}$$

Para escribir esta expresión, usaremos el escritor de ecuaciones (*equation writer*), $\left[\text{EQW} \right]$. Antes de continuar, le invitamos a identificar las siguientes teclas, además de las teclas numéricas:



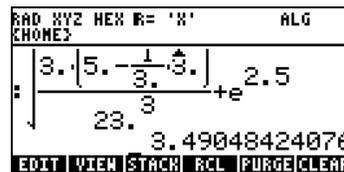
El escritor de ecuaciones representa un ambiente en el que uno puede construir expresiones matemáticas usando notación matemática explícita incluyendo fracciones, derivadas, integrals, raíces, etc. Para escribir la expresión antes mencionada en el escritor de ecuaciones, utilícese la secuencia de teclas siguiente:



Después de presionar la tecla $\left[\text{ENTER} \right]$ la pantalla muestra la siguiente expresión:

$$\sqrt{(3. * (5. - 1 / (3. * 3.)) / 23.^3 + \text{EXP}(2.5))}$$

Al presionar la tecla $\left[\text{ENTER} \right]$ una vez más produce el siguiente resultado (acepte el cambio a modo Approx., de ser necesario, presionando la tecla $\left[\text{MODE} \right]$):



Uno puede escribir la expresión directamente en la pantalla sin usar el escritor de ecuaciones, como se muestra a continuación:

\sqrt{x} \leftarrow $()$ 3 \cdot \times \leftarrow $()$ 5 \cdot $-$
 1 \div 3 \cdot \times 3 \cdot \rightarrow
 \div 2 3 \cdot y^x 3 $+$ \leftarrow e^x 2 \cdot 5 ENTER

Cámbiese el modo operativo a RPN comenzando al presionar la tecla MODE . Selecciónese el modo operativo *RPN* utilizando ya sea la tecla +/- , o la tecla MODE del menú. Presiónese la tecla F6 del menú para completar la operación. La pantalla en el modo operativo RPN se muestra a continuación:

```

4:
3:
2:
1:
EDIT VIEW RCL STOP PURGE CLEAR

```

Nótese que la pantalla muestra varios niveles identificados por los números 1, 2, 3, etc. Esta pantalla se denomina la pila (*stack*) de la calculadora. Los diferentes niveles se denominan los niveles de la pila, es decir, nivel 1, nivel 2, etc.

Básicamente, en el modo operativo RPN en vez de escribir la operación $3 + 2$ de esta forma:

3 $+$ 2 ENTER

se escriben primero los operandos, en el orden apropiado, seguidos del operador, por ejemplo,

3 ENTER 2 ENTER $+$

A medida que se escriben los operandos, éstos pasan a ocupar diferentes niveles en la pila. Al escribirse, por ejemplo, 3 ENTER , el número 3 aparece en el nivel 1. A continuación, escríbase 2 ENTER para promover el número 3 al nivel 2. Finalmente, al presionar $+$, se indica a la calculador que aplique el operador, o programa, $+$ a los objetos que ocupan los niveles 1 y 2. El resultado, es este caso 5, aparece en el nivel 1.

Calcúlense las siguientes operaciones antes de intentar las operaciones presentadas anteriormente usando el sistema operativo algebraico:

123/32	<input type="button" value="1"/> <input type="button" value="2"/> <input type="button" value="3"/> <input type="button" value="ENTER"/> <input type="button" value="3"/> <input type="button" value="2"/> <input type="button" value="÷"/>
4^2	<input type="button" value="4"/> <input type="button" value="ENTER"/> <input type="button" value="2"/> <input type="button" value="y<sup>x</sup>"/>
$^3\sqrt{\sqrt{27}}$	<input type="button" value="2"/> <input type="button" value="7"/> <input type="button" value="ENTER"/> <input type="button" value="√x"/> <input type="button" value="3"/> <input type="button" value="↵"/> <input type="button" value="√y"/>

Obsérvese la posición de la y y la x en las dos operaciones últimas. La base en la operación exponencial es y (nivel 2), mientras que el exponente es x (nivel 1) antes de presionarse la tecla y^x . De manera similar, en la operación de la raíz cúbica, y (nivel 2) es la cantidad bajo el signo radical, y x (nivel 1) es la raíz.

Ejécútese el siguiente ejercicio involucrando 3 factores: $(5 + 3) \times 2$

<input type="button" value="5"/> <input type="button" value="ENTER"/> <input type="button" value="3"/> <input type="button" value="ENTER"/> <input type="button" value="+"/> <input type="button" value="2"/> <input type="button" value="x"/>	Calcúlense (5 + 3) primero. Complétese la operación.
--	---

Calcúlense la expresión propuesta anteriormente:

$$\sqrt{\frac{3 \cdot \left(5 - \frac{1}{3 \cdot 3}\right)}{23^3} + e^{2.5}}$$

<input type="button" value="3"/> <input type="button" value="ENTER"/>	Escribese 3 en el nivel1
<input type="button" value="5"/> <input type="button" value="ENTER"/>	Escribese 5 en el nivel1, 3 pasa al nivel 2
<input type="button" value="3"/> <input type="button" value="ENTER"/>	Escribese 3 en el nivel1, 5 pasa al nivel 2, 3 pasa al nivel 3
<input type="button" value="3"/> <input type="button" value="x"/>	Escribese 3 y ejecútese la multiplicación, 9 se muestra en el nivel1
<input type="button" value="1/x"/>	$1/(3 \times 3)$, último valor en nivel 1; 5 en el nivel2; 3 en el nivel3
<input type="button" value="-"/>	$5 - 1/(3 \times 3)$, ocupa el nivel 1; 3 en el nivel2
<input type="button" value="x"/>	$3 \times (5 - 1/(3 \times 3))$, ocupa el nivel 1
<input type="button" value="2"/> <input type="button" value="3"/> <input type="button" value="ENTER"/>	Escribese 23 en el nivel1, 14.6666 pasa al nivel 2.

$\boxed{3}$ $\boxed{y^x}$	Escribese 3, calcúlese 23^3 en nivel 1. 14.666 en nivel 2.
$\boxed{\div}$	$(3 \times (5 - 1 / (3 \times 3))) / 23^3$ en nivel 1
$\boxed{2}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{5}$	Escribese 2.5 en el nivel 1
$\boxed{\leftarrow}$ e^x	$e^{2.5}$, pasa al nivel 1, nivel 2 muestra el valor anterior
$\boxed{+}$	$(3 \times (5 - 1 / (3 \times 3))) / 23^3 + e^{2.5} = 12.18369$, en nivel 1
$\boxed{\sqrt{x}}$	$\sqrt{((3 \times (5 - 1 / (3 \times 3))) / 23^3 + e^{2.5})} = 3.49\dots$, en nivel 1.

Para seleccionar modo operativo ALG vs. RPN, uno puede activar / desactivar la señal de sistema número 95 utilizando las siguientes teclas:



Formato de los números y punto o coma decimal

Al cambiar el formato de los números permite mostrar resultados en diferentes formas. Esta opción es muy útil en operaciones que involucran potencias de diez o si se quiere limitar el número de cifras decimales en los resultados.

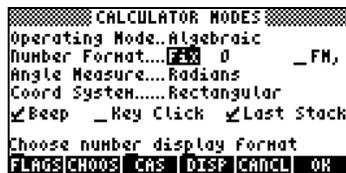
Para seleccionar el formato de los números, actívese primero la forma interactiva denominada CALCULATOR MODES al presionar la tecla $\boxed{\text{MODE}}$. Utilícese entonces la tecla direccional vertical, $\boxed{\nabla}$, para seleccionar la opción *Number format*. El valor preseleccionado es *Std*, o formato estándar. En este formato, la calculadora mostrará números reales con punto decimal flotante y con la máxima precisión disponible (12 cifras significativas) Para mayor información sobre números reales en la calculadora véase el Capítulo 2 en la guía del usuario. Ejemplos que utilizan el formato estándar y otros formatos se muestran a continuación:

- Formato Estándar:**
 Este modo es el más utilizado dado que muestra los números en su notación mas común. Presiónese la tecla de menú $\boxed{\text{MENU}}$, con la opción *Number format* mostrando el valor *Std*, para recobrar la pantalla normal. Escríbese el número 123.4567890123456 (con 16 cifras significativas). Presiónese la tecla $\boxed{\text{ENTER}}$. El número se redondea al máximo de 12 cifras significativas, y se muestra de la siguiente manera:

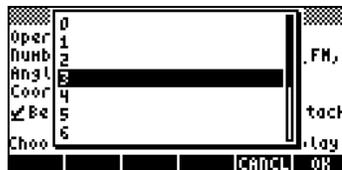


- **Formato con número de decimales fijo:**

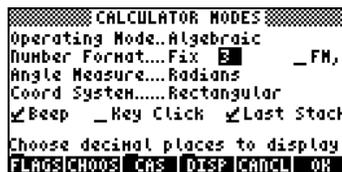
Presiónese la tecla **MODE**, y utilícese la tecla direccional vertical, **▼**, para seleccionar la opción *Number format*. Presiónese la tecla de menú **■** (**F2**), y selecciónese la opción *Fixed* utilizando la tecla **▼**.



Presiónese la tecla direccional horizontal, **▶**, y selecciónese el cero en frente de la opción *Fix*. Presiónese la tecla de menú **■** y selecciónese el valor 3 (como ejemplo), utilizando las teclas direccionales verticales, **▲▼**.



Presiónese la tecla de menú **■** para completar la selección:



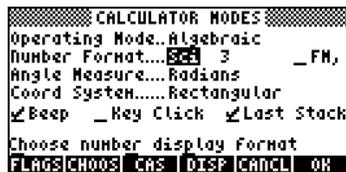
Presiónese la tecla de menú **■** para recobrar la pantalla normal. El número que se utilizó anteriormente se muestra ahora como:



Nótese que la parte decimal es redondeada, y no truncada. Por ejemplo, con este formato, el número 123.4567890123456 se muestra como 123.457, y no como 123.456. Esto se debe a que el tercer decimal, 6 es > 5 .

- **Formato científico**

Para seleccionar este formato, presiónese primero la tecla MODE . A continuación, utilícese la tecla direccional vertical, \downarrow , para seleccionar la opción *Number format*. Presiónese la tecla MODE ($F2$), y selecciónese la opción *Scientific* utilizando la tecla \downarrow . Manténgase el número 3 en frente de *Sci*. (Este número puede cambiarse de la misma manera en que se cambió la opción *Fixed* en el ejemplo anterior).



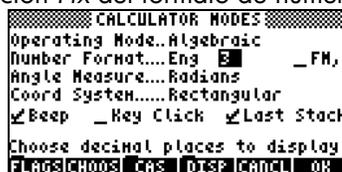
Presiónese la tecla MODE para recobrar la pantalla normal. El número utilizado anteriormente se muestra ahora de la forma siguiente:



Este resultado, $1.23E2$, es la versión de la notación de potencias de diez, es decir 1.235×10^2 , proveída por la calculadora. En este formato científico, el número 3 en frente de la opción *Sci* representa el número de cifras significativas que siguen al punto decimal. La notación científica siempre incluye una cifra entera como se mostró anteriormente. En este ejemplo, por lo tanto, el número de cifras significativas es cuatro.

- **Formato de ingeniería**

El formato de ingeniería (engineering format) es muy similar al científico, excepto que el exponente en la potencia de diez es un múltiplo de 3. Para seleccionar este formato, presiónese primero la tecla MODE , y utilícese la tecla direccional, ∇ , para seleccionar la opción *Number format*. Presiónese la tecla MODE ($F2$), y selecciónese la opción *Engineering* con la tecla ∇ . Manténgase el número 3 delante de la opción *Eng*. (Este número puede cambiarse de la misma manera en que se cambió para la opción *Fix* del formato de número).



Presiónese la tecla MODE para recuperar la pantalla normal. El número utilizado en los ejemplos anteriores se muestra ahora de la siguiente manera:



Dado que este número posee tres cifras en la parte decimal, se muestra con cuatro cifras significativas y un exponente de cero cuando se utiliza el formato de ingeniería. Por ejemplo, el número 0.00256 se muestra como:

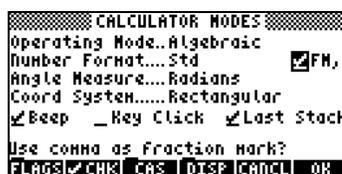


- **Coma vs. Punto decimales**

Puntos decimales en números reales pueden reemplazarse con comas, si el usuario está acostumbrado a esa notación. Para reemplazar los puntos decimales con comas, cámbiese la opción *FM* en la forma interactiva denominada *CALCULATOR MODES* como se muestra a

continuación (Nótese que hemos cambiado el formato de números a estándar, *Std*):

- Presiónese primero la tecla MODE . Después, presiónese la tecla direccional vertical, \downarrow , una vez, y la tecla direccional horizontal, \rightarrow , dos veces, seleccionando así la opción $_FM$. Para seleccionar comas, presiónese la tecla de menú F2 . La forma interactiva lucirá como se muestra a continuación:



- Presiónese la tecla de menú F2 para recobrar la pantalla normal. Por ejemplo, el número 123.4567890123456, utilizado anteriormente, se mostrará de la forma siguiente utilizando comas:



Medidas angulares

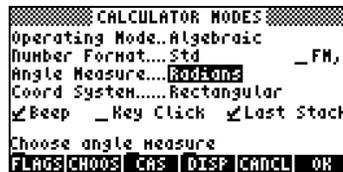
Las funciones trigonométricas, por ejemplo, requieren argumentos que representan ángulos en el plano. La calculadora provee tres modos diferentes de medidas angulares, a saber:

- *Grados (Degrees)*: Existen 360 grados (360°) en un círculo.
- *Radianes*: Existen 2π radianes ($2\pi^r$) en un círculo.
- *Grados decimales (Grades)*: Existen 400 grades (400^g) en un círculo.

Las medidas angulares afectan los resultados de funciones tales como seno(SIN), COS, TAN y funciones asociadas.

Para seleccionar las medidas angulares utilícese el procedimiento siguiente:

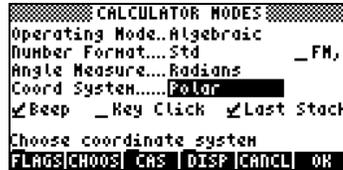
- Presiónese primero la tecla **MODE**. A continuación, utilícese la tecla **▼**, dos veces. Seleccione la opción *Angle Measure* utilizando ya sea la tecla **+/-** (segunda columna en la quinta fila contando de abajo hacia arriba), o la tecla de menú **MODE** (**F2**). Si se utiliza la última opción, utilícense las teclas direccionales verticales, **▲** **▼**, para seleccionar la medida angular, y presiónese la tecla **MODE** (**F6**) para completar la operación. Por ejemplo, en la siguiente pantalla, se selecciona Radianes como la medida angular:



Sistema de coordenadas

La selección del sistema de coordenadas afecta la forma en se escriben y se muestran vectores y números complejos. Para mayor información sobre números complejos y vectores, véanse los Capítulos 4 y 8, respectivamente, en esta guía. Existen tres sistemas de coordenadas en la calculadora: Rectangulares (RECT), Cilíndricas (CYLIN), y Esféricas (SPHERE). Para seleccionar el sistema de coordenadas utilícese el procedimiento siguiente:

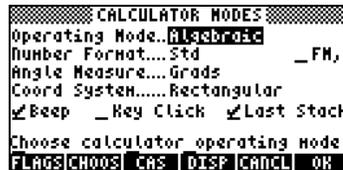
- Presiónese primero la tecla **MODE**. A continuación, utilícese la tecla direccional vertical, **▼**, tres veces. Una vez seleccionada la opción *Coord System*, seleccione la medida angular utilizando la tecla **+/-**, o la tecla **MODE** (**F2**). Si se sigue la última opción, utilícense las teclas direccionales verticales, **▲** **▼**, para seleccionar el sistema de coordenadas, y presiónese la tecla **MODE** (**F6**) para completar la operación. Por ejemplo, en la siguiente pantalla se seleccionan coordenadas polares:



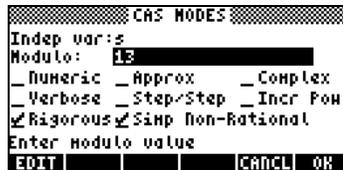
Seleccionando opciones del CAS

El término CAS significa Computer Algebraic System, o Sistema Algebraico Computacional. El CAS es el centro matemático de la calculadora donde residen las operaciones y funciones simbólicas de la misma. El CAS presenta un número de opciones que pueden ajustarse de acuerdo a la operación de interés. Para ver las opciones del CAS utilícese el procedimiento siguiente:

- Presiónese la tecla **MODE** para activar la forma interactiva denominada CALCULATOR MODES.



- Para cambiar las opciones del CAS presiónese la tecla de menú **2nd**. Los valores predefinidos de las opciones del CAS se muestran en la figura siguiente:



- Para navegar a través de las diferentes opciones en la forma interactiva denominada CAS MODES, utilícese las teclas direccionales: **←** **→** **↓** **↑**.
- Para seleccionar o remover cualquiera de las opciones indicadas anteriormente, selecciónese la línea que precede a la opción de interés, y

presiónese la tecla de menú  hasta que se obtenga la opción apropiada. Una vez seleccionada cierta opción, aparecerá una marca de aprobado (✓) en la línea que precede a la opción seleccionada (por ejemplo, véanse las opciones *Rigorous* y *Simp Non-Rational* en la pantalla mostrada anteriormente). En las opciones que no han sido seleccionadas no se mostrarán marcas de aprobado (✓) en la línea precedente (por ejemplo, en las opciones *_Numeric*, *_Approx*, *_Complex*, *_Verbose*, *_Step/Step*, y *_Incr Pow* mostradas anteriormente).

- Después de haber seleccionado o removido todas las opciones deseadas en la forma interactiva denominada CAS MODES, presiónese la tecla de menú . Esta acción permite regresar a la forma interactiva denominada CALCULATOR MODES. Para recobrar la pantalla normal presiónese la tecla de menú  una vez más.

Explicación de las opciones del CAS

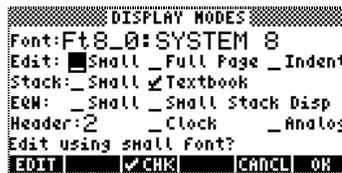
- Indep var: La variable independiente para las aplicaciones del CAS. Usualmente, $VX = 'X'$.
- Modulo: Para operaciones en la aritmética modular esta variable almacena el módulo del anillo aritmético (véase el Capítulo 5 en la guía del usuario de la calculadora).
- Numeric: Cuando se selecciona esta opción la calculadora produce resultados numéricos en las operaciones.
- Approx: Cuando se selecciona esta opción, la calculadora usa el modo denominado aproximado (Approx) y produce resultados numéricos en las operaciones. Si esta opción no es seleccionada, el CAS utiliza el modo exacto (Exact), el cual produce resultados simbólicos en las operaciones algebraicas.
- Complex: Cuando se selecciona esta opción, las operaciones con números complejos son activadas. Si no se selecciona esta opción, la calculadora opera en modo Real, lo que significa que se activan las operaciones con números reales. Para mayor información sobre operaciones con números reales véase el Capítulo 4 en esta guía.
- Verbose: Si se selecciona esta opción la calculadora provee información detallada al realizar ciertas operaciones del CAS.

- Step/Step: Si se selecciona esta opción, la calculadora provee resultados intermedios detallados (paso-a-paso) en ciertas operaciones que usan el CAS. Esta opción puede ser útil para obtener pasos intermedios en sumatorias, derivadas, integrales, operaciones con polinomios (por ejemplo, divisiones sintéticas), y operaciones matriciales.
- Incr Pow: Potencia creciente (Increasing Power), significa que, si se selecciona esta opción, los términos de los polinomios se mostrarán con un orden reciente de las potencias de la variable independiente.
- Rigorous: Si se selecciona esta opción la calculadora no simplifica la función valor absoluto $|X|$ a X .
- Simp Non-Rational: Si se selecciona esta opción la calculadora intentará simplificar expresiones no racionales tanto como sea posible.

Selección de los modos de la pantalla

La pantalla de la calculadora posee un número de opciones que el usuario puede ajustar a su gusto. Para ver las opciones disponibles, use el procedimiento siguiente:

- Para empezar, presiónese la tecla **MODE** para activar la forma denominada CALCULATOR MODE. Dentro de esta forma interactiva, presiónese la tecla de menú **MODE** (**F4**) para activar la forma denominada DISPLAY MODES:



- Para navegar a través de las diferentes opciones en la forma interactiva DISPLAY MODES utilícense las teclas direccionales: **◀ ▶ ▼ ▲**.
- Para seleccionar o remover cualquiera de las opciones mostradas en la figura anterior (las opciones selectas se indican con la marca de aprobado, ✓), selecciónese la línea previa a la opción de interés, y presiónese la tecla de menú **MODE** hasta conseguir la opción deseada. Cuando se selecciona una opción, se muestra una marca de aprobado,

✓, en la línea precedente (por ejemplo, en la opción *Textbook* en la línea *Stack*: en la figura anterior). Opciones no seleccionadas no mostrarán la marca de aprobado, ✓, en la línea precedente (por ejemplo, las opciones *_Small*, *_Full page*, e *_Indent* en la línea *Edit*: en la figura anterior).

- Para seleccionar el tipo de caracteres (Font) para la pantalla, seleccione la opción *Font*: en la forma interactiva denominada DISPLAY MODES, y utilícese la tecla de menú  (F2).
- Después de haber seleccionado y/o removido todas las opciones deseadas en la forma interactiva DISPLAY MODES, presiónese la tecla de menú . Esta acción permite al usuario recobrar la forma interactiva denominada CALCULATOR MODES en la pantalla. Para recobrar la pantalla normal, presiónese la tecla de menú  una vez más.

Selección del tipo de caracteres (font)

Para empezar, presiónese la tecla **(MODE)** para activar la forma interactiva CALCULATOR MODES. Dentro de esta forma interactiva, presiónese la tecla de menú  (F4) para activar la forma interactiva denominada DISPLAY MODES. La pantalla indicará que la opción *Fi8_0:system 8* ha sido seleccionada para la línea *Font*: en la forma interactiva DISPLAY MODES. Este es el valor pre-seleto para la línea *Font*. Al presionar la tecla de menú  (F2), la pantalla proveerá todas las opciones posibles para el tipo de caracteres:



Existen tres opciones estándares disponibles *System Fonts* (de tamaños 8, 7, y 6) y una cuarta opción, *Browse...*. Esta última opción permite al usuario a buscar tipos adicionales que pueden ser creados por el usuario o copiados en la memoria de la calculadora de otras fuentes.

Practique cambiar el tamaño de los caracteres a 7 y 6. Presiónese la tecla  para aceptar la selección del tamaño de los caracteres. Una vez seleccionado el tamaño de los caracteres, la tecla de menú  para recobrar la forma interactiva denominada CALCULATOR MODES. Para recobrar la pantalla normal, presiónese la tecla de menú  una vez más. Obsérvese como la pantalla se ajusta al tamaño de caracteres seleccionado por el usuario.

Selección de las propiedades del editor de línea

Para empezar, presiónese la tecla  para activar la forma interactiva CALCULATOR MODES. Dentro de esta forma interactiva, presiónese la tecla de menú  () para activar la forma interactiva DISPLAY MODES. Presiónese la tecla direccional vertical, , una vez, para alcanzar la línea *Edit*. Esta línea muestra tres propiedades del editor que pueden ser modificadas. Cuando se seleccionan estas propiedades (se muestra una marca de aprobado, ✓) se activan las siguientes opciones:

<i>_Small</i>	Se cambia el tamaño de los caracteres a pequeño
<i>_Full page</i>	Permite posicionar el cursor al final de una línea
<i>_Indent</i>	Produce una auto-margen al presionar la tecla alimentadora de líneas (Enter)

Instrucciones para el uso del editor de línea se presentan en el Capítulo 2 de la guía del usuario.

Selección de las propiedades de la pantalla (Stack)

Para empezar, presiónese la tecla  para activar la forma interactiva CALCULATOR MODES. Dentro de esta forma interactiva, presiónese la tecla de menú  () para activar la forma interactiva DISPLAY MODES. Presiónese la tecla direccional vertical, , dos veces, para alcanzar la línea *Stack*. Esta línea muestra dos propiedades del editor que pueden ser modificadas. Cuando se seleccionan estas propiedades (se muestra una marca de aprobado, ✓) se activan las siguientes opciones:

Para empezar, presiónese la tecla $\boxed{\text{MODE}}$ para activar la forma interactiva CALCULATOR MODES. Dentro de esta forma interactiva, presiónese la tecla de menú $\boxed{\text{F4}}$ para activar la forma interactiva DISPLAY MODES. Presiónese la tecla direccional vertical, \blacktriangledown , tres veces, para activar la línea EQW (Equation Writer). Esta línea muestra dos propiedades del editor que pueden ser modificadas. Cuando se seleccionan estas propiedades (se muestra una marca de aprobado, \checkmark) se activan las siguientes opciones:

- _Small* Cambia el tamaño de los caracteres a pequeño cuando se utiliza el escritor de ecuaciones
- _Small Stack Disp* Muestra tamaño pequeño de caracteres después de utilizar el escritor de ecuaciones

Instrucciones detalladas del uso del escritor de ecuaciones (EQW) se presentan en otras secciones de esta guía.

En el ejemplo de la integral $\int_0^{\infty} e^{-x} dX$, que se presentó anteriormente, el seleccionar la opción *_Small Stack Disp* en la línea EQW de la forma DISPLAY MODES produce el siguiente resultado:



Referencias

Referencias adicionales sobre las materias cubiertas en este Capítulo pueden encontrarse en el Capítulo 1 y en el Apéndice C de la guía del usuario.

Capítulo 2

Introducción a la calculadora

En este Capítulo se presentan las operaciones básicas de la computadora incluyendo el uso del escritor de ecuaciones (Equation Writer) y la manipulación de los objetos (datos) en la calculadora. Analícense los ejemplos en este Capítulo para conocer mejor la operación de la calculadora en futuras aplicaciones.

Objetos en la calculadora

El término “objeto” se refiere a los números, listas, matrices, etc. que se usan en la calculadora. Los objetos más comunes son: los *reales* (números reales, escritos con un punto decimal, por ejemplo, -0.0023, 3.56), los *enteros* (números enteros, escritos sin un punto decimal, por ejemplo, 1232, -123212123), los *números complejos* (escritos como pares ordenados, por ejemplo, (3,-2)), las *listas*, etc. Los objetos en la calculadora se describen en los Capítulos 2 y 24 de la guía del usuario.

Edición de expresiones en la pantalla

En esta sección se presentan ejemplos de la edición de expresiones directamente en la pantalla de la calculadora.

Creación de expresiones aritméticas

Para ejecutar este ejemplo, selecciónese el modo operativo Algebraic y el formato *Fix* con 3 decimales para la pantalla. Escribese la expresión:

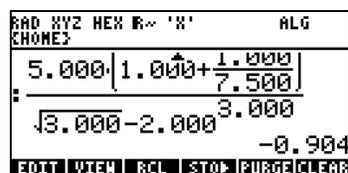
$$5.0 \cdot \frac{1.0 + \frac{1.0}{7.5}}{\sqrt{3.0} - 2.0^3}$$

Para escribir esta expresión, utilícense las siguientes teclas:



La expresión resultante es: $5 \cdot (1 + 1/7.5) / (\sqrt[3]{3 - 2^3})$.

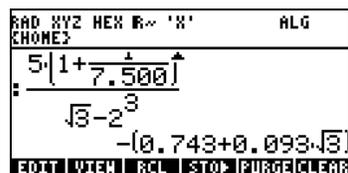
Presiónese la tecla **ENTER** para mostrar la expresión en la pantalla:



Nótese que, es la opción EXACT se selecciona para el CAS (véase el Apéndice C en la guía del usuario) y se escribe la expresión utilizando números enteros para los valores enteros, el resultado es una expresión simbólica, por ejemplo,



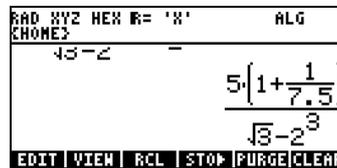
Antes de producirse el resultado, se solicita que el usuario cambie el modo a Approximate (aproximado). Acéptese el cambio para obtener el resultado mostrado a continuación (mostrado con formato Fix con tres decimales – véase el Capítulo 1):



En este caso, cuando la expresión se escribe directamente en la pantalla, en cuanto se presiona la tecla **ENTER**, la calculadora intentará calcular el valor de la expresión. Si la expresión se escribe entre apóstrofes, la calculadora simplemente reproduce la expresión tal y como fue escrita. Por ejemplo:



El resultado se muestra a continuación:



Para evaluar la expresión en este caso, utilícese la función EVAL :

EVAL \leftarrow **ANS** **ENTER**

Si la opción *Exact* ha sido seleccionada para el CAS, se solicita que el usuario cambie el modo a *Approximate* (aproximado). Acéptese el cambio para obtener la evaluación de la expresión como se demostró en un ejemplo anterior.

Una forma alternativa para evaluar la expresión escrita entre apóstrofes en el ejemplo anterior, consiste en utilizar la función \rightarrow NUM (\rightarrow **NUM**).

A continuación, se escribe la expresión utilizada anteriormente con la calculadora utilizando el modo operativo RPN. Selecciónese la opción *Exact* para el CAS, la opción *Textbook* para la pantalla, y el formato numérico a *Standard*. Utilícense las siguientes teclas para escribir la expresión entre apóstrofes utilizada anteriormente, es decir,

' **5** **x** **'** **'** **/** **+** **'** **1** **'** **'** **7.5** **'** **'** **÷** **'** **sqrt(3)-2^3** **'** **'** **÷**

El resultado se muestra en la siguiente pantalla:



Presiónese la tecla **ENTER** una vez más para producir dos copias de la expresión en la pantalla. Evalúese la expresión en el nivel 1 utilizando la función **EVAL**, primero, y después la función \rightarrow NUM **EVAL**.

Esta expresión es semi-simbólica en el sentido de que existen componentes reales (números reales) en el resultado, así como la expresión simbólica $\sqrt{3}$. A continuación, intercámbiense las posiciones de los niveles 1 y 2 en la pantalla y evalúese la expresión utilizando la función $\rightarrow\text{NUM}$, es decir, $\rightarrow\text{NUM}$.

Este último resultado es puramente numérico, de manera que, los dos resultados en la pantalla, aunque representan la evaluación de la misma expresión, aparecen en formas diferentes. Para verificar que el valor resultante es el mismo, obténgase la diferencia de estos dos valores y evalúese esta diferencia usando la función EVAL: EVAL . El resultado es cero(0.).

Para obtener información adicional en la edición de expresiones aritméticas en la pantalla, véase el Capítulo 2 en la guía del usuario de la calculadora.

Creación de expresiones algebraicas

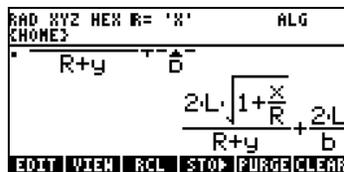
Las expresiones algebraicas incluyen no solamente números, sino también variable. Por ejemplo, escríbase la siguiente expresión algebraica:

$$\frac{2L\sqrt{1+\frac{x}{R}}}{R+y} + 2\frac{L}{b}$$

Selecciónese el modo operativo Algebraico en la calculadora, la opción *Exact* en el CAS, y la opción *Textbook* para la pantalla. Escríbase la expresión propuesta utilizando las siguientes teclas:

\rightarrow $\frac{1}{x}$ $\frac{2}{x}$ \times ALPHA $\frac{1}{x}$ \times \sqrt{x} \leftarrow $\left(\frac{1}{x}\right)$ $\frac{1}{x}$ $+$ ALPHA \leftarrow $\frac{1}{x}$ \div ALPHA $\frac{1}{x}$ \rightarrow \div
 \leftarrow $\left(\frac{1}{x}\right)$ ALPHA $\frac{1}{x}$ $+$ ALPHA \leftarrow $\frac{1}{x}$ \rightarrow $+$ $\frac{2}{x}$ \times ALPHA $\frac{1}{x}$ \div ALPHA \leftarrow $\frac{1}{x}$

Presiónese la tecla ENTER para obtener el siguiente resultado:



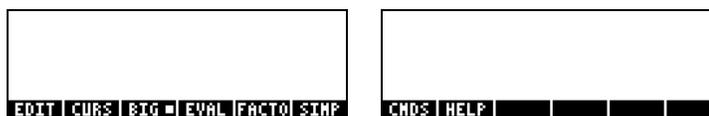
Esta expresión puede escribirse con la calculadora en modo operativo RPN de la misma forma especificada anteriormente para el modo operativo algebraico (ALG).

Para obtener información adicional en la edición de expresiones algebraicas en la pantalla, véase el Capítulo 2 en la guía del usuario de la calculadora.

Uso del escritor de ecuaciones (EQW) para crear expresiones

El escritor de ecuaciones es una herramienta muy importante que permite al usuario no solamente escribir o ver una ecuación, sino también modificar y manipular expresiones, y aplicar funciones a las mismas.

El escritor de ecuaciones se activa al presionar \rightarrow EQW (la tercera tecla en la cuarta fila del teclado). La pantalla resultante es la siguiente. Presiónese la tecla \rightarrow NXT para acceder la segunda página del menú:



Las seis teclas de menú del escritor de ecuaciones activan las funciones EDIT, CURS, BIG, EVAL, FACTOR, SIMPLIFY, CMDS, y HELP. Información detallada sobre estas funciones se presenta en el Capítulo 3 de la guía del usuario de la calculadora.

Creación de expresiones aritméticas

La escritura de expresiones en el Escritor de ecuaciones es muy similar a la escritura de expresiones entre apóstrofes en la pantalla. La diferencia

$$\frac{5}{5+2 \cdot (5+\pi^2)}$$

EDIT | CURS | BIG ■ | EVAL | FACTO | SIMP

Para escribir el denominador 2 debajo de π^2 , es necesario seleccionar la expresión π^2 completa. Esto se consigue al presionar la tecla direccional horizontal (▶), una sola vez. Después, escríbase: (÷) (2)

La expresión resultante es:

$$\frac{5}{5+2 \cdot \left(5+\frac{\pi^2}{2}\right)}$$

EDIT | CURS | BIG ■ | EVAL | FACTO | SIMP

Supóngase que se quiere sumar la cantidad $1/3$ a esta expresión para obtener:

$$\frac{5}{5+2 \cdot \left(5+\frac{\pi^2}{2}\right)} + \frac{1}{3}$$

Para empezar, es necesario seleccionar todo el primer término utilizando, ya sea, la tecla direccional horizontal (▶) o la tecla direccional vertical (▲), repetidamente, hasta que la expresión completa haya sido seleccionada, es decir, siete veces:

$$\frac{5}{5+2 \cdot \left(5+\frac{\pi^2}{2}\right)}$$

EDIT | CURS | BIG ■ | EVAL | FACTO | SIMP

NOTA: Como forma alternativa, comenzando en la posición original del cursor (a la derecha del 2 en el denominador de $\pi^2/2$), se puede utilizar la combinación de teclas $\rightarrow \blacktriangle$, que se interpreta como $(\rightarrow \blacktriangle)$.

Una vez seleccionada la expresión como se mostró anteriormente, escríbase $\left[\frac{+}{-} \right] \left[\frac{1}{-} \right] \left[\frac{\div}{-} \right] \left[\frac{3}{-} \right]$ para agregar la fracción 1/3 a la expresión. El resultado es:

$$\frac{5}{5+2\left(5+\frac{\pi^2}{2}\right)} + \frac{1}{3}$$

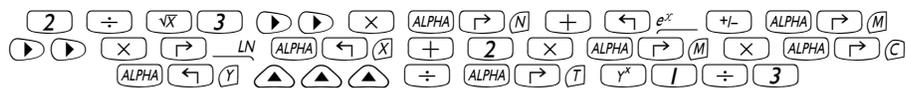
Creación de expresiones algebraicas

Una expresión algebraica es muy similar a una expresión aritmética, excepto que en la última se pueden incluir letras castellanas y griegas. El procedimiento de creación de una expresión algebraica sigue la misma idea que el crear una expresión aritmética, excepto que se tiene que utilizar el teclado alfanumérico.

Para ilustrar el uso del escritor de ecuaciones para escribir una expresión algebraica se utilizará el siguiente ejemplo. Supóngase que se quiere escribir la expresión:

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \lambda + e^{-\mu} \cdot LN\left(\frac{x + 2\mu \cdot \Delta y}{\theta^{1/3}}\right)$$

Utilícense las siguientes teclas:



El resultado es el siguiente:

En este ejemplo se utilizan varias letras minúsculas del Castellano, por ejemplo, x (ALPHA (←) (X)), varias letras griegas, por ejemplo, λ (ALPHA (→) (N)), e inclusive una combinación de letras castellanas y griegas, Δy (ALPHA (→) (C) (ALPHA (←) (Y))). Obsérvese que para escribir una letra castellana en minúscula es necesario utilizar la combinación de teclas (ALPHA (←)) seguida de la tecla de la letra a escribirse. Así mismo, se pueden copiar caracteres especiales utilizando el menú CHARS (→ CHARS) si no se desea memorizar la combinación de teclas que produce el carácter deseado.

Para mayor información sobre la edición, evaluación, factorización, y simplificación de expresiones algebraicas usando el escritor de ecuaciones, véase el Capítulo 2 de la guía del usuario de la calculadora.

Organización de los datos en la calculadora

Es posible organizar los datos en la calculadora al almacenar variables en una colección de directorios. La base de esta colección es el directorio HOME, que se describe a continuación.

El directorio HOME

Para acceder al directorio HOME, presiónese la función UPDIR (← UPDIR) – repítase cuantas veces sea necesario – hasta que la especificación (HOME) se muestra en la segunda línea del encabezado de la pantalla. Como una alternativa, utilícese (←) (manténgase presionada la tecla) UPDIR. En este ejemplo, el directorio HOME contiene solamente el sub-directorio CASDIR. Presiónese la tecla (VAR) para mostrar las variables en las teclas de menú:



Sub-directorios

Para almacenar datos en una colección de directorios bien organizada, el usuario podría crear una serie de sub-directorios dentro del directorio HOME, y aún más sub-directorios dentro de estos sub-directorios, hasta formar una jerarquía de directorios similar a los directorios en un ordenador (computador, o computadora). Los sub-directorios pueden identificarse con nombres que reflejen el contenido de los mismos, o con cualquier nombre que el usuario quiera darles. Para mayor información sobre la manipulación de directorios en la calculadora véase el Capítulo 2 en la guía del usuario.

Variables

Las variables en la calculadora son similares a los archivos en el disco duro de un ordenador (computador, o computadora). Es posible almacenar un objeto (valores numéricos, expresiones algebraicas, listas, vectores, matrices, programas, etc.) en una variable. Las variables se identifican por un nombre, el cual puede ser cualquier combinación de caracteres alfabéticos o numéricos, comenzando siempre por una letra (ya sea castellana o griega). Algunos caracteres no alfabéticos, tales como la flecha (\rightarrow), pueden utilizarse en el nombre de una variable, si se combinan con un carácter alfabético. Por lo tanto, ' $\rightarrow A$ ' es un nombre válido para una variable, pero ' \rightarrow ' no lo es. Ejemplos de nombres válidos para una variable son: 'A', 'B', 'a', 'b', 'α', 'β', 'A1', 'AB12', ' $\rightarrow A12$ ', 'Vel', 'ZO', 'z1', etc.

No se puede asignar a una variable un nombre igual al de una función en la calculadora. Algunos de los nombres reservados por la calculadora son los siguientes: ALRMDAT, CST, EQ, EXPR, IERR, IOPAR, MAXR, MINR, PICT, PPAR, PRTPAR, VPAR, ZPAR, der_, e, i, n1, n2, ..., s1, s2, ..., ΣDAT, ΣPAR, π, ∞

Las variables pueden organizarse en sub-directorio (véase el Capítulo 2 en la guía del usuario de la calculadora para mayor información).

Escritura del nombre de variables

Para identificar variables es necesario escribir una cadena de letras en un solo tirón, las cuales pueden ser combinadas con números. Para escribir

cadenas de caracteres es posible asegurar el teclado de la calculadora en el modo alfabético de la siguiente manera:

ALPHA ALPHA asegura el teclado alfabético en mayúsculas. Cuando se asegura el teclado alfabético de esta manera, es necesario presionar la tecla \leftarrow antes de escribir la letra correspondiente en minúscula, mientras que al presionarse la tecla \rightarrow antes de presionar una letra produce un carácter especial. Si el teclado alfabético está ya asegurado en mayúsculas, para asegurarlo en minúsculas utilícese \leftarrow ALPHA

ALPHA ALPHA \leftarrow ALPHA asegura el teclado alfabético en minúsculas. Cuando se asegura el teclado alfabético de esta manera, es necesario presionar la tecla \leftarrow antes de escribir la letra correspondiente en mayúscula. Para remover el teclado asegurado en minúsculas, presiónese \leftarrow ALPHA

Para remover el teclado asegurado en mayúsculas, presiónese ALPHA

Ejecútense los siguientes ejercicios:

\leftarrow ALPHA ALPHA M A T H ENTER
 \leftarrow ALPHA ALPHA M \leftarrow A \leftarrow T \leftarrow H ENTER
 \leftarrow ALPHA ALPHA M \leftarrow ALPHA A T \leftarrow H ENTER

La calculadora muestra los siguientes resultados (a la izquierda en modo Algebraico, a la derecha en modo RPN):

<pre> RAD XYZ HEX R= 'X' CHOME> MATH : 'Math' Math : 'Math' Math EDIT VIEW RCL STOP PURGE/CLEAR </pre>	<pre> RAD XYZ HEX R= 'X' CHOME> MATH : 'MATH' Math : 'Math' Math EDIT VIEW RCL STOP PURGE/CLEAR </pre>
---	---

Creación de variables

La forma más simple de crear una variable es a través de la tecla STO . Los ejemplos siguientes muestran como almacenar los objetos listados en la tabla

que se muestra a continuación (Presiónese $\boxed{\text{VAR}}$, de ser necesario, para ver el menú de variables):

Nombre	Contenido	Tipo
α	-0.25	real
A12	3×10^5	real
Q	'r/(m+r)'	algebraico
R	[3,2,1]	vector
z1	3+5i	complejo
p1	⌘ → r 'π*r^2' ⌘	programa

Escójase el modo algebraico o RPN para ejecutar estos ejercicios.

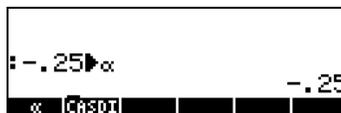
- **Modo algebraico**

Para almacenar el valor -0.25 en la variable α , utilícase:

$\boxed{0} \boxed{\cdot} \boxed{2} \boxed{5} \boxed{+/-} \boxed{\text{STO}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\rightarrow} \boxed{\alpha}$. Al terminar este ejercicio la pantalla luce de esta manera:



Presiónese $\boxed{\text{ENTER}}$ para crear la variable. La variable se muestra en las teclas de menú:



Los siguientes son los procedimientos requeridos para almacenar las variables restantes:

A12: $\boxed{3} \boxed{\text{EEX}} \boxed{5} \boxed{\text{STO}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{A} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{\text{ENTER}}$

Q: $\boxed{1} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\leftarrow} \boxed{R} \boxed{\div} \boxed{\leftarrow} \boxed{)} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\leftarrow} \boxed{M} \boxed{+} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{\leftarrow} \boxed{R} \boxed{\rightarrow} \boxed{\rightarrow} \boxed{\text{STO}} \boxed{\text{ALPHA}} \boxed{Q} \boxed{\text{ENTER}}$

R: $\left[\leftarrow \right] \left[\text{I} \right] \left[3 \right] \left[\rightarrow \right] \left[, \right] \left[2 \right] \left[\rightarrow \right] \left[, \right] \left[/ \right] \left[\rightarrow \right] \left[\text{STO} \right] \left[\text{ALPHA} \right] \left[\text{R} \right] \left[\text{ENTER} \right]$

z1: $\left[3 \right] \left[+ \right] \left[5 \right] \left[\times \right] \left[\leftarrow \right] \left[\text{I} \right] \left[\text{STO} \right] \left[\text{ALPHA} \right] \left[\leftarrow \right] \left[\text{Z} \right] \left[/ \right] \left[\text{ENTER} \right]$ (Aceptar cambio a modo *Complex*, de ser necesario).

p1: $\left[\rightarrow \right] \left[\ll \gg \right] \left[\rightarrow \right] \left[\rightarrow \right] \left[\text{ALPHA} \right] \left[\leftarrow \right] \left[\text{R} \right] \left[, \right] \left[\leftarrow \right] \left[\pi \right] \left[\times \right] \left[\text{ALPHA} \right] \left[\leftarrow \right] \left[\text{R} \right] \left[\text{Y}^x \right] \left[2 \right] \left[\rightarrow \right] \left[\rightarrow \right] \left[\rightarrow \right] \left[\text{STO} \right] \left[\text{ALPHA} \right] \left[\leftarrow \right] \left[\text{P} \right] \left[/ \right] \left[\text{ENTER} \right] ..$

Al terminar estos ejercicios la pantalla lucirá de la forma siguiente:



Nótese que las teclas de menú muestran seis variables: $p1$, $z1$, R , Q , $A12$, α .

- **Modo RPN**

(Utilícese $\left[\text{MODE} \right] \left[+ \right] \left[\text{RPN} \right]$ para cambiar el modo operativo a RPN).

Utilícense las teclas siguientes para almacenar el valor -0.25 en la variable α : $\left[0 \right] \left[. \right] \left[2 \right] \left[5 \right] \left[+ \right] \left[\text{ENTER} \right] \left[\text{ALPHA} \right] \left[\rightarrow \right] \left[\text{A} \right] \left[\text{ENTER} \right]$. Al finalizar este ejercicio, la pantalla muestra lo siguiente:



Esta pantalla indica que el valor -0.25 está listo a ser almacenado en la variable α . Presiónese la tecla $\left[\text{STO} \right]$ para crear la variable. La variable se muestra en las teclas del menú:



Para almacenar el valor 3×10^5 en la variable A12, se puede utilizar:

$\boxed{3} \boxed{EEX} \boxed{5} \boxed{'} \boxed{ALPHA} \boxed{A} \boxed{/} \boxed{2} \boxed{ENTER} \boxed{STO}$

He aquí una forma de almacenar el contenido de la variable Q:

Q: $\boxed{'} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{R} \boxed{\div} \boxed{\leftarrow} \boxed{}$
 $\boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{M} \boxed{+} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{R} \boxed{\rightarrow} \boxed{\rightarrow} \boxed{'} \boxed{ALPHA} \boxed{Q} \boxed{ENTER} \boxed{STO}$

Para almacenar el contenido de R, utilícese, por ejemplo:

R: $\boxed{\leftarrow} \boxed{}$ $\boxed{3} \boxed{SPC} \boxed{2} \boxed{SPC} \boxed{/} \boxed{\rightarrow} \boxed{'} \boxed{STO}$

Nótese que para separar los elementos de un vector en modo RPN se puede utilizar la tecla de espaciar (\boxed{SPC}), en vez de la coma ($\boxed{\leftarrow} \boxed{,} \boxed{\rightarrow}$) como se requiere en modo algebraico.

z1: $\boxed{'} \boxed{3} \boxed{+} \boxed{5} \boxed{\times} \boxed{\leftarrow} \boxed{}$ $\boxed{'} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{Z} \boxed{/} \boxed{STO}$

p1: $\boxed{\rightarrow} \boxed{\ll} \boxed{\rightarrow} \boxed{\rightarrow} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{R} \boxed{'} \boxed{\leftarrow} \boxed{\pi} \boxed{\times}$
 $\boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{R} \boxed{Y^X} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{\rightarrow} \boxed{\rightarrow} \boxed{'} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{P} \boxed{/} \boxed{\rightarrow} \boxed{ENTER} \boxed{STO}$.

Al terminar estos ejercicios la pantalla RPN lucirá de esta manera:



Las teclas de menú mostrarán seis de las variables: $p1$, $z1$, R , Q , $A12$, α .

Examinando el contenido de una variable

La forma más simple de examinar los contenidos de una variable consiste en presionar la tecla de menú correspondiente al nombre de la variable. Por ejemplo, para las variables utilizadas anteriormente, ejecútense las siguientes instrucciones:

Modo algebraico

Presiónense las siguientes teclas: VAR Z1 ENTER R ENTER Q ENTER . Al finalizar este ejercicio la pantalla lucirá de esta forma:

```
RAD XYZ HEX R= 'X'      ALG
( HOME)
K:                        [3 2 1]
Q:                        r
                          m+r
p1 | z1 | R | Q | A12 | α
```

Modo RPN

En modos RPN, es necesario solamente presionar las teclas correspondientes al nombre de las variables para examinar el contenido de las mismas. Para el caso de interés, examínese el contenido de las variables z1, R, Q, A12, α, y A, creadas anteriormente, de la forma siguiente: VAR Z1 R Q A12 α

Al finalizar este ejercicio, la pantalla lucirá de esta manera:

```
RAD XYZ HEX R= 'X'
( HOME)
4:                        [3 2 1]
3:                        r
2:                        300000.
1:                        -.25
p1 | z1 | R | Q | A12 | α
```

Utilizando la tecla seguida de la tecla del menú

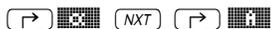
Este procedimiento para examinar el contenido de las variables puede utilizarse ya sea en modo algebraico como en modo RPN. Ejecútense los siguientes ejemplos en cualquiera de los modos de operación:

VAR Z1 R Q A12

Los resultados se muestran a continuación (Modo algebraico a la izquierda, modo RPN a la derecha):

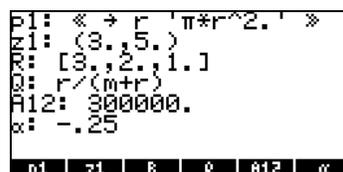
<pre>RAD XYZ HEX C= 'X' ALG (HOME) 3+D1 [3 2 1] r m+r 300000. p1 z1 R Q A12 α</pre>	<pre>RAD XYZ HEX C= 'X' (HOME) 4: 3+D1 3: [3 2 1] 2: r 1: 300000. p1 z1 R Q A12 α</pre>
---	--

Nótese que en este caso el programa contenido en la variable p1 se lista en la pantalla. Para ver el contenido de α , utilícese:



Listado de las variables en la pantalla

Utilícese la combinación para listar el contenido de todas las variables en la pantalla. Por ejemplo:



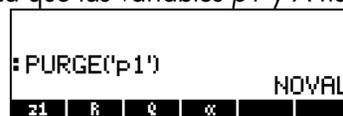
Presiónese para recobrar la pantalla normal.

Eliminación de las variables

La forma más simple de eliminar variables es utilizando la función PURGE (eliminar). Esta función puede accederse directamente al utilizar el menú TOOLS (), o al utilizar el menú FILES (archivos) ().

Usando la función PURGE en la pantalla en Modo algebraico

Nuestra lista de variables contiene las variables $p1$, $z1$, Q , R , y α . A continuación se utiliza la función PURGE para eliminar las variable $p1$ y A . Presiónese , y a continuación . La pantalla indica que las variables $p1$ y A han sido eliminada:



La función PURGE puede utilizarse para eliminar más de una variable al colocar sus nombres en una lista que pasa a ser el argumento de la función. Por ejemplo, si quisiéramos eliminar las variables R y Q , simultáneamente, se puede utilizar :

La pantalla muestra la función PURGE a punto de activarse para eliminar las variables R y Q:

```

: PURGE('P1')
PURGE('R','Q')
z1 | R | Q | α
  
```

Para completar el ejercicio, presiónese . La pantalla muestra las variables restantes:

```

: PURGE('P1')
: PURGE('R','Q')
z1 | α
  
```

Utilizando la función PURGE en la pantalla en Modo RPN

Asumiendo que nuestra lista de variables contiene $p1$, $z1$, Q , R , y α . Utilizaremos la función PURGE para eliminar la variable $p1$. Presiónense las siguientes teclas . La pantalla indica que $p1$ ha sido eliminada de la memoria:

```

2:
1:
EDIT VIEW STACK RCL PURGE/CLEAR
  
```

Para eliminar dos variables simultáneamente, por ejemplo, las variables R y Q , créese primero una lista (en Modo RPN, los elementos de lista no necesitan estar separados por comas como se requiere en Modo algebraico):

A continuación, presiónese para eliminar las dos variables.

Información adicional sobre la manipulación de variables se presenta en el Capítulo 2 de la guía del usuario de la calculadora.

Las funciones UNDO y CMD

Las funciones UNDO y CMD son útiles para recobrar instrucciones previas o para recobrar una operación en caso de que se haya cometido un error.

Estas funciones están asociadas con la tecla HIST: UNDO resulta al escribir  UNDO , mientras que CMD resulta al escribir  CMD .

Opciones CHOOSE boxes y Soft MENU

En algunos de los ejercicios presentados en este Capítulo hemos presentado listas de funciones en la pantalla. Estas listas de funciones se denominan, en inglés, *CHOOSE boxes* (listas de menú). El ejercicio siguiente indica como cambiar la opción (CHOOSE boxes) a Soft MENU (teclas de menú), y viceversa.

Aunque el presente ejercicio no se aplica a un ejemplo específico, el mismo muestra las dos opciones para los menús de funciones en la calculadora (CHOOSE boxes y soft MENUs). En este ejercicio, se busca la función ORDER, la cual se utiliza, en modo ALG, para reordenar las variables en un directorio:

 PRG 

Mostrar el menú PROG. Seleccionar MEMORY.



Mostrar el menú MEMORY. Seleccionar DIRECTORY.



Mostrar menú DIRECTORY. Seleccionar ORDER.



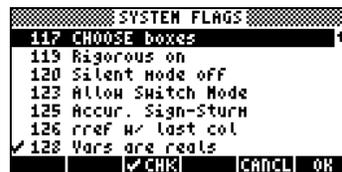


Activar la función ORDER.

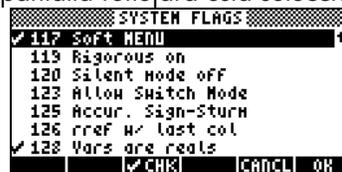
Una forma alternativa de mostrar las funciones de un menú es a través de teclas de menú (*soft MENU*), al manipular la señal de sistema número 117 (system flag 117). (Para información adicional sobre señales de sistema véanse los Capítulos 2 y 24 en la guía del usuario). Para seleccionar esta señal utilícese:

MODE

La pantalla muestra la señal de sistema número 117 sin seleccionar (es decir, con la opción *CHOOSE boxes* activa):



Presiónese la tecla para seleccionar esta señal de sistema activando la opción *soft MENU*. La pantalla reflejará esta selección:



Presiónese dos veces para recobrar la pantalla normal.

A continuación, se busca la función ORDER utilizando teclas de menú. Para comenzar, presiónese PRG . Nótese que en vez de una lista de menú se obtienen ahora teclas de menú para el menú PROG, es decir,



Presiónese **F2** para seleccionar el menú MEMORY (). La pantalla muestra las siguientes teclas de menú:



Presiónese **F5** para seleccionar el menú DIRECTORY ().



La función ORDER no se muestra en esta página de menú. Para encontrar esta función presiónese **NXT**:



Para activar la función ORDER, presiónese la tecla de menú **F3** ().

Referencias

Para mayor información sobre la escritura y manipulación de expresiones en la pantalla o en el escritor de ecuaciones véase el Capítulo 2 de la guía del usuario. Para información sobre las opciones del CAS, véase el Apéndice C en la guía del usuario. Para información sobre las señales de sistema (system flags) en la calculadora, véase el Capítulo 24 en la guía del usuario.

Capítulo 3

Cálculos con números reales

Este Capítulo demuestra el uso de la calculadora para operaciones y las funciones relacionadas con los números reales. Se asume que el usuario está familiarizado con el teclado para identificar ciertas funciones disponibles en el mismo (por ejemplo, SIN, COS, TAN, etc.). Así mismo, se asume que el lector sabe como seleccionar el sistema operativo de la calculadora (Capítulo 1), como usar menús y listas de selección (Capítulo 1), y como utilizar variables (Capítulo 2).

Ejemplos de cálculos con números reales

Para ejecutar cálculos con números reales es preferible que el CAS tenga activa la opción *Real* (en contraste con la opción *Complex*). La opción *Exact* es la opción pre-seleccionada por la calculadora para la mayoría de las operaciones. A continuación se ilustran algunos cálculos con números reales.

- Use la tecla $\boxed{+/-}$ para cambiar el signo de un número.
Por ejemplo, en modo ALG, $\boxed{+/-} \boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{ENTER}$.
En modo RPN, $\boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{+/-}$.
- Use la tecla $\boxed{1/x}$ para calcular el inverso de un número.
Por ejemplo, en modo ALG, $\boxed{1/x} \boxed{2} \boxed{ENTER}$.
En modo RPN, $\boxed{4} \boxed{ENTER} \boxed{1/x}$.
- Para adición, substracción, multiplicación, división, use la tecla apropiada para esas operaciones, es decir, $\boxed{+}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{\div}$.

Ejemplos en modo ALG:

$\boxed{3}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{7}$	$\boxed{+}$	$\boxed{5}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{2}$	\boxed{ENTER}
$\boxed{6}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{3}$	$\boxed{-}$	$\boxed{8}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{5}$	\boxed{ENTER}
$\boxed{4}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{2}$	$\boxed{\times}$	$\boxed{2}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{5}$	\boxed{ENTER}
$\boxed{2}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{3}$	$\boxed{\div}$	$\boxed{4}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{5}$	\boxed{ENTER}

Ejemplos en modo RPN:

3	•	7	ENTER	5	•	2	+
6	•	3	ENTER	8	•	5	-
4	•	2	ENTER	2	•	5	×
2	•	3	ENTER	4	•	5	÷

Alternativamente, en modo RPN, uno puede separar los operandos con la tecla espaciadora (SPC) antes de presionar la tecla de la operación. Ejemplos:

3	•	7	SPC	5	•	2	+
6	•	3	SPC	8	•	5	-
4	•	2	SPC	2	•	5	×
2	•	3	SPC	4	•	5	÷

- Los paréntesis (()) pueden utilizarse para agrupar operaciones, así como para contener argumentos de funciones.
Ejemplo en modo ALG:

() 5 + 3 • 2 ▶ ÷ () 7 -
2 • 2 ENTER

En modo RPN uno no siempre necesita usar paréntesis, dado que los cálculos se realizan directamente en la pantalla (stack):

5 ENTER 3 • 2 ENTER + 7 ENTER 2 • 2 ENTER - ÷

En modo RPN, el escribir una expresión entre apóstrofes permite al usuario a escribir expresiones como en el modo algebraico:

' () 5 + 3 • 2 ▶ ÷
() 7 - 2 • 2 ENTER EVAL

Para ambos modos, ALG y RPN, uno puede utilizar el escritor de ecuaciones en el cálculo:

→ EQW 5 + 3 • 2 ▶ ÷ 7 - 2 • 2

La ecuación puede ser evaluada dentro del escritor de ecuaciones al utilizar las siguientes teclas:

▲ ▲ ▲ ▲  ó,  ▲ 

- La función valor absoluto, ABS, se calcula usando  ABS .
Ejemplo en modo ALG:

 ABS  2  3  

Ejemplo en modo RPN:

2  3    ABS

- La función cuadrado, SQ, se calcula usando  x^2 .
Ejemplo en modo ALG:

 x^2  2  3 

Ejemplo en modo RPN:

2  3   x^2

La función raíz cuadrada, $\sqrt{\quad}$, está disponible en la tecla R. Cuando se calcula en la pantalla en modo ALG, escríbase la función antes del argumento, por ejemplo,

 1 2 3  4 

En Modo RPN, escríbase el número primero, seguido por la función, por ejemplo,

1 2 3  4 

- La función potencia, \wedge , se encuentra disponible en la tecla  .
Cuando se calcula en la pantalla en modo ALG, escríbase la base (y) seguida de la tecla , y del exponente (x), por ejemplo,

5  2  1  2  

En Modo RPN, escríbase el número primero, seguido por la función,

por ejemplo,

$5 \cdot 2 \text{ ENTER } 1 \cdot 25 \text{ } y^x$

- La función raíz, $XROOT(y,x)$, está disponible a través de la combinación de teclas $\text{ } \sqrt[y]{x}$. Cuando se calcula en la pantalla en modo ALG, escríbase la función XROOT seguida por los argumentos (y,x) , separados por comas, por ejemplo,

$\text{ } \sqrt[y]{x} 3 \text{ } , 27 \text{ ENTER}$

En Modo RPN, escríbase el argumento y , primero, después, x , y finalmente la función, por ejemplo,

$27 \text{ ENTER } 3 \text{ } \sqrt[y]{x}$

- Los logaritmos de base 10 se calculan a través de la combinación de teclas $\text{ } \text{LOG}$ (función LOG) mientras que su inversa (ALOG, o antilogaritmo) se calcula utilizando $\text{ } 10^x$. En modo ALG, la función se escribe antes del argumento:

$\text{ } \text{LOG} 2 \cdot 45 \text{ ENTER}$
 $\text{ } 10^x \text{ } +/- 2 \cdot 3 \text{ ENTER}$

En Modo RPN, el argumento se escribe antes de la función:

$2 \cdot 45 \text{ } \text{LOG}$
 $2 \cdot 3 \text{ } +/- \text{ } 10^x$

Utilizando potencias de 10 al escribir datos

Potencias de diez, es decir, números de la forma -4.5×10^{-2} , etc., se escriben utilizando la tecla $\text{ } EEX$. Por ejemplo, en modo ALG:

$+/- 4 \cdot 5 \text{ EEX } +/- 2 \text{ ENTER}$

O, en modo RPN:

$4 \cdot 5 \text{ } +/- \text{ EEX } 2 \text{ } +/- \text{ ENTER}$

- Los logaritmos naturales se calculan utilizando $\boxed{\rightarrow}$ \boxed{LN} (función LN) mientras que la función exponencial (EXP) se calcula utilizando $\boxed{\leftarrow}$ $\boxed{e^x}$. En modo ALG, la función se escribe antes del argumento:

$\boxed{\rightarrow}$ \boxed{LN} $\boxed{2}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ \boxed{ENTER}
 $\boxed{\leftarrow}$ $\boxed{e^x}$ $\boxed{+/-}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{3}$ \boxed{ENTER}

En Modo RPN, el argumento se escribe antes de la función:

$\boxed{2}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ \boxed{ENTER} $\boxed{\rightarrow}$ \boxed{LN}
 $\boxed{2}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{3}$ $\boxed{+/-}$ \boxed{ENTER} $\boxed{\leftarrow}$ $\boxed{e^x}$

- Tres funciones trigonométricas se encuentran disponibles en el teclado: seno (\boxed{SIN}), coseno (\boxed{COS}), y tangente (\boxed{TAN}). Los argumentos de estas funciones son ángulos ya sea en grados, radianes, o grados decimales. Los siguientes ejemplos usan ángulos en grados (DEG):

En Modo ALG:

\boxed{SIN} $\boxed{3}$ $\boxed{0}$ \boxed{ENTER}
 \boxed{COS} $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ \boxed{ENTER}
 \boxed{TAN} $\boxed{1}$ $\boxed{3}$ $\boxed{5}$ \boxed{ENTER}

En Modo RPN:

$\boxed{3}$ $\boxed{0}$ \boxed{SIN}
 $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ \boxed{COS}
 $\boxed{1}$ $\boxed{3}$ $\boxed{5}$ \boxed{TAN}

- Las funciones trigonométricas inversas disponibles en el teclado son el arco seno ($\boxed{\leftarrow}$ \boxed{ASIN}), el arco coseno ($\boxed{\leftarrow}$ \boxed{ACOS}), y la arco tangente ($\boxed{\leftarrow}$ \boxed{ATAN}). Los resultados de estas funciones se darán en la medida angular seleccionada por el usuario (DEG, RAD, GRD). Algunos ejemplos se muestra a continuación:

En Modo ALG:

$\boxed{\leftarrow}$ \boxed{ASIN} $\boxed{0}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{2}$ $\boxed{5}$ \boxed{ENTER}
 $\boxed{\leftarrow}$ \boxed{ACOS} $\boxed{0}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{8}$ $\boxed{5}$ \boxed{ENTER}
 $\boxed{\leftarrow}$ \boxed{ATAN} $\boxed{1}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{3}$ $\boxed{5}$ \boxed{ENTER}

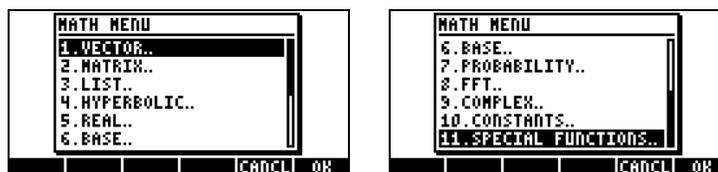
En Modo RPN:

0	.	2	5	←	ASIN
0	.	8	5	←	ACOS
1	.	3	5	←	ATAN

Todas las funciones descritas anteriormente, es decir, ABS, SQ, $\sqrt{\quad}$, \wedge , XROOT, LOG, ALOG, LN, EXP, SIN, COS, TAN, ASIN, ACOS, y ATAN, pueden combinarse con las operaciones fundamentales (\oplus \ominus \otimes \oslash) para formar expresiones más complejas. El escritor de ecuaciones (Equation Writer), cuya operación se describe en el Capítulo 2, es el ambiente ideal para construir tales expresiones, sin importar el modo operativo de la calculadora.

Las funciones de números reales en el menú MTH

El menú MTH (\leftarrow MTH) incluye un número de funciones matemáticas que se aplican principalmente a los números reales. Utilizando la opción de listas de funciones (CHOOSE boxes) para la señal de sistema número 117 (véase el Capítulo 2), el menú MTH muestra las siguientes funciones:



Las funciones se agrupan por el tipo de argumento (1. vectores, 2. matrices, 3. listas, 7. probabilidad, 9. complejos) o por el tipo de función (4. hiperbólicas, 5. reales, 6. de base, 8. fft (transformada rápida de Fourier, o fast Fourier transform). El menú contiene así mismo una opción para las constantes matemáticas disponibles en la calculadora, opción número 10.

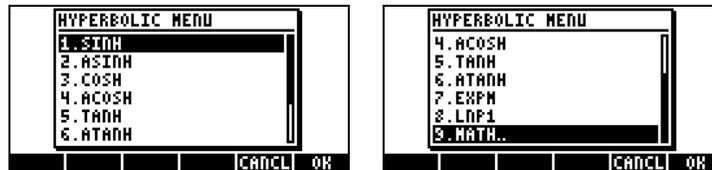
En general, téngase cuidado del número y orden de los argumentos requeridos para cada función, y téngase en cuenta que, en el modo ALG uno debe seleccionar primero la función y después escribir el o los argumentos, mientras que en Modo RPN, uno debe escribir el argumento en la pantalla primero, y después seleccionar la función.

Usando los menús de la calculadora:

1. Describiremos en detalle el uso del menú 4. *HYPERBOLIC..* en esta sección con la intención de describir la operación general de los menús de la calculadora. Préstese atención particular al proceso de selección de opciones.
2. Para seleccionar una de las opciones en una lista (CHOOSE box), simplemente presiónese el número de esa opción en el teclado. Por ejemplo, para seleccionar la opción 4. *HYPERBOLIC..* en el menú MTH, simplemente presiónese $\boxed{4}$.

Las funciones hiperbólicas y sus inversas

Al seleccionar la opción 4. *HYPERBOLIC..*, en el menú *MTH*, y al presionar $\boxed{\text{MTH}}$, se produce el menú de funciones hiperbólicas:



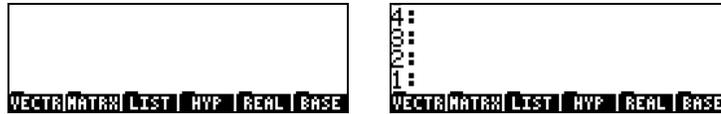
Por ejemplo, en Modo ALG, la secuencia de teclas para calcular $\tanh(2.5)$ es la siguiente:

$\boxed{\leftarrow}$ *MTH* $\boxed{4}$ $\boxed{\text{MTH}}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\text{MTH}}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\text{ENTER}}$

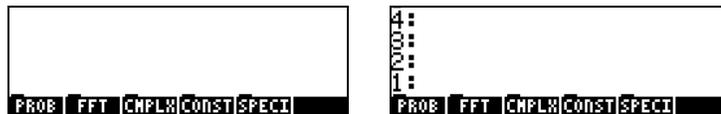
En el modo RPN, las teclas para esta operación son las siguientes:

$\boxed{2}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{\leftarrow}$ *MTH* $\boxed{4}$ $\boxed{\text{MTH}}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\text{MTH}}$

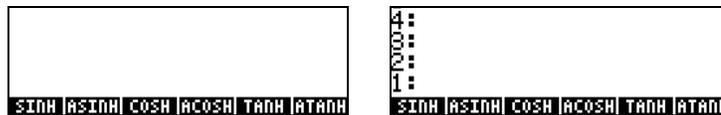
Las operaciones mostradas anteriormente asumen que uno utiliza la opción pre-definida para la señal de sistema número 117 (*CHOOSE boxes*). Si uno ha cambiado esta señal de sistema (véase el Capítulo 2) a *SOFT menu*, el menú *MTH* resulta ser como se muestra a continuación (a la izquierda en modo ALG, a la derecha en Modo RPN):



Presiónese la tecla NXT para mostrar las demás opciones:



Por lo tanto, para seleccionar, por ejemplo, el menú de las funciones hiperbólicas, en este formato de menú presiónese la tecla MTH . Esta acción produce el menú:



Finalmente, para seleccionar, por ejemplo, la función tangente hiperbólica (\tanh), simplemente presiónese la tecla TANH .

Nota: Para ver opciones adicionales en este formato de menús, presiónese la tecla NXT o las teclas PREV .

Por ejemplo, para calcular $\tanh(2.5)$, en modo ALG, cuando se usan menús de teclas (*SOFT menus*) en vez de menús de listas (*CHOOSE boxes*), utilícese el procedimiento siguiente:

MTH TANH 2 . 5 ENTER

En Modo RPN, el mismo valor se calcula utilizando:

2 . 5 ENTER MTH TANH

Como ejercicio de aplicación de las funciones hiperbólicas, verifíquense los siguientes valores:

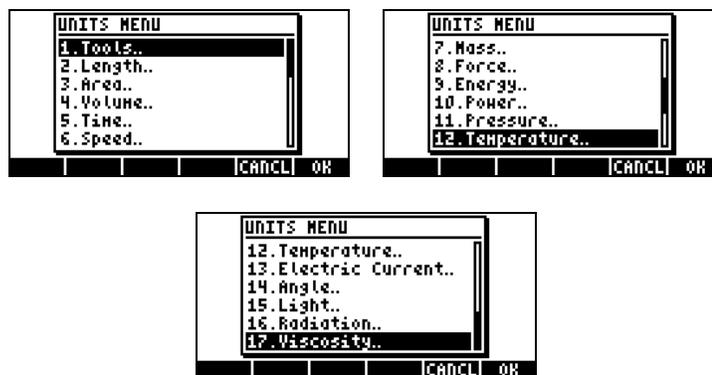
$\text{SINH}(2.5) = 6.05020..$	$\text{ASINH}(2.0) = 1.4436...$
$\text{COSH}(2.5) = 6.13228..$	$\text{ACOSH}(2.0) = 1.3169...$
$\text{TANH}(2.5) = 0.98661..$	$\text{ATANH}(0.2) = 0.2027...$
$\text{EXPM}(2.0) = 6.38905....$	$\text{LNPI}(1.0) = 0.69314....$

Operaciones con unidades

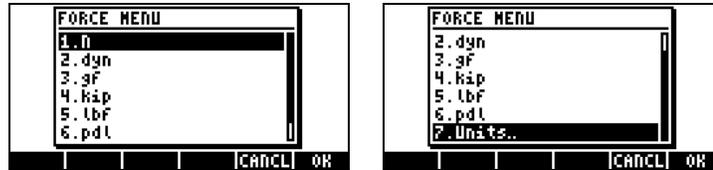
Los números reales en la calculadora pueden escribirse con unidades de medida. Por lo tanto, es posible calcular resultados que involucren un sistema de unidades consistentes y producir un resultado con la combinación de unidades apropiadas.

El menú de UNIDADES

El menú de unidades (UNITS menu) se obtiene a través de la combinación de teclas \rightarrow UNITS (asociada con la tecla 6). Con la señal de sistema número 117 indicando listas de menú (*CHOOSE boxes*), el resultado es el siguiente menú:



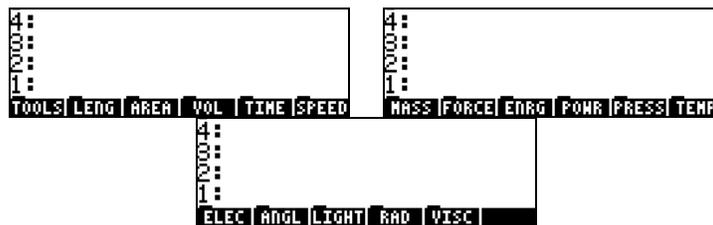
La opción 1. *Tools..* (herramientas) contiene las funciones usadas para operar en unidades (se presentan más adelante). Las opciones 2. *Length..* a 17. *Viscosity..* contiene menús con varias unidades para cada una de las cantidades descritas. Por ejemplo, al seleccionarse la opción 8. *Force..* se muestra el siguiente menú de unidades:



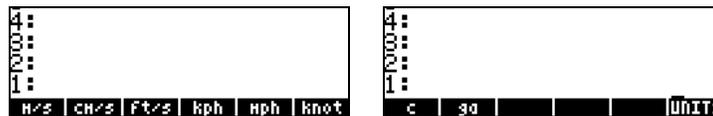
El usuario reconocerá la mayoría de estas unidades de sus estudios de física o química (algunas, por ejemplo, la dina (dyne), ya no se utilizan muy comúnmente): *N* = newtons, *dyn* = dynes (dinas), *gf* = gramos – fuerza (distinto de gramos-masa, ó simplemente gramos, una unidad de masa), *kip* = kilo-poundal (1000 libras), *lbf* = libra-fuerza (distinto de libra-masa), *pdl* = poundal.

Para adjuntar unidades a un número, el número debe seguirse de una línea subrayada. Por lo tanto, una fuerza de 5 N se escribe como 5_N.

El uso de teclas de menú (SOFT menus) provee una forma más conveniente de agregar unidades cuando se utilizan números con unidades. Cámbiese la señal de sistema número 117 a la opción SOFT menus (véase el Capítulo 2), y utilícese la combinación de teclas \rightarrow UNITS para obtener los siguientes menús. Presiónese la tecla \rightarrow para activar la siguiente página del menú.



Al presionarse la tecla de menú apropiada se abrirá el sub-menú de unidades para esa selección particular. Por ejemplo, para el menú \rightarrow SPEED (rapidez, velocidad), se encuentran disponibles las siguientes unidades:



Al presionarse la tecla  se reactiva el menú de UNIDADES.

Las opciones de un menú pueden listarse en la pantalla al usar las teclas  , por ejemplo, para las unidades  (energía) se listan las siguientes opciones:



Nota: Utilídense las teclas  ó  para navegar a través de los diferentes menús.

Unidades disponibles

Véase el Capítulo 3 en la guía del usuario.

Agregando unidades a los números reales

Para adjuntar unidades a un número, el número debe seguirse de una línea subrayada ( , tecla (8,5)). Por lo tanto, una fuerza de 5 N se escribe como 5_N. La siguiente secuencia de teclas permite escribir este número con unidades en modo ALG (la señal de sistema número 117 utiliza la opción *CHOOSE boxes*):

   UNITS    

Nota: Si se olvida uno de escribir la línea subrayada, el resultado es la expresión algebraica 5*N, en la cual N representa una variable y no las unidades de fuerza, Newtons.

Para escribir esta misma cantidad, con la calculadora en Modo RPN, utilídense las teclas siguientes:

Nótese que la línea subrayada se escribe automáticamente al usarse el modo RPN

La secuencia de teclas para escribir unidades cuando la opción *SOFT menu* ha sido seleccionada, en ambos modos, ALG y RPN, se ilustran a continuación. Por ejemplo, en Modo ALG, para escribir la cantidad 5_N use:

$\boxed{5} \boxed{\rightarrow} \boxed{-} \boxed{\rightarrow} \boxed{UNITS} \boxed{NXT} \boxed{\text{UNIT}} \boxed{ENTER}$

La misma cantidad escrita en Modo RPN utiliza las siguientes teclas:

$\boxed{5} \boxed{\rightarrow} \boxed{UNITS} \boxed{NXT} \boxed{\text{UNIT}}$

Nota: Uno puede escribir una cantidad con unidades utilizando el teclado alfanumérico \boxed{ALPHA} , por ejemplo, $\boxed{5} \boxed{\rightarrow} \boxed{-} \boxed{ALPHA} \boxed{N}$ produce la cantidad: 5_N

Prefijos de unidades

Uno puede escribir prefijos para las unidades de acuerdo con la siguiente tabla de prefijos del Sistema Internacional (S.I.). La abreviatura del prefijo se muestra primero, seguida del nombre, y del exponente x en el factor 10^x correspondiente a cada prefijo:

Prefijo	Nombre	x	Prefijo	Nombre	x
Y	yotta	+24	d	deci	-1
Z	zetta	+21	c	centi	-2
E	exa	+18	m	mili	-3
P	peta	+15	μ	micro	-6
T	tera	+12	n	nano	-9
G	giga	+9	p	pico	-12
M	mega	+6	f	femto	-15
k,K	kilo	+3	a	atto	-18
h,H	hecto	+2	z	zepto	-21
D(*)	deca	+1	y	yocto	-24

(*) en el sistema SI, este prefijo se escribe *da* en vez de *D*. En la calculadora, sin embargo, utilícese *D* en vez de *deca*.

Para escribir estos prefijos, simplemente utilícese el teclado alfanumérico [ALPHA] .
 Por ejemplo, para escribir 123 pm (picómetro), use:

$\text{[1]} \text{[2]} \text{[3]} \text{[R]} \text{[_]} \text{[ALPHA]} \text{[P]} \text{[ALPHA]} \text{[M]}$

La función UBASE (escriba el nombre de la función), que se usa para convertir a la unidad base (1 m), produce lo siguiente:

```

123.1_pm          123_pm
:UBASE(ANS(1))
.0000000000123_m
CONVE|UBASE|UVAL|UFACT|UNIT|UNITS
    
```

Operaciones con unidades

A continuación se presentan algunos ejemplos de cálculos con unidades en el modo ALG. Téngase en cuenta que, cuando se multiplican o dividen cantidades con unidades, uno debe encerrar esas cantidades entre paréntesis. Por lo tanto, para escribir, por ejemplo, el producto $12.5\text{ m} \times 5.2\text{ yd}$, úsese $(12.5\text{ _m}) \times (5.2\text{ _yd})$ [ENTER] :

```

:12.5_m*5.2_yd    65_(m.yd)
CONVE|UBASE|UVAL|UFACT|UNIT|UNITS
    
```

que resulta en 65_(m.yd) . Para convertir este resultado a unidades del sistema SI, utilícese la función UBASE (use el catálogo de funciones para ubicarla, $\text{[R]} \text{[_CAT]}$):

```

RAD|XYZ|HEX|B=|'|X'|    ALG
|HOME|
:12.5_m*5.2_yd          65_(m.yd)
:UBASE(ANS(1))
                    59.436_m^2
CONVE|UBASE|UVAL|UFACT|UNIT|UNITS
    
```

Nota: Recuérdese que la variable ANS(1) se encuentra disponible a través de la secuencia de teclas $\text{[R]} \text{[ANS]}$ (asociada con la tecla [ENTER]).

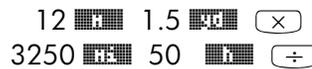
Para calcular una división, por ejemplo, $3250\text{ mi} / 50\text{ h}$, escríbase como $(3250\text{ _mi}) / (50\text{ _h})$ [ENTER] la cual, transformada a unidades SI con la función UBASE, produce:



La adición y la substracción pueden ejecutarse, en modo ALG, sin usar paréntesis, por ejemplo, 5 m + 3200 mm, se escribe simplemente como:
 $5_m + 3200_mm$ **ENTER**.

Expresiones más complicadas requieren el uso de paréntesis, por ejemplo,
 $(12_mm) * (1_cm^2) / (2_s)$ **ENTER**:

Cálculos en la pantalla (stack) en modo RPN, no requieren que se encierren los términos entre paréntesis, por ejemplo,



Estas operaciones producen los siguientes resultados:



Conversión de unidades

El menú de unidades (UNITS menu) contiene un sub-menú de herramientas (TOOLS), el cual provee las siguiente funciones:

- CONVERT(x,y): convierte unidades x a unidades y
- UBASE(x): convierte unidades x a unidades SI
- UVAL(x): extrae el valor de la cantidad, x, con unidades
- UFACT(x,y): factoriza las unidades y de la cantidad x
- UNIT(x,y): combines valor de x con unidades de y

Ejemplos de aplicación de la función CONVERT se muestran a continuación.
 Ejemplos de otras funciones del sub-menú UNIT/TOOLS se presentan en el

Capítulo 3 de la guía del usuario de la calculadora. Por ejemplo, para convertir 33 watts a btu utilícese una de las siguientes operaciones:

CONVERT(33_W,1_hp) **ENTER**
CONVERT(33_W,11_hp) **ENTER**

Constantes físicas en la calculadora

Las constantes físicas en la calculadora se localizan en una biblioteca de constantes (*constants library*) que se activa con la función CONLIB. Para activar esta función escribese en la pantalla el nombre de la función: **ALPHA** **ALPHA** **C** **O** **N** **L** **I** **B** **ENTER**, o, selecciónese la función CONLIB en el catálogo de funciones siguiendo este procedimiento: Primero, ábrase el catálogo de funciones utilizando: **→** **CAT** **ALPHA** **C**. A continuación, utilícese las teclas direccionales verticales **▲** **▼** para seleccionar CONLIB. Finalmente, presiónese la tecla de menú **F6** **☐**. Presiónese **ENTER**, de ser necesario, utilícese las teclas direccionales verticales (**▲** **▼**) para navegar a través de la lista de constantes en la calculadora.

Las teclas de menú correspondientes a la biblioteca de constantes (CONSTANTS LIBRARY) incluyen las siguientes funciones:

SI	cuando se selecciona esta opción, se usan unidades SI (*)
ENGL	cuando se selecciona esta opción, se usan unidades inglesas (*)
UNIT	cuando se selecciona esta opción, se muestran unidades (*)
VALUE	cuando se selecciona esta opción, no se muestran unidades
→STK	copia el valor (con ó sin unidades) a la pantalla
QUIT	abandona la biblioteca de unidades

(*) Activada solamente si la opción VALUE (valor) ha sido seleccionada.

La pantalla de la biblioteca de constantes (CONSTANTS LIBRARY) aparece como se muestra a continuación si se ha seleccionado la opción VALUE (unidades en el sistema SI):

```

CONSTANTS LIBRARY
NR: 6.0221367E23_1/a...
k: 1.380658E-23_J/K
Vm: 22.4141_l/gmol
R: 8.31451_J/(gmol*K)
StdT: 273.15_K
StdP: 101.325_kPa
SI ENGL UNIT VALU ←STR QUIT

```

Para ver los valores de las constantes en el sistema inglés (o sistema imperial), presiónese la opción **ENGL** :

```

CONSTANTS LIBRARY
NR: 6.0221367E23_1/a...
k: 7.270069E-27_Btu/...
Vm: 359.0394_ft^3/lb...
R: 10.73164_psi*ft^3...
StdT: 491.67_R
StdP: 14.6959_psi
SI ENGL UNIT VALU ←STR QUIT

```

Si se remueve la opción UNITS opción (presiónese **UNIT**) se muestran solamente los valores de las constantes (en este caso, en unidades inglesas):

```

CONSTANTS LIBRARY
NR: 6.0221367E23
k: 7.270069E-27
Vm: 359.0394
R: 10.73164
StdT: 491.67
StdP: 14.6959
SI ENGL UNIT VALU ←STR QUIT

```

Para copiar el valor de Vm a la pantalla, selecciónese el nombre de la constante y presiónese **!STR**, después, presiónese **QUIT**. Cuando se utiliza el modo ALG, la pantalla mostrará el siguiente resultado:

```

:CONLIB
Vm: 359.0394
CASCH HELP

```

La pantalla muestra lo que se denomina un valor rotulado (*tagged value*), Vm: 359.0394. En este resultado, Vm, es el rótulo (*tag*) del resultado. Cualquier operación aritmética que utilice este número simplemente ignora el rótulo en el resultado. Por ejemplo:

```

(→) LN (2) (X) (←) ANS (ENTER)

```

produce:

```

: CONLIB          Vm: 359.0394
: LN(2*ANS(1))    6.57657981233
CASCM HELP

```

Esta misma operación en Modo RPN requiere las siguientes teclas (después de extraer el valor de Vm de la biblioteca de constantes):

2 ENTER × → LN

Definiendo y usando funciones

Los usuarios pueden definir sus propias funciones a través de la partícula DEFINE disponible a través de las teclas \leftarrow DEF (asociada con la tecla 2). La función deberá escribirse en el siguiente formato:

Nombre_de_la_función(argumentos) = expresión_conteniendo_argumentos

Por ejemplo, definamos una función relativamente simple,

$$H(x) = \ln(x+1) + \exp(-x)$$

Supóngase que uno tiene que evaluar esta función para un número de valores discretos y que, por lo tanto, se requiere simplemente presionar una tecla para esa evaluación. En el siguiente ejemplo, asumimos que la calculadora opera en modo ALG. Escribese la siguiente secuencia de teclas:

\leftarrow DEF , ALPHA (H) \leftarrow () ALPHA \leftarrow (X) \rightarrow \rightarrow =
 \rightarrow LN ALPHA \leftarrow (X) + / \rightarrow + \leftarrow e^x ALPHA \leftarrow (X) ENTER

La pantalla lucirá como se muestra a continuación:

```

: DEFINE('H(x)=LN(x+1)+e-x')
NOVAL
+SKIP+SKIP+DEL DEL+DEL L INS

```

Presiónese la tecla \leftarrow VAR, nótese la existencia de una nueva variable en las teclas de menú \leftarrow (M). Para examinar el contenido de esta variable presiónese \rightarrow \leftarrow (M). La pantalla mostrará lo siguiente:

```

RAD RYZ HEX R= 'R'      ALG
CHOME3
:DEFINE('H(x)=LN(x+1)+e^x')
* → x 'LN(x+1)+EXP(x)'
*
H | PPAR | CASDI

```

La variable H, por lo tanto, incluye el siguiente programa:

```
<< → x 'LN(x+1) + EXP(x)' >>
```

Este es un programa relativamente simple escrito en el lenguaje de programación proveído con las calculadoras de la serie HP 48 G, y también incorporado en la serie de calculadoras HP 49 G. Este lenguaje de programación se denomina UserRPL (Véanse los Capítulos 20 y 21 en la guía del usuario de la calculadora). El programa mostrado anteriormente es relativamente simple y consiste de dos partes, contenidas entre los símbolos << >>:

- Entrada: $\rightarrow x$
- Procesamiento: $'LN(x+1) + EXP(x)'$

Estas dos partes se interpretan de esta manera: escribase un valor que se asigna temporalmente al símbolo x (denominado una variable local), evalúese la expresión entre apóstrofes que contiene a la variable local, y muéstrese la expresión evaluada.

Para activar esta función en modo ALG, escríbase el nombre de la función seguida por los argumentos entre paréntesis, por ejemplo,

 \leftarrow () 2 \rightarrow ENTER. He aquí algunos ejemplos:

```

:H(2)
LN(3)+e^2
:H(1.2)
4.1085742831
H | PPAR | EQND | z1 | R | MANS

```

```

:H(2/3)
4.1085742831
LN(2/3+1)+e^0.6666666667
H | PPAR | EQND | z1 | R | MANS

```

Para activar la función en modo RPN, escríbase primero el argumento, seguido de la tecla de menú con el nombre de la función, MATH . Por ejemplo, ejecútase esta operación: $2 \text{ ENTER } \text{MATH}$. Los otros ejemplos mostrados anteriormente pueden escribirse en modo RPN utilizando:

$1 \text{ } \cdot \text{ } 2 \text{ ENTER } \text{MATH}$, $2 \text{ ENTER } 3 \text{ } \div \text{ } \text{MATH}$.

Referencia

Información adicional sobre operaciones con números reales con la calculadora se presenta en el Capítulo 3 del guía del usuario.

Capítulo 4

Cálculos con números complejos

Este Capítulo muestra ejemplos de cálculos y aplicación de funciones a números complejos.

Definiciones

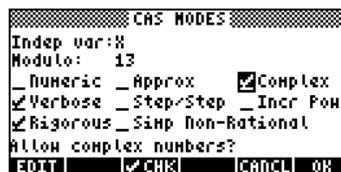
Un *número complejo* z se define como $z = x + iy$, (forma Cartesiana) en la cual x y y son números reales, y la i es la *unidad imaginaria* definida por $i^2 = -1$. El número z posee una *parte real*, $x = \text{Re}(z)$, y una *parte imaginaria*, $y = \text{Im}(z)$. La *forma polar* de un número complejo es $z = re^{i\theta} = r \cdot \cos\theta + i r \cdot \sin\theta$, en la cual $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ es el *módulo* del número complejo z , y $\theta = \text{Arg}(z) = \arctan(y/x)$ es el *argumento* del número complejo z . El *conjugado complejo* de un número complejo $z = x + iy = re^{i\theta}$, es $\bar{z} = x - iy = re^{-i\theta}$. El *negativo* de z , $-z = -x - iy = -re^{i\theta}$, puede visualizarse como la reflexión de z con respecto al origen $(0,0)$.

Seleccionando el modo complejo (COMPLEX)

Para operaciones con números complejos selecciónese el modo complejo (COMPLEX) del CAS:



El modo COMPLEX estará activo en la forma interactiva denominada CAS MODES si se muestra una marca de aprobado (✓) en la opción `_Complex`:



Presione , dos veces, para recobrar la pantalla normal de la calculadora.

Escritura de números complejos

Los números complejos en la calculadora pueden escribirse en una de dos representaciones Cartesianas: $x+iy$, o (x,y) . Los resultados complejos en la calculadora se muestran el formato de par ordenado, es decir, (x,y) . Por ejemplo, con la calculadora in modo ALG, el número complejo $(3.5,-1.2)$, se escribe con las siguientes teclas (accepte el cambio de modo a Complex):

$\left(\leftarrow\right) \left(\rightarrow\right) \left[3\right] \left[.] \left[5\right] \left(\rightarrow\right) \left[+] \left[-\right] \left[1\right] \left[.] \left[2\right] \left[ENTER\right]$

Un número complejo puede escribirse también en la forma $x+iy$. Por ejemplo, en modo ALG, $3.5-1.2i$ se escribe con las siguientes teclas:

$\left[3\right] \left[.] \left[5\right] \left[-\right] \left[1\right] \left[.] \left[2\right] \left[\times\right] \left(\leftarrow\right) \left[i\right] \left[ENTER\right]$

En modo RPN, estos números pueden escribirse de esta manera:

$\left(\leftarrow\right) \left(\rightarrow\right) \left[3\right] \left[.] \left[5\right] \left(\rightarrow\right) \left[+] \left[-\right] \left[1\right] \left[.] \left[2\right] \left[+] \left[ENTER\right]$

(Nótese que la tecla de cambio de signo se escribe después número 1.2, en el orden contrario al del ejercicio anterior realizado en modo ALG), y

$\left[.] \left[3\right] \left[.] \left[5\right] \left[-\right] \left[1\right] \left[.] \left[2\right] \left[\times\right] \left(\leftarrow\right) \left[i\right] \left[ENTER\right]$

(Nótese que se necesita un apóstrofe antes del número $3.5-1.2i$ en modo RPN).

Para escribir la unidad imaginaria (i), por sí sola, utilícese : $\left(\leftarrow\right) \left[i\right]$ (tecla I).

Representación polar de un número complejo

La representación polar del número complejo $3.5-1.2i$, que se utilizó anteriormente, se obtiene al cambiar el sistema de coordenadas de Cartesianas (o rectangulares) a cilíndricas (o polares) usando la función CYLIN. Esta función se puede obtener a través del catálogo de funciones ($\left(\rightarrow\right) \left[CAT\right]$). Puede cambiarse a coordenadas polares (POLAR) usando $\left[MODE\right]$. Cambiando las coordenadas a polares y las medidas angulares a radianes, produce el siguiente resultado:

```

4:
3:
2:
1: (3.7,∠.330297354829)
EDIT VIEW STACK RCL PURGE/CLEAR

```

Este formato incluye una magnitud, 3.7, y un ángulo, 0.33029.... El símbolo de ángulo (\angle) se muestra delante de la medida angular.

Cámbiense las coordenadas de vuelta a Cartesianas o rectangulares utilizando la función RECT (disponible en el catálogo de funciones, CAT). Un número complejo en representación polar se escribe como $z = r \cdot e^{i\theta}$. Se puede escribir este número complejo utilizando un par ordenado de la forma $(r, \angle\theta)$. El símbolo de ángulo (\angle) puede escribirse utilizando las teclas ALPHA P 6 . Por ejemplo, el número complejo $z = 5.2e^{1.5i}$, puede escribirse como se muestra a continuación (las figuras muestran la pantalla RPN, es decir, el stack, antes y después de escribir el número):

```

3:
2:
1: (3.5,1.2)
(5.2,∠1.5)
EDIT VIEW STACK RCL PURGE/CLEAR

```

```

4:
3:
2:
1: (.367833448672,5.18)
EDIT VIEW STACK RCL PURGE/CLEAR

```

Dado que el sistema de coordenadas activo es el sistema rectangular (o Cartesiano), la calculadora automáticamente convierte el número a Coordenadas Cartesianas, es decir, $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, resultando, para este caso, en el valor (0.3678..., 5.18...).

Ahora bien, si el sistema de coordenadas activo es el de coordenadas cilíndricas (utilícese la función CYLIN para activarlo), al escribirse un número complejo (x,y) , en el cual x y y son números reales, se producirá una representación polar. Por ejemplo, en coordenadas cilíndricas, escríbase el número $(3.,2.)$. Las figuras siguientes muestran la pantalla RPN (stack), antes y después de escribir este número:

```

4:
3:
2:
1: (3.,2.)
EDIT VIEW RCL STOP PURGE/CLEAR

```

```

4:
3:
2:
1: (3.60555127546,∠.58)
EDIT VIEW RCL STOP PURGE/CLEAR

```

Operaciones elementales con números complejos

Los números complejos pueden combinarse usando las cuatro operaciones fundamentales (\oplus \ominus \otimes \oslash). Los resultados obtenidos siguen las reglas del álgebra con la particularidad de que $i^2 = -1$. Las operaciones con números complejos, por lo tanto, son similares a las operaciones con números reales. Por ejemplo, con la calculadora en modo ALG y la opción *Complex* activa en el CAS, ejecútense las siguientes operaciones:

$$\begin{aligned}(3+5i) + (6-3i) &= (9, 2); \\ (5-2i) - (3+4i) &= (2, -6) \\ (3-i) \cdot (2-4i) &= (2, -14); \\ (5-2i)/(3+4i) &= (0.28, -1.04) \\ 1/(3+4i) &= (0.12, -0.16); \\ -(5-3i) &= -5 + 3i\end{aligned}$$

Los menús CMPLX

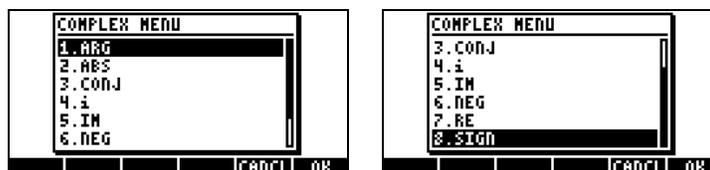
Existen dos menús CMPLX (Números complejos) en la calculadora. Uno de ellos se encuentra disponible a través del menú MTH (véase el Capítulo 3) y el otro se encuentra disponible directamente en el teclado (\square CMPLX). Los dos menús CMPLX se describen a continuación.

El menú CMPLX a través del menú MTH

Asumiendo que la opción lista de menú (CHOOSE boxes) está activa en la señal de sistema número 117 (véase el Capítulo 2), el sub-menú CMPLX dentro del menú MTH se activa utilizando las teclas: \leftarrow MTH \square 9 \square \square . Las funciones disponibles son las siguientes:



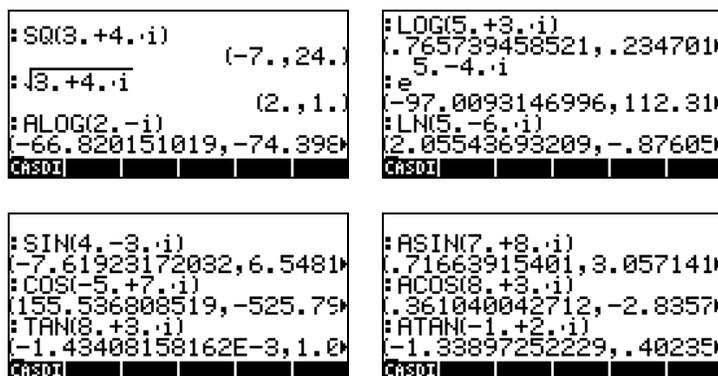
El segundo menú CMPLX es accesible al utilizar las teclas \rightarrow CMPLX . si la señal de sistema número 117 tiene activa la opción CHOOSE boxes, el menú CMPLX en el teclado muestra las siguientes opciones:



El menú mostrado incluye algunas de las funciones presentadas anteriormente, a saber, ARG, ABS, CONJ, IM, NEG, RE, y SIGN. Este menú incluye así mismo la función i que representa el mismo resultado que las teclas \leftarrow i .

Funciones aplicadas a números complejos

Muchas de las funciones del teclado y del menú MTH definidas en el Capítulo 3 para números reales (por ejemplo, SQ, LN, e^x , etc.), pueden aplicarse a números complejos. El resultado es otro número complejo como se ilustra en los siguientes ejemplos. **[Nota:** No todas las líneas serán visibles al finalizar los ejercicios en las siguientes pantallas].



<pre> : SINH(4.-6.i) (26.2029676178,7.63034) : COSH(1.-i) (.833730025131,-.98885) : TANH(-1.+i) (-1.08392332734,.27175) SINH ASINH COSH ACOSH TANH ATANH </pre>	<pre> : ASINH(7.-9.i) (3.12644592412,-.90788) : ACOSH(3.i) (1.81844645923,1.57079) : ATANH(1.-6.i) (2.63401289145E-2,-1.4) SINH ASINH COSH ACOSH TANH ATANH </pre>
---	--

Nota: Cuando se utilizan las funciones trigonométricas y sus inversas con números complejos los argumentos de estas no representan ángulos como en el caso de los números reales. Por lo tanto, la medida angular activa no tiene ningún efecto en los resultados de las funciones antes mencionadas en el dominio de los números complejos.

Función DROITE: la ecuación de una línea recta

La función DROITE utiliza como argumentos dos números complejos, por ejemplo, x_1+iy_1 y x_2+iy_2 , y la ecuación de una línea recta, es decir, $y = a+bx$, que contiene los puntos (x_1,y_1) y (x_2,y_2) . Por ejemplo, la línea recta comprendida entre los puntos A(5,-3) y B(6,2) se puede obtener usando la función DROITE como se muestra a continuación (el ejemplo se ejecuta en el modo algebraico):

```

: DROITE(5-3.i,6+2.i)
Y=5.(X-5)+-3
CASCH HELP

```

La función DROITE se puede activar utilizando el catálogo de funciones (\rightarrow CAT). Si se activa el modo APPROX, el resultado sería $Y = 5 \cdot (X-5) - 3$.

Referencia

Información adicional sobre las operaciones con números complejos se presenta en el Capítulo 4 de la guía del usuario de la calculadora.

Capítulo 5

Operaciones algebraicas y aritméticas

Un objeto algebraico es cualquier número, nombre de variable, o expresión algebraica sobre el que se pueden efectuar operaciones, que puede manipularse, o combinarse de acuerdo a las reglas del álgebra. Algunos ejemplos de objetos algebraicos se presentan a continuación:

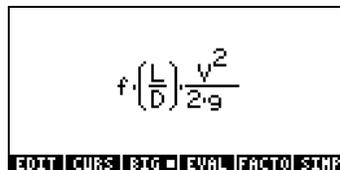
- Un número: 12.3, 15.2_m, 'π', 'e', 'i'
- Un nombre de variable: 'a', 'ux', 'width', etc.
- Una expresión: 'p*D^2/4', 'f*(L/D)*(V^2/(2*g))',
- Una ecuación: 'p*V = n*R*T', 'Q=(Cu/n)*A(y)*R(y)^(2/3)*√So'

Escritura de los objetos algebraicos

Los objetos algebraicos pueden crearse al escribir el objeto entre apóstrofes directamente en la pantalla, o utilizando el escritor de ecuaciones (EQW). Por ejemplo, para escribir el objeto algebraico 'π*D^2/4' directamente en la pantalla utilícese:

' π × ALPHA D Y^x 2 ÷ 4 ENTER

Un objeto algebraico puede construirse en el escritor de ecuaciones (Equation Writer) y después enviado a la pantalla, o manipulado en el Escritor de ecuaciones mismo. La operación del Escritor de ecuaciones se describió en el Capítulo 2. Como ejercicio, constrúyase el siguiente objeto algebraico en el Escritor de ecuaciones:


$$f \cdot \left(\frac{L}{D}\right) \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

Después de construir el objeto algebraico, presiónese ENTER para mostrarlo en la pantalla (las pantallas en modos ALG y RPN se muestran a continuación):



Operaciones elementales con objetos algebraicos

Los objetos algebraicos pueden sumarse, restarse, multiplicarse y dividirse (excepto por cero), elevarse a una potencia, usarse como argumentos de funciones (por ejemplo, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas, hiperbólicas, etc.), como se haría con cualquier número real o complejo. Para demostrar las operaciones básicas con objetos algebraicos, constrúyanse un par de objetos algebraicos, por ejemplo, ' $\pi * R^2$ ' y ' $g * t^2 / 4$ ', y almacénense en las variables A1 y A2 (véase el Capítulo 2 para aprender como crear variables y almacenar valores en ellas). He aquí el procedimiento para almacenar la variable A1 en modo ALG:

π \times R $^$ 2 STO $A1$ ENTER

El resultado es:



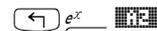
Las instrucciones correspondientes en modo RPN son:

π ALPHA R ENTER 2 $^$ X ALPHA $A1$ STO

Después de almacenar la variable A2, la pantalla mostrará las variables como se muestra a continuación:



En modo ALG, las siguientes instrucciones muestran varias operaciones elementales con los objetos algebraicos contenidos en las variables A1 y A2 (presiónese VAR para recobrar el menú de variables):



Los mismos resultados se obtienen en modo RPN si se utilizan las instrucciones siguientes:



Funciones en el menú ALG

El menú ALG (Algebraico) se activa utilizando las teclas \rightarrow ALG (asociado con la tecla 4). Habiendo escogido la opción *CHOOSE boxes* para la señal de sistema número 117, el menú ALG muestra las siguientes funciones:



Utilícese la función informativa (HELP) de la calculadora para ver la explicación de las diferentes funciones del menú ALG. Para activar la función informativa (HELP) utilídense las siguientes teclas: TOOL NXT HELP ENTER . Para localizar una función particular en la función informativa, escríbase la primera letra del nombre de la función. Por ejemplo, para localizar la función COLLECT, utilídense las teclas ALPHA C , y después utilídense las teclas direccionales verticales \uparrow \downarrow para localizar la palabra COLLECT dentro de la lista de la función informativa.

Para completar la operación presiónese la tecla HELP . He aquí la definición de la función COLLECT en la función informativa (HELP) de la calculadora:

```
COLLECT:
Recursive factoriza-
tion of a polynomial
over integers
COLLECT(X^2-4)
(X+2)*(X-2)
See: EXPAND FACTOR
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN
```

Nótese que la última línea contiene el texto "See: EXPAND FACTOR" (traducción: Véase: EXPAND FACTOR). Esta línea sugiere enlaces a otras definiciones dentro de la función informativa (HELP): las funciones EXPAND y FACTOR. Para acceder esas funciones directamente, presiónese la tecla de menú  o . Presiónese  para la definición de la función EXPAND. Presiónese  para la definición de la función FACTOR.

<pre>EXPAND: Expands and simplifies an algebraic expr. EXPAND((X+2)*(X-2)) X^2-4 See: COLLECT SIMPLIFY EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN</pre>	<pre>FACTOR: Factorizes an integer or a polynomial FACTOR(X^2-2) (X+√2)(X-√2) See: EXPAND COLLECT EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN</pre>
--	---

Para copiar a la pantalla los ejemplos mostrados en la definición presiónese la tecla de menú . Por ejemplo, presiónese la tecla  en la definición de la función EXPAND, mostrada anteriormente, para obtener el ejemplo que se muestra a continuación (presiónese  para ejecutar el ejemplo):

<pre>:HELP :EXPAND((X+2)*(X-2)) X^2-4 CASCM HELP</pre>	<pre>:HELP :FACTOR(X^2-2) (X+√2)(X-√2) CASCM HELP</pre>
--	---

Se invita al usuario a explorar las diferentes funciones en el menú ALG utilizando la función informativa (HELP). Las siguientes listas muestra todas las funciones en ese menú:

<pre>ALG MENU 1. COLLECT 2. EXPAND 3. FACTOR 4. LNCOLLECT 5. LIN 6. PARTFRAC HELP CANCL OK</pre>	<pre>ALG MENU 4. LNCOLLECT 5. LIN 6. PARTFRAC 7. SOLVE 8. SUBST 9. TEXPAND HELP CANCL OK</pre>
--	--

Por ejemplo, la función informativa (HELP) provee la siguiente definición y ejemplo para la función SUBST:

```

SUBST:
Substitutes a value
for a variable in an
expression
SUBST(A^2+1,A=2) 2^2+1
See:
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIO

```

```

:HELP
:SUBST(A^2+1,A=2)
2^2+1
CASCM HELP

```

Nota: Recuérdese que para utilizar estas, y otras, funciones en el modo RPN, debe escribirse primero el argumento de la función y después activarse la misma. Por ejemplo, para el caso de la función **TEXPAND**, mostrado anteriormente, utilícese:

1 ← e^x + ALPHA X + ALPHA Y ENTER

A continuación, actívese la función **TEXPAND** en el menú **ALG** (o, directamente, en el catálogo de funciones → **_CAT**), para completar la operación.

Operaciones con funciones trascendentes

La calculadora provee ciertas funciones que se utilizan para reemplazar expresiones que contienen funciones logarítmicas y exponenciales (← **EXP&LN**), así como funciones trigonométricas (→ **_TRIG**).

Expansión y factorización utilizando las funciones log-exp

El menú ← **EXP&LN** contiene las siguientes funciones:

```

EXP&LN MENU
1. EXPLN
2. EXPM
3. LID
4. LDCOLLECT
5. LDF1
6. TEXPAND
HELP | | | CANCL | OK

```

```

EXP&LN MENU
2. EXPM
3. LID
4. LDCOLLECT
5. LDF1
6. TEXPAND
7. TSINF
HELP | | | CANCL | OK

```

Las definiciones de estas funciones, así como los ejemplos correspondientes, se encuentran disponibles en la función informativa (HELP) de la calculadora (TOOL NXT HELP ENTER). Por ejemplo, la descripción de la función **EXPLN** se

muestra en la figura siguiente a la izquierda, mientras que el ejemplo correspondiente se muestra en la figura siguiente a la derecha:

```

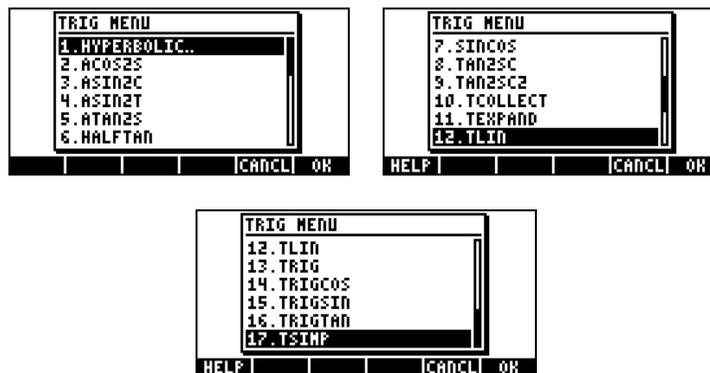
EXPLN:
Rewrites transcendent.
functions in terms of
EXP and LN
EXPLN(COS(X))
(EXP(i*X)+1/EXP(i*X))..
See: SIN COS EXP2HYP
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN
    
```

```

RAD BYZ HEX C= 'X'      ALG
HOME3
* EXPLN(COS(X))
e^{iX} + 1 / e^{iX}
-----
2
CASCH HELP
    
```

Expansión y factorización utilizando funciones trigonométricas

El menú TRIG, que se obtiene utilizando \rightarrow TRIG, muestra las siguientes funciones:

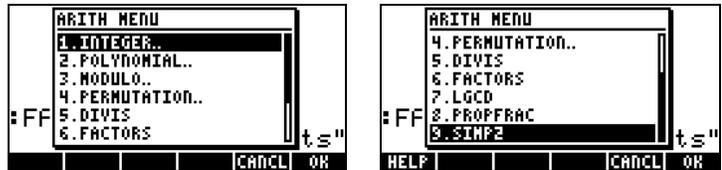


Estas funciones permiten la simplificación de expresiones al reemplazar ciertas categorías de funciones trigonométricas por otras categorías. Por ejemplo, la función ACOS2S permite reemplazar la función *arco coseno* ($\cos(x)$) por una expresión que involucra la función *arco seno* ($\sin(x)$).

Las definiciones de estas funciones, así como los ejemplos correspondientes, se encuentran disponibles en la función informativa (HELP) de la calculadora (\rightarrow TOOL \rightarrow NXT \rightarrow \rightarrow ENTER). Se invita al usuario a investigar esa información por su propia cuenta.

Funciones en el menú ARITHMETIC

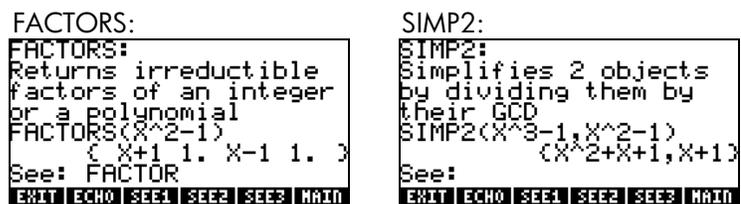
El menú ARITHMETIC se activa utilizando \leftarrow ARITH (asociada con la tecla \leftarrow). Con la opción CHOOSE boxes seleccionada para la señal de sistema número 117, la combinación \leftarrow ARITH muestra el siguiente menú:



De esta lista, las opciones 5 a 9 (DIVIS, FACTORS, LGCD, PROPFRAC, SIMP2) corresponden a funciones que aplican a números enteros o a polinomios. Las opciones restantes (1. INTEGER, 2. POLYNOMIAL, 3. MODULO, y 4. PERMUTATION) son en realidad sub-menús de funciones que aplican a objetos matemáticos específicos. Con la opción SOFT menus seleccionada para la señal de sistema número 117, la combinación \leftarrow ARITH muestra el siguiente menú:



A continuación se muestran las definiciones de las funciones FACTORS y SIMP2 en el ARITHMETIC menu:



Para ver las funciones disponibles en los sub-menús del menú ARITHMETIC: INTEGER, POLYNOMIAL, MODULO, y PERMUTATION, selecciónese el sub-

menú apropiado. Definiciones y ejemplos se obtienen en la función informativa (HELP) de la calculadora.

Información adicional sobre las aplicaciones de las funciones del menú ARITHMETIC se presenta en el Capítulo 5 en la guía del usuario de la calculadora.

Polinomios

Los polinomios son expresiones algebraicas consistente de uno o más términos que contienen potencias decrecientes de una variable o función. Por ejemplo, X^3+2X^2-3X+2 es un polinomio del tercer orden (cúbico) de la variable X , mientras que $SIN(X)^2-2$ es un polinomio de segundo orden (cuadrático) de la función $SIN(X)$. Las funciones COLLECT y EXPAND, mostradas anteriormente, pueden utilizarse con polinomios. Otras aplicaciones de polinomios en la calculadora se muestran a continuación.

La función HORNER

La función HORNER (\leftarrow ARITH , POLYNOMIAL, HORNER) produce la división sintética de un polinomio $P(X)$ por el factor $(X-a)$, es decir, $HORNER(P(X),a) = \{Q(X), a, P(a)\}$, en la cual $P(X) = Q(X)(X-a)+P(a)$. Por ejemplo, $HORNER('X^3+2X^2-3X+1',2) = \{X^2+4X+5, 2, 11\}$, es decir, $X^3+2X^2-3X+1 = (X^2+4X+5)(X-2)+11$. Así mismo,

$$HORNER('X^6-1',-5) = \{X^5-5X^4+25X^3-125X^2+625X-3125, -5, 15624\}$$

es decir, $X^6-1 = (X^5-5X^4+25X^3-125X^2+625X-3125)(X+5)+15624$.

La variable VX

La mayoría de los ejemplos con polinomios fueron escritos usando la variable X . Esto es porque, en el directorio {HOME CASDIR} de la calculadora, existe una variable denominada VX cuyo valor preseleccionado es $'X'$. Este es el nombre de la variable independiente preferida para aplicaciones en el álgebra y en el cálculo. Evítese utilizar la variable VX en programas y ecuaciones, de manera que no se confunda con la variable VX del CAS

(Computer Algebraic System, o Sistema Algebraico Computacional). Para obtener información adicional sobre las variables del CAS véase el Apéndice C en la guía del usuario de la calculadora.

La función PCOEF

Dado un vector que contiene las raíces de un polinomio, la función PCOEF genera un vector que contiene los coeficientes del polinomio correspondiente. Los coeficientes corresponden al orden decreciente de las potencias de la variable independiente. Por ejemplo:

$$\text{PCOEF}([-2, -1, 0, 1, 1, 2]) = [1. -1. -5. 5. 4. -4. 0.],$$

Este resultado representa el polinomio $X^6 - X^5 - 5X^4 + 5X^3 + 4X^2 - 4X$.

La función PROOT

Dado un vector que contiene los coeficientes de un polinomio en orden decreciente de las potencias, la función PROOT provee las raíces del polinomio. Por ejemplo, para el polinomio $X^2 + 5X + 6 = 0$, $\text{PROOT}([1, -5, 6]) = [2. 3.]$.

Las funciones QUOT y REMAINDER

Las funciones QUOT (cociente) y REMAINDER (residuo) proveen, respectivamente, el cociente $Q(X)$ y el residuo $R(X)$, que resulta de la división de dos polinomios, $P_1(X)$ y $P_2(X)$. Es decir, estas funciones proveen los valores de $Q(X)$ y $R(X)$ en la expresión $P_1(X)/P_2(X) = Q(X) + R(X)/P_2(X)$. Por ejemplo,

$$\begin{aligned}\text{QUOT}('X^3-2*X+2', 'X-1') &= 'X^2+X-1' \\ \text{REMAINDER}('X^3-2*X+2', 'X-1') &= 1.\end{aligned}$$

Para este caso, por lo tanto: $(X^3 - 2X + 2)/(X - 1) = X^2 + X - 1 + 1/(X - 1)$.

Nota: Este último resultado se puede obtener usando la función PARTFRAC:
 $\text{PARTFRAC}('X^3-2*X+2)/(X-1') = 'X^2+X-1 + 1/(X-1)'$.

La función PEVAL

La función PEVAL (Polynomial EVALuation) se utiliza para evaluar un polinomio

$$p(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0,$$

dado un vector de coeficientes $[a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0]$ y un valor x_0 . El resultado es la evaluación $p(x_0)$. La función PEVAL no está disponible en el menú ARITHMETIC, sino en el menú CALC/DERIV&INTEG. Ejemplo: $PEVAL([1,5,6,1],5) = 281$.

Aplicaciones adicionales de las funciones relacionadas con polinomios se presentan en el Capítulo 5 en la guía del usuario de la calculadora.

Fracciones

Las fracciones pueden expandirse y factorizarse utilizando las funciones EXPAND y FACTOR, localizadas en el menú ALG (\square ALG). Por ejemplo:

$$\text{EXPAND}'(1+X)^3/((X-1)*(X+3))' = '(X^3+3*X^2+3*X+1)/(X^2+2*X-3)'$$

$$\text{EXPAND}'(X^2*(X+Y)/(2*X-X^2)^2)' = '(X+Y)/(X^2-4*X+4)'$$

$$\text{FACTOR}'(3*X^3-2*X^2)/(X^2-5*X+6)' = 'X^2*(3*X-2)/((X-2)*(X-3))'$$

$$\text{FACTOR}'(X^3-9*X)/(X^2-5*X+6)' = 'X*(X+3)/(X-2)'$$

La función SIMP2

La función SIMP2, en el menú ARITHMETIC, utiliza como argumentos dos números o dos polinomios, los cuales representan el numerador y el denominador de una fracción racional, y produce, como resultados, el numerador y denominador simplificados. Por ejemplo:

$$\text{SIMP2}'(X^3-1, X^2-4*X+3)' = \{ 'X^2+X+1', 'X-3' \}$$

La función PROPFRAC

El función PROPFRAC convierte una función racional en una función “propia”, es decir, una parte entera sumada a una parte fraccional, si tal descomposición es posible. Por ejemplo:

$$\begin{aligned}\text{PROPFRAC}('5/4') &= '1+1/4' \\ \text{PROPFRAC}('(x^2+1)/x^2') &= '1+1/x^2'\end{aligned}$$

La función PARTFRAC

La función PARTFRAC descompone una fracción racional en fracciones parciales que, al sumarse, producen la fracción original. Por ejemplo:

$$\begin{aligned}\text{PARTFRAC}('(2*X^6-14*X^5+29*X^4-37*X^3+41*X^2-16*X+5)/(X^5-7*X^4+11*X^3-7*X^2+10*X)') &= \\ '2*X+(1/2/(X-2)+5/(X-5)+1/2/X+X/(X^2+1))'\end{aligned}$$

La función FCOEF

La función FCOEF, disponible en el menú ARITHMETIC/POLYNOMIAL, se utiliza par obtener una fracción racional dados las raíces y los polos de la misma.

Nota: Si la expresión $F(X) = N(X)/D(X)$ representa una función racional, las raíces de la fracción se encuentran al resolver la ecuación $N(X) = 0$, mientras que los polos de la fracción se encuentran al resolver la ecuación $D(X) = 0$.

El argumento de esta función es un vector que incluye las raíces de la fracción seguidas de su multiplicidad (es decir, cuantas veces la raíz se repite), y los polos de la fracción, también seguidos de su multiplicidad, esta última representada como un número negativo. Por ejemplo, si queremos formar la fracción que tiene las raíces 2 con multiplicidad 1, 0 con multiplicidad 3, y -5 con multiplicidad 2, y los polos 1 con multiplicidad 2 y -3 con multiplicidad 5, utilícese:

$$\text{FCOE}([2,1,0,3,-5,2,1,-2,-3,-5]) = '(X-5)^2 \cdot X^3 \cdot (X-2)/(X-3)^5 \cdot (X-1)^2'$$

Si se presiona $\boxed{\text{EVAL}}$ $\boxed{\leftarrow}$ $\boxed{\text{ANS}}$ (or, simplemente $\boxed{\text{EVAL}}$, in RPN mode) se obtiene:

$$'(X^6+8 \cdot X^5+5 \cdot X^4-50 \cdot X^3)/(X^7+13 \cdot X^6+61 \cdot X^5+105 \cdot X^4-45 \cdot X^3-297 \cdot X^2-81 \cdot X+243)'$$

La función FROOTS

La función FROOTS, en el menú ARITHMETIC/POLYNOMIAL, se utiliza para obtener las raíces y los polos de una fracción. Por ejemplo, al aplicar la función FROOTS a la fracción racional obtenida en el ejemplo anterior, se obtiene el resultado: [1 -2. -3 -5. 0 3. 2 1. -5 2.]. Este vector muestra primero los polos seguidos de su multiplicidad (representada por un número negativo), y, a continuación, las raíces seguidas por su multiplicidad (representada por un número positivo). En este caso, los polos son (1, -3) con multiplicidades (2,5), respectivamente, y las raíces son (0, 2, -5) con multiplicidades (3, 1, 2), respectivamente.

Considérese también este segundo ejemplo:

$$\text{FROOTS}('(X^2-5 \cdot X+6)/(X^5-X^2)') = [0 -2. 1 -1. 3 1. 2 1.].$$

En este caso, los polos son 0 (2), 1(1), y las raíces son 3(1), 2(1). Si se hubiese seleccionado la opción Complex para el CAS, el resultado de este ejemplo hubiese sido: [0 -2. 1 -1. '-(1+i*\sqrt{3})/2' -1. '-(1-i*\sqrt{3})/2' -1.].

Operaciones con polinomios y fracciones, paso a paso

Cuando se selecciona la opción Step/step en el CAS, la calculadora mostrará las simplificaciones de fracciones o la operaciones con polinomios detalladas paso a paso. Esta selección es útil, por ejemplo, para ver los diferentes pasos de una división sintética. La división

$$\frac{X^3 - 5X^2 + 3X - 2}{X - 2}$$

se muestra en detalle en el Apéndice C la guía del usuario de la calculadora. El siguiente ejemplo muestra otra división sintética, paso a paso. Presiónese

ENTER para ejecutar los pasos consecutivos. La función DIV2 se encuentra disponible en el menú ARITHMETIC/POLYNOMIAL.

$$\frac{X^9 - 1}{X^2 - 1}$$

```
RAD XYZ HEX C= 'X'   ALG
CHOME2

:DIV2(X^9-1,X-1)
ABCUVCHINRCYCLO DIV2 EGCD FACTO
```

```
Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B: (1,0,-1)
Q: (1)
R: (0,1,0,0,0,0,0,0,-1)
Press a key to go on
ABCUVCHINRCYCLO DIV2 EGCD FACTO
```

```
Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B: (1,0,-1)
Q: (1,0)
R: (1,0,0,0,0,0,0,0,-1)
Press a key to go on
ABCUVCHINRCYCLO DIV2 EGCD FACTO
```

```
Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B: (1,0,-1)
Q: (1,0,1)
R: (0,1,0,0,0,0,0,-1)
Press a key to go on
ABCUVCHINRCYCLO DIV2 EGCD FACTO
```

```
Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B: (1,0,-1)
Q: (1,0,1,0)
R: (1,0,0,0,0,-1)
Press a key to go on
ABCUVCHINRCYCLO DIV2 EGCD FACTO
```

```
Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B: (1,0,-1)
Q: (1,0,1,0,1)
R: (0,1,0,0,-1)
Press a key to go on
ABCUVCHINRCYCLO DIV2 EGCD FACTO
```

```
Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B: (1,0,-1)
Q: (1,0,1,0,1,0)
R: (1,0,0,-1)
Press a key to go on
ABCUVCHINRCYCLO DIV2 EGCD FACTO
```

```
Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B: (1,0,-1)
Q: (1,0,1,0,1,0,1)
R: (0,1,-1)
Press a key to go on
ABCUVCHINRCYCLO DIV2 EGCD FACTO
```

```
Division A=BQ+R
A: (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)
B: (1,0,-1)
Q: (1,0,1,0,1,0,1,0)
R: (1,-1)
Press a key to go on
ABCUVCHINRCYCLO DIV2 EGCD FACTO
```

```
:DIV2(X^9-1,X^2-1)
(Q:(X^7+X^5+X^3+X) R:(X-1))
ABCUVCHINRCYCLO DIV2 EGCD FACTO
```

Referencia

Información adicional, definiciones, y ejemplos de operaciones algebraicas y aritméticas se presentan en el Capítulo 5 de la guía del usuario de la calculadora.

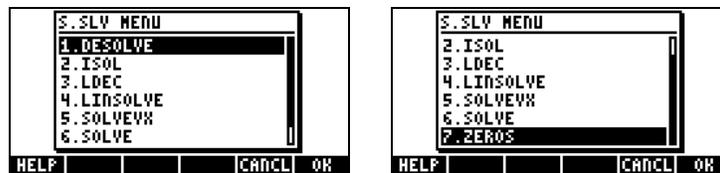
Capítulo 6

Solución de las ecuaciones

Asociados con la tecla $\boxed{7}$ existen dos menús de funciones para la solución de ecuaciones, el Symbolic SOLVer (\leftarrow S.SLV), o soluciones simbólicas, y el NUMerical SOLVer (\rightarrow NUM.SLV), o soluciones numéricas. A continuación se presentan algunas de las funciones disponibles en estos menús.

Solución simbólica de las ecuaciones algebraicas

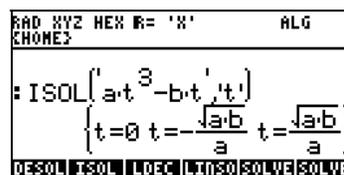
En esta sección se utiliza el menú de soluciones simbólicas (Symbolic Solver). Actívese el menú utilizando las teclas \leftarrow S.SLV . Con la opción CHOOSE boxes activa en la señal de sistema número 117, el menú de soluciones simbólicas muestra las siguientes funciones:



Las funciones ISOL y SOLVE se utilizan para obtener la incógnita de una ecuación polinómica. La función SOLVEVX se utiliza para resolver una ecuación polinómica en la que la incógnita es la variable independiente del CAS VX (usualmente la 'X'). Finalmente, la función ZEROS provee los ceros o raíces de una ecuación polinómica.

La función ISOL

La función ISOL(Ecuación, variable) produce la solución(es) de la Ecuación al despejar la variable. Por ejemplo, con la calculadora en modo ALG, para despejar t en la ecuación $at^3 - bt = 0$ utilícese:



Cuando la calculadora usa el modo RPN, la solución se obtiene escribiendo primero la ecuación en la pantalla (stack), seguida por la variable, antes de activarse la función ISOL. La figura de la izquierda muestra la pantalla RPN antes de aplicar la función ISOL, mientras que la figura de la derecha muestra la pantalla después de aplicar la función ISOL.

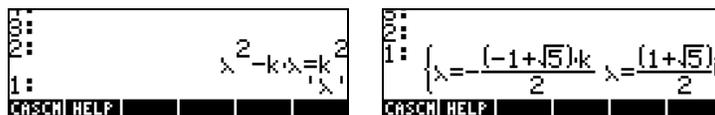


El primer argumento en la función ISOL puede ser una expresión (sin el signo igual), como en el ejemplo anterior, o una ecuación. Por ejemplo, en modo ALG, ejecútense el siguiente ejemplo:



Nota: Para escribir el signo igual (=) en una ecuación, utilícese las teclas \rightarrow = (asociada con la tecla +/-).

El mismo problema puede resolverse en modo RPN como se ilustra a continuación (las figuras siguientes muestran la pantalla RPN antes y después de aplicar la función ISOL):



La función SOLVE

La función SOLVE tiene la misma sintaxis que la función ISOL, excepto que SOLVE puede utilizarse para resolver un sistema de ecuaciones polinómicas.

La función informativa de la calculadora (función HELP, que se activa utilizando TOOL NXT HELP) muestra la siguiente referencia para la función SOLVE, incluyendo la solución de la ecuación $X^4 - 1 = 3$:

```
SOLVE:
Solves a (or a set of)
polynomial equation
SOLVE(X^4-1=3,X)
      {X=√2 X=-√2}
See: LINSOLVE SOLVEVX
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN
```

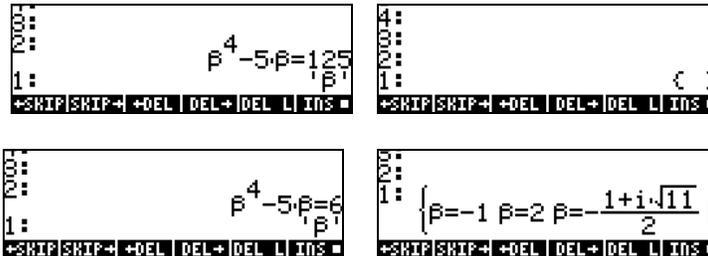
Los siguientes ejemplos muestran el uso de la función SOLVE en modo ALG (use modo Complex en el CAS): [**Nota:** no todas las líneas en las figuras siguientes serán visibles al finalizar los ejercicios].

```
: SOLVE(β^4-5β=125,β)
      {}
: SOLVE(β^4-5β=6,β)
β=-1 β=2 β=-1+i√11 β=-1-i√11
```

La figura anterior muestra dos soluciones. En la primera, $\text{SOLVE}(\beta^4 - 5\beta = 125)$, no produce soluciones $\{\}$. En la segunda solución, $\text{SOLVE}(\beta^4 - 5\beta = 6)$, produce cuatro soluciones, que se muestran en la línea inferior de la pantalla. La última solución en la línea no es visible porque el resultado ocupa más caracteres que el ancho de la pantalla. Sin embargo, uno puede ver todas las soluciones al activar el editor de línea utilizando la tecla direccional vertical \downarrow (Esta operación puede utilizarse para acceder a cualquier línea de la pantalla que sea más ancha que la pantalla misma):

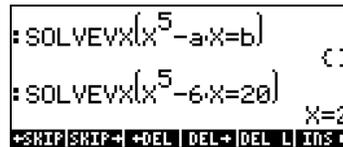
```
: SOLVE(β^4-5β=6,β)
β=-1 β=2 β=-1+i√11 β=-1-i√11
(β=-1,β=2,β=-((1+i*√11)/2),β=-((1-i*√11)/2))
```

Las pantallas RPN correspondientes a los dos ejemplos anteriores, antes y después de aplicar la función SOLVE, se muestran a continuación:



La función SOLVEVX

La función SOLVEVX se utiliza para resolver una ecuación cuando la incógnita es la variable CAS contenida en el registro VX. El valor predefinido de VX es el símbolo 'X'. Algunos ejemplos, en el modo ALG y con la variable VX = 'X', se muestran a continuación:



En el primer caso, SOLVEVX no pudo encontrar una solución. En el segundo caso, SOLVEVX encontró una solución única, $X = 2$.

Las siguientes figuras muestran la pantalla RPN en la solución de los ejemplos anteriores (antes y después de aplicar la función SOLVEVX):

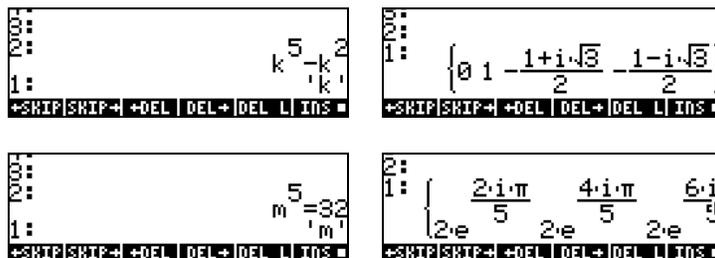


La función ZEROS

La función ZEROS se utiliza para encontrar las raíces (o ceros) de una ecuación polinómica, sin mostrar la multiplicidad de las mismas. La función ZEROS requiere como argumentos una ecuación o expresión y la variable a despejarse. Ejemplos en modo ALG se muestran a continuación:



Para utilizar la función ZEROS en modo RPN, escríbase primero la expresión o ecuación polinómica, seguida de la variable a ser despejada. Después de esto, se deberá activar la función ZEROS. Las siguientes figuras muestran la pantalla RPN en la solución de los ejemplos anteriores (antes y después de aplicar la función ZEROS, con modo Complex seleccionado para el CAS):



Las funciones de soluciones simbólicas (Symbolic Solver) presentadas anteriormente producen soluciones para ecuaciones racionales (principalmente, ecuaciones polinómicas). Si la ecuación a resolverse tiene solamente coeficientes numéricos, es posible obtener una solución numérica utilizando las funciones de soluciones numéricas (Numerical Solver) en la calculadora.

Menú de soluciones numéricas

La calculadora provee un ambiente para la solución numérica de ecuaciones algebraicas o trascendentes. Para activar este ambiente, actívese primero el menú de soluciones numéricas (NUM.SLV) utilizando \rightarrow NUM.SLV . Esta acción produce una lista de opciones incluyendo:



A continuación se presentan aplicaciones de las opciones 3. *Solve poly.*, 5. *Solve finance*, y 1. *Solve equation.*, en ese orden. El Apéndice A, en la guía del usuario, contiene instrucciones para el uso de las formas interactivas con ejemplos basados en las soluciones numéricas de las ecuaciones. Item 6. *MSLV* (Multiple equation SolVer) will be presented in Página 6-10.

Notas:

1. Cuando se resuelve una ecuación utilizando las soluciones numéricas en el menú NUM.SLV, la solución se mostrará en la pantalla después de terminarse la operación. Esta acción es útil si se requiere utilizar la solución numérica más reciente en otras operaciones de la calculadora.

2. Las aplicaciones de soluciones numéricas (NUM.SLV) usualmente crean una o más variables en la calculadora.

Ecuaciones polinómicas

Cuando se utiliza la opción *Solve poly...* en el ambiente *SOLVE* de la calculadora uno puede:

- (1) Encontrar la(s) solución(es) de una ecuación polinómica;
- (2) Obtener los coeficientes de un polinomio, dadas las raíces; y
- (3) Obtener una expresión algebraica para un polinomio como función de la variable CAS, usualmente 'X'.

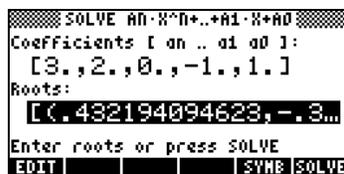
Solución(es) de una ecuación polinómica

Una ecuación polinómica es una ecuación de la forma: $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$. Por ejemplo, resuélvase la ecuación: $3s^4 + 2s^3 - s + 1 = 0$.

Los coeficientes de la ecuación deberán escribirse como el siguiente vector: [3,2,0,-1,1]. Para resolver esta ecuación polinómica, utilícese lo siguiente:

	Seleccionar <i>Solve poly...</i>
	Vector de coeficientes
	Resolver la ecuación

La pantalla mostrará la solución de la forma siguiente:



Presiónese **ENTER** para recobrar la pantalla normal. La pantalla mostrará los siguientes resultados en modo ALG o en modo RPN:



Todas las soluciones o raíces son números complejos para este caso: (0.432,-0.389), (0.432,0.389), (-0.766, 0.632), (-0.766, -0.632).

Generación de coeficientes de un polinomio dadas las raíces

Supóngase que se desean generar los coeficientes de un polinomio cuyas raíces son los números [1, 5, -2, 4]. Para utilizar la calculadora con este propósito, síganse las siguientes instrucciones:

\rightarrow NUM.SLV ∇ ∇ [SOLVE]
 ∇ \leftarrow [1] \rightarrow [5]
 \rightarrow [2] [+/-] \rightarrow [4] [SOLVE]

Seleccionar *Solve poly...*

Vector de raíces

Calcular coeficientes

Presiónese [ENTER] para recuperar la pantalla normal. Los coeficientes se mostrarán también en esa pantalla.

```

SOLVE AN·X^n+...+A1·X+A0
Coefficients [ a n .. a1 a0 ]:
[1.,-8.,9.,38.,-40.]
Roots:
[1.,5.,-2.,4.]
Enter coefficients or press SOLVE
EDIT | SYMB SOLVE

```

Presiónese la tecla ∇ para activar el editor de línea y poder ver el vector de coeficientes en su totalidad.

Generación de una expresión algebraica para el polinomio

Uno puede utilizar la calculadora para generara una expresión algebraica de un polinomio dados los coeficientes o las raíces del polinomio. La expresión que resulta está dada en términos de la variable CAS, usualmente 'X'.

El siguiente ejemplo muestra como obtener la expresión algebraica de un polinomio dados los coeficientes. Asíumase que los coeficientes del polinomio son [1,5,-2,4]. Utilídense las siguientes instrucciones:

\rightarrow NUM.SLV ∇ ∇ [SOLVE]
 \leftarrow [1] \rightarrow [5]
 \rightarrow [2] [+/-] \rightarrow [4] [SOLVE]
 [SOLVE]
 [ENTER]

Seleccionar *Solve poly...*

Vector de coeficientes

Generar expresión simbólica

Recobrar pantalla normal

La expresión generada se muestra en la pantalla como: 'X^3+5*X^2+2*X+4'.

El siguiente ejemplo muestra como obtener la expresión algebraica de un polinomio dadas las raíces del mismo. Asúmase que las raíces del polinomio son [1,3,-2,1]. Utilídense las siguientes instrucciones:

	Seleccionar <i>Solve poly...</i>
	Vector de raíces
	Generar expresión simbólica
	Recobrar pantalla normal

La expresión generada se muestra en la pantalla como:

$$'(X-1)*(X-3)*(X+2)*(X-1)'$$

Para ejecutar las multiplicaciones en esta expresión, utilícese la función EXPAND. La expresión que resulta es: $'X^4+3*X^3+ -3*X^2+11*X-6'$.

Cálculos financieros

Los cálculos en la opción 5. *Solve finance..* en el menú de soluciones numéricas (Numerical Solver, *NUM.SLV*) se utilizan para determinar el valor del dinero con el tiempo. Este tipo de cálculos es de interés en la disciplina de la ingeniería económica y otras aplicaciones financieras. Los cálculos financieros se activan a través de las teclas  (asociada con la tecla ). Los detalles de estos cálculos se muestran en el Capítulo 6 del guía del usuario.

Solución de ecuaciones con una sola incógnita con el NUM.SLV

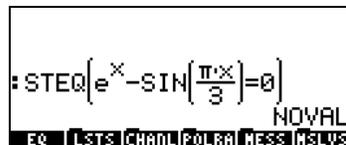
El menú NUM.SLV provee la opción 1. *Solve equation..* para resolver ecuaciones de una sola incógnita, incluyéndose ecuaciones algebraicas no-lineales, y ecuaciones trascendentes. Por ejemplo, resuélvase la ecuación: $e^x \cdot \sin(\pi x/3) = 0$.

Simplemente escríbase la expresión como un objeto algebraico y almacénese la misma en la variable EQ. Los pasos a seguir en modo ALG son los siguientes:



La función STEQ

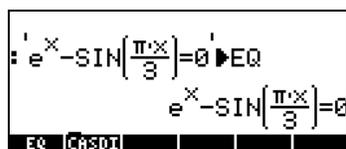
La función STEQ se utiliza para almacenar el argumento en la variable EQ, por ejemplo, en modo ALG:



The screenshot shows the calculator's ALG mode. The expression $e^x - \sin\left(\frac{\pi x}{3}\right) = 0$ is entered between two apostrophes. The cursor is at the end of the second apostrophe. The screen displays "STEQ" followed by the expression. Below the expression, the text "NOVAL" is visible. At the bottom of the screen, a menu bar shows "EQ" selected, with other options: "LST", "CHNL", "POLR", "MSS", "SLVS".

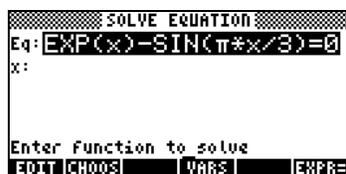
En modo RPN, escríbase primero la ecuación entre apóstrofes y actívese la función STEQ. La función STEQ puede utilizarse, por lo tanto, como una forma simple de almacenar expresiones en la variable EQ.

Presiónese VAR para ver la variable EQ que se acaba de crear:



The screenshot shows the calculator's ALG mode. The expression $e^x - \sin\left(\frac{\pi x}{3}\right) = 0$ is entered between two apostrophes. The cursor is at the end of the second apostrophe. The screen displays "EQ" followed by the expression. Below the expression, the text "EQ" is visible. At the bottom of the screen, a menu bar shows "EQ" selected, with other options: "CASO", "I", "I", "I", "I".

A continuación, actívese el ambiente SOLVE y selecciónese la opción *Solve equation...*, utilizando: NUM.SLV SOLVE . La pantalla mostrará lo siguiente:



The screenshot shows the calculator's SOLVE EQUATION screen. The title "SOLVE EQUATION" is at the top. Below it, the equation "Eq: EXP(x)-SIN(pi*x/3)=0" is displayed. Below the equation, the variable "x:" is shown. At the bottom of the screen, the text "Enter function to solve" is visible. Below this text, a menu bar shows "EDIT", "CHOOSE", "VARS", and "EXPR=".

La ecuación almacenada en la variable EQ se muestra en la opción *Eq* de la forma interactiva denominada SOLVE EQUATION. Así mismo, se provee una opción denominada *x*, que representa la incógnita a resolverse. Para encontrar una solución a la ecuación es necesario seleccionar la región de la forma interactiva correspondiente a la *x*: utilizando la tecla DOWN , y presionar la tecla SOLVE . La solución proveída es X: 4.5006E-2:

```

SOLVE EQUATION
Eq: EXP(x)-SIN(pi*x/3)=0
x: 4.50061385902E-2
Enter value or press SOLVE
EDIT | VARS | INFO | SOLVE

```

Esta, sin embargo, no es la única solución posible para esta ecuación. Para obtener, por ejemplo, una solución negativa, escríbase un número negativo en la opción x: antes de resolver la ecuación. Por ejemplo, $\text{3} \text{ +/-} \text{ [MODE] [SOLVE]}$. La nueva solución es $x: -3.045$.

Solución de ecuaciones simultáneas con MSLV

La función MSLV está disponible en el menú [F5] NUM.SLV . La función informativa de la calculadora ($\text{[TOOL] [NXT] [MODE]}$) muestra la siguiente referencia para la función MSLV:

```

MSLV:
Non-polynomial multi-
variate solver
MSLV('[SIN(X)+Y,X+SIN(
Y)=1]', '[X,Y]', [0,0])
[1.82384112611 -0.9681...
See: SOLVE
EXIT | ECHO | SEE1 | SEE2 | SEE3 | MAIN

```

Obsérvese que la función MSLV requiere tres argumentos:

1. Un vector que contiene las ecuaciones, Vg., '[SIN(X)+Y,X+SIN(Y)=1]'
2. Un vector que contiene las incógnitas, Vg., '[X,Y]'
3. Un vector que contiene valores iniciales de la solución, Vg., los valores iniciales de X y Y son ambos cero en este ejemplo.

En modo ALG, presiónese [MODE] para copiar el ejemplo a la pantalla, presiónese [ENTER] para ejecutar el ejemplo. Para ver todos los elementos de la solución, es necesario activar el editor de línea al presionar la tecla direccional vertical [DOWN] :

```

RAD RYZ HEX R~ 'H'   ALG
CHOME3
MSLV([SIN(X)+Y X+SIN(Y)
([SIN(X)+Y X+SIN(Y)=1] [X
[SIN(X)+Y,X+SIN(Y)=1..
[X,Y],
[1.82384112611,-.9681..
+SKIP+DEL+DEL+DEL+INS+

```

En modo RPN, la solución de este ejemplo requiere lo siguiente antes de activar MSLV:

```

4:
3: [SIN(X)+Y X+SIN(Y)=1.]
2: [X Y]
1: [0. 0.]
CASCM HELP

```

Al activar la función MSLV se producen los siguientes resultados:

```

4:
3: [SIN(X)+Y X+SIN(Y)=1.]
2: [X Y]
1: [1.82384112611 -.9681]
CASCM HELP

```

Se habrá observado que, mientras se produce la solución, la pantalla muestra información intermedia relacionada a la solución en la esquina superior izquierda. Como la solución proveída por la función MSLV es numérica, la información en la esquina superior izquierda muestra los resultados del proceso iterativo utilizado en la solución del sistema de ecuaciones. La solución producida por MSLV para este caso es $X = 1.8238$, $Y = -0.9681$.

Referencia

Información adicional sobre la solución de ecuaciones únicas y múltiples se presenta en los Capítulos 6 y 7 de la guía del usuario.

Capítulo 7

Operaciones con listas

Las listas son un tipo de objeto utilizado por la calculadora que tienen mucha utilidad en el procesamiento de datos. En este Capítulo se presentan ejemplos de operaciones con listas. Para ejecutar los ejemplos en este Capítulo utilizaremos el CAS en modo aproximado (Approx, véase el Capítulo 1).

Creación y almacenamiento de listas

Para crear una lista en modo ALG, escríbanse primero las llaves $\{\}$, a continuación escríbanse los elementos de la lista, separados por comas $(\rightarrow _ ,)$. En el siguiente ejemplo se escribe la lista $\{1.,2.,3.,4.\}$ y se almacena en la variable L1.

$\{\}$ $|$ $.$ \rightarrow $|$ 2 \rightarrow $|$ 3 \rightarrow $|$ 4
 \rightarrow STO ALPHA L $|$ 1 ENTER

Para crear y almacenar la misma lista en modo RPN utilícese:

$\{\}$ $|$ SPC 2 SPC 3 SPC 4 ENTER
 \rightarrow ALPHA L $|$ 1 ENTER STO

Operaciones con listas de números

Para demostrar operaciones con listas de números escríbanse y almacénense las siguientes listas en las variables correspondientes.

$$L2 = \{-3,2,1,5\} \quad L3 = \{-6,5,3,1,0,3,-4\} \quad L4 = \{3,-2,1,5,3,2,1\}$$

Cambio de signo

Cuando se aplica la tecla de cambio de signo $(\pm/)$ a una lista de números, se cambia el signo de cada elemento de la lista. Por ejemplo:

```

┌ L1
│ (1. 2. 3. 4.)
└ -L1
  (-1. -2. -3. -4.)
┌ L2 | L3 | L4 | L1 | TRIAN | MES1

```

Adición, sustracción, multiplicación, y división

La multiplicación o división de una lista por un número real se distribuye miembro a miembro de la lista, por ejemplo:

```

: -5 * L2          (15. -10. -5. -25.)
: L1 / 5          (.2 .4 .6 .8)
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN MES1
  
```

La sustracción de un número de una lista se interpreta sustrayendo el número de cada elemento de la lista, por ejemplo:

```

: L2          (-3. 2. 1. 5.)
: L2 - 10     (-13. -8. -9. -5.)
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN MES1
  
```

La adición de un número a una lista produce una lista con un elemento adicional (el número adicionado), y no la adición del número a cada elemento de la lista. Por ejemplo:

```

: L1          (1. 2. 3. 4.)
: L1 + 6      (1. 2. 3. 4. 6.)
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN MES1
  
```

Sustracción, multiplicación, y división de listas de números del mismo tamaño resulta en una lista del mismo tamaño con las operaciones respectivas ejecutadas miembro a miembro. Ejemplos:

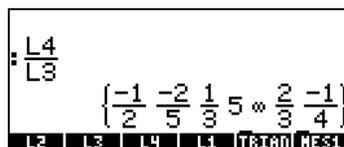
```

: L1 - L2      (4. 0. 2. -1.)
: L1 * L2      (-3. 4. 3. 20.)
L2 | L3 | L4 | L1 | TRIAN MES1

: L1 * L2      (-3. 4. 3. 20.)
: L1 / L2      (-.3333333333333333 1. 3. .)
L2 | L3 | L4 | L1 | TRIAN MES1
  
```

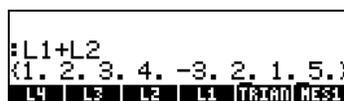
La división L4/L3 producirá un resultado infinito porque uno de los elementos en la lista L3 es cero. En este caso se produce un mensaje indicando un error en el cálculo. Si se hubiesen escrito las listas L4 y L3 en modo Exacto (Exact),

el símbolo de infinito se mostraría en el miembro de la lista donde ocurre la división por cero, por ejemplo,

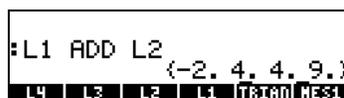


Si las listas involucradas en una operación tienen tamaños diferentes, se produce un mensaje de error (Invalid Dimensions, dimensiones incompatibles). Inténtese, por ejemplo, la operación L1-L4.

El signo de suma (\oplus), cuando se aplica a listas, produce un operador de concatenación que liga o concatena dos listas, en vez de sumar los elementos miembro a miembro. Por ejemplo:



Para forzar la adición de dos listas del mismo tamaño miembro a miembro, se necesario utilizar el operador o función ADD (sumar). Este operador puede activarse utilizando el catálogo de funciones (\rightarrow CAT). La pantalla que se muestra a continuación muestra la aplicación del operador ADD a las listas L1 y L2, produciendo la suma de las mismas miembro a miembro:



Funciones aplicadas a listas

Las funciones de número reales en el teclado (ABS, e^x , LN, 10^x , LOG, SIN, x^2 , $\sqrt{\quad}$, COS, TAN, ASIN, ACOS, ATAN, y^x) así como aquellas en el menú MTH/HYPERBOLIC (SINH, COSH, TANH, ASINH, ACOSH, ATANH), y en el menú MTH/REAL (% , etc.), pueden aplicarse a listas, por ejemplo,

ABS

```

L5
(-3. 2. 1. 5.)
:IL2
(3. 2. 1. 5.)
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN | MES1

```

INVERSE (1/x)

```

:INV(L1)
(1. .5.3333333333333333.2)
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN | MES1

```

Listas de números complejos

Una lista de números complejos puede crearse, por ejemplo, utilizando la operación L5 = L1 ADD i*L2 (escríbala como se indica a la izquierda):

```

:L1 i L2 ADD *
(1.+i-3. 2.+i2. 3.+i 4.)
:ANS(1)▶L5
(1.+i-3. 2.+i2. 3.+i 4.)
L5 | L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN

```

Funciones tales como LN, EXP, SQ, etc., pueden aplicarse también a una lista de números complejos, por ejemplo,

```

:SQ(L5)
(SQ(1.+i-3.) SQ(2.+i2.) )
:JL5
((1.44261527445,-1.039) )
L5 | L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN

```

```

:e L5
(e 1.+i-3. e 2.+i2. e 3.+i )
:LN(L5)
(LN(1.+i-3.) LN(2.+i2.) )
L5 | L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN

```

Listas de objetos algebraicos

Los siguientes son ejemplos de listas de objetos algebraicos a los que se aplica la función seno (SIN) (utilícese el modo Exact para estos ejemplos – véase el Capítulo 1):

```

: { f' α-β' (x-y)²' }
{ f' α-β' (x-y)²' }
L5 | L2 | L3 | L4 | L1 | TRIAN

```

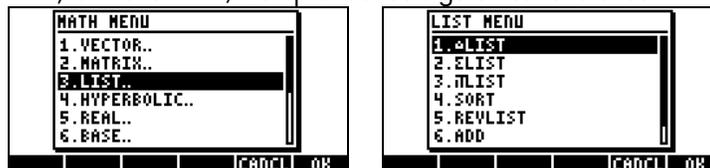
```

: SIN(ANS(1))
{ SIN(f/2) SIN(α-β) SIN((x-y)²/4) }
L5 | L2 | L3 | L4 | L1 | TRIAN

```

El menú MTH/LIST

El menú MTH provee un número de funciones que se aplican exclusivamente a las listas. Con la opción CHOOSE boxes activa en la señal de sistema número 117, el menú MTH/LIST provee las siguientes funciones:



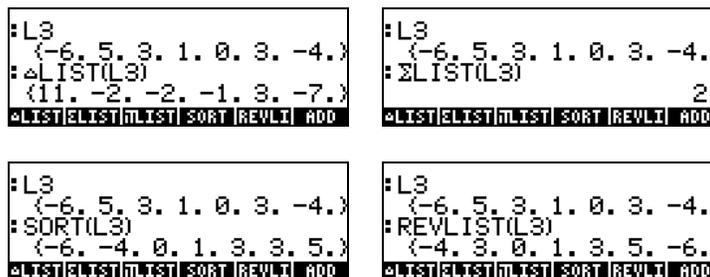
Con la opción SOFT menus activa en la señal de sistema número 117, el menú MTH/LIST provee las siguientes funciones:



La operación de las funciones del menú MTH/LISTA se muestra a continuación:

- ΔLIST : Calcula el incremento entre elementos consecutivos en la lista
- ΣLIST : Calcula la suma de los elementos en la lista
- ΠLIST : Calcula el producto de los elementos en la lista
- SORT : Ordena los elementos de la lista en orden creciente
- REVLIST : Invierte el orden de los elementos en la lista
- ADD : Produce la suma miembro a miembro de dos listas del mismo tamaño (ejemplos de esta función se presentaron anteriormente)

Algunos ejemplos de aplicación de estas funciones en modo ALG se muestra a continuación:



Las funciones SORT y REVLIST se pueden combinar para ordenar una lista en orden decreciente:

```
:L3  
{-6.5.3.1.0.3.-4.}  
:REVLIST(SORT(L3))  
{5.3.3.1.0.-4.-6.}  
:LIST|REVLIST|LIST|SORT|REVLIST|ADD
```

La función SEQ

La función SEQ, disponible a través del catálogo de funciones ($\square \rightarrow$ _CAT), utiliza como argumentos una expresión en términos de un índice, el nombre del índice, y los valores inicial, final, e incremento para el índice. La función produce una lista cuyos elementos resultan de la evaluación de la expresión antes mencionada para todos los valores posibles del índice. La forma de esta función es:

$SEQ(\text{expresión}, \text{índice}, \text{inicial}, \text{final}, \text{incremento})$

Por ejemplo:

```
:SEQ(n^2,n,1,4,1)  
{1.4.9.16.}  
:SORT|SEQ|LIST
```

La lista así creada corresponde a los valores $\{1^2, 2^2, 3^2, 4^2\}$.

La función MAP

La función MAP, disponible a través del catálogo de funciones ($\square \rightarrow$ _CAT), utiliza como argumentos una lista de números y una función $f(X)$, o un programa, y produce una lista cuyos elementos resultan de la aplicación de la función o del programa a la lista de números. Por ejemplo, en el siguiente ejercicio la función MAP aplica la función SIN(X) a la lista $\{1,2,3\}$:

```
:MAP({1 2 3},SIN(X))  
{SIN(1) SIN(2) SIN(3)}  
:CASCH|HELP
```

Referencia

Para referencias adicionales, ejemplos, y aplicaciones de listas véase el Capítulo 8 en la guía del usuario de la calculadora.

Capítulo 8

Vectores

En este Capítulo presentan ejemplos de creación y operaciones con vectores, tanto vectores matemáticos de varios elementos, como vectores físicos de 2 y 3 componentes.

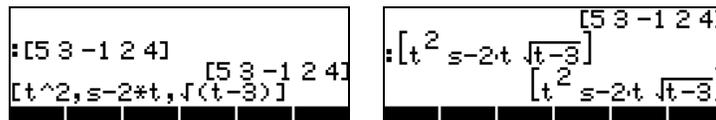
La escritura de vectores

En la calculadora, los vectores se representan por secuencias de números escritos entre corchetes en la forma de vectores filas. Los corchetes se obtienen utilizando las teclas $\left[\right]$, asociada con la tecla \times . Los siguientes son ejemplos de vectores en la calculadora:

<code>[3.5, 2.2, -1.3, 5.6, 2.3]</code>	Un vector fila general
<code>[1.5, -2.2]</code>	Un vector 2-D (bidimensional)
<code>[3, -1, 2]</code>	Un vector 3-D (tridimensional)
<code>['t', 't^2', 'SIN(t)']</code>	Un vector de objetos algebraicos

Escritura de vectores en la pantalla

Con la calculadora en modo ALG, un vector se escribe en la pantalla abriendo primero un par de corchetes ($\left[\right]$) y escribiendo después los elementos del vector separados por comas ($\left[\right]$). Las figuras siguientes muestran la escritura de un vector numérico seguido de un vector algebraico. La figura de la izquierda muestra el vector algebraico antes de presionar ENTER . La figura de la derecha muestra el vector algebraico después de presionar ENTER .



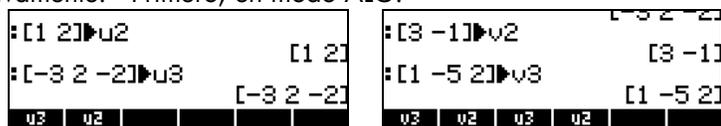
En modo RPN, se escriben los vectores abriendo los corchetes y separando los elementos de los vectores ya sea con comas ($\left[\right]$) o espacios (SPC). Nótese que después de presionar ENTER , en cualquiera de los dos modos, la calculadora mostrará los elementos de un vector separados por espacios.

Almacenamiento de vectores en variables

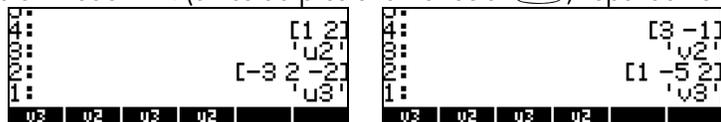
Los vectores pueden almacenarse en variables. Las figuras mostradas a continuación indican la forma de almacenar los siguientes vectores:

$$\mathbf{u}_2 = [1, 2], \mathbf{u}_3 = [-3, 2, -2], \mathbf{v}_2 = [3, -1], \mathbf{v}_3 = [1, -5, 2]$$

Los vectores se almacenan en las variables \mathbf{u}_2 , \mathbf{u}_3 , \mathbf{v}_2 , y \mathbf{v}_3 , respectivamente. Primero, en modo ALG:



Después en modo RPN (antes de presionar la tecla STOP), repetidamente):



Nota: No se necesitan apóstrofes (') para escribir los nombres de las variables u_2 , v_2 , etc. en modo RPN. En este caso, los apóstrofes se utilizan para reemplazar las variables existentes que se crearon anteriormente en el modo ALG. Por lo tanto, los apóstrofe deben ser utilizados si no se eliminan las variables existentes antes de almacenar otros valores en ellas.

Utilizando el escritor de matrices (MTRW) para escribir vectores

Los vectores pueden escribirse también utilizando el escritor de matrices MTRW (tercera tecla en la cuarta fila del teclado). Este comando genera una especie de hoja de cálculo correspondiendo a las filas y columnas de una matriz. (Información detallada sobre el uso del escritor de matrices se presenta en el Capítulo 9). Para escribir un vector, se necesita solamente escribir los elementos de la primera fila. Al activarse el escritor de matrices, la casilla en la primera fila y primera columna es seleccionada automáticamente. En el menú al pie de la hoja de cálculo se encuentran las siguientes teclas:



La tecla  se utiliza para editar el contenido de la casillas

La tecla  , si está activa, producirá un vector, en lugar de una matriz conteniendo una fila y varias columnas.

La tecla  se utiliza para reducir el ancho de las columnas en la hoja de cálculo. Presione esta tecla un par de veces para verificar que se reduce el ancho de las columnas.

La tecla  se utiliza para incrementar el ancho de las columnas en la hoja de cálculo. Presione esta tecla un par de veces para verificar que se incrementa el ancho de las columnas.

La tecla  , si está activa, automáticamente selecciona la siguiente casilla a la derecha de la casilla actual al presionar la tecla  . Esta opción es la opción pre-seleccionada por el escritor de matrices. Si se desea utilizar esta opción, la misma deberá ser seleccionada antes de comenzar a escribir los elementos de la matriz o vector.

La tecla  , si está activa, automáticamente selecciona la siguiente casilla debajo de la casilla seleccionada cuando se presiona la tecla  . Si se desea utilizar esta opción, la misma deberá ser seleccionada antes de comenzar a escribir los elementos de la matriz o vector.

Navegando hacia la derecha o hacia abajo en el escritor de matrices

Actívese el escritor de matrices y escríbase lo siguiente:        habiendo seleccionado la tecla  . A continuación, escríbase la misma secuencia de números habiendo seleccionado la tecla  , y nótese la diferencia en el resultado. En el primer ejercicios, se escribió un vector de tres elementos. En el segundo ejercicio, se escribió una matriz de tres files y una columna (es decir, un vector columna).

Actívese el escritor de matrices una vez más utilizando las teclas \leftarrow *MTRV*, y presiónese la tecla *NXT* para acceder a la segunda página del menú. Las teclas disponibles serán las siguientes:



La tecla RCL agrega una fila de ceros a la matriz actual.

La tecla CLR elimina una fila de la matriz actual.

La tecla CLR agrega una columna de ceros a la matriz actual.

La tecla CLR elimina una fila de la matriz actual.

La tecla $\text{I}\rightarrow\text{ST}$ copia el contenido de una casilla a la pantalla normal (stack).

La tecla RCL , solicita del usuario el número de una fila y columna de la casilla a seleccionar

Al presionarse la tecla *NXT* una vez más se accede al última página del menú, la cual contiene solamente la función RCL (remove).

La función RCL elimina el contenido de la casilla reemplazándolo con un cero.

Para verificar la operación de estas funciones, sígase el ejercicio que se muestra a continuación:

(1) Actívese el escritor de matrices utilizando las teclas \leftarrow *MTRV*. Asegúrese que las teclas RCL y $\text{I}\rightarrow\text{ST}$ han sido seleccionadas.

(2) Escribese lo siguiente:



7 ENTER 8 ENTER 9 ENTER

- (3) Muévase el cursor dos filas hacia arriba utilizando $\triangleup \triangleup$. Presiónese la tecla \square . La segunda fila desaparecerá.
- (4) Presiónese \square . Una fila de tres ceros aparece en la segunda fila.
- (5) Presiónese \square . La primera columna desaparecerá.
- (6) Presiónese \square . Una columna de dos ceros aparece en la primera columna.
- (7) Presiónese \square 3 \square 3 \square \square para mover el cursor a la casilla (3,3).
- (8) Presiónese $\rightarrow \square$. Esta acción coloca el contenido de la casilla (3,3) en la pantalla principal (stack), aunque este resultado no será visible inmediatamente. Presiónese ENTER para recuperar la pantalla normal. El número 9, elemento (3,3), y la matriz recientemente escrita se mostrarán en la pantalla.

Operaciones elementales con vectores

Para ilustrar operaciones con vectores utilizaremos los vectores u_2 , u_3 , v_2 , y v_3 , almacenados en un ejercicio previo. Así mismo, almacénese el vector $A=[-1,-2,-3,-4,-5]$ para utilizarse también en los siguientes ejercicios. [Nota: no todas las líneas serán visibles al terminar los ejercicios en las figuras siguientes.]

Cambio de signo

Para cambiar de signo a un vector, utilícese la tecla \pm , por ejemplo,

```

:-[2 3 5]
:-v3 [-2 -3 -5]
:-v3 [-1 5 -2]
:-A [1 2 3 4 5]
A | v3 | v2 | v3 | v2

```

Adición, sustracción

La adición y sustracción de vectores requiere que los vectores operandos tengan el mismo número de elementos:

```

:u2+v2 [4 1]
:u3+v3 [-2 -3 0]
:A+A [-2 -4 -6 -8 -10]
A | v3 | v2 | v3 | v2

```

Si se intentan sumar o restar vectores de diferentes números de elementos se produce un error ("Invalid Dimension", Dimensión Incompatible):

```

:v2+v3 "Invalid Dimension"
:u3+u2 "Invalid Dimension"
:A+v3 "Invalid Dimension"
A | v3 | v2 | v3 | v2

```

Multiplicación o división por un escalar

Ejemplos de multiplicación o división por un escalar se muestran a continuación:

```

:3*v2 [9 -3]
:-5*v3 [15 -10 10]
:2*u2-6*v2 [-16 10]
A | v3 | v2 | v3 | v2

```

```

:u3/2 [-3/2 1 -1]
A | v3 | v2 | v3 | v2

```

Función valor absoluto

La función valor absoluto (ABS), cuando se aplica a un vector, calcula la magnitud del vector. Por ejemplo: $ABS([1, -2, 6])$, $ABS(A)$, $ABS(U3)$, se mostrarán en la pantalla de la siguiente manera:

: C1 -2 6	√41
: A	√55
: u3	√17

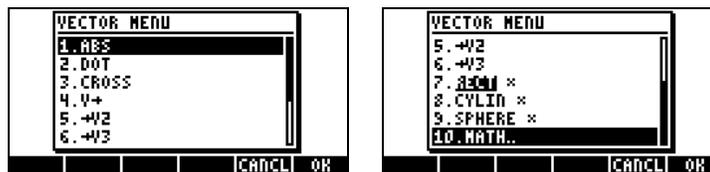
Calculator status bar: n | u2 | u2 | u3 | u2

El menú MTH/VECTOR

El menú MTH (\leftarrow MTH) contiene un menú de funciones que aplican específicamente a los vectores:



El menú VECTOR contiene las siguientes funciones (la opción CHOOSE boxes ha sido seleccionada para la señal de sistema número 117):



Magnitud

La magnitud de un vector, tal como se indicó anteriormente, se calcula con la función ABS. Esta función se encuentra disponible directamente en el teclado (\leftarrow ABS). Ejemplos de aplicación de la función ABS se presentaron anteriormente.

Producto escalar (producto punto)

La función DOT (opción 2 en el menú mostrado anteriormente) se utiliza para calcular el producto escalar, o producto punto, de dos vectores con el mismo número de elementos. Algunos ejemplos de aplicación de la función DOT, utilizando los vectores A, u2, u3, v2, y v3, almacenados anteriormente, se muestran a continuación en el modo ALG. El producto escalar de vectores con diferente número de elementos produce un error.

<pre>:DOT(A,A) 55 :DOT(u2,v2) 1 :DOT(v3,u3) -17</pre>	<pre>:DOT(u2,u3) "Invalid Dimension" :DOT(A,v3) "Invalid Dimension" :DOT(v2,u3) "Invalid Dimension"</pre>
---	---

Producto vectorial (producto cruz)

La función CROSS (opción 3 en el menú MTH/VECTOR) se utiliza para calcular el producto vectorial, o producto cruz, de dos vectores 2-D, de dos vectores 3-D, o de un vector 2-D con un vector 3-D. Para calcular el producto vectorial, un vector bidimensional (2-D) de la forma $[A_x, A_y]$, se convierte en un vector tridimensional (3-D) de la forma $[A_x, A_y, 0]$. Ejemplos del producto vectorial se muestran a continuación en el modo ALG. Nótese que el producto vectorial de dos vectores bidimensionales produce un vector en la dirección z solamente, es decir, un vector de la forma $[0, 0, C_z]$:

<pre>:CROSS(u2,v2) [0 0 -7] :CROSS(u2,[2 -3]) [0 0 -7] :CROSS([1.5 -2],v2) [0 0 4.5]</pre>	<pre>:CROSS(u3,v3) [-6 4 13] :CROSS(u3,u3) [0 0 0] :CROSS([1 3 -5],[1 2 3]) [19 -8 -1]</pre>
--	--

Ejemplos de productos vectoriales (productos cruz) de un vector 3-D con un vector 2-D, o viceversa, se presentan a continuación.

```

: CROSS(u3,v2)      [-2 -6 -3]
: CROSS(v2,v3)     [-2 -6 -14]
: CROSS([1 2 3],[5 -6])
                   [18 15 -16]
  A | v2 | v2 | v3 | v2

```

El tratar de calcular un producto vectorial (producto cruz) de vectores con más de 3 componentes produce un error:

```

: CROSS(v3,A)
  "Invalid Dimension"
: CROSS([1 2 3 4],v3)
  "Invalid Dimension"
: CROSS(A,v2)
  "Invalid Dimension"
  A | v2 | v2 | v3 | v2

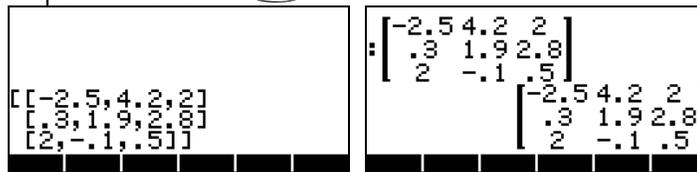
```

Referencia

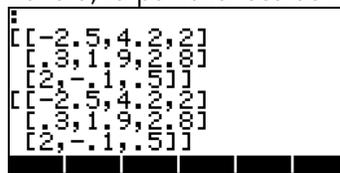
Información adicional sobre operaciones con vectores, incluyendo aplicaciones en las ciencias físicas, se presenta en el Capítulo 9 de la guía del usuario.

[**Nota:** no todas las líneas serán visibles al terminar los ejercicios en las figuras de este Capítulo. El encabezado de la pantalla cubrirá las líneas superiores de la pantalla.]

Presiónese ENTER una vez más para colocar la matriz en al pantalla (stack). Utilizando el modo ALG, las siguientes figuras muestran la pantalla antes y después de presionar la tecla ENTER .



Si se ha seleccionado la opción Textbook para la pantalla (utilizando MODE TEXT y marcando la opción $\checkmark_{\text{Textbook}}$), la matriz lucirá como se mostró anteriormente. De otra manera, la pantalla luce de la siguiente forma:



La pantalla en modo RPN lucirá muy similar a estas pantallas.

Escribiendo la matriz directamente en la pantalla

Para escribir la matriz anterior directamente en la pantalla utilícese:

$\left(\leftarrow\right) \left(\right)$
 $\left(\leftarrow\right) \left(\right)$ $2 \cdot 5 \left(+/-\right) \left(\rightarrow\right)$ $4 \cdot 2 \left(\rightarrow\right)$ $2 \left(\rightarrow\right)$
 $\left(\rightarrow\right)$ $\cdot 3 \left(\rightarrow\right)$ $1 \cdot 9 \left(\rightarrow\right)$ $2 \cdot 8 \left(\rightarrow\right)$
 $\left(\rightarrow\right)$ $2 \left(\rightarrow\right)$ $\cdot 1 \left(+/-\right) \left(\rightarrow\right)$ $\cdot 5 \left(\text{ENTER}\right)$

De tal manera, para escribir una matriz directamente en la pantalla ábranse un par de corchetes ($\left(\leftarrow\right) \left(\right)$) y enciérrase cada fila en la matriz dentro de un par de corchetes adicionales ($\left(\leftarrow\right) \left(\right)$). Utilídense comas ($\left(\rightarrow\right)$; $\left(\cdot\right)$)

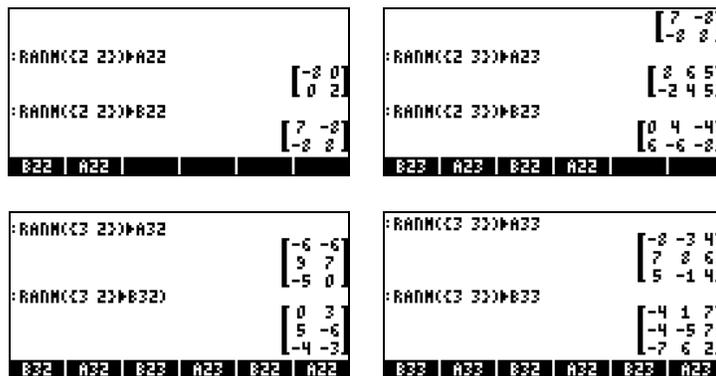
para separar los elementos de cada fila, así como para separar los corchetes entre filas de la matriz.

Para futura referencia, almacénese esta matriz en la variable A. En modo ALG, utilícese $\text{STO} \rightarrow \text{ALPHA} \text{A}$. En modo RPN, utilícese $\text{[]} \text{ALPHA} \text{A} \text{STO}$.

Operaciones con matrices

Las matrices, como otros objetos matemáticos, pueden sumarse y restarse. También pueden ser multiplicadas por un escalar o multiplicarse la una con la otra. Una operación importante en el álgebra lineal es la inversa de una matriz. Detalles de estas operaciones se muestran a continuación.

Para ilustrar las operaciones matriciales, se crearán un cierto número de matrices que se almacenarán en las variables siguientes. He aquí las matrices A22, B22, A23, B23, A33 y B33 (estas matrices aleatorias serán diferentes en su calculadora):

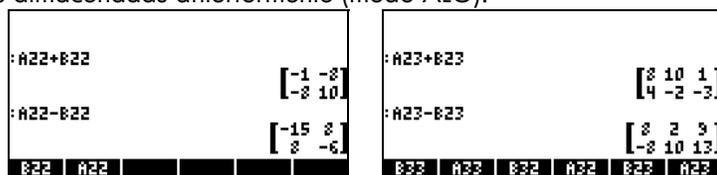


En modo RPN, los pasos a seguir son los siguientes:

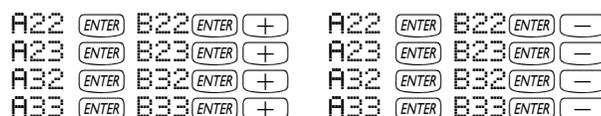
$(2, 2) \text{ENTER} \text{RANM} 'A22' \text{ENTER} \text{STO}$ $(2, 2) \text{ENTER} \text{RANM} 'B22' \text{ENTER} \text{STO}$
 $(2, 3) \text{ENTER} \text{RANM} 'A23' \text{ENTER} \text{STO}$ $(2, 3) \text{ENTER} \text{RANM} 'B23' \text{ENTER} \text{STO}$
 $(3, 2) \text{ENTER} \text{RANM} 'A32' \text{ENTER} \text{STO}$ $(3, 2) \text{ENTER} \text{RANM} 'B32' \text{ENTER} \text{STO}$
 $(3, 3) \text{ENTER} \text{RANM} 'A33' \text{ENTER} \text{STO}$ $(3, 3) \text{ENTER} \text{RANM} 'B33' \text{ENTER} \text{STO}$

Adición y sustracción

A continuación se muestran cuatro ejemplos de operaciones que utilizan las matrices almacenadas anteriormente (modo ALG).



En el modo RPN, intente los siguientes ocho ejemplos:

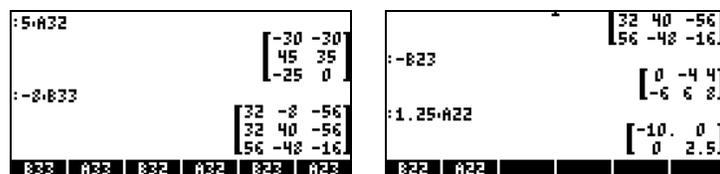


Multipliación

Existen diferentes operaciones de multiplicación que involucran matrices. Estas operaciones se describen a continuación. Los ejemplos se presentan en modo algebraico.

Multipliación por un escalar

Algunos ejemplos de multiplicación de una matriz por un escalar se muestran a continuación:



Multipliación de una matriz con un vector

La multiplicación de una matriz con un vector es posible solamente si el número de columnas de la matriz es igual al número de elementos del vector. Ejemplos de multiplicación de una matriz con un vector se presentan a continuación:

```

:ANS(1)C1 2 -33
      [-4 1 7]
      [-4 -5 7]
      [-7 6 2]
      C-23 -35 -13
B33 | A33 | B32 | A32 | B23 | A23

:B32
      [ 0 3]
      [ 5 -6]
      [-4 -3]
:ANS(1)C1 -23
      C-6 17 23
B32 | A32 | B32 | A32 | B23 | A23

```

La multiplicación de un vector por una matriz, sin embargo, no está definida. Esta multiplicación puede ejecutarse, como un caso especial de la multiplicación de matrices como se define a continuación.

Multiplicación de matrices

La multiplicación de matrices se define por la expresión $\mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times p} \cdot \mathbf{B}_{p \times n}$. Obsérvese que la multiplicación de matrices es posible solamente si el número de columnas en el primer operando es igual al número de filas en el segundo. El elemento genérico c_{ij} del producto se escribe:

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^p a_{ik} \cdot b_{kj}, \text{ for } i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n.$$

La multiplicación de matrices no es conmutativa, es decir, en general, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \neq \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$. Es posible que uno de los productos $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ o $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ no exista. Las siguientes figuras muestran multiplicaciones de las matrices que se almacenaron anteriormente:

```

:A33*B33
      [ 16 31 -63]
      [-102 3 117]
      [-44 34 36]
:B33*A33
      [ 74 13 18]
      [ 32 -35 -18]
      [108 67 16]
B33 | A33 | B32 | A32 | B23 | A23

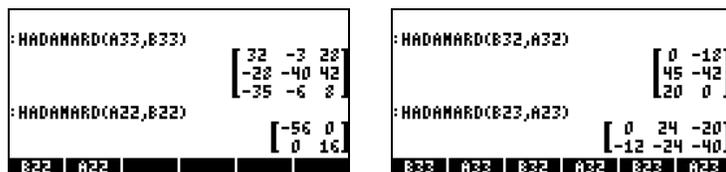
:A22*B22
      [-56 64]
      [-16 16]
:B22*A22
      [-56 -16]
      [ 64 16]
B22 | A22

```

Multiplicación término-a-término

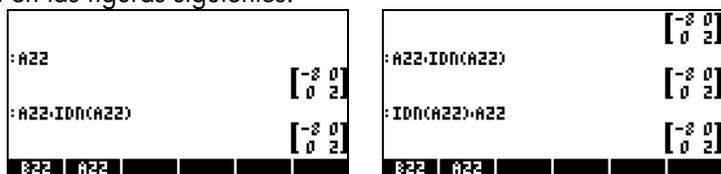
La multiplicación término-a-término de dos matrices de las mismas dimensiones es posible gracias a la función HADAMARD. El resultado es, por supuesto, una matriz de las mismas dimensiones que los operandos. La función HADAMARD está disponible a través del catálogo de funciones

(\rightarrow) \underline{CAT}), o a través del sub-menú MATRICES/OPERATIONS (\leftarrow) $\underline{MATRICES}$).
 Algunas aplicaciones de la función HADAMARD se presentan a continuación:



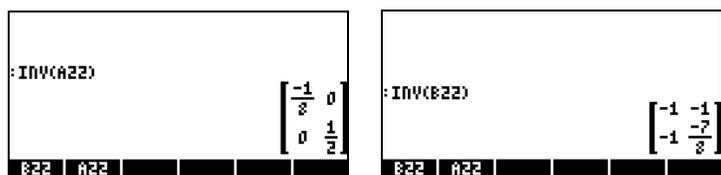
La matriz identidad

La matriz identidad \mathbf{I} se define de manera que $\mathbf{A} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{I} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$. Los siguientes ejercicios verifican esta definición. La función IDN (disponible en el menú MTH/MATRIX/MAKE) se utiliza para generar la matriz identidad como se muestra en las figuras siguientes:



La matriz inversa

La inversa de una matriz cuadrada \mathbf{A} es la matriz \mathbf{A}^{-1} tal que $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{I}$, en la cual \mathbf{I} es la matriz identidad de las mismas dimensiones de \mathbf{A} . La inversa de a matriz se obtiene en la calculadora utilizando la función INV (es decir, la tecla $\frac{1}{x}$). Ejemplos involucrando la inversa de las matrices almacenadas anteriormente se presentan a continuación:



Para verificar las propiedades de la matriz inversa se presentan las siguientes multiplicaciones:

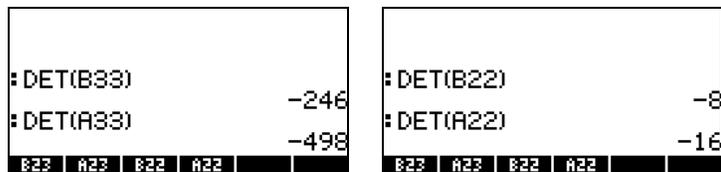


El menú NORM de matrices

El menú NORM (NORMALIZAR) de matrices se obtiene utilizando las teclas \leftarrow MTH . Este menú se describe detalladamente en el Capítulo 10 de la guía del usuario. Algunas de estas funciones se presentan a continuación.

La función DET

La función DET se utiliza para calcular el determinante de una matriz cuadrada. Por ejemplo,

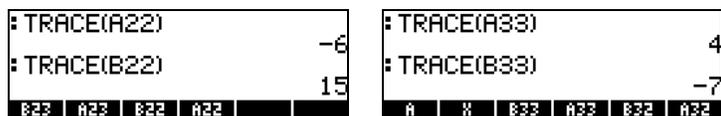


La función TRACE

La función TRACE se utiliza para calcular la traza de una matriz cuadrada, definida como la suma de los elementos en la diagonal principal, o sea,

$$tr(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^n a_{ii} .$$

Ejemplos:



Solución de sistemas lineales

A sistema de n ecuaciones lineales en m variables puede escribirse de la siguiente manera:

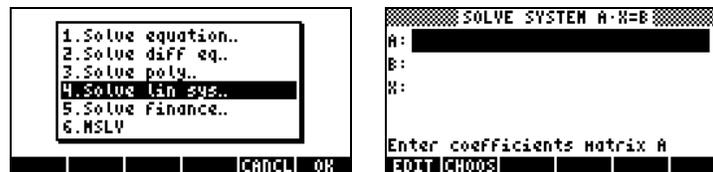
$$\begin{aligned}
 a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + a_{13} \cdot x_3 + \dots + a_{1,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{1,m} \cdot x_m &= b_1, \\
 a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 + \dots + a_{2,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{2,m} \cdot x_m &= b_2, \\
 a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + a_{33} \cdot x_3 + \dots + a_{3,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{3,m} \cdot x_m &= b_3, \\
 &\vdots \\
 a_{n-1,1} \cdot x_1 + a_{n-1,2} \cdot x_2 + a_{n-1,3} \cdot x_3 + \dots + a_{n-1,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{n-1,m} \cdot x_m &= b_{n-1}, \\
 a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + a_{n3} \cdot x_3 + \dots + a_{n,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{n,m} \cdot x_m &= b_n.
 \end{aligned}$$

Este sistema de ecuaciones lineales puede escribirse como una ecuación matricial, $\mathbf{A}_{n \times m} \cdot \mathbf{x}_{m \times 1} = \mathbf{b}_{n \times 1}$, si se definen los siguientes matriz y vectores:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}_{n \times m}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}_{m \times 1}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Utilizando la solución numérica de sistemas lineales

Existen muchas formas de resolver un sistema de ecuaciones lineales con la calculadora. Por ejemplo, uno puede utilizar el menú de soluciones numéricas $\left[\text{P} \right] \text{NUM.SLV}$. Seleccione la opción 4. *Solve lin sys..* en la lista de soluciones numéricas (figura de la izquierda) y presiónese la tecla $\left[\text{OK} \right]$. La siguiente forma interactiva (figura de la derecha) será producida:



para resolver el sistema lineal $\mathbf{A}\cdot\mathbf{x} = \mathbf{b}$, escríbase la matriz \mathbf{A} , utilizando el formato $[[a_{11}, a_{12}, \dots], \dots [\dots]]$ en la opción A: de la forma interactiva. Así mismo, escríbase el vector \mathbf{b} en la opción B: de la forma interactiva. Cuando se seleccione la opción X:, presiónese la tecla **ENTER**. Si existe una solución e vector solución \mathbf{x} se mostrará en la opción X: de la forma interactiva. La solución se reproduce también en la pantalla normal. Algunos ejemplos se muestran a continuación.

El sistema de ecuaciones lineales

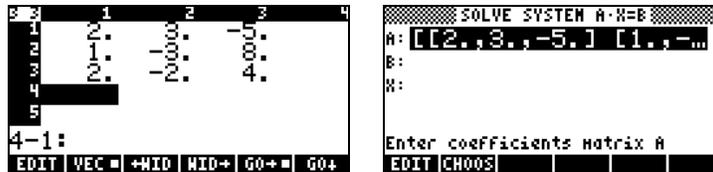
$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 &= 13, \\ x_1 - 3x_2 + 8x_3 &= -13, \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 &= -6, \end{aligned}$$

puede escribirse como la ecuación matricial $\mathbf{A}\cdot\mathbf{x} = \mathbf{b}$, si se usa

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 1 & -3 & 8 \\ 2 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \text{and} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 13 \\ -13 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

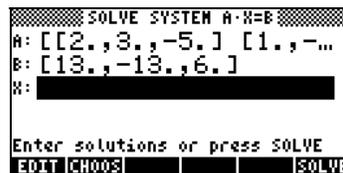
Este sistema tiene el mismo número de ecuaciones e incógnitas, y se conoce como un sistema cuadrado. En general, habrá una solución única del sistema. La solución representa la intersección de los tres planos representados por las ecuaciones lineales en el sistema de coordenadas (x_1, x_2, x_3) .

Para escribir la matriz \mathbf{A} uno puede activar el escritor de matrices cuando el cursor se encuentra en la opción A: de la forma interactiva. La siguiente pantalla muestra el escritor de matrices utilizado para escribir la matriz \mathbf{A} , así como la forma interactiva de la solución después de escribir la matriz \mathbf{A} (presiónese **ENTER** en el escritor de matrices para retornar a la forma interactiva):

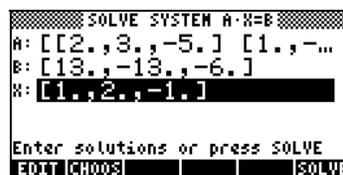


Presiónese la tecla ∇ para seleccionar la opción B: en la forma interactiva. El vector \mathbf{b} puede escribirse como un vector file con un solo par de corchetes, es decir, $[13, -13, -6]$.

Después de escribir la matriz \mathbf{A} y el vector \mathbf{b} , seleccíonese la opción X:, y presiónese la tecla SOLVE para obtener una solución para este sistema de ecuaciones:

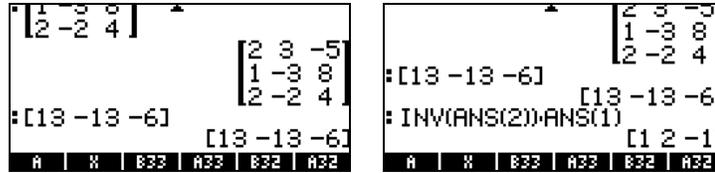


La solución del sistema se muestra a continuación.



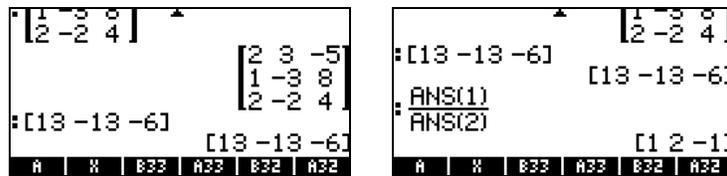
Solución utilizando la matriz inversa

La solución del sistema $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$, en el cual \mathbf{A} es una matriz cuadrada, se obtiene utilizando $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}$. Para el ejemplo utilizado anteriormente, la solución se puede encontrar en la calculadora utilizando lo siguiente (escribanse la matriz \mathbf{A} y el vector \mathbf{b} una vez más):



Solución a través de “división” de matrices

Si bien la operación de división de matrices no está definida, es posible utilizar la tecla \div de la calculadora para “dividir” el vector **b** por la matriz **A** con el propósito de determinar **x** en la ecuación matricial $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$. El procedimiento para la “división” de **b** sobre **A** se ilustra a continuación para el ejemplo utilizado anteriormente (escribanse la matriz **A** y el vector **b** una vez más):



Referencias

Información adicional sobre la creación de matrices, operaciones con matrices, y aplicaciones de matrices en el álgebra lineal se presenta en los Capítulos 10 y 11 de la guía del usuario de la calculadora.

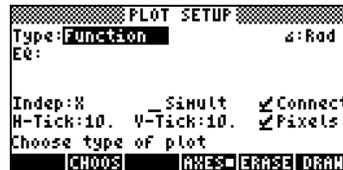
Capítulo 10

Gráficas

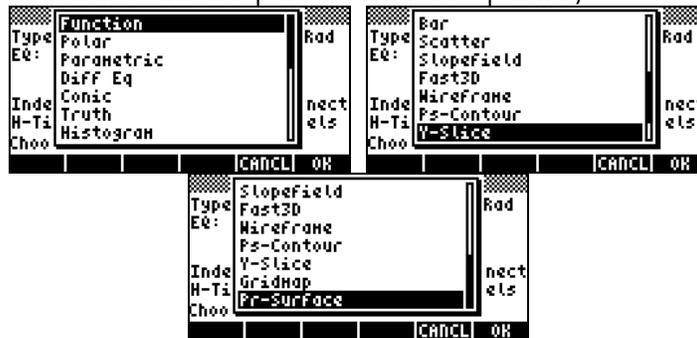
En este Capítulo se presentan algunas de las aplicaciones gráficas de la calculadora. Se incluyen gráficas de funciones en coordenadas Cartesianas y gráficas tridimensionales (fast 3D plots).

Opciones gráficas en la calculadora

Para tener acceso a la lista de formatos gráficos disponibles en la calculadora, úsese la secuencia de teclas \leftarrow 2D/3D (F4). Téngase cuidado que si se usa el modo RPN estas dos teclas deben presionarse simultáneamente para activar las funciones gráficas. Después de activar la función 2D/3D, la calculadora produce la forma interactiva denominada PLOT SETUP, la cual incluye la opción TYPE (tipo) como se ilustra a continuación.



En frente de la partícula TYPE se encuentra, con toda seguridad, que la opción Function (función) ha sido seleccionada. Este es el tipo de gráfica preseleccionado en la calculadora. Para ver la lista de formatos gráficos disponibles, presione la tecla de menú denominada $\left[\text{MENU}\right]$ (escoger). Esta selección produce una lista de menú con las siguientes opciones (úsense las teclas direccionales verticales para ver todas las opciones):



Gráfica de una expresión de la forma $y = f(x)$

Como ejemplo grafíquese la función,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

- Actívese el ambiente PLOT SETUP (diseño de la gráfica) al presionar \leftarrow 2D/3D . Selecciónese la opción Function en la especificación TYPE, y la variable 'X' como variable independiente (INDEP). Presione \leftarrow NXT $\left[\begin{smallmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{smallmatrix} \right]$ para recuperar la pantalla normal. El ambiente PLOT SETUP luce como se muestra a continuación:



- Actívese el ambiente PLOT (gráfica) al presionar \leftarrow Y= (simultáneamente si se usa el modo RPN). Presione la tecla $\left[\begin{smallmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{smallmatrix} \right]$ para activar el escritor de ecuaciones. La calculadora requiere que se escriba el lado derecho de la ecuación $Y1(x) = \square$. Escribese la función a ser graficada de manera que el escritor de ecuaciones muestre lo siguiente:

- Presiónese \leftarrow ENTER para regresar al ambiente PLOT. La expresión 'Y1(X) = EXP(-X^2/2)/sqrt(2*pi)' será seleccionada. Presiónese \leftarrow NXT $\left[\begin{smallmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{smallmatrix} \right]$ para recuperar la pantalla normal.

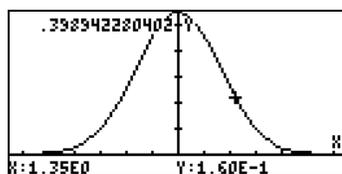
- Actívese el ambiente PLOT WINDOW (ventana gráfica) al presionar \leftarrow WIN (simultáneamente si se usa el modo RPN). Use un rango de -4 a 4 para la especificación H-VIEW (vista horizontal), presione después $\left[\text{GRID} \right]$ para generar automáticamente el rango vertical, V-VIEW. La pantalla PLOT WINDOW deberá lucir como se muestra a continuación:

```

PLOT WINDOW - FUNCTION
H-View:-4.          4.
V-View:-5.96874    .3989422
Indep Low: Default High:Default
Step: Default      _Pixels
Enter minimum horizontal value
EDIT | AUTO ERASE DRAW

```

- Dibújese la gráfica: $\left[\text{GRID} \right]$ $\left[\text{DRAW} \right]$ (esperar hasta que se termina de dibujar la gráfica)
- Para ver los rótulos de los ejes coordenados: $\left[\text{GRID} \right]$ $\left[\text{NXT} \right]$ $\left[\text{GRID} \right]$ $\left[\text{NXT} \right]$
- Para recuperar el primer menú gráfico: $\left[\text{NXT} \right]$ $\left[\text{NXT} \right]$ $\left[\text{GRID} \right]$
- Para recorrer o trazar la curva: $\left[\text{HIDE} \right]$ $\left[\text{DRAW} \right]$. Úsese las teclas direccionales horizontales (\leftarrow \rightarrow) para recorrer la curva. Las coordenadas de los puntos trazados se mostrarán al pié de la pantalla. Verifíquense las siguientes coordenadas: $x = 1.05$, $y = 0.0231$, y $x = -1.48$, $y = 0.134$. La figura se muestra a continuación:



- Para recuperar el menú y regresar al ambiente PLOT WINDOW, presiónese $\left[\text{NXT} \right]$ $\left[\text{GRID} \right]$. Presione $\left[\text{NXT} \right]$ $\left[\text{GRID} \right]$ para regresar a la pantalla normal.

Tabla de valores de una función

Las combinaciones de teclas \leftarrow TBLSET (F5) y \leftarrow TABLE (F6), presionadas simultáneamente si se usa el modo RPN, permiten al usuario producir la tabla de valores de una función. Por ejemplo, para producir una tabla de la función $Y(X) = X/(X+10)$, en el rango $-5 < X < 5$, síganse las siguientes instrucciones:

- Se generarán valores de la función $f(x)$, definida anteriormente, para valores de x de -5 a 5 , en incrementos de 0.5 . Para empezar, asegúrese que el tipo de gráfica seleccionado en el ambiente PLOT SETUP (\leftarrow 2D/3D, simultáneamente si se usa el modo RPN) es **FUNCTION**. Si ese no es el tipo seleccionado, presiónese la tecla \leftarrow PLOT y selecciónese la opción **FUNCTION**, presiónese \leftarrow para terminar la selección.
- Presiónese ∇ para seleccionar la opción EQ, y escríbase la expresión: 'X/(X+10)'. Presione \rightarrow ENTER.
- Para aceptar los cambios realizados en el ambiente PLOT SETUP y recuperar la pantalla normal, presiónese \leftarrow NXT \leftarrow .
- El siguiente pase es acceder el ambiente Table Set-up (diseño de tabla) usando la combinación de teclas \leftarrow TBLSET (es decir, la tecla F5) – simultáneamente si se usa el modo RPN. La pantalla resultante permite al usuario seleccionar el valor inicial (*Start*) y el incremento (*Step*). Escríbanse los siguientes valores: 5 \leftarrow +/- \leftarrow 0 \leftarrow . 5 \leftarrow 0 \leftarrow . 5 \leftarrow (es decir, factor de amplificación = 0.5). Presiónese la tecla \leftarrow hasta que aparezca la marca \checkmark en frente de la opción *Small Font* (caracteres pequeños) de ser necesario. Presione \leftarrow para terminar y regresar a la pantalla normal.
- Para ver la tabla, presiónese \leftarrow TABLE (es decir, la tecla F6) – simultáneamente si se usa el modo RPN. Esta acción producirá una tabla de valores de $x = -5, -4.5, \dots$, y los valores correspondientes de $f(x)$, listados bajo el encabezado Y1. Utilícense las teclas direccionales verticales para mover el cursor en la tabla. Nótese que no tuvimos que

indicar el valor final de la variable independiente x . La tabla continua mas allá del valor máximo sugerido de $x = 5$.

Algunas de las opciones disponibles cuando la tabla es visible incluyen , , y :

- Cuando se selecciona la opción , la tabla muestra la definición de la función calculada.
- La tecla  cambia el tamaño de los caracteres. Presione esta tecla para verificar su operación.
- Cuando se selecciona la opción  (amplificar), se obtiene un menú con las opciones: *In*, *Out*, *Decimal*, *Integer*, y *Trig*. Practique los siguientes ejercicios:
 - Seleccione la opción *In*, y presione . La tabla se expande de manera que el incremento en x es de 0.25 en vez de 0.5. Lo que la calculadora hace es multiplicar el incremento original 0.5 por el factor de amplificación 0.5, para producir el nuevo incremento de 0.25. La opción *zoom in* es útil cuando se requiere una mayor resolución en la tabla.
 - Para incrementar la resolución en un factor adicional de 0.5, presiónese , selecciónese *In* una vez más, y presiónese . El nuevo incremento en x es 0.0125.
 - Para recuperar el incremento anterior, presiónese    para seleccionar la opción *Un-zoom*. En este ejemplo, el incremento en x se incrementa a 0.25.
 - Para recuperar el incremento original de 0.5, selecciónese *un-zoom* una vez más, o úsese la opción *zoom out* (reducir amplificación) al presionar   .
 - La opción *Decimal* en  produce incrementos de 0.10.

- La opción Integer en  produce incrementos de 1.
- La opción Trig en  produce incrementos relacionados a fracciones de π . Esta opción es útil en tablas de funciones trigonométricas.
- Para recuperar la pantalla normal presiónese la tecla .

Gráficas tridimensionales de acción rápida (Fast 3D plots)

Estas gráficas se utilizan para visualizar superficies tridimensionales representadas por ecuaciones de la forma $z = f(x,y)$. Por ejemplo, si se desea visualizar la función $z = f(x,y) = x^2 + y^2$, síganse los siguientes pasos:

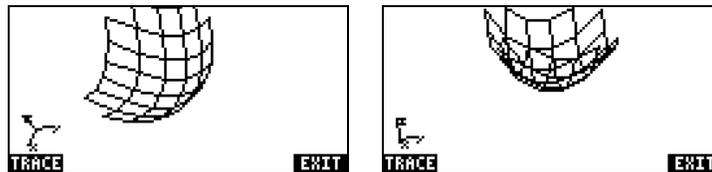
- Presiónese , simultáneamente si se usa el modo RPN, para acceder el ambiente PLOT SETUP.
- Cámbiese la opción TYPE a Fast3D. (, seleccionar *Fast3D*, .
- Presiónese  y escríbase 'X^2+Y^2' .
- Asegúrese que se ha seleccionado la 'X' como la variable independiente (Indep:) y la 'Y' como la variable dependiente (Depnd:).
- Presiónese   para recuperar la pantalla normal.
- Presiónese , simultáneamente si se usa el modo RPN, para acceder al ambiente PLOT WINDOW.
- Acéptense los valores siguientes para los parámetros de la gráfica:

X-Left:-1	X-Right:1
Y-Near:-1	Y-Far: 1
Z-Low: -1	Z-High: 1

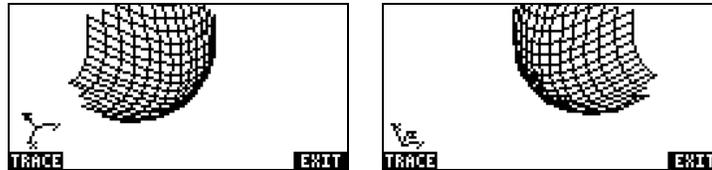
Step Indep: 10 Depnd: 8

Nota: Los valores Step Indep: y Depnd: representan el número de incrementos en la malla gráfica a utilizarse. A medida que se incrementan estos números, la producción de la gráfica se hace más lenta, aunque el tiempo necesario para producirla es relativamente corto.

- Presiónense las teclas **MODE DRAW** para dibujar la superficie tridimensional. El resultado de esta operación es un diagrama de las trazas de la malla gráfica sobre la superficie. La figura incluye el sistema de coordenadas de referencia en la esquina inferior izquierda. Al presionar las teclas direccionales (**◀ ▶ ▲ ▼**) uno puede cambiar la orientación de la superficie. La orientación del sistema de coordenadas de referencia también se cambia al moverse el punto de vista de la superficie. Las siguientes figuras muestran dos vistas de la superficie definida anteriormente.



- Para finalizar, presiónese la tecla **END**.
- Presiónese **MODE** para regresar al ambiente PLOT WINDOW.
- Cámbiese la información siguiente: Step Indep: 20 Depnd: 16
- Presiónese **MODE DRAW** para dibujar la superficie nuevamente.



- Para finalizar, presiónese la tecla **EXIT**.
- Presiónese **MODE** para regresar al ambiente PLOT WINDOW.
- Presiónese **ON** , o **NXT** **OK**, para recuperar la pantalla normal.

He aquí otro ejercicio del tipo de gráfica *Fast 3D*, $z = f(x,y) = \sin(x^2+y^2)$

- Presiónese **← 2D/3D** , simultáneamente si se usa el modo RPN, para acceder al ambiente PLOT SETUP.
- Presiónese **▼** y escríbase la función 'SIN(X^2+Y^2)' **OK**.
- Presiónese **MODE** **MODE** para dibujar la superficie.
- Presiónese **EXIT** **MODE** para regresar a la forma PLOT WINDOW.
- Presiónese **ON** , o **NXT** **OK**, para regresar a la pantalla normal.

Referencia

Información adicional sobre las gráficas se puede encontrar en los Capítulos 12 y 22 de la guía del usuario.

Capítulo 11

Aplicaciones en el Cálculo

Este Capítulo discute las aplicaciones de la calculadora a operaciones relacionadas al cálculo diferencial e integral, es decir, límites, derivadas, integrales, series de potencias, etc.

El menú CALC (Cálculo)

La mayoría de las funciones utilizadas en este Capítulo se presentan en el menú CALC de la calculadora. Este menú está disponible a través de la secuencia de teclado \leftarrow CALC (asociada con la tecla 4):



Las primeras cuatro opciones en este menú son en realidad sub-menús que se aplican a (1) derivadas e integrales, (2) límites y series de potencias, (3) ecuaciones diferenciales, y (4) gráficas. Las funciones en las opciones (1) y (2) se presentan en este Capítulo. Las funciones DERVX e INTVX se discuten en más detalle en las páginas 11-2 y 11-3, respectivamente.

Límites y derivadas

El cálculo diferencial se orienta principalmente al estudio de las derivadas de funciones y a sus aplicaciones en el análisis matemático. La derivada de una función se define como el límite de la diferencia de la función a medida que el incremento en la variable independiente tiende a cero. Los límites se utilizan así mismo para verificar la continuidad de las funciones.

La función \lim

La calculadora provee la función \lim para calcular límites de funciones. Esta función utiliza como argumento una expresión que representa una función y el valor de la variable independiente donde se evaluará el límite. La función \lim se obtiene a través del catálogo de funciones de la calculadora

(\rightarrow) CAT (ALPHA) (\leftarrow) (L) o, a través de la opción 2. LIMITS & SERIES... del menú CALC, que se presentó anteriormente.

La función \lim se escribe en modo ALG como $\lim(f(x), x=a)$ para calcular el límite $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$. En modo RPN, escríbase primero la función, seguida de la expresión ' $x=a$ ', y actívese finalmente la función \lim . Algunos ejemplos en modo ALG se presentan a continuación, incluyendo algunos límites al infinito. Para calcular límites unilaterales agrégese +0 ó -0 al valor a la derecha de la flecha. Un "+0" representa el límite por la derecha, mientras que un "-0" representa el límite por la izquierda. El símbolo del infinito se asocia con la tecla ∞ , es decir, $\leftarrow \infty$. [Nota: no todas las líneas serán visibles al terminar los ejercicios en las figuras de este Capítulo. El encabezado de la pantalla cubrirá las líneas superiores en la pantalla.]

```

: lim(X+1)
X→1
2
: lim(X^2-2)
X→1
-1
CASCH HELP

```

```

: lim(SIN(θ))
θ→0
1
CASCH HELP

```

```

RAD XYZ HEX R= 'X'     ALG
CHOME3
: lim(1/X^2)
X→∞
0
CASCH HELP

```

```

: lim(√(x-1))
x→1.+0
0.
: lim(√(x-1))
x→1.-0
0.
MODUL/REAL/PERIOD VX EPS

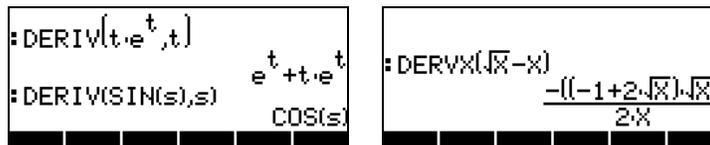
```

Las funciones DERIV y DERVX

La función DERIV se utiliza para calcular derivadas de cualquier variable independiente, mientras que la función DERVX calcula derivadas con respecto a la variable independiente definida por el CAS (usualmente definida por 'X'). Mientras la función DERVX se encuentra disponible directamente en el menú CALC, ambas funciones se encuentran disponibles en el sub-menú DERIV.&INTEG dentro del menú CALC (\leftarrow CALC).

La función DERIV requiere una función, por ejemplo $f(t)$, y una variable independiente, t , mientras que la función DERVX requiere solamente una función de la variable VX. Algunos ejemplos en modo ALG se presentan a

continuación. Recuérdese que en el modo RPN los argumentos de la función deben listarse antes de aplicar la función.



Anti-derivadas e integrales

Una anti-derivada de la función $f(x)$ es la función $F(x)$ tal que $f(x) = dF/dx$. Una anti-derivada se puede representar como una integral indefinida, es decir,

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

si y sólo si, $f(x) = dF/dx$, y $C = \text{constante}$.

Las funciones INT, INTVX, RISCH, SIGMA y SIGMAVX

La calculadora provee las funciones INT, INTVX, RISCH, SIGMA y SIGMAVX para calcular anti-derivadas. Las funciones INT, RISCH, y SIGMA operan con funciones de cualquier variable, mientras que las funciones INTVX y SIGMAVX utilizan funciones de la variable CAS VX (usualmente, 'X'). Las funciones INT y RISCH requieren, por lo tanto, no solamente la expresión de la función a integrar, sino también el nombre de la variable independiente. La función INT requiere también el valor de x donde se evaluará la integral. Las funciones INTVX y SIGMAVX requieren solamente la expresión de la función a integrarse en términos de la variable VX. La función INT requiere también el valor de x donde se evaluará la integral. Las funciones INTVX y SIGMAVX requieren solamente la expresión de la función a integrarse en términos de la variable VX. Las funciones INTVX, RISCH, SIGMA y SIGMAVX se localizan en el menú CALC/DERIV&INTEG, mientras que INT está disponible en el catálogo de funciones. Algunos ejemplos en modo ALG se presentan a continuación (escriba el nombre de la función para activarla):

```

:INTVX(Xe^X)
:INTVX(ASIN(X)) (X-1)e^X
:SIGMAVX(X-3)
:INT(s^2-s,s,2)
:RISCH(s^2-s,s)
:SIGMA(s:s!,s)

```

Nótese que las funciones SIGMAVX y SIGMA están diseñadas a operar en integrandos que incluyen ciertas funciones de números enteros como la función factorial (!) como se indica en un ejemplo anterior. El resultado representa la llamada derivada discreta, es decir, una derivada definida para números enteros solamente.

Integrales definidas

En la integral definida de una función, la anti-derivada que resulta se evalúa en los límites superior e inferior de un intervalo (a,b), y los valores evaluados se sustraen. Simbólicamente esto se indica como:

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a), \text{ donde } f(x) = dF/dx.$$

Para calcular integrales definidas usando la variable CAS VX (usualmente, 'X'), utilícese la función PREVAL(f(x),a,b). Por ejemplo,

```

:PREVAL(3X^2-X,0,5)
:PREVAL(X*LN(X),1,5)

```

Series infinitas

Una función $f(x)$ se puede expandir en una serie infinita alrededor de un punto $x=x_0$ usando una serie de Taylor, es decir,

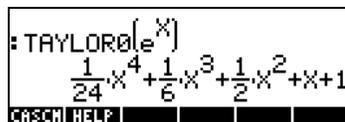
$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} \cdot (x - x_0)^n,$$

en la cual $f^{(n)}(x)$ representa la n-sima derivada de $f(x)$ con respecto a x , y $f^{(0)}(x) = f(x)$. Si $x_0 = 0$, la serie se denomina una serie de Maclaurin.

Las funciones TAYLR, TAYLRO, y SERIES

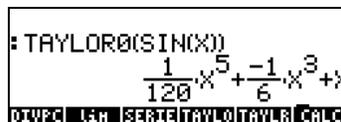
Las funciones TAYLR, TAYLRO, y SERIES se utilizan para generar polinomios de Taylor, así como series Taylor con residuos. Estas funciones se encuentran disponibles en el menú CALC/LIMITS&SERIES descrito anteriormente.

La función TAYLRO produce una serie de Maclaurin, es decir, alrededor de $X = 0$, de una expresión de la variable CAS VX (usualmente 'X'). La expansión utiliza una potencia relativa del 4to orden, es decir, la diferencia entre las máxima y mínima potencias en la expansión es 4. Por ejemplo,



```

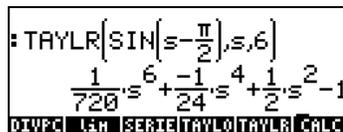
: TAYLRO(e^X)
  1/24 * X^4 + 1/6 * X^3 + 1/2 * X^2 + X + 1
CASCHN HELP
    
```



```

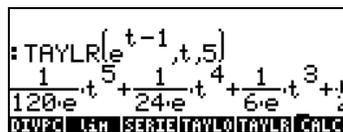
: TAYLRO(SIN(X))
  1/120 * X^5 + -1/6 * X^3 + X
DIVPC |<|>| SERIES|TAYLRO|TAYLR|CALC
    
```

La función TAYLR produce una serie de Taylor de una función $f(x)$ de cualquier variable x alrededor del punto $x = a$ de orden k especificado por el usuario. La función sigue el formato TAYLR($f(x-a), x, k$). Por ejemplo,



```

: TAYLR(SIN[s - pi/2], s, 6)
  1/720 * s^6 + -1/24 * s^4 + 1/2 * s^2 - 1
DIVPC |<|>| SERIES|TAYLRO|TAYLR|CALC
    
```



```

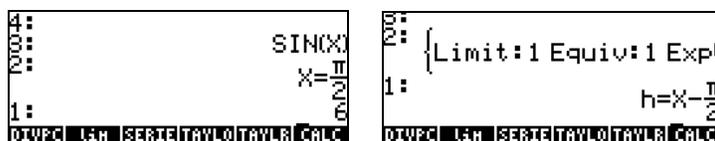
: TAYLR(e^t - 1, t, 5)
  1/120 * t^5 + 1/24 * t^4 + 1/6 * t^3 + t
DIVPC |<|>| SERIES|TAYLRO|TAYLR|CALC
    
```

La función SERIES produce un polinomio de Taylor utilizando como argumentos la función $f(x)$ a expandirse, el nombre de una variable solamente (para series de Maclaurin) o una expresión de la forma 'variable = valor' que

indica el punto de expansión de una serie de Taylor, y el orden de la serie a producirse. La función SERIES produce dos resultados, una lista de cuatro elementos, y una expresión de la forma $h = x - a$, si el segundo argumento de la función es 'x=a', es decir, una expresión del incremento h. La lista en el primer resultado incluye los siguientes elementos:

- 1 - El límite bi-direccional de la función en el punto de expansión, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$
- 2 - El valor equivalente de la función cerca del valor $x = a$
- 3 - La expresión del polinomio de Taylor
- 4 - El orden del residuo del polinomio de Taylor

Debido a la cantidad de resultados, esta función se puede observar más fácilmente en el modo RPN. Por ejemplo, la figure siguiente muestra la pantalla RPN antes y después de utilizar la función SERIES:



Elimine el contenido del nivel 1 de la pantalla al presionar la tecla \leftarrow , y presione la tecla EVAL , para descomponer la lista. Los resultados se muestran a continuación:



En la figura de la derecha se ha utilizado el editor de línea para visualizar la expansión en detalle. Para obtener este resultado utilice: \leftarrow ∇

Referencia

Definiciones y aplicaciones adicionales de las operaciones del cálculo se presentan en el Capítulo 13 en la guía del usuario.

Capítulo 12

Aplicaciones en el Cálculo Multivariado

El cálculo multivariado se aplica a funciones de dos o más variables. En este Capítulo se discuten los conceptos básicos del cálculo multivariado: derivadas parciales e integrales múltiples.

Derivadas parciales

Para calcular derivadas parciales de funciones multivariadas, úsense las reglas de las derivadas ordinarias con respecto a la variable de interés, mientras se consideran las demás variables como constantes. Por ejemplo,

$$\frac{\partial}{\partial x}(x \cos(y)) = \cos(y), \quad \frac{\partial}{\partial y}(x \cos(y)) = -x \sin(y),$$

Uno puede utilizar las funciones de derivadas de la calculadora: DERVX, DERIV, ∂ , descritas en el Capítulo 11 de este manual, para calcular derivadas parciales (DERVX utiliza la variable CAS VX, usualmente, 'X'). Algunos ejemplos de derivadas parciales del primer orden se muestran a continuación. Las funciones utilizadas en los primeros dos ejemplos son $f(x,y) = x \cos(y)$, y $g(x,y,z) = (x^2+y^2)^{1/2} \sin(z)$. [Nota: no todas las líneas serán visibles al terminar los ejercicios en las siguientes figuras.]

```
∂/∂x(f(x,y))
COS(Y)
∂/∂y(f(x,y))
X-SIN(Y)
```

```
∂/∂y(g(x,y,z))
(2Y / (2 * sqrt(X^2+Y^2))) * SIN(Z)
```

```
DERVX(X^2-Y^2)
-2Y
DERVX(X*SIN(Y+X))
COS(X+Y)
```

```
DERIV(s*t^2-e^t,t)
s*2*t-e^t
```

Para definir las funciones $f(x,y)$ y $g(x,y,z)$, en modo ALG, use:

$$\text{DEF}(f(x,y)=x*\text{COS}(y)) \quad \text{DEF}(g(x,y,z)=\sqrt{(x^2+y^2)}*\text{SIN}(z))$$

Para escribir el símbolo de derivadas, use $\frac{\partial}{\partial}$. La derivada $\frac{\partial}{\partial x}(f(x,y))$, por ejemplo, se escribe como $\partial x(f(x,y))$ en la pantalla en modo ALG.

Integrales múltiples

La interpretación física de la integral doble de una función $f(x,y)$ sobre una región R en el plano x - y es el volumen del sólido contenido bajo la superficie $f(x,y)$ encima de la región R . La región R puede describirse como $R = \{a < x < b, f(x) < y < g(x)\}$, o como $R = \{c < y < d, r(y) < x < s(y)\}$. La integral doble correspondiente se puede escribir como sigue:

$$\iint_R \phi(x,y) dA = \int_a^b \int_{f(x)}^{g(x)} \phi(x,y) dy dx = \int_c^d \int_{r(y)}^{s(y)} \phi(x,y) dy dx$$

La evaluación de una integral doble en la calculadora es relativamente simple. Una integral doble puede escribirse en el escritor de ecuaciones (véase el ejemplo en el Capítulo 2 de la guía del usuario), como se muestra a continuación. Esta integral doble puede calcularse directamente en el escritor de ecuaciones al seleccionar la expresión completa y utilizar la función \int . El resultado es $3/2$.

Referencia

Detalles adicionales de las operaciones del cálculo multivariado y sus aplicaciones se presentan en el Capítulo 14 de la guía del usuario.

Capítulo 13

Aplicaciones en Análisis Vectorial

Este capítulo describe el uso de las funciones HESS, DIV, y CURL utilizadas en operaciones del análisis vectorial.

El operador 'del'

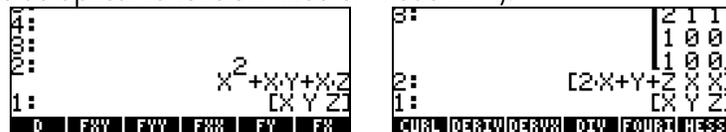
El operador que se muestra a continuación, llamado el operador 'del' o 'nabla', es un operador vectorial que puede aplicarse a una función escalar o vectorial:

$$\nabla [] = i \cdot \frac{\partial}{\partial x} [] + j \cdot \frac{\partial}{\partial y} [] + k \cdot \frac{\partial}{\partial z} []$$

Cuando este operador se aplica a una función escalar se obtiene el gradiente de la función, y cuando se aplica a una función vectorial se puede obtener la divergencia y el rotacional (curl) de la función. La combinación del gradiente y la divergencia producen el Laplaciano de una función escalar.

Gradiente

El gradiente de una función escalar $\phi(x,y,z)$ es la función vectorial definida como $grad\phi = \nabla\phi$. La función HESS puede utilizarse para obtener el gradiente de una función. La función HESS toma como argumentos una función de n variables independientes, $\phi(x_1, x_2, \dots, x_n)$, y un vector de las variables ['x1' 'x2' ... 'xn']. La función HESS produce la matriz Hessiana de la función ϕ , $\mathbf{H} = [h_{ij}] = [\partial^2\phi/\partial x_i\partial x_j]$, el gradiente de la función con respecto a las n variables, $grad\phi = [\partial\phi/\partial x_1 \partial\phi/\partial x_2 \dots \partial\phi/\partial x_n]$, y la lista de variables ['x1', 'x2', ..., 'xn']. Esta función se visualiza mejor en el modo RPN. Tómese como ejemplo la función $\phi(X,Y,Z) = X^2 + XY + XZ$. La aplicación de la función HESS produce el resultado siguiente (La figura muestra la pantalla antes y después de aplicar la función HESS en modo RPN):



El gradiente que resulta es $[2X+Y+Z, X, X]$. La función DERIV puede utilizarse para calcular el gradiente de la forma siguiente:

```

:DERIV(X^2+X*Y+X*Z,[X Y Z])
      [2X+Y+Z X X]
EDIT | VIEW | RCL | STOP | PURGE | CLEAR

```

Divergencia

La divergencia de una función vectorial, $\mathbf{F}(x,y,z) = f(x,y,z)\mathbf{i} + g(x,y,z)\mathbf{j} + h(x,y,z)\mathbf{k}$, se define como el producto escalar (o producto punto) del operador "del" con la función, $divF = \nabla \cdot F$. La función DIV se utiliza para calcular la divergencia de una función vectorial en la calculadora. Por ejemplo, para la función $\mathbf{F}(X,Y,Z) = [XY, X^2+Y^2+Z^2, YZ]$, se calcula la divergencia, en modo ALG, como se muestra a continuación:
 $DIV([X*Y, X^2+Y^2+Z^2, Y*Z], [X, Y, Z])$

```

:DIV([X*Y X^2+Y^2+Z^2 Y*Z],[X
      Y+2*Y+Y
+SKIP|SKIP|+DEL|DEL|DEL|L|INS

```

Rotacional (Curl)

El rotacional de un campo o función vectorial $\mathbf{F}(x,y,z) = f(x,y,z)\mathbf{i} + g(x,y,z)\mathbf{j} + h(x,y,z)\mathbf{k}$, se define como el producto vectorial (o producto cruz) del operador 'del' con el campo vectorial, $curlF = \nabla \times F$. El rotacional de un campo vectorial se calcula con la función CURL. Por ejemplo, para la función $\mathbf{F}(X,Y,Z) = [XY, X^2+Y^2+Z^2, YZ]$, se calcula el rotacional de la forma siguiente: $CURL([X*Y, X^2+Y^2+Z^2, Y*Z], [X, Y, Z])$

```

:CURL([X*Y X^2+Y^2+Z^2 Y*Z],[
      [Z-2*Z 0 2*X-X]
CURL | DERIV | DERVX | DIV | FOUR | HESS

```

Referencia

Para mayor información sobre aplicaciones de la calculadora en el análisis vectorial, consúltese el Capítulo 15 en la guía del usuario.

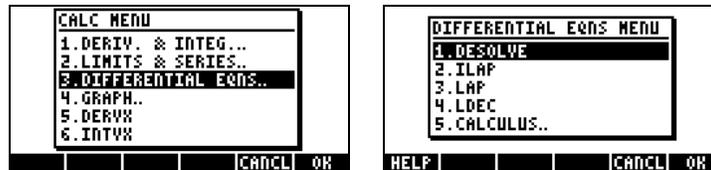
Capítulo 14

Las ecuaciones diferenciales

En este Capítulo se presentan ejemplos de la solución de las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) utilizando funciones de la calculadora. Una ecuación diferencial es una ecuación que involucra derivadas de la variable independiente. En la mayoría de los casos, se busca una función dependiente que satisfice la ecuación diferencial.

El menú CALC/DIFF

El sub-menú DIFFERENTIAL EQNS.. dentro del menú CALC (\leftarrow CALC) provee funciones para la solución de las ecuaciones diferenciales. El menú CALC/DIFF que resulta cuando la opción CHOOSE boxes se selecciona para la señal de sistema 117 es el siguiente:



Estas funciones se describen brevemente a continuación. Las funciones se describen en forma detallada más adelante en este Capítulo.

DESOLVE: Función para resolver ecuaciones diferenciales, de ser posible

ILAP: Transformada inversa de Laplace, $L^{-1}[F(s)] = f(t)$

LAP: Transformada de Laplace, $L[f(t)]=F(s)$

LDEC: Función para resolver ecuaciones diferenciales lineales

Solución de las ecuaciones lineales y no lineales

Una ecuación en la cual la variable dependiente y todas sus derivadas son de primer grado se conoce como una ecuación diferencial lineal. De no ser así, la ecuación se dice que es no lineal.

La función LDEC

La calculadora provee la función LDEC para determinar la solución general de una EDO lineal de cualquier orden con coeficientes constantes, ya sea que la EDO es homogénea o no. Esta función requiere dos argumentos

- El lado derecho de la EDO
- La ecuación característica de la EDO

Estos dos argumentos deberán escribirse en términos de la variable del CAS (usualmente X). El resultado de la función es la solución general de la EDO. Los ejemplos mostrados a continuación se ejecutan en el modo RPN:

Ejemplo 1 – Resuélvase la EDO homogénea

$$d^3y/dx^3 - 4 \cdot (d^2y/dx^2) - 11 \cdot (dy/dx) + 30 \cdot y = 0.$$

Escríbese:

`0 [ENTER] 'X^3-4*X^2-11*X+30' [ENTER] LDEC`

La solución es (esta figura se construyó a partir de figuras del escritor de ecuaciones, EQW):

$$-\frac{6 \cdot cC0 - (cC1 + cC2)}{24} \cdot e^{5x} + \frac{10 \cdot cC0 - (7 \cdot cC1 - cC2)}{40} \cdot e^{-(3 \cdot X)} + \frac{15 \cdot cC0 + 2 \cdot cC1 - cC2}{15} \cdot e^{2x}$$

en la cual cC0, cC1, y cC2 son constantes de integración. Este resultado es equivalente a:

$$y = K_1 \cdot e^{-3x} + K_2 \cdot e^{5x} + K_3 \cdot e^{2x}.$$

Ejemplo 2 – Utilizando la función LDEC, resuélvase la EDO no homogénea:

$$d^3y/dx^3 - 4 \cdot (d^2y/dx^2) - 11 \cdot (dy/dx) + 30 \cdot y = x^2.$$

Escríbese:

`'X^2' [ENTER] 'X^3-4*X^2-11*X+30' [ENTER] LDEC`

La solución es:

$$\frac{750 \cdot cC0 - (125 \cdot cC1 + 125 \cdot cC2 + 2)}{3000} \cdot e^{5x} + \frac{270 \cdot cC0 - (129 \cdot cC1 - (27 \cdot cC2 - 2))}{1080} \cdot e^{-3x} + \frac{450 \cdot x^2 + 330 \cdot x + 241}{13500}$$

la cual es equivalente a

$$y = K_1 \cdot e^{-3x} + K_2 \cdot e^{5x} + K_3 \cdot e^{2x} + (450 \cdot x^2 + 330 \cdot x + 241) / 13500.$$

La función DESOLVE

La calculadora provee la función DESOLVE para resolver cierto tipo de ecuaciones diferenciales. La función requiere como argumentos la ecuación diferencial y el nombre de la función incógnita. La función DESOLVE produce la solución a la ecuación diferencial, de ser posible. Uno puede también proveer como primer argumento de la función DESOLVE un vector que contenga la ecuación diferencial y las condiciones iniciales del problema, en vez de proveer solamente una ecuación diferencial. La función DESOLVE está disponible en el menú CALC/DIFF. Ejemplos de aplicaciones de la función DESOLVE se muestran a continuación utilizando el modo RPN.

Ejemplo 1 – Resuélvase la EDO de primer orden:

$$dy/dx + x^2 \cdot y(x) = 5.$$

Escríbase en la calculadora:

'd1y(x)+x^2*y(x)=5' **ENTER** 'y(x)' **ENTER** DESOLVE

La solución proveída es

{'y(x) = (INT(5*EXP(xt^3/3),xt,x)+cC0)*1/EXP(x^3/3)'} , es decir,

$$y(x) = \exp(-x^3 / 3) \cdot \left(\int 5 \cdot \exp(x^3 / 3) \cdot dx + C_0 \right)$$

La variable ODETYPE

Nótese la existencia de una nueva variable denominada $\boxed{\text{ODETYPE}}$ (ODETYPE). Esta variable se produce al utilizar la función DESOLVE y contiene una cadena de caracteres que identifican el tipo de EDO utilizada como argumento de la función DESOLVE. Presiónese la tecla de menú $\boxed{\text{ODETYPE}}$ para obtener el texto "1st order linear" (lineal de primer orden).

Ejemplo 2 – Resuélvase la siguiente ecuación sujeta a condiciones iniciales. La ecuación es

$$d^2y/dt^2 + 5y = 2 \cos(t/2),$$

sujeta a las condiciones

$$y(0) = 1.2, y'(0) = -0.5.$$

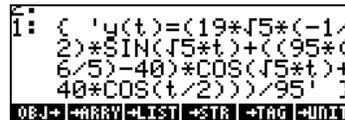
En la calculadora, utilícese

`['d1d1y(t)+5*y(t) = 2*COS(t/2)' 'y(0) = 6/5' 'd1y(0) = -1/2']` $\boxed{\text{ENTER}}$
`'y(t)'` $\boxed{\text{ENTER}}$
DESOLVE

Nótese que las condiciones iniciales se definen con valores exactos, es decir, 'y(0) = 6/5', en lugar de 'y(0)=1.2', y 'd1y(0) = -1/2', en vez de 'd1y(0) = -0.5'. El utilizar expresiones exactas facilita la solución.

Note: Para obtener expresiones fraccionarias para valores decimales utilícese la función $\rightarrow Q$ (véase el Capítulo 5).

La solución en este caso es:



```
1: ( 'y(t)=(19*sqrt(5)*(-1/2)*sin(sqrt(5)*t)+((95*(6/5)-40)*cos(sqrt(5)*t)+40*cos(t/2))/95' )
```

Presiónese $\boxed{\text{EVAL}}$ $\boxed{\text{EVAL}}$ para simplificar el resultado. Use $\boxed{\text{MODE}}$ para obtener: 'y(t) = -((19*sqrt(5)*SIN(sqrt(5)*t)-(148*COS(sqrt(5)*t)+80*COS(t/2)))/190)'.

Presiónese $\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{\text{VAR}}$ $\boxed{\text{ODETYPE}}$ para obtener el texto "Linear w/ cst coeff" (lineal, con coeficientes constantes) para el tipo de EDO en este caso.

Transformadas de Laplace

La transformada de Laplace de una función $f(t)$ produce una función $F(s)$ in el dominio imagen que puede utilizarse para encontrar, a través de métodos algebraicos, la solución de una ecuación diferencial lineal que involucra a la función $f(t)$. Los pasos necesarios para este tipo de solución son los siguientes:

1. Utilizando la transformada de Laplace se convierte la EDO lineal que involucra a $f(t)$ a una ecuación algebraica equivalente.
2. La incógnita de esta ecuación algebraica, $F(s)$, se despeja en el dominio imagen a través de la manipulación algebraica.
3. Se utiliza una transformada inversa de Laplace para convertir la función imagen obtenida en el paso anterior a la solución de la ecuación diferencial que involucra a $f(t)$.

Transformadas de Laplace y sus inversas en la calculadora

La calculadora provee las funciones LAP y ILAP para calcular transformadas de Laplace y transformadas inversas de Laplace, respectivamente, de una función $f(VX)$, en la cual VX es la variable independiente del CAS (usualmente 'X'). La calculadora produce la transformada de Laplace o la inversa como una la función de X. Las funciones LAP y ILAP se encuentran disponibles en el menú CALC/DIFF. Los ejemplos siguientes se presentan en modo RPN. Su conversión a modo ALG es relativamente simple.

Ejemplo 1 – Para obtener la definición de la transformada de Laplace en la calculadora utilídense las siguientes instrucciones: 'f(X)' ENTER LAP en modo RPN, o LAP(f(X)) modo ALG. La calculadora produce los resultados siguientes (modo RPN, a la izquierda; modo ALG, a la derecha):

<pre>0: 1: 2: 1: ∫₀^∞ f(tt)e^{-(tt·X)} dtt DESQL ILAP LAP LDEC CALC</pre>	<pre>:LAP(f(X)) ∫₀^∞ f(tt)e^{-(tt·X)} dtt DESQL ILAP LAP LDEC CALC</pre>
---	--

Compare estas expresiones con la definición siguiente:

$$L\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} dt,$$

Nótese que en la definición de la calculadora la variable CAS, X, en la pantalla reemplaza a la variable s in esta definición. Por lo tanto, cuando se utiliza la función LAP se obtiene una función de X que representa la transformada de Laplace de f(X).

Ejemplo 2 – Determinése la transformada inversa de Laplace de la función $F(s) = 1/(s+1)^2$. Utilícese:

$$'1/(X+1)^2' \text{ [ENTER] ILAP}$$

El resultado es 'X·e^{-X}', que se interpreta como $L^{-1}\{1/(s+1)^2\} = t \cdot e^{-t}$.

Series de Fourier

Una serie compleja de Fourier se define por la expresión

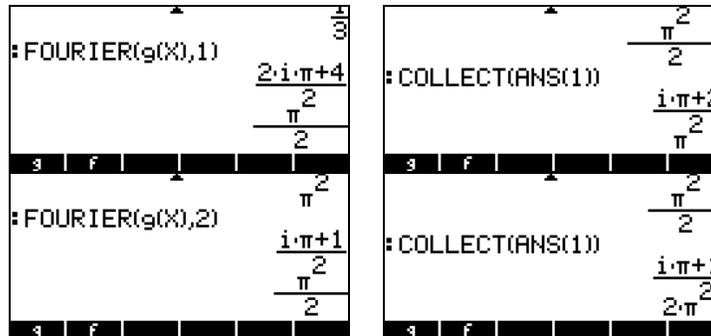
$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \cdot \exp\left(\frac{2in\pi}{T}\right),$$

en la cual

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cdot \exp\left(\frac{2 \cdot i \cdot n \cdot \pi}{T} \cdot t\right) \cdot dt, \quad n = -\infty, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty.$$

La función FOURIER

La función FOURIER provee los coeficientes c_n de la forma compleja de la serie de Fourier dada la función $f(t)$ y el valor de n . La función FOURIER requiere que el valor del período, T, de la función T-periódica, se almacene en la variable CAS denominada PERIOD antes de activar la función FOURIER. La función FOURIER está disponible en el sub-menú DERIV dentro del menú CALC ($\left[\leftarrow \right] \text{CALC}$).



En este caso, $c_0 = 1/3$, $c_1 = (\pi \cdot i + 2)/\pi^2$, $c_2 = (\pi \cdot i + 1)/(2\pi^2)$.

La serie de Fourier para este caso se escribe, utilizando tres elementos, de la forma siguiente:

$$g(t) \approx \text{Re}[(1/3) + (\pi \cdot i + 2)/\pi^2 \cdot \exp(i \cdot \pi \cdot t) + (\pi \cdot i + 1)/(2\pi^2) \cdot \exp(2 \cdot i \cdot \pi \cdot t)].$$

Referencia

Para ver definiciones adicionales, aplicaciones, y ejercicios en la solución de las ecuaciones diferenciales, utilizando transformadas de Laplace, y series y transformadas de Fourier, así como métodos numéricos y gráficos, véase el Capítulo 16 en la guía del usuario de la calculadora.

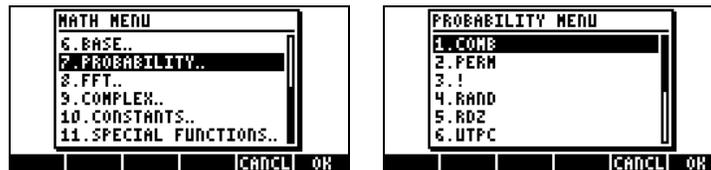
Capítulo 15

Distribuciones de probabilidad

En este Capítulo se proveen ejemplos de aplicaciones de las distribuciones de probabilidad predefinidas en la calculadora.

El sub-menú MTH/PROBABILITY.. - parte 1

El sub-menú MTH/PROBABILITY.. es accesible a través de la secuencia de teclas \leftarrow MTH . Habiendo seleccionado la opción "CHOOSE boxes" para señal de sistema número 117, el menú PROBABILITY.. presenta las siguientes funciones:



En esta sección se discuten las funciones COMB, PERM, ! (factorial), RAND, y RDZ.

Factoriales, combinaciones, y permutaciones

El factorial de un número entero n se define como: $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$. Se adopta la convención de que, $0! = 1$.

Los factoriales se utilizan en el cálculo del número permutaciones y combinaciones de objetos y elementos. Por ejemplo, el número de permutaciones de r elementos tomados de una colección de n elementos distintos se calcula como ${}_n P_r = n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1) = n!/(n-r)!$

Así mismo, el número de combinaciones de r elementos de una colección de n elementos distintos se calcula como:

$$\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

En la calculadora se pueden calcular combinaciones, permutaciones, y factoriales utilizando las funciones COMB, PERM, y ! localizadas en el sub-menú MTH/PROBABILITY... La operación de estas funciones se describe a continuación:

- COMB(n,r): Combinaciones de n elementos tomados de r en r
- PERM(n,r): Permutaciones de n elementos tomados de r en r
- n!: Factorial de un número entero positivo. Cuando x no es entero, x! Calcula la función $\Gamma(x+1)$, en la cual $\Gamma(x)$ es la función Gamma (véase el Capítulo 3). El símbolo del factorial (!) se puede obtener usando la secuencia de teclas ALPHA $\left(\rightarrow\right)$ $\left(2\right)$.

Algunos ejemplos de aplicación de estas funciones se muestran a continuación: [**Nota:** not todas las líneas serán visibles al terminar los ejercicios en las siguientes figuras.]

```

: COMB(10.,6.)           210.
: PERM(10.,6.)          151200.
: 12.!                  479001600.
  N | A | Y | t | EQ | PPAR

```

Números aleatorios

La calculadora posee un generador de números aleatorios que produce un número real uniformemente distribuido entre 0 y 1. Para generar un número aleatorio, utilícese la función RAND ("RANDom" es "aleatorio" en inglés) en el sub-menú MTH/PROBABILITY. La siguiente figure muestra varios números aleatorios producidos con la función RAND.

```

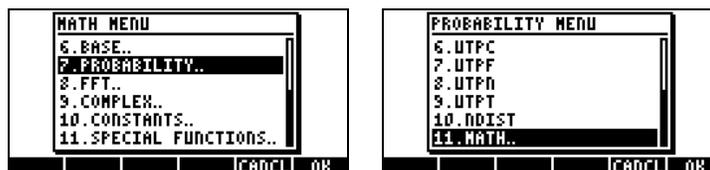
: RAND                   .529199358633
: RAND                   4.35821814444E-2
: RAND                   .294922982088
  N | A | Y | t | EQ | PPAR

```

Detalles adicionales sobre números aleatorios en la calculadora se proveen en el Capítulo 17 de la guía del usuario. Específicamente el uso de la función RDZ para recomenzar listas de números aleatorios se presenta en detalle en el capítulo 17 de la guía del usuario.

El sub-menú MTH/PROBABILITY.. - parte 2

En esta sección se presentan cuatro distribuciones de probabilidades que se utilizan regularmente para resolver problemas relacionados a la inferencia estadística, a saber: la distribución normal, la distribución de Student, la distribución de Chi cuadrada (χ^2), y la distribución F. Las funciones disponibles en la calculadora para evaluar probabilidades en estas distribuciones son NDIST, UTPN, UTPT, UTPC, y UTPF. Estas funciones están disponibles in el menú MTH/PROBABILITY presentado anteriormente. Para obtener estas funciones actívese el menú MTH (\leftarrow MTH) y seleccíonese la opción PROBABILITY:



La distribución normal

Las funciones NDIST y UTPN están relacionadas con la distribución normal (o de Gauss) con media μ y varianza σ^2 .

Para calcular el valor de la función de densidad de probabilidades, o fdp, $f(x)$, para la distribución normal, utilícese la función $NDIST(\mu, \sigma^2, x)$. Por ejemplo, verifíquese que para una distribución normal, $NDIST(1.0, 0.5, 2.0) = 0.20755374$. La función NDIST es útil si se desea graficar la fdp de la distribución normal.

La calculadora así mismo provee la función UTPN para calcular la probabilidad del extremo superior de la distribución normal, es decir, $UTPN(\mu, \sigma^2, x) = P(X > x) = 1 - P(X < x)$, en la cual $P()$ representa una

probabilidad. Por ejemplo, verifíquese que para una distribución normal, con parámetros $\mu = 1.0$, $\sigma^2 = 0.5$, $UTPN(1.0,0.5,0.75) = 0.638163$.

La distribución de Student

La distribución de Student-t, o distribución t, posee un solo parámetro v , que se conoce como “los grados de libertad” de la distribución. La calculadora provee valores del extremo superior de la función de distribución acumulativa, utilizando la función UTPT, dados los valores de v y t , es decir, $UTPT(v,t) = P(T > t) = 1 - P(T < t)$. Por ejemplo, $UTPT(5,2.5) = 2.7245...E-2$.

La distribución Chi cuadrada

La distribución Chi cuadrada (χ^2) posee un solo parámetro v , que se conoce como “los grados de libertad” de la distribución. La calculadora provee valores del extremo superior de la función de distribución acumulativa, utilizando la función UTPC, dados los valores de v y x . La definición de esta función es la siguiente: $UTPC(v,x) = P(X > x) = 1 - P(X < x)$. Por ejemplo, $UTPC(5, 2.5) = 0.776495...$

La distribución F

La distribución F requiere 2 parámetros $vN =$ grados de libertad del numerador, y $vD =$ grados de libertad del denominador. La calculadora provee valores del extremo superior de la función de distribución acumulativa, utilizando la función UTPF, dados los parámetros vN y vD , y el valor de F . La definición de esta función es $UTPF(vN,vD,F) = P(\mathfrak{F} > F) = 1 - P(\mathfrak{F} < F)$. Por ejemplo, $UTPF(10,5, 2.5) = 0.1618347...$

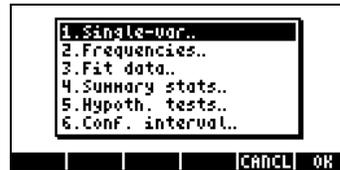
Referencia

El Capítulo 17 en la guía del usuario presenta información adicional sobre estas distribuciones y otras distribuciones de probabilidades.

Capítulo 16

Aplicaciones Estadísticas

La calculadora provee las siguientes opciones de cálculos estadísticos accesibles a través de la combinación de teclas \rightarrow STAT (la tecla $\boxed{5}$):



Datos de entrada

Las operaciones 1, 2, y 4 de la lista anterior requieren que los datos a operarse estén disponibles como columnas de la matriz Σ DAT. Esta acción se puede llevar a cabo escribiendo los datos en columnas utilizando el escritor de matrices, \leftarrow MTRV, y posteriormente utilizando la función $\text{STO}\Sigma$ para almacenar la matriz en la variable Σ DAT.

Por ejemplo, escríbanse los siguientes datos usando el escritor de matrices (véanse los Capítulos 8 ó 9 en esta guía), y almacénense los datos en Σ DAT:

2.1 1.2 3.1 4.5 2.3 1.1 2.3 1.5 1.6 2.2 1.2 2.5.

La pantalla en este ejercicio lucirá como se muestra a continuación:



Nótese la existencia de la variable $\boxed{\text{ANS}}$ en la lista de las teclas del menú.

Cálculos estadísticos para una sola variable

Después de almacenar los datos en la variable Σ DAT, presiónese \rightarrow STAT \square para seleccionar la opción **1. Single-var..** (una sola variable). La calculadora provee la siguiente forma interactiva:

```

SINGLE-VARIABLE STATISTICS
EDAT: [[2.1] [1.1] Col: 1
Type: Sample
  _ Mean   _ Std Dev  _ Variance
  _ Total  _ Maximum  _ Minimum
Enter statistical data
EDIT [CHOOSE] | [CANCEL] OR
```

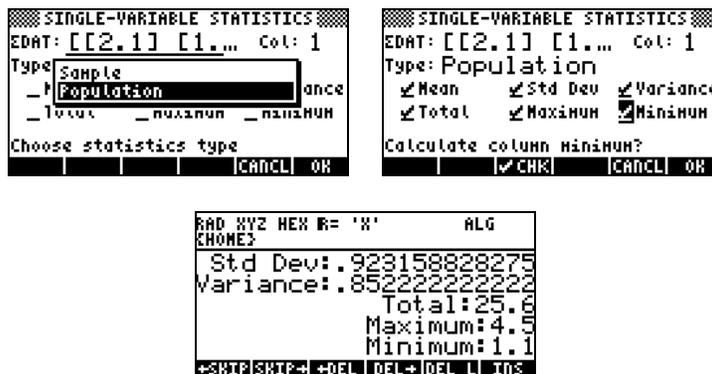
La forma interactiva muestra los datos en Σ DAT, indica que la columna 1 ha sido seleccionada (la variable Σ DAT contiene una sola columna en este caso). Utilídense las teclas direccionales para seleccionar las diferentes opciones en la forma interactiva. Presiónese la tecla \square para seleccionar las medidas estadísticas que se desean (Mean [Media], Standard Deviation [Desviación Estándar], Variance [Varianza], Total number of data points [número de datos], Maximum [valor máximo] y Minimum [valor mínimo]). Una vez finalizada la selección, presiónese la tecla \square . Las medidas estadísticas seleccionadas serán listadas en la pantalla, con la identificación apropiada. Por ejemplo:

<pre> SINGLE-VARIABLE STATISTICS EDAT: [[2.1] [1.1] Col: 1 Type: Sample ✓ Mean ✓ Std Dev ✓ Variance ✓ Total ✓ Maximum ✓ Minimum Calculate column minimum? [✓CHK] [CANCEL] OR</pre>	<pre> RAD RYZ HEX R= 'X' ALG CHONE? Std Dev: .964207949406 Variance: .929696969697 Total: 25.6 Maximum: 4.5 Minimum: 1.1 +SKIP SKIP+ +DEL DEL+ DEL L INS =</pre>
---	---

Muestra vs. población

Las funciones para estadísticas de una sola variable que se presentaron anteriormente pueden aplicarse a una población finita al seleccionar la opción Type: Population en la forma interactiva titulada SINGLE-VARIABLE STATISTICS. Las diferencias principales entre estadísticas de una muestra y de una población son los valores de la varianza y de la desviación estándar, los cuales se calculan usando n en el denominador de la varianza en lugar

de (n-1). En el ejemplo anterior, utilícese la tecla  (escoger) para seleccionar la opción Type: Population y re-calcular las medidas estadísticas:



Cálculo de distribuciones de frecuencias

La operación **2. Frecuencias..** en el menú STAT puede utilizarse para obtener la distribución de frecuencias de una colección de datos. Los datos deben existir en la forma de un vector columna almacenado en la variable Σ DAT. Para empezar la operación, presiónese  STAT  . La forma interactiva que resulta contiene las siguientes opciones:

- Σ DAT:** matriz que contiene los datos de interés
- Col:** columna de Σ DAT bajo escrutinio
- X-Min:** valor mínimo del límite de clase a utilizarse en la distribución de frecuencias (valor básico = -6.5)
- Bin Count:** número de clases a utilizarse en la distribución de frecuencias (valor básico = 13).
- Bin Width:** longitud uniforme de cada clase (valor básico = 1).

Dada una colección de datos: $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ listados sin atención al orden de los valores, se pueden agrupar estos datos en clases, o recipientes (bins), al contar la frecuencia o número de valores que corresponden a cada clase. La operación **2. Frecuencias..** en el menú STAT efectúa esta evaluación de frecuencias, y lleva cuenta de aquellos valores menores que el límite mínimo y

mayores que el límite máximo de las clases. Estos últimos se refieren, en inglés, con el término outliers.

Como ejercicio, genérese una colección de datos, por ejemplo, unos 200 valores, usando la función $RANM(\{200,1\})$. Almacénese el resultado en la variable ΣDAT , utilizando la función $STO\Sigma$ (véase el ejemplo anterior). A continuación, obténganse la información estadística para una sola variable utilizando la secuencia de teclas: \rightarrow \underline{STAT} \blacksquare \blacksquare . Los resultados son los siguientes:

```
Variance:31.0395728643
Total:(-85.
Maximum:9.
Minimum:(-9.)
EDAT | EPAR | CASDI |
```

Esta información indica que los datos se extienden entre los valores de -9 a 9. Para producir la distribución de frecuencias utilizaremos el intervalo (-8,8) que se dividirá en 8 clases, cada una con una longitud igual a 2.

- Seleccione la opción **2. Frecuencias..** utilizando \rightarrow \underline{STAT} ∇ \blacksquare \blacksquare . Los datos se encuentran ya almacenados en la variable ΣDAT , y la opción Col deberá tener el valor 1 asignado, dado que la matriz ΣDAT posee una sola columna.
- Cámbiense los valores de X-Min a -8, Bin Count a 8, y Bin Width a 2, y después presiónese la tecla \blacksquare \blacksquare .

Cuando se utiliza el modo RPN, los resultados de la distribución de frecuencias se muestran como un vector columna en el nivel 2 de la pantalla, y como un vector fila de dos componentes en el nivel 1. El vector en el nivel 1 representa el número de valores extremos (outliers) localizados fuera del intervalo usado para definir las clases, es decir, fuera del intervalo (-8,8). Para el presente ejemplo, el autor obtuvo los valores [14. 8.], lo que indica la existencia de 14 valores menores que -8 y 8 valores mayores que 8. en el vector ΣDAT vector.

- Presiónese  para remover el vector en el nivel 1. El resultado en el nivel 1 es el conteo de frecuencias en los datos en Σ DAT.

Las clases para esta distribución de frecuencias son las siguientes: -8 a -6, -6 a -4, ..., 4 a 6, y 6 a 8, es decir, 8 clases, con conteos de frecuencias correspondientes, para este ejemplo, de:

23, 22, 22, 17, 26, 15, 20, 33.

Este resultado implica que hay 23 valores en la clase [-8,-6], 22 en [-6,-4], 22 en [-4,-2], 17 en [-2,0], 26 en [0,2], 15 en [2,4], 20 en [4,6], y 33 en [6,8]. Uno puede verificar que al sumar estas frecuencias junto con los valores extremos indicados anteriormente, 14 y 8, se obtiene el número total de datos en la muestra, es decir, 200.

Ajustando datos a la función $y = f(x)$

La opción **3. Fit data..**, disponible en el menú STAT, puede utilizarse para ajustar funciones de tipo lineal, logarítmico, exponencial, y de potencia a una colección de datos (x,y) , almacenados en la matriz Σ DAT. Para utilizar esta opción se necesitan al menos dos columnas de datos en la variable Σ DAT.

Por ejemplo, para ajustar una relación lineal a los siguientes datos:

x	y
0	0.5
1	2.3
2	3.6
3	6.7
4	7.2
5	11

- Almacénense los datos en las columnas de la matriz Σ DAT utilizando el escritor de matrices, y la función STO Σ .

- Para activar la opción **3. Fit data..**, utilícense las siguientes teclas: \rightarrow **STAT** \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow La forma interactiva mostrará la matriz Σ DAT, ya existente. De ser necesario, cámbiense los valores en la forma interactiva de manera que luzca como se muestra a continuación:

```

FIT DATA
SDAT: [[0.,.5] [1.,2.3]]
X-Col: 1 Y-Col: 2
Model: Linear Fit
Enter statistical data
EDIT|CHOOSE| PRED|CANCEL| OK

```

- Para efectuar el ajuste de datos a la función $y = a + bx$. El resultado de esta función, que se muestra a continuación para este ejemplo en particular, consiste de las siguientes tres líneas en modo RPN:

```

3: '0.195238095238 + 2.00857242857*X'
2: Correlation: 0.983781424465
1: Covariance: 7.03

```

El nivel 3 muestra la forma de la ecuación resultante. El nivel 2 muestra el coeficiente de correlación de la muestra, y el nivel 1 muestra la co-varianza de x-y. Las definiciones de estos parámetros se presentan en el Capítulo 18 de la guía del usuario.

Ejemplos e información adicionales en lo que se refiere al ajuste de datos a funciones se presentan así mismo en el Capítulo 18 de la guía del usuario.

Medidas estadísticas adicionales

La función **4. Summary stats..** en el menú **STAT** puede utilizarse en el cálculo de medidas estadísticas adicionales de la muestra. Para comenzar, presiónense las teclas \rightarrow **STAT** una vez más, seleccíonese la cuarta opción en la lista utilizando a tecla direccional vertical \downarrow , y presiónese \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow . La forma interactiva que resulta contiene las siguientes opciones:

- Σ **DAT:** la matriz con los datos de interés.
- X-Col, Y-Col:** estas opciones se aplican en el caso de que la matriz Σ DAT tenga más de dos columnas. En principio, la columna x es la

columna 1, y la columna y es la columna 2. Si existe solamente una columna, la única opción posible es **X-Col: 1**.
 ΣX ΣY ...: medidas estadísticas que uno puede escoger como resultado de esta función al seleccionar las opciones deseadas presionando la tecla [✓CHK] en la opción apropiada.

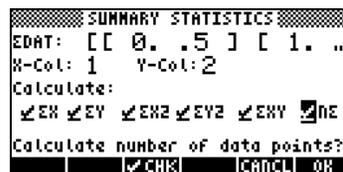
Estas medidas estadísticas se utilizan para calcular estadísticas de las dos variables (x,y) que pueden estar relacionadas a un ajuste de datos a la función $y = f(x)$. La presente función, por lo tanto, puede considerarse como complementaria a la función **3. Fit data..** que se presentó anteriormente.

Por ejemplo, para los datos x-y data almacenados en la variable ΣDAT , se obtendrán medidas estadísticas adicionales de la siguiente manera:

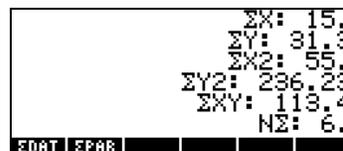
- Para activar la opción **summary stats...**, utilícense las teclas:



- Selecciónense los números de las columnas en ΣDAT correspondiente a los datos x-y. En el presente ejemplo selecciónese: X-Col: 1, y Y-Col: 2.
- Utilizando la tecla [✓CHK] selecciónense todas las medidas estadísticas, disponibles en la forma SUMMARY STATISTICS, es decir, ΣX , ΣY , etc.

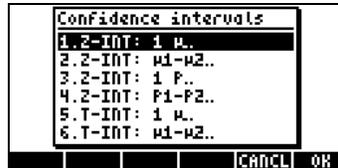


- Presiónese [grid-in] para obtener los siguientes resultados:



Intervalos de confianza

La función **6. Conf Interval** puede activarse al presionar las teclas \rightarrow STAT \uparrow \square . Esta función ofrece las siguientes opciones:



Estas opciones se interpretan como se muestra a continuación:

1. Z-INT: 1 μ .: Intervalo de confianza para la media de la población, μ , cuando se conoce la varianza de la población, σ , si ésta es desconocida, cuando la muestra es una muestra grande.
2. Z-INT: $\mu_1 - \mu_2$.: Intervalo de confianza para la diferencia de las medias de dos poblaciones, $\mu_1 - \mu_2$, ya sea que se conozcan las varianzas de las poblaciones, o si éstas son desconocidas, cuando se utilizan muestras grandes.
3. Z-INT: 1 p.: Intervalo de confianza para una proporción, p, para muestras grandes cuando la varianza de la población es desconocida.
4. Z-INT: p1- p2.: Intervalo de confianza para la diferencia de dos proporciones, $p_1 - p_2$, para muestras grandes cuando las varianzas de las poblaciones son desconocidas.
5. T-INT: 1 μ .: Intervalo de confianza para la media de la población, μ , para una muestra pequeña cuando la varianza de la población es desconocida.
6. T-INT: $\mu_1 - \mu_2$.: Intervalo de confianza para la diferencia de las medias de dos poblaciones, $\mu_1 - \mu_2$, para muestras pequeñas cuando la varianza de las poblaciones son desconocidas.

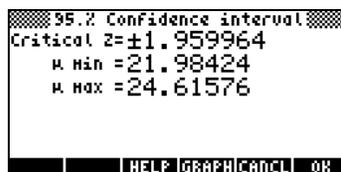
Ejemplo 1 – Determínese el intervalo de confianza para la media de una población si una muestra de 60 elementos tiene un valor medio de $\bar{x} = 23.2$, y la desviación estándar es $s = 5.2$. Utilícese un valor de $\alpha = 0.05$. El nivel de confianza es $C = 1 - \alpha = 0.95$.

Seleccione la opción 1 del menú mostrado anteriormente al presionar la tecla **1**. Escriba los datos conocidos en la forma interactiva titulada CONF. INT.: 1μ , KNOWN σ , como se muestra en la siguiente figura:

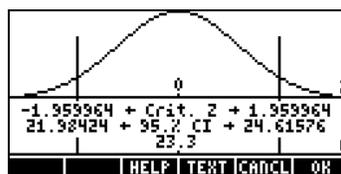


Presiónese la tecla **2** para mostrar una pantalla que explica el significado del intervalo de confianza en términos de números aleatorios generados por la calculadora. Para ver el resto de la pantalla explicativa, utilícase la tecla direccional vertical **↓**. Presiónese **3** para abandonar la pantalla explicativa y regresar a la forma interactiva mostrada anteriormente.

Para calcular el intervalo de confianza, presiónese **4**. Los resultados mostrados en la pantalla son los siguientes:



Presiónese la tecla **5** para ver una gráfica mostrando el intervalo de confianza calculado:



La gráfica muestra la fdp (función de densidad de probabilidades) de la distribución normal estandarizada, la ubicación de los puntos críticos $\pm z_{\alpha/2}$, el valor medio (23.2) y los límites del intervalo correspondiente (21.88424 y

24.51576). Presiónese la tecla  para regresar a la pantalla de resultados, y/o presiónese  para abandonar la función de intervalos de confianza. Los resultados de estos cálculos se mostrarán en la pantalla de la calculadora.

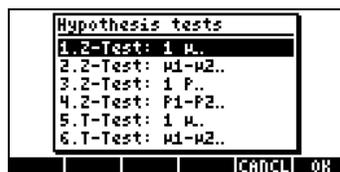
Ejemplos adicionales sobre intervalos de confianza se presentan en el Capítulo 18 de la guía del usuario.

Prueba de hipótesis

Una hipótesis es una declaración manifestada en relación a una población (por ejemplo, con respecto a la media). El aceptar, o no, la hipótesis se basa en una prueba estadística de una muestra aleatoria extraída de la población. La acción y toma de decisión consecuente se denomina una prueba de hipótesis.

La calculadora ofrece procedimientos para la prueba de hipótesis bajo la función 5. *Hypothesis tests..* del menú STAT, la cual puede activarse utilizando las teclas  STAT   .

Como en el caso de los intervalos de confianza, la función de prueba de hipótesis ofrece las siguientes 6 opciones:



La interpretación de estas opciones es similar a la de los intervalos de confianza:

1. Z-Test: 1 μ .: Prueba de hipótesis para la muestra de la población, μ , cuando se conoce la varianza de la población, o para muestras grandes cuando no se conoce la varianza de la población.
2. Z-Test: $\mu_1 - \mu_2$.: Prueba de hipótesis para la diferencia de las medias de dos poblaciones, $\mu_1 - \mu_2$, cuando se conocen las varianzas de las dos

- poblaciones, o si éstas son desconocidas, cuando se utilizan dos muestras grandes.
3. Z-Test: 1 p .: Prueba de hipótesis para una proporción, p , para muestras grandes cuando no se conoce la varianza de la población.
 4. Z-Test: $p_1 - p_2$: Prueba de Hipótesis para la diferencia de dos proporciones, $p_1 - p_2$, para muestras grandes cuando se desconocen las varianzas de las poblaciones.
 5. T-Test: 1 μ .: Prueba de hipótesis para la muestra de la población, μ , cuando se desconoce la varianza de la población y la muestra es pequeña.
 6. T-Test: $\mu_1 - \mu_2$.: Prueba de hipótesis para la diferencia de las medias de dos poblaciones, $\mu_1 - \mu_2$, cuando se desconocen las varianzas de las dos poblaciones, y las muestras son pequeñas.

Ejécute el siguiente ejercicio:

Ejemplo 1 – Dado $\mu_0 = 150$, $\sigma = 10$, $\bar{x} = 158$, $n = 50$, con nivel de significado $\alpha = 0.05$, pruébese la hipótesis $H_0: \mu = \mu_0$, usando la hipótesis alterna, $H_1: \mu \neq \mu_0$.

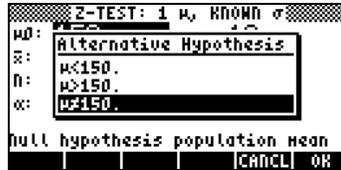
Presiónese \leftarrow STAT \uparrow \uparrow \blacksquare para activar la opción de prueba de hipótesis. Presiónese \blacksquare para seleccionar la opción 1. Z-Test: 1 μ .

Escribanse los datos siguientes y presiónese la tecla \blacksquare :

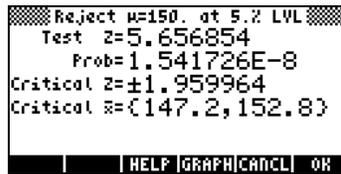
```

Z-TEST: 1  $\mu$ , KNOWN  $\sigma$ 
 $\mu_0$ : 150.  $\sigma$ : 10.
 $\bar{x}$ : 158.
n: 50.
 $\alpha$ : .05
null hypothesis population mean
EDIT | HELP | CANCEL OR
  
```

La calculadora solicita una hipótesis alterna:

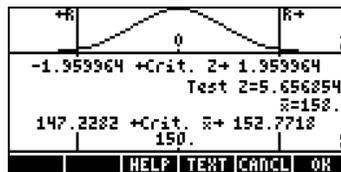


Seleccione $\mu \neq 150$, y presione la tecla **OK**. El resultado es:



Por lo tanto, rechazamos la hipótesis $H_0: \mu = 150$, a favor de la hipótesis alterna $H_1: \mu \neq 150$. El valor z de la prueba es $z_0 = 5.656854$. El valor P es 1.54×10^{-8} . Los valores críticos para la prueba son $\pm z_{\alpha/2} = \pm 1.959964$, que corresponden al rango crítico para \bar{x} de $\{147.2, 152.8\}$.

Esta información puede observarse gráficamente al presionar la tecla de menú **2ND**:



Referencia

Información adicional sobre los análisis estadísticos, incluyendo definiciones y aplicaciones estadísticas más avanzadas, se presentan en el Capítulo 18 de la guía del usuario.

Capítulo 17

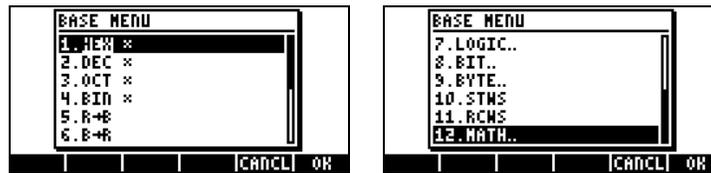
Números en bases diferentes

Además de nuestro sistema decimal (base 10, dígitos = 0-9), es posible utilizar un sistema binario (base 2, dígitos = 0,1), un sistema octal (base 8, dígitos = 0-7), o un sistema hexadecimal (base 16, dígitos =0-9,A-F), entre muchos sistemas numéricos. De la misma manera en que el número entero de base 10, 321 representa la operación $3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0$, el número 100110, en notación binaria, representa la operación:

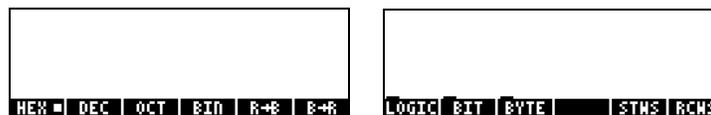
$$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 32 + 0 + 0 + 4 + 2 + 0 = 38.$$

El menú BASE

El menú BASE se activa a través de las teclas \leftarrow BASE (la tecla \leftarrow 3). Habiendo seleccionado la opción CHOOSE boxes para la señal de sistema número 117 (véase el Capítulo 1), el menú BASE mostrará las siguientes opciones:



Por otro lado, si se selecciona la opción SOFT menus para la señal de sistema número 117, el menú BASE muestra entonces las siguientes opciones:



Esta figura indica que las opciones LOGIC, BIT, y BYTE en el menú BASE representan sub-menús y no simplemente funciones. Estos menús se presentan en detalle en el Capítulo 19 de la guía del usuario.

Escritura de números no decimales

Los números en sistemas no decimales, a los que se les refiere como enteros binarios (binary integers), se escriben en la calculadora precedidos del símbolo # (\leftarrow # ___). Para seleccionar la base numérica para los enteros binarios, úsese una de las siguientes funciones HEX(adecimal), DEC(imal), OCT(al), o BIN(ario) en el menú BASE. Por ejemplo, si se selecciona \leftarrow , los enteros binarios serán números hexadecimales, por ejemplo, #53, #A5B, etc. A medida que se seleccionan diferentes sistemas numéricos, los números se convierten automáticamente a la nueva base.

Para escribir un número en un sistema particular, escríbase el número comenzando con el símbolo # y terminando con la letra h (hexadecimal), d (decimal), o (octal), ó b (binario). Algunos ejemplos se muestran a continuación. El sistema numérico activo se identifica encima de las figuras. [**Nota:** no todas las líneas serán visibles al terminar los ejercicios en las siguientes figuras.]

HEX

```
: # A2F0h      # A2F0h
: # 2BC10h    # 2BC10h
: # 125h      # 125h
HEX | DEC | OCT | BIN | R-# | B-#
```

DEC

```
: # 41712d    # 41712d
: # 179216d   # 179216d
: # 293d      # 293d
HEX | DEC | OCT | BIN | R-# | B-#
```

OCT

```
: # 121360o   # 121360o
: # 536020o   # 536020o
: # 445o      # 445o
HEX | DEC | OCT | BIN | R-# | B-#
```

BIN

```
: # 1010001011110000b
: # 1010001011110000b
: # 101011110000010000b
: # 101011110000010000b
: # 100100101b  # 100100101b
HEX | DEC | OCT | BIN | R-# | B-#
```

Referencia

Para mayor información sobre números en diferentes bases numéricas véase el Capítulo 19 en la guía del usuario.

Garantía Limitada

Período de garantía de hp 48gll calculadora gráfica: 12 meses.

1. HP le garantiza a usted, cliente usuario final, que el hardware HP, accesorios y complementos están libres de defectos en los materiales y mano de obra tras la fecha de compra, durante el período arriba especificado. Si HP recibe notificación sobre algún defecto durante el período de garantía, HP decidirá, a su propio juicio, si reparará o cambiará los productos que prueben estar defectuosos. El cambio de productos puede ser por otros nuevos o semi-nuevos.
2. HP le garantiza que el software HP no fallará en las instrucciones de programación tras la fecha de compra y durante el período arriba especificado, y estará libre de defectos en material y mano de obra al instalarlo y usarlo. Si HP recibe notificación sobre algún defecto durante el período de garantía, HP cambiará el software cuyas instrucciones de programación no funcionan debido a dichos defectos.
3. HP no garantiza que el funcionamiento de los productos HP será de manera ininterrumpida o estará libre de errores. Si HP no puede, dentro de un período de tiempo razonable, reparar o cambiar cualquier producto que esté en garantía, se le devolverá el importe del precio de compra tras la devolución inmediata del producto junto con el comprobante de compra.
4. Los productos HP pueden contener partes fabricadas de nuevo equivalentes a nuevas en su rendimiento o que puedan haber estado sujetas a un uso incidental.
5. La garantía no se aplica a defectos que resulten de (a) un mantenimiento o calibración inadecuados o inapropiados, (b) software, interfaces, partes o complementos no suministrados por HP, (c) modificación no autorizada o mal uso, (d) operación fuera de las especificaciones ambientales publicadas para el producto, o (e) preparación del lugar o mantenimiento inapropiados.
6. HP NO OFRECE OTRAS GARANTÍAS EXPRESAS O CONDICIONES YA SEAN POR ESCRITO U ORALES. SEGÚN LO ESTABLECIDO POR LAS LEYES LOCALES, CUALQUIER GARANTÍA IMPLÍCITA O CONDICIÓN DE MERCANTIBILIDAD, CALIDAD SATISFACTORIA O ARREGLO PARA UN PROPÓSITO PARTICULAR, ESTÁ LIMITADA A LA

DURACIÓN DE LA GARANTÍA EXPRESA ESTABLECIDA MÁS ARRIBA. Algunos países, estados o provincias no permiten limitaciones en la duración de una garantía implícita, por lo que la limitación o exclusión anterior podría no aplicarse a usted. Esta garantía podría también tener otros derechos legales específicos que varían de país a país, estado a estado o provincia a provincia.

7. SEGÚN LO ESTABLECIDO POR LAS LEYES LOCALES, LOS REMEDIOS DE ESTE COMUNICADO DE GARANTÍA SON ÚNICOS Y EXCLUSIVOS PARA USTED. EXCEPTO LO INDICADO ARRIBA, EN NINGÚN CASO HP O SUS PROVEEDORES SERÁN RESPONSABLES POR LA PÉRDIDA DE DATOS O POR DAÑOS DIRECTOS, ESPECIALES, INCIDENTALES, CONSECUENTES (INCLUYENDO LA PÉRDIDA DE BENEFICIOS O DATOS) U OTROS DAÑOS, BASADOS EN CONTRATOS, AGRAVIO ETCÉTERA. Algunos países, estados o provincias no permiten la exclusión o limitación de daños incidentales o consecuentes, por lo que la limitación o exclusión anterior puede que no se aplique a usted.
8. Las únicas garantías para los productos y servicios HP están expuestas en los comunicados expresos de garantía que acompañan a dichos productos y servicios. HP no se hará responsable por omisiones o por errores técnicos o editoriales contenidos aquí.

PARA LAS TRANSACCIONES DEL CLIENTE EN AUSTRALIA Y NUEVA ZELANDA: LOS TÉRMINOS DE GARANTÍA CONTENIDOS EN ESTE COMUNICADO, EXCEPTO LO PERMITIDO POR LA LEY, NO EXCLUYEN, RESTRINGEN O MODIFICAN LOS DERECHOS DE ESTATUTOS DE MANDATORIA APLICABLES A LA VENTA DE ESTE PRODUCTO PARA USTED Y SE AGREGAN A ELLOS.

Servicio

Europa

País:	Números de teléfono
Austria	+43-1-3602771203
Bélgica	+32-2-7126219
Dinamarca	+45-8-2332844
Países del este de Europa	+420-5-41422523
Finlandia	+35-89640009
Francia	+33-1-49939006
Alemania	+49-69-95307103

Grecia	+420-5-41422523
Holanda	+31-2-06545301
Italia	+39-02-75419782
Noruega	+47-63849309
Portugal	+351-229570200
España	+34-915-642095
Suecia	+46-851992065
Suiza	+41-1-4395358 (Grecia) +41-22-8278780 (Francia) +39-02-75419782 (Italia)
Turquía	+420-5-41422523
RU	+44-207-4580161
República Checa	+420-5-41422523
Sudáfrica	+27-11-2376200
Luxemburgo	+32-2-7126219
Otros países europeos	+420-5-41422523
Asia del Pacífico	País : Números de teléfono
Australia	+61-3-9841-5211
Singapur	+61-3-9841-5211

América Latina	País : Números de teléfono
Argentina	0-810-555-5520
Brasil	Sao Paulo 3747-7799; RDP 0-800-1577751
Méjico	Ciudad de Méjico 5258-9922; RDP 01-800-472-6684
Venezuela	0800-4746-8368
Chile	800-360999
Colombia	9-800-114726
Perú	0-800-10111
América central y el Caribe	1-800-711-2884
Guatemala	1-800-999-5105
Puerto Rico	1-877-232-0589

Costa Rica	0-800-011-0524
------------	----------------

Norteamérica

País :	Números de teléfono
EE.UU.	1800-HP INVENT
Canadá	(905)206-4663 or 800-HP INVENT

RDP=Resto del país

Conéctese a <http://www.hp.com> para conocer la información más reciente sobre servicio y soporte al cliente.

Información sobre normativas

Esta sección contiene información que muestra el cumplimiento de la normativa en ciertas regiones por parte de la calculadora gráfica hp 49g+. Todas las modificaciones aplicadas a la calculadora no aprobadas expresamente por Hewlett-Packard podrían invalidar la normativa aplicable a la calculadora 49g+ en estas regiones.

USA

This calculator generates, uses, and can radiate radio frequency energy and may interfere with radio and television reception. The calculator complies with the limits for a Class B digital device, pursuant to Part 15 of the FCC Rules. These limits are designed to provide reasonable protection against harmful interference in a residential installation.

However, there is no guarantee that interference will not occur in a particular installation. In the unlikely event that there is interference to radio or television reception(which can be determined by turning the calculator off and on), the user is encouraged to try to correct the interference by one or more of the following measures:

- Reorient or relocate the receiving antenna.
- Relocate the calculator, with respect to the receiver.

Connections to Peripheral Devices

To maintain compliance with FCC rules and regulations, use only the cable accessories provided.

Canada

This Class B digital apparatus complies with Canadian ICES-003.
Cet appareil numérique de la classe B est conforme a la norme NMB-003 du Canada.

Japan

この装置は、情報処理装置等電波障害自主規制協議会(VCCI)の基準に基づく第二情報技術装置です。この装置は、家庭環境で使用することを目的としていますが、この装置がラジオやテレビジョン受信機に近接して使用されると、受信障害を引き起こすことがあります。
取扱説明書に従って正しい取り扱いをしてください。

Eliminación de residuos de equipos eléctricos y electrónicos por parte de usuarios particulares en la Unión Europea



Este símbolo en el producto o en su envase indica que no debe eliminarse junto con los desperdicios generales de la casa. Es responsabilidad del usuario eliminar los residuos de este tipo depositándolos en un "punto limpio" para el reciclado de residuos eléctricos y electrónicos. La recogida y el reciclado selectivos de los residuos de aparatos eléctricos en el momento de su eliminación contribuirá a conservar los recursos naturales y a garantizar el reciclado de estos residuos de forma que se proteja el medio ambiente y la salud. Para obtener más información sobre los puntos de recogida de residuos eléctricos y electrónicos para reciclado, póngase en contacto con su ayuntamiento, con el servicio de eliminación de residuos domésticos o con el establecimiento en el que adquirió el producto.