

hp 48gII calculadora gráfica

manual do usuário



i n v e n t

Edição 2

Número de peça HP F2226-90004

Aviso

REGISTRO SEU PRODUTO EM : www.register.hp.com

ESTE MANUAL E TODOS OS EXEMPLOS CONTIDOS AQUI SÃO FORNECIDOS "DO JEITO QUE ESTÃO" E ESTÃO SUJEITOS À MUDANÇAS SEM AVISO PRÉVIO. A COMPANHIA HEWLETT-PACKARD NÃO FAZ GARANTIA DE NENHUM TIPO COM RESPEITO A ESTE MANUAL OU OS EXEMPLOS CONTIDOS AQUI, INCLUINDO, MAS NÃO SE LIMITANDO ÀS GARANTIAS IMPLÍCITAS DE COMERCIALIZIDADE, NÃO-VIOLAÇÃO E APTIDÃO PARA UM PROPÓSITO PARTICULAR.

HEWLETT-PACKARD CO. NÃO SERÁ RESPONSÁVEL POR QUAISQUER ERROS OU POR DANOS ACIDENTAIS OU CONSEQUENCIAIS RELACIONADOS COM O FORNECIMENTO, DESEMPENHO, OU USO DESTE MANUAL OU OS EXEMPLOS CONTIDOS AQUI.

© Copyright 2003 Hewlett-Packard Development Company, L.P.
Reprodução, adaptação, ou tradução deste manual é proibido sem permissão prévia por escrito de Hewlett-Packard Company, exceto quando permitido pelas leis de direitos autorais.

Hewlett-Packard Company
4995 Murphy Canyon Rd,
Suite 301
San Diego, CA 92123

Histórico da Tiragem

Edição 2

Dezembro 2003

Índice

Capítulo 1 – Introdução, 1-1

Operações básicas, 1-1

Baterias, 1-1

Ligando e desligando a calculadora, 1-2

Ajustando o contraste do visor, 1-2

Conteúdo do visor da calculadora, 1-3

Menus, 1-3

O menu TOOL, 1-4

Configurando hora e data, 1-4

Apresentando o teclado da calculadora, 1-5

Selecionando os modos de calculadora, 1-6

Modo de operação, 1-7

Formato de número e ponto ou vírgula decimais, 1-11

Formato padrão, 1-11

Formato fixo com decimais, 1-12

Formato científico, 1-13

Formato de engenharia, 1-13

Vírgula ou ponto decimais, 1-14

Medida do ângulo, 1-15

Sistema de coordenadas, 1-16

Selecionar as configurações CAS, 1-16

Explicação das configurações CAS, 1-18

Selecionando os modos de exibição, 1-19

Selecionando a fonte do visor, 1-20

Selecionando as propriedades do editor de linha, 1-20

Selecionando as propriedades da pilha, 1-21

Selecionando as propriedades do equation writer (EQW), 1-22

Referências, 1-23

Capítulo 2 – Apresentação da calculadora, 2-1

Objetos da calculadora, 2-1

Editando as expressões na pilha, 2-1

Criando expressões aritméticas, 2-1

- Criando expressões algébricas, 2-4
- Usando o Equation Writer (EQW) para criar expressões, 2-5**
 - Criando expressões aritméticas, 2-5
 - Criando expressões algébricas, 2-8
- Organizando dados na calculadora, 2-9**
 - O diretório HOME, 2-9
 - Subdiretórios, 2-9
- Variáveis, 2-10**
 - Digitando os nomes das variáveis, 2-10
 - Criando variáveis, 2-11
 - Modo Algébrico, 2-12
 - Modo RPN, 2-13
 - Verificando os conteúdos das variáveis, 2-14
 - Modo Algébrico, 2-14
 - Modo RPN, 2-14
 - Use a tecla shift direita, seguida pelo item do menu de tecla de função, 2-15
 - Listando o conteúdos de todas as variáveis no visor, 2-15
 - Excluindo variáveis, 2-16
 - Usando a função PURGE na pilha no modo Algébrico, 2-16
 - Usando a função PURGE na pilha no modo RPN, 2-17
- Funções UNDO e CMD, 2-17**
- CHOOSE boxes x MENU de tecla de função, 2-17**
- Referências, 2-20**

Capítulo 3 – Cálculos com números reais, 3-1

- Exemplos de cálculos com números reais, 3-1**
 - Usando potências de 10 ao inserir dados, 3-4
- Funções com números reais no menu MTH, 3-6**
 - Usando os menus da calculadora, 3-6
 - Funções hiperbólicas e seus inversos, 3-7
- Operações com unidades, 3-8**
 - O menu UNITS, 3-9
 - Unidades disponíveis, 3-11
 - Anexando as unidades aos números, 3-11
 - Prefixos de unidades, 3-12

Operações com unidades, 3-13
Conversão de unidades, 3-14
Constantes física na calculadora, 3-15
Definindo e usando funções, 3-17
Referências, 3-19

Capítulo 4 – Cálculos com números complexos, 4-1

Definições, 4-1
Configurando a calculadora para o modo COMPLEX, 4-1
Inserindo números complexos, 4-2
A representação polar de um número complexo, 4-2
Operações Simples com números complexos, 4-4
Os menus CMPLX, 4-4
Menu CMPLX através do menu MTH, 4-4
Menu CMPLX no teclado, 4-5
Funções aplicadas a números complexos, 4-6
Função DROITE: equação de uma linha reta, 4-7
Referências, 4-7

Capítulo 5 – Operações algébricas e aritméticas, 5-1

Inserindo objetos algébricos, 5-1
Operações simples com objetos algébricos, 5-2
Funções no menu ALG, 5-4
Operações com funções transcendentais, 5-6
Expansão e fatoração usando as funções log-exp, 5-6
Expansão e fatoração usando as funções trigonométricas, 5-6
Funções no menu ARITHMETIC, 5-7
Polinômios, 5-8
A função HORNER, 5-9
A variável VX, 5-9
A função PCOEF, 5-9
A função PROOT, 5-10
As funções QUOT e REMAINDER, 5-10
A função PEVAL, 5-10
Frações, 5-10
A função SIMP2, 5-11

A função PROPFRAC, 5-11

A função PARTFRAC, 5-11

A função FCOEF, 5-12

A função FROOTS, 5-12

Operações passo a passo com polinômios e frações, 5-13

Referências, 5-14

Capítulo 6 – Solucionando equações, 6-1

Solução simbólica de equações algébricas, 6-1

Função ISOL, 6-1

Função SOLVE, 6-2

Função SOLVEVX, 6-4

Função ZEROS, 6-5

Menu Numerical Solver, 6-5

Equações polinomiais, 6-6

Encontrando as soluções de uma equação polinomial, 6-6

Gerando os coeficientes de um polinômio dadas suas raízes, 6-7

Gerando a expressão algébrica de um polinômio, 6-8

Cálculos financeiros, 6-9

Resolvendo equações de uma incógnita usando o NUM.SLV, 6-9

Função STEQ, 6-9

Solucionando equações simultâneas com MSLV, 6-11

Referências, 6-12

Capítulo 7 – Operações com listas, 7-1

Criando e armazenando listas, 7-1

Operações com listas numéricas, 7-1

Alterando sinais, 7-1

Adição, subtração, multiplicação e divisão, 7-2

Funções aplicadas a listas, 7-4

Listas de números complexos, 7-4

Listas de objetos algébricos, 7-4

O menu MTH/LIST, 7-5

A função SEQ, 7-6

A função MAP, 7-7

Referências, 7-7

Capítulo 8 – Vetores, 8-1

Inserindo vetores, 8-1

Digitando vetores na pilha, 8-1

Armazenando os vetores em variáveis na pilha, 8-2

Usando o Matrix Writer (MTRW) para inserir vetores, 8-2

Operações simples com vetores, 8-5

Alterando os sinais, 8-5

Adição e subtração, 8-5

Multiplicação e divisão por um escalar, 8-6

Função de valor absoluto, 8-6

O menu MTH/VECTOR, 8-7

Magnitude, 8-7

Produto ponto, 8-7

Produto cruzado, 8-8

Referências, 8-9

Capítulo 9 – Matrizes e álgebra linear, 9-1

Inserindo matrizes na pilha, 9-1

Usando o Matrix Writer, 9-1

Digitando a matriz diretamente na pilha, 9-2

Operações com matrizes, 9-3

Adição e subtração, 9-4

Multiplicação, 9-4

Multiplicação por um escalar, 9-4

Multiplicação matriz-vetor, 9-4

Multiplicação de matrizes, 9-5

Multiplicação termo a termo, 9-5

A matriz identidade, 9-6

A matriz inversa, 9-6

Caracterizando uma matriz (o menu NORM da matriz), 9-7

Função DET, 9-7

Função TRACE, 9-7

Solução de sistemas lineares, 9-8

Usando o solucionador numérico para sistemas lineares, 9-8

Solução com a matriz inversa, 9-10

Solução pela "divisão" de matrizes, 9-10
Referências, 9-11

Capítulo 10 – Gráficos, 10-1

As opções gráficas na calculadora, 10-1
Plotando uma expressão da forma $y = f(x)$, 10-2
Gerando uma tabela de valores para uma função, 10-4
Plotagens rápidas em 3D, 10-6
Referências, 10-8

Capítulo 11 – Aplicações em Cálculo, 11-1

O menu CALC (Cálculo), 11-1
Limites e derivadas, 11-1
 Função lim, 11-1
 Funções DERIV e DERVX, 11-2
Antiderivadas e integrais, 11-3
 Funções INT, INTVX, RISCH, SIGMA e SIGMAVX, 11-3
 Integrais definidas, 11-4
Séries infinitas, 11-4
 Funções TAYLR, TAYLRO e SERIES, 11-5
Referências, 11-7

Capítulo 12 – Aplicações em Cálculos com múltiplas variáveis, 12-1

Derivadas parciais, 12-1
Integrais múltiplas, 12-2
Referências, 12-2

Capítulo 13 – Aplicações em Análise Vetorial, 13-1

O operador del, 13-1
Gradiente, 13-1
Divergência, 13-2
Rotacional, 13-2
Referências, 13-2

Capítulo 14 – Equações Diferenciais, 14-1

O menu CALC/DIFF, 14-1

Solução para equações lineares e não-lineares, 14-1

Função LDEC, 14-2

Função DESOLVE, 14-3

A variável ODETYPE, 14-4

Transformadas de Laplace, 14-5

A transformada de Laplace e sua inversa na calculadora, 14-5

Série de Fourier, 14-6

Função de FOURIER, 14-6

Série de Fourier para uma função quadrática, 14-7

Referências, 14-8

Capítulo 15 – Distribuições de probabilidade, 15-1

O submenu MTH/PROBABILITY – 1ª parte, 15-1

Fatoriais, combinações e permutações, 15-1

Números aleatórios, 15-2

O submenu MTH/PROB.. –2ª parte, 15-3

A distribuição normal, 15-3

A distribuição de Student, 15-4

A distribuição Qui-quadrada, 15-4

A distribuição F, 15-4

Referências, 15-4

Capítulo 16 – Aplicações estatísticas, 16-1

Inserindo dados, 16-1

Calculando estatísticas de variável única, 16-2

Obtendo as distribuições de frequência, 16-3

Ajustando os dados para uma função $y = f(x)$, 16-5

Obtendo estatísticas adicionais de resumo, 16-6

Intervalos de confiança, 16-8

Teste de hipóteses, 16-10

Referências, 16-12

Capítulo 17 – Números com Bases Diferentes, 17-1

O menu BASE, 17-1

Escrevendo números não-decimais, 17-2
Referências, 17-2

Garantia Limitada – G-1

Serviço de atendimento ao cliente, G-2

Informações sobre regulamentação, G-4

Capítulo 1

Introdução

Este capítulo fornece informações básicas sobre a operação de sua calculadora. Os exercícios têm por objetivo familiarizá-lo com as operações e configurações básicas, antes de procederaos cálculos.

Operações básicas

Os seguintes exercícios pretendem dar-lhe uma idéia geral sobre o hardware de sua calculadora.

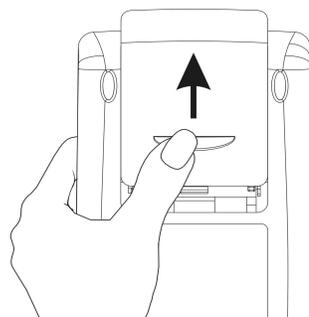
Baterias

A calculadora usa 3 baterias AAA(LR03) como alimentação principal e uma bateria de lítio CR2032 para memória de segurança.

Antes de usar a calculadora, instale as baterias de acordo com o seguinte procedimento.

Para instalar as baterias

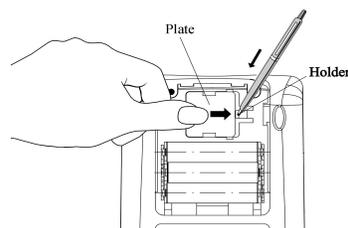
- a. **Certifique-se de que a calculadora esteja desligada.** Deslize a tampa do compartimento da bateria conforme a figura abaixo.



- b. Insira 3 baterias AAA(LR03) novas no compartimento principal. Certifique-se de que cada bateria seja inserida no sentido indicado.

Para instalar as baterias de segurança

- a. **Certifique-se de que a calculadora esteja desligada.** Pressione o prendedor da tampa. Empurre a tampa no sentido indicado e levante-a.



b. Insira uma bateria de lítio CR2032. nova. Certifique-se de que o lado positivo (+) esteja voltado para cima.

c. Recoloque a tampa e encaixe-a no local original.

Depois de instalar as baterias, pressione [ON] para ligar a alimentação.

Aviso: Quando o ícone de bateria com carga baixa for exibido, é necessário substituir as baterias logo que possível. Entretanto, evite remover a bateria de segurança e as baterias principais ao mesmo tempo para evitar perda de dados.

Ligando e desligando a calculadora

A tecla **[ON]** está localizada no canto inferior esquerdo do teclado. Pressione-a uma vez para ligar a calculadora. Para desligar a calculadora, pressione a tecla de deslocamento para a direita **[→]** (primeira tecla da segunda linha na base do teclado), seguida da tecla **[ON]**. Observe que a tecla **[ON]** possui um símbolo OFF impresso no canto superior direito como lembrete do comando OFF.

Ajustando o contraste do visor

Você poderá ajustar o contraste do visor mantendo a tecla **[ON]** pressionado, enquanto pressiona a tecla **[+]** ou **[-]**.

A combinação da tecla **[ON]** (manter) **[+]** produz um visor mais escuro

A combinação da tecla **[ON]** (manter) **[-]** produz um visor mais claro.

tecla **NXT** (menu NeXT). Esta tecla é a terceira da esquerda, na terceira fileira de teclas do teclado.

O menu TOOL (FERRAMENTA)

As teclas para o menu padrão, conhecido como menu TOOL, são associadas às operações relacionadas à manipulação de variáveis (consulte a seção sobre variáveis neste capítulo):

	F1	Edita o conteúdo de uma variável (consulte o capítulo 2 neste guia e o capítulo 2 e apêndice L no guia do usuário, para obter mais informações sobre edição).
	F2	Visualiza o conteúdo de uma variável
	F3	Reproduz o conteúdo de uma variável
	F4	Armazena o conteúdo de uma variável
	F5	Elimina uma variável
	F6	Limpa o visor ou pilha.

Estas seis funções constituem a primeira página do menu TOOL. Este menu possui, na verdade, seis entradas dispostas em duas páginas. A segunda página torna-se disponível ao pressionar-se a tecla **NXT** (menu NeXT). Esta tecla é a terceira da esquerda, na terceira fileira de teclas no teclado.

Neste caso, apenas as duas primeiras teclas estão associadas aos comandos. Esses comandos são:

	F1	CASCMD: CAS CoMmanD (Comando CAS), usado para lançar um comando a partir do CAS selecionado da lista
	F2	o recurso HELP descrevendo os comandos disponíveis na calculadora.

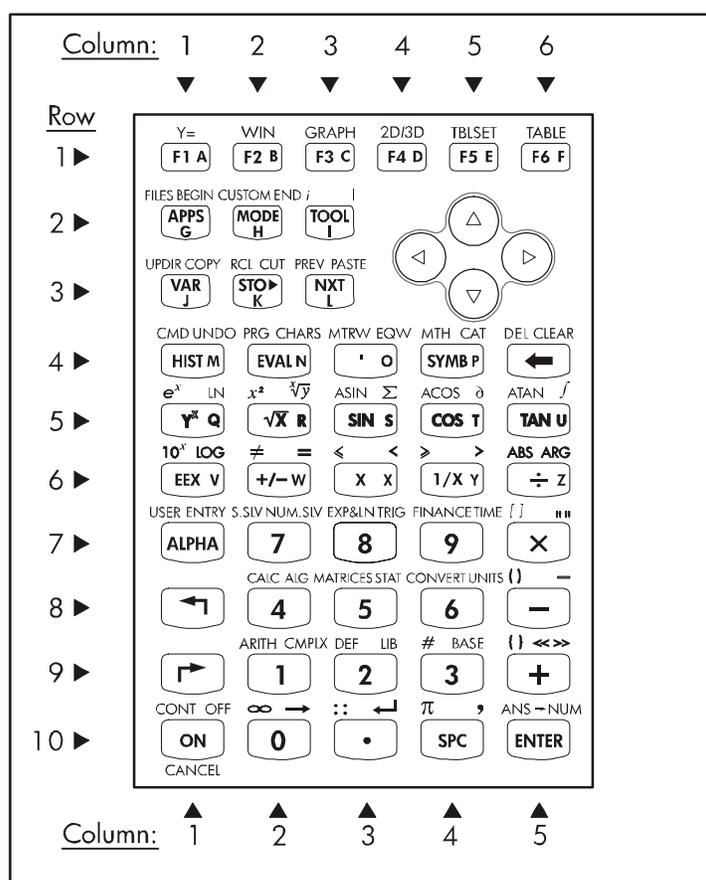
Ao pressionar-se a tecla **NXT**, aparecerá o menu TOOL original. Outra forma de recuperar o menu TOOL é pressionar a tecla **TOOL** (terceira tecla da esquerda na segunda fileira de teclas do topo do teclado).

Configurando hora e data

Consulte o capítulo 1 no guia do usuário da calculadora para configurar a hora e a data.

Apresentando o teclado da calculadora

A figura abaixo mostra um diagrama do teclado da calculadora com a numeração de suas linhas e colunas. Cada tecla possui três, quatro ou cinco funções. A função principal da tecla corresponde ao símbolo mais proeminente na tecla. Além disso, a tecla shift esquerda verde, key (8, 1), a tecla shift direita vermelha, key (9, 1) e a tecla ALPHA azul, key (7, 1), podem ser combinadas com algumas das outras teclas para ativar as funções alternativas mostradas no teclado.



Por exemplo, a tecla , *key(4,4)*, está associada às seis funções descritas a seguir:

	Função Principal, para ativar o menu SYMBolic
	Função Shift esquerda, para ativar o menu MTH (Matemática)
	Função Shift direita, para ativar a função CATalog
	Função ALPHA, para inserir a letra P maiúscula
	Função ALPHA, Shift esquerda, para inserir a letra p minúscula
	Função ALPHA, Shift direita, para inserir o símbolo π

Das seis funções associadas à tecla apenas a primeira das quatro são mostradas no próprio teclado. A figura na próxima página mostra esses quatro símbolos para a tecla . Observe que a cor e a posição dos símbolos na tecla, a saber, **SYMB**, *MTH*, *CAT* e **P**, indicam qual é a função principal (**SYMB**) e qual das outras três funções está associada às teclas shift esquerda , shift direita  (*CAT*) e  (**P**).

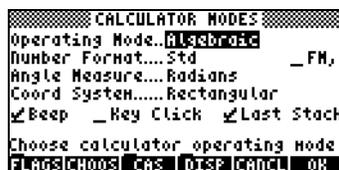


Para obter informações detalhadas sobre a operação do teclado da calculadora, consulte o apêndice A do guia do usuário.

Selecionando os modos de calculadora

Esta seção presume que até este momento você esteja, pelo menos em parte, familiarizado com o uso de caixas de seleção e de diálogo (se não estiver, consulte o apêndice A do guia do usuário).

Pressione o botão **MODE** (segunda tecla da esquerda na segunda fileira de teclas a partir do topo) para mostrar o seguinte formulário de entrada dos **CALCULATOR MODES (MODOS DE CALCULADORA)**:



Pressione a tecla **OFF** (**F6**) para retornar ao modo de exibição normal. Exemplos de seleção de diferentes modos de calculadora são apresentados a seguir.

Modo de operação

A calculadora oferece dois modos de operação: o modo *Algébrico* e o modo *Reverse Polish Notation (RPN- notação polonesa invertida)*. O modo padrão é o modo Algébrico (conforme indicado na figura acima), contudo, os usuários das calculadoras HP anteriores podem estar familiarizados com o modo RPN.

Para selecionar um modo de operação, abra primeiro o formulário de entrada **CALCULATOR MODES** pressionando o botão **MODE**. O campo *Operating Mode* será realçado. Selecione o modo de operação *Algébrico* ou *RPN*, usando a tecla **+/-** (segunda da esquerda, na quinta fileira a partir da baseada teclado) ou pressionando o tecla **MODE** do menu (**F2**). Se optar pela última abordagem, use as teclas com as setas para cima e para baixo, **▲** **▼**, para selecionar o modo e pressione a tecla **OFF** para completar a operação.

Para ilustrar a diferença entre esses dois modos de operação, calcularemos a seguinte expressão em ambos os modos:

$$\sqrt{\frac{3.0 \cdot \left(5.0 - \frac{1}{3.0 \cdot 3.0} \right)}{23.0^3}} + e^{2.5}$$

Para digitar essa expressão na calculadora, usaremos primeiro o *equation writer*, EQW . Identifique as seguintes teclas no teclado, além das teclas numéricas:



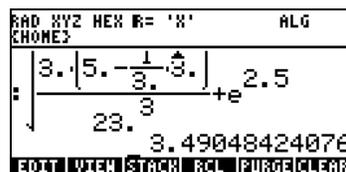
O *equation writer* é um modo de exibição no qual você pode construir expressões matemáticas usando notações matemáticas que incluam frações, derivadas, integrais, raízes, etc. Para usar o *equation writer* para escrever a expressão mostrada acima, use as seguintes teclas:



Depois de pressionar ENTER a calculadora exibirá a expressão:

$$\sqrt{(3 \cdot (5 - 1 / (3 \cdot 3))) / 23 \cdot 3 + \text{EXP}(2.5)}$$

Pressionar ENTER novamente fornecerá o valor seguinte (aceita Aprox., modo ligado, se solicitado, pressionando MODE):



Você também poderá digitar a expressão diretamente no visor sem usar o *equation writer*, conforme segue:



para obter o mesmo resultado.

Altere o modo de operação para RPN pressionando primeiro o botão **MODE**.
 Selecione o modo de operação *RPN* usando a tecla **+/-** ou pressionando a tecla **MODE**. Pressione a tecla **MODE** (**F6**) para completar a operação. O visor no modo RPN será como a figura a seguir:



Observe que o visor mostra diversos níveis de saídas marcadas, da base ao topo, como 1, 2, 3, etc. Isto é chamado de *pilha* da calculadora. Os diferentes níveis são chamados de *níveis de pilha*, ex. nível de pilha 1, nível de pilha 2, etc.

Basicamente, RPN significa que, em vez de escrever uma operação como $3 + 2$, na calculadora usando

3 **+** **2** **ENTER**

escrevemos primeiro os operandos na ordem correta e então o operador, ou seja.,

3 **ENTER** **2** **ENTER** **+**

Ao inserir os operandos, eles ocuparão diferentes níveis de pilha. Inserir **3** **ENTER** coloca o número 3 no nível de pilha 1. Depois, inserir **2** **ENTER** pressiona o 3 para cima ocupando o nível de pilha 2. Finalmente, pressionando **+** estamos requisitando que a calculadora aplique o operador, ou programa, **+** aos objetos que ocupam os níveis 1 e 2. O resultado, 5, é então colocado no nível 1.

Temos algumas das operações mais simples antes de tentar a expressão mais complicada usada anteriormente para o modo de operação algébrica:

123/32	1 2 3 ENTER 3 2 ÷
4^2	4 ENTER 2 y^x
$^3\sqrt{\sqrt{27}}$	2 7 ENTER √x 3 → √y

Observe a posição do y e do x nas duas últimas operações. A base na operação exponencial é y (nível de pilha 2) enquanto o expoente é x (nível de pilha 1) antes que a tecla y^x seja pressionada. De forma similar, na operação de raiz cúbica, y (nível de pilha 2) é a grandeza abaixo do sinal de raiz, e x (nível de pilha 1) é a raiz.

Tente o seguinte exercício, o qual envolve 3 fatores: $(5 + 3) \times 2$

5 ENTER 3 ENTER $+$
 2 \times

Calcula $(5 + 3)$ primeiro.
 Conclui o cálculo.

Tentemos agora a expressão proposta anteriormente:

$$\sqrt[3]{\frac{3 \cdot \left(5 - \frac{1}{3 \cdot 3}\right)}{23^3} + e^{2.5}}$$

3 ENTER

Insira 3 no nível 1.

5 ENTER

Insira 5 no nível 1, 3 move-se para o nível 2.

3 ENTER

Insira 3 no nível 1, 5 move-se para o nível 2, 3 para nível 3

3 \times

Coloque 3 e multiplique, 9 aparece no nível 1

$1/x$

$1/(3 \times 3)$, último valor no nível 1; 5 no nível 2; 3 no nível 3

$-$

$5 - 1/(3 \times 3)$, ocupa o nível 1 agora; 3 no nível 2

\times

$3 \times (5 - 1/(3 \times 3))$, ocupa nível 1 agora.

2 3 ENTER

Insira 23 no nível 1, 14,66666 move-se para o nível 2.

3 y^x

Insira 3, calcule 23^3 no nível 1. 14,666 no nível. 2.

\div

$3 \times (5 - 1/(3 \times 3)) / 23^3$ no nível 1.

2 \cdot 5

Insira 2,5 no nível 1.

$\leftarrow e^x$

$e^{2.5}$, vai para o nível 1, nível 2 mostra o valor anterior.

$+$

$(3 \times (5 - 1/(3 \times 3)) / 23^3 + e^{2.5}) = 12,18369$ no nível. 1.

$$\sqrt{\left(3 \times \left(5 - \frac{1}{(3 \times 3)}\right)\right) / 23^3 + e^{2.5}} = 3,4905156, \text{ em } 1.$$

Para selecionar entre os modos de operação ALG ou RPN, você pode configurar também configurar/limpar o sinalizador do sistema 95 através da seguinte seqüência de teclado:



Formato de número e ponto ou vírgula decimais

Alterar o formato do número permite que você personalize a forma em que números reais são exibidos pela calculadora. Verá que esta característica é extremamente útil nas operações com potências de dez ou para limitar o número de decimais em um resultado.

Para selecionar um modo de operação, abra primeiro o formulário de entrada CALCULATOR MODES pressionando o botão **MODE**. Depois, use a tecla com a seta para baixo, ∇ , para selecionar a opção *Number format*. O valor default é *Std*, ou formato *Standard* (Padrão). No formato padrão, a calculadora mostrará os números de ponto de flutuação sem divisão decimal e com a máxima precisão permitida pela calculadora (12 dígitos significativos). Para obter mais informações sobre números reais, consulte o capítulo 2 do guia do usuário. Para ilustrar isto e outros formatos de números tente os exercícios seguintes:

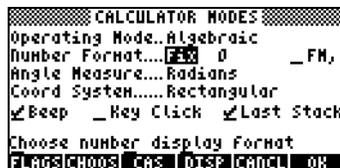
- **Formato padrão:**

Este modo é o modo mais usado, pois mostra os números nas notações mais familiares. Pressione a tecla $\mathbb{00}$, com *Number format* definido para *Std*, para retornar ao visor da calculadora. Digite o número 123.4567890123456 (com 16 números de dígitos significativos). Pressione a tecla **ENTER**. O número é arredondado para o máximo de 12 dígitos significativos e é exibido conforme segue:

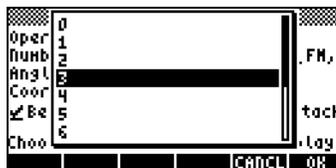


- **Formato fixo com decimais:**

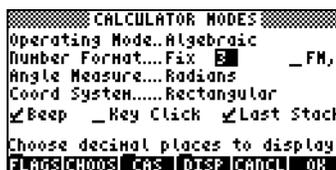
Pressione o botão **MODE**. Em seguida, use a tecla com a seta para baixo, **▼**, para selecionar a opção *Number format*. Pressione a tecla **ENTER** (**F2**) e selecione a opção *Fixed* com a tecla de seta para baixo **▼**.



Pressione a tecla com a seta para a direita, **▶**, para ressaltar o zero na frente da opção *Fix*. Pressione a tecla **ENTER** e, usando as teclas com as setas para cima e para baixo, **▲▼** selecione, digamos, 3 decimais.



Pressione a tecla **OK** para concluir a seleção:



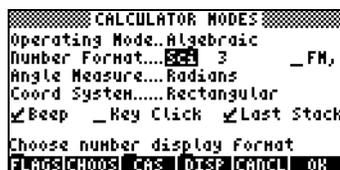
Pressione a tecla do menu **OK** retornar para o visor da calculadora. O número agora é mostrado como:



Observe como o número é arredondado, não truncado. Assim, o número 123,4567890123456, para esta configuração, é exibido como 123,457, e não como 123,456, porque o dígito após o dígito após 6 é > 5 .

- **Formato científico**

Para configurar este formato, comece pressionando o botão **MODE**. Depois, use a tecla com a seta para baixo, **▼**, para selecionar a opção *Number format*. Pressione a tecla **FIX** (**F2**) do menu de tecla de função e selecione a opção *Scientific* com a tecla com a seta para baixo **▼**. Mantenha o número 3 na frente de *Sci*. (Esse número poderá ser alterado da mesma forma que alteramos o número *Fixed* de decimais no exemplo acima).



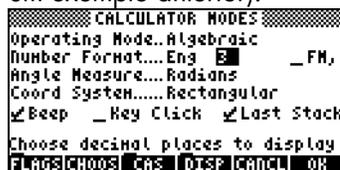
Pressione a tecla **ON** retornar para o visor da calculadora. O número agora é mostrado como:



Esse resultado, 1.235E2, é a versão da notação de potência de dez na calculadora, ou seja, $1,235 \times 10^2$. Nessa assim chamada notação científica, o número 3 na frente do formato de número *Sci* (mostrado anteriormente) representa o número de dígitos significativos depois do ponto decimal. A notação científica inclui sempre um número inteiro, conforme mostrado acima. Para esse caso, portanto, o número de dígitos significativos é quatro.

- **Formato de engenharia**

O formato de engenharia é muito similar ao formato científico, exceto que as potências de dez são múltiplos de três. Para configurar esse formato, comece pressionando o botão **MODE**. Depois, use a tecla com a seta para baixo, **▼**, para selecionar a opção *Number format*. Pressione a tecla **MODE** (**F2**) e selecione a opção *Fixed* com a tecla com a seta para baixo **▼**. Mantenha o número 3 na frente do *Eng*. (Esse número pode ser alterado da mesma forma que alteramos o número *Fixed* de decimais em um exemplo anterior).



Pressione a tecla **MODE** para retornar ao visor da calculadora. O número agora é mostrado como:



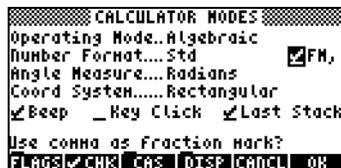
Dado que esse número possui três dígitos na parte inteira, é mostrado com quatro dígitos significativos e uma potência de dez igual a zero, enquanto usa o formato de engenharia. Por exemplo, o número 0,00256, será mostrado como:



- **Vírgula ou ponto decimais**

Os pontos decimais nos números com ponto flutuante podem ser substituídos por vírgula, se o usuário estiver mais familiarizado com tal notação. Para substituir os pontos por vírgulas, altere a opção *FM* na tela de entrada **CALCULATOR MODES** para vírgulas, conforme segue (observe que alteramos *Number Format* para *Std*):

- Pressione o botão **MODE**. Em seguida, use a tecla da seta para baixo, **▼**, uma vez e a tecla de seta para a direita, **▶**, para realçar a opção **FM**. Para selecionar vírgulas, pressione a tecla **✓|** do menu de função (ou seja, a tecla **F2**). A tela de entrada será como a mostrada abaixo:



- Pressione a tecla **✓|** para retornar ao visor da calculadora: O número 123.456789012, inserido anteriormente, agora é mostrado como:



Medida do ângulo

As funções trigonométricas, por exemplo, exigem argumentos que representem os ângulos planos. A calculadora fornece três modos *Angle Measure* diferentes para trabalhar com ângulos, a saber:

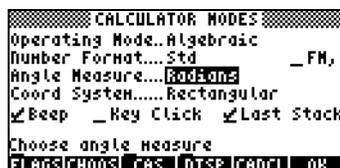
- *Degrees*: Existem 360 graus (360°) numa circunferência completa.
- *Radians*: Existem 2π radianos ($2\pi^r$) numa circunferência completa.
- *Grades*: Existem 400 gradoss (400^g) numa circunferência completa.

A medida do ângulo afeta as funções trigonométricas como SIN, COS, TAN e funções associadas.

Para alterar o modo de medida do ângulo, use o seguinte procedimento:

- Pressione o botão **MODE**. Em seguida, use a tecla de seta para baixo, **▼**, duas vezes. Selecione o modo *Angle Measure* usando a tecla **+/-** (segunda da esquerda na quinta fileira a partir da base teclado) ou pressionando o tecla virtual de menu **✓|** (**F2**). Se optar pela última

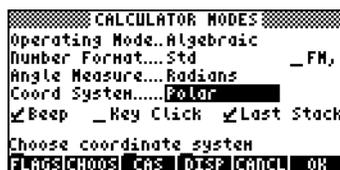
abordagem, use as teclas de seta para cima e para baixo, \blacktriangle \blacktriangledown , para selecionar o modo e pressione F6 para completar a operação. Por exemplo, na tela seguinte, o modo Radians é selecionado:



Sistema de coordenadas

A seleção do sistema de coordenadas afeta a forma pela qual os vetores e números complexos são exibidos e inseridos. Para saber mais sobre os números e vetores complexos, consulte os capítulos 4 e 8, respectivamente, neste guia. Existem três sistemas de coordenadas disponíveis na calculadora: o Retangular (RECT), o Cilíndrico (CYLIN) e o Esférico (SPHERE). Para alterar o sistema de coordenadas:

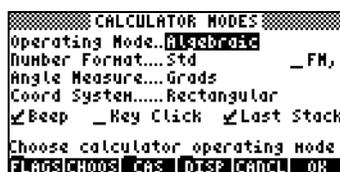
- Pressione o botão MODE . Em seguida, use a tecla com a seta para baixo, \blacktriangledown , três vezes. Selecione o modo *Coord System* usando a tecla +/- (segunda da esquerda na quinta fileira a partir da base do teclado) ou pressionando a tecla F2 . Se optar pela última abordagem, use as teclas de seta para cima e para baixo, \blacktriangle \blacktriangledown , para selecionar o modo preferido e pressione a tecla F6 para completar a operação. Por exemplo, na tela seguinte, o modo de coordenada Polar está selecionado:



Selecionar as configurações CAS

CAS significa Sistema Algébrico do Computador (Computer Algebraic System). Este é o centro matemático da calculadora onde as operações e funções matemáticas simbólicas são programadas. O CAS oferece várias configurações que podem ser ajustadas de acordo com o tipo de operação exigida. Para consultar as configurações CAS opcionais use o seguinte procedimento:

- Pressione o botão **MODE** para ativar a tela de entrada CALCULATOR MODES.



- Para alterar as configurações CAS pressione a tecla **MODE**. Os valores default da configuração CAS são mostrados abaixo:



- Para navegar através das diversas opções na tela de entrada do CAS MODES, use as teclas com setas: **←** **→** **↓** **↑**.
- Para selecionar ou alterar a seleção de qualquer uma das configurações mostradas acima, selecione o sublinhado antes da opção de interesse e altere a tecla **MODE** até que a configuração correta seja alcançada. Quando uma opção for selecionada, a marca de verificação será mostrada no sublinhado (p. ex., as opções *Rigorous* e *Simp Non-Rational* acima). As opções desmarcadas não mostrarão nenhuma marca de verificação sublinhada precedendo as opções de interesse (p.ex., as opções *_Numeric*, *_Approx*, *_Complex*, *_Verbose*, *_Step/Step*, *_Incr Pow* acima).

- Depois de selecionar e desmarcar todas as opções que você deseja na tela de entrada CAS MODES, pressione a tecla . Isso lhe fará voltar à tela de entrada CALCULATOR MODES. Para retornar ao visor normal da calculadora nesta altura, pressione a tecla  novamente.

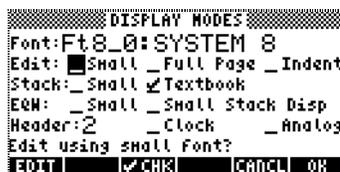
Explicação das configurações CAS

- Indep. var: A variável independente para os aplicativos CAS. Tipicamente, $VX = 'X'$.
- Modulo: Para operações na aritmética modular esta variável mantém o módulo ou módulos do anel aritmético (consulte o capítulo 5 no guia do usuário da calculadora).
- Numeric: Se for configurada, a calculadora produz um resultado de ponto de flutuação ou numérico nos cálculos.
- Approx: Se for configurado, o Modo Approximate usado para os resultados numéricos nos cálculos. Se for desmarcado, o CAS está no modo Exact, que produz resultados simbólicos nos cálculos algébricos.
- Complex: Se for configurado, as operações complexas de números estão ativas. Se for desmarcar o CAS no modo Real, ex. os cálculos de números reais são o padrão por definição. Consulte o capítulo 4 para verificar operações com números complexos.
- Verbose: Se for configurado, fornece as informações detalhadas em certas operações CAS.
- Step/Step: Se for configurado, fornece os resultados etapa por etapa para certas operações CAS. Útil para ver etapas intermediárias em operações de resumos, derivadas, integrais e operações de polinômios (ex. divisão sintética) e de matriz.
- Incr Pow: Aumentar a potência significa que, se for configurada, os termos polinomiais são mostrados na ordem de aumento das potências da variável independente.
- Rigorous: Se for configurada, não simplifica a função absoluta do valor $|X|$ para X .
- Simp Non-Rational: Se for configurada, tentará simplificar as expressões não racionais tanto quanto possível.

Selecionando os modos de exibição

O visor da calculadora pode ser personalizado com suas preferências selecionando diferentes modos de exibição. Para ver as configurações de exibição opcionais, faça o seguinte:

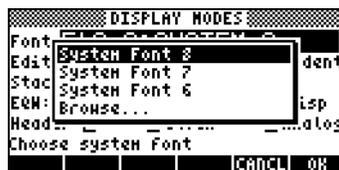
- Pressione o botão **MODE** para ativar a tela de entrada CALCULATOR MODES. Dentro da tela de entrada CALCULATOR MODES, pressione a tecla **DISP** (**F4**) para exibir a tela de entrada DISPLAY MODES.



- Para navegar através de diversas opções na tela de entrada DISPLAY MODES, use as teclas de setas: **←** **→** **↓** **↑**.
- Para selecionar ou alterar a seleção de qualquer uma das configurações mostradas acima, selecione o sublinhado antes da opção de interesse e altere a tecla **DISP** até que a configuração correta seja alcançada. Quando uma opção for selecionada, a marca de verificação será mostrada no sublinhado (p.ex., a opção *Textbook* no *Stack:* da linha acima). Opções desmarcadas não mostrarão as marcas de verificação no sublinhado precedente a opção de interesse (p.ex., a opção *_Small*, *_Full page*, e *_Indent* no *Edit:* da linha acima).
- Para selecionar a fonte para exibição, realce o campo na frente da opção *Font:* na tela de entrada DISPLAY MODES e use a tecla **DISP** (**F2**).
- Depois de selecionar e desmarcar todas as opções que você desejar na tela de entrada DISPLAY MODES, pressione a tecla **DISP**. Isso o levará de volta à tela de entrada CALCULATOR MODES. Para retornar ao visor normal da calculadora nessa altura, pressione a tecla **DISP** novamente.

Selecionando a fonte do visor

Pressione o botão **MODE** para ativar a tela de entrada CALCULATOR MODES. Dentro da tela de entrada CALCULATOR MODES, pressione o tecla **DISP** (**F4**) para exibir a tela de entrada DISPLAY MODES. O campo *Font:* é realçado e a opção *Fit8_0:system 8* é selecionada. Esse é o valor default da fonte do visor. Ao pressionar a tecla **DISP** (**F2**), aparecerá uma lista de fontes disponíveis do sistema, conforme mostrado abaixo:



As opções disponíveis são três *System Fonts* padrão (tamanhos 8, 7 e 6) e a opção *Browse...* A última permitirá que você navegue na memória da calculadora para visualizar as fontes adicionais que possa ter criado ou instalado através de download na calculadora.

Pratique alterando as fontes do visor entre os tamanhos 7 e 6. Pressione a tecla do menu de função OK para efetuar a seleção. Quando a seleção tiver sido concluída, pressione a tecla de função **DISP** para retornar à tela de entrada CALCULATOR MODES. Para retornar ao visor normal da calculadora à essa altura, pressione a tecla **DISP** novamente e veja como o visor da pilha é alterado para acomodar a fonte diferente.

Selecionando as propriedades do editor de linha

Primeiramente, pressione o botão **MODE** para ativar a tela de entrada CALCULATOR MODES. Dentro da tela de entrada CALCULATOR MODES, pressione o tecla **DISP** (**F4**) para exibir a tela de entrada DISPLAY MODES. Pressione a tecla com a seta para baixo, **↓**, uma vez para ir para a linha *Edit*. Esta linha mostra três propriedades que podem ser alteradas. Quando essas propriedades são selecionadas (marcadas), os seguintes efeitos são ativados.

_Small

Altera o tamanho da fonte para pequeno

- _Full page* Permite que você coloque o cursor depois do final da linha.
- _Indent* Avanço automático do cursor ao introduzir mudança de linha

Instruções para uso do editor de linha são apresentadas no capítulo 2 do guia do usuário.

Selecionando as propriedades da pilha

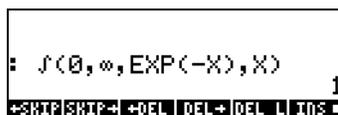
Pressione o botão **MODE** para ativar a tela de entrada CALCULATOR MODES. Dentro do formulário de entrada CALCULATOR MODES, pressione o tecla **DISP** (**F4**) para exibir a tela de entrada DISPLAY MODES. Pressione a tecla com a seta para baixo, **▼**, uma vez para obter a linha *Edit*. Esta linha mostra três propriedades que podem ser alteradas. Quando essas propriedades são selecionadas (marcadas) os seguintes efeitos são ativados.

- _Small* Altera o tamanho da fonte para pequeno. Isso maximiza o volume de informações exibidas no visor. Observe que esta seleção substitui a seleção de fonte para a exibição da pilha.
- _Textbook* Exibe as expressões matemáticas na notação matemática gráfica.

Para ilustrar essas configurações, tanto no modo RPN como no modo algébrico, use o equation writer para digitar a seguinte integral definitiva:

EQW **0** **∞** **e^x** **+/-** **X** **X** **ENTER**

No modo algébrico, a tela a seguir mostra os resultados dessas teclas pressionadas quando nem *_Small* nem *_Textbook* estão selecionados:



Com apenas a opção *_Small* marcada, o visor exibe o seguinte:



Com a opção *_Textbook* selecionada (valor default), independente se a opção *_Small* for selecionada ou não, o visor mostra o seguinte resultado:



Selecionando as propriedades do equation writer (EQW)

Primeiramente, pressione o botão **MODE** para ativar a tela de entrada CALCULATOR MODES. Dentro da tela de entrada CALCULATOR MODES, pressione o tecla **MODE** (**F4**) para exibir a tela de entrada DISPLAY MODES. Pressione a tecla com a seta para baixo, **▼**, três vezes, para obter a linha EQW (Equation Writer). Esta linha mostra duas propriedades que podem ser alteradas. Quando estas propriedades são selecionadas (marcadas), os seguintes efeitos são ativados.

- _Small* Altera o tamanho da fonte para pequeno (small) ao usar o equation editor.
- _Small Stack Disp* Mostra a fonte pequena na pilha depois de usar o equation editor.

Instruções detalhadas sobre o uso do equation editor (EQW) são apresentas neste guia.

Para ver um exemplo da integral $\int_0^{\infty} e^{-X} dX$, apresentada acima, selecionar *_Small Stack Disp* na linha EQW da tela de entrada DISPLAY MODES exibe o seguinte:

A calculator display showing the integral $\int_0^{\infty} e^{-x} dx$. The display is in a monospaced font. Below the integral, there is a status bar with the text: `+SKIP|SKIP+|+DEL|DEL+|DEL|L|INS|`.

Referências

Referências adicionais sobre os assuntos mencionados neste capítulo podem ser encontradas no Capítulo 1 e no Apêndice C do guia do usuário da calculadora.

Capítulo 2

Apresentação da calculadora

Neste capítulo apresentamos uma série de operações básicas da calculadora incluindo o uso do Equation Writer e a manipulação de objetos de dados na calculadora. Estude os exemplos neste capítulo para ter uma boa idéia da capacidade da calculadora para aplicações futuras.

Objetos da calculadora

Alguns dos objetos mais usados são: *reais* (números reais, escritos com um ponto decimal, p. ex., -0.0023, 3.56), *inteiros* (números inteiros, escritos sem um ponto decimal, p. ex., 1232, -123212123), *números complexos* (escritos como um par ordenado, p. ex., (3,-2)), *listas*, etc. Os objetos da calculadora são descritos nos Capítulos 2 e 24, no guia do usuário da calculadora.

Editando as expressões na pilha

Nesta seção apresentamos exemplos de edição de expressões diretamente no visor ou pilha da calculadora.

Criando expressões aritméticas

Para este exemplo, selecionamos o modo de operação Algébrico e um formato *Fix* com 3 decimais para o visor. Vamos agora inserir a expressão aritmética:

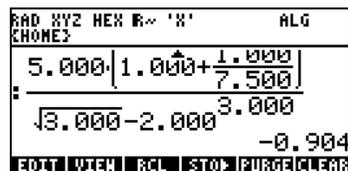
$$5.0 \cdot \frac{1.0 + \frac{1.0}{7.5}}{\sqrt{3.0} - 2.0^3}$$

Para inserir esta expressão, pressione as seguintes teclas:



A expressão resultante é: $5 \cdot (1 + 1/7.5) / (\sqrt{3} - 2^3)$.

Pressione **ENTER** para obter a expressão no visor, como segue:



Observe que, se seu CAS for configurado para EXACT (consulte Apêndice C no guia do usuário) e você inserir sua expressão usando os números inteiros para os valores inteiros, o resultado é uma grandeza simbólica, p. ex.,



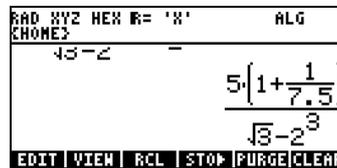
Antes de produzir um resultado, você será solicitado a mudar para o modo Approximate. Aceite a alteração para obter o seguinte resultado (mostrado no modo Fix com três casas decimais – consulte o Capítulo 1):



Neste caso, quando a expressão for inserida diretamente na pilha, logo que pressionar **ENTER**, a calculadora tentará calcular um valor para a expressão. Entretanto, se a expressão for inserida entre aspas, a calculadora reproduzirá a expressão tal como foi inserida. Por exemplo:



O resultado será mostrado como segue:



Para solucionar a expressão podemos usar a função EVAL, como segue:

$\boxed{\text{EVAL}}$ $\boxed{\leftarrow}$ $\boxed{\text{ANS}}$ $\boxed{\text{ENTER}}$

Se o CAS for definido para *Exact*, você será solicitado a aprovar a alteração das configurações CAS para *Approx*. Logo que isto for feito, você obterá o mesmo resultado de antes.

Uma forma alternativa de solucionar a expressão inserida anteriormente entre aspas é usando a opção $\boxed{\rightarrow}$ \rightarrow NUM.

Vamos inserir agora a expressão usada acima quando a calculadora for definida para o modo de operação RPN. Definimos também o CAS para *Exact* e o visor para *Textbook*. As teclas usadas para inserir a expressão entre aspas são as mesmas usadas anteriormente, ou seja:

$\boxed{5}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{\leftarrow}$ $\boxed{1}$ $\boxed{+}$ $\boxed{1}$ $\boxed{\div}$ $\boxed{7}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\rightarrow}$ $\boxed{\div}$
 $\boxed{\leftarrow}$ $\boxed{\sqrt{x}}$ $\boxed{3}$ $\boxed{-}$ $\boxed{2}$ $\boxed{y^x}$ $\boxed{3}$ $\boxed{\text{ENTER}}$

Resultando em



Pressione $\boxed{\text{ENTER}}$ novamente para manter duas cópias da expressão disponíveis na pilha para cálculo. Calculamos primeiro a expressão usando a função *EVAL* e a seguir usando a função \rightarrow NUM: $\boxed{\text{EVAL}}$.

Esta expressão é semi-simbólica no sentido de que existem componentes de ponto flutuante para o resultado, como também uma $\sqrt{3}$. Depois, alternamos os locais na pilha (usando \rightarrow) e calculamos usando a função \rightarrow NUM, ou seja, \rightarrow \rightarrow NUM.

Este último resultado é puramente numérico, de forma que os dois resultados na pilha, embora representem a mesma expressão, parecem diferentes. Para verificar se não são, subtraímos os dois valores e calculamos esta diferença usando a função EVAL: \rightarrow EVAL. O resultado é zero (0.).

Para obter informações adicionais sobre a edição de expressões aritméticas no visor ou na pilha, consulte o Capítulo 2 no guia do usuário da calculadora.

Criando expressões algébricas

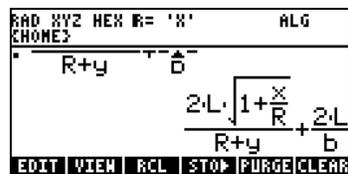
As expressões algébricas incluem não apenas números, mas também nomes de variáveis. Como exemplo, vamos inserir a seguinte expressão algébrica:

$$\frac{2L\sqrt{1+\frac{x}{R}}}{R+y} + 2\frac{L}{b}$$

Definimos o modo de operação da calculadora para Algébrico, o CAS para *Exact* e o visor para *Textbook*. Para inserir esta expressão algébrica pressionamos as seguintes teclas:

\rightarrow 2 \times ALPHA L \times $\sqrt{}$ \leftarrow () \leftarrow | \leftarrow + ALPHA \leftarrow \times \div ALPHA R \rightarrow \div
 \leftarrow () \leftarrow ALPHA R + ALPHA \leftarrow Y \rightarrow + 2 \times ALPHA L \div ALPHA \leftarrow B

Pressione \rightarrow ENTER para obter o seguinte resultado:



A forma de inserção desta expressão, com a calculadora definida no modo RPN, é exatamente a mesma deste exercício, feito no modo Algébrico.

Para obter informações adicionais sobre a edição de expressões algébricas no visor ou na pilha, consulte o Capítulo 2 no guia do usuário da calculadora.

Usando o Equation Writer (EQW) para criar expressões

○ Equation Writer é uma ferramenta poderosa que não apenas permite que você insira ou visualize uma equação, mas também permite que você modifique e trabalhe/aplique funções em toda a equação ou em parte dela.

○ Equation Writer é iniciado pressionando-se a combinação de teclas EQW (a terceira tecla na quarta fileira da parte superior do teclado). A tela resultante é a seguinte. Pressione NXT para visualizar a segunda página do menu:



Os seis itens do menu de tecla de função para o Equation Writer ativa as funções EDIT, CURS, BIG, EVAL, FACTOR, SIMPLIFY, CMDS e HELP. Informações detalhadas sobre estas funções são fornecidas no Capítulo 3 do guia do usuário da calculadora.

Criando expressões aritméticas

○ ato de Inserir expressões aritméticas no Equation Writer é muito similar ao de inserir uma expressão aritmética entre aspas na pilha: A principal diferença é que no Equation Writer as expressões produzidas são escritas no estilo "textbook" em vez de um estilo de entrada linear. Por exemplo, tente pressionar as seguintes teclas na tela do Equation Writer:

$5 \div 5 + 2$

○ resultado é a expressão

$$\frac{5}{5+2}$$

EDIT CURS | BIG = EVAL | FACTO | SIMP

O cursor é mostrado como uma tecla para a esquerda. O cursor indica o local atual de edição. Por exemplo, para o cursor no local indicado acima, digite agora:

(X) (←) () (5) (+) (1) (÷) (3)

A expressão editada é similar à seguinte:

$$\frac{5}{5+2\left(5+\frac{1}{3}\right)}$$

EDIT CURS | BIG = EVAL | FACTO | SIMP

Suponha que você deseje substituir o valor entre parênteses no denominador (ou seja, $5+1/3$) por $(5+\pi^2/2)$. Primeiro, usamos a tecla de exclusão (◀) para excluir a expressão atual $1/3$ e então substituímos esta fração por $\pi^2/2$, como segue:

(◀) (◀) (◀) (←) (π) (y^x) (2)

Quando chegarmos a este ponto, a tela será similar à seguinte:

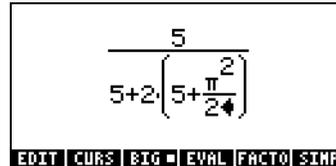
$$\frac{5}{5+2\left(5+\pi^2\right)}$$

EDIT CURS | BIG = EVAL | FACTO | SIMP

Para inserir o denominador 2 na expressão, precisamos realçar a expressão π^2 inteira. Fazemos isso pressionando a tecla com a seta para a direita (▶) uma vez. Nesta altura, pressionamos as seguintes teclas:

(÷) (2)

A expressão editada é agora similar à seguinte:

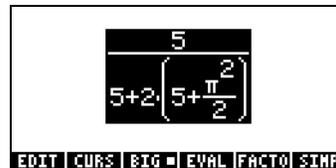


The image shows a calculator screen with the expression $\frac{5}{5+2\cdot\left(5+\frac{\pi^2}{2}\right)}$ displayed. The screen has a black background with white text. At the bottom, there is a menu bar with the options: EDIT | CURS | BIG | EVAL | FACTO | SIMP.

Suponha que agora você queira adicionar a fração $1/3$ a toda esta expressão, ou seja, você quer inserir a expressão:

$$\frac{5}{5+2\cdot\left(5+\frac{\pi^2}{2}\right)} + \frac{1}{3}$$

Primeiramente, precisamos realçar inteiramente o primeiro termo usando a tecla da seta para a direita (\blacktriangleright) ou a seta para cima (\blacktriangle), repetidamente, até que a expressão inteira seja realçada, ou seja, sete vezes, produzindo:



The image shows the same calculator screen as before, but the entire expression $\frac{5}{5+2\cdot\left(5+\frac{\pi^2}{2}\right)}$ is highlighted in black. The menu bar at the bottom remains the same: EDIT | CURS | BIG | EVAL | FACTO | SIMP.

OBSERVAÇÃO: Alternativamente, da posição original do cursor (para a direita de 2 no denominador de $\pi^2/2$), podemos pressionar a combinação de teclas $\blacktriangleright\blacktriangle$, interpretada como $(\blacktriangleright\blacktriangle)$.

Assim que a expressão for realçada conforme mostrado acima, digite $\boxed{+}\boxed{1}\boxed{\div}\boxed{3}$ para adicionar a fração $1/3$. Resultando em:

$$\frac{5}{5+2\left(5+\frac{\pi}{2}\right)} + \frac{1}{3}$$

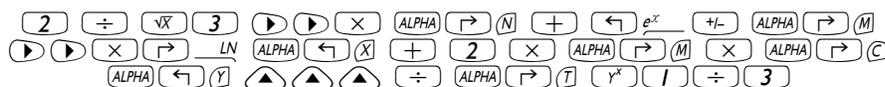
Criando expressões algébricas

Uma expressão algébrica é muito similar a uma expressão aritmética, exceto pelo fato de que as letras dos alfabetos latino e grego podem ser incluídas. O processo de criação de uma expressão algébrica, portanto, segue a mesma idéia de criar uma expressão aritmética, exceto pelo fato de que também se usa o teclado alfabético..

Como ilustração do uso do Equation Writer para inserir uma equação algébrica, usaremos o seguinte exemplo. Suponha que desejemos inserir a expressão:

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \lambda + e^{-\mu} \cdot LN\left(\frac{x + 2\mu \cdot \Delta y}{\theta^{1/3}}\right)$$

Pressione as seguintes teclas:



Isto resulta no seguinte:

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \lambda + e^{-\mu} \cdot LN\left(\frac{x + 2\mu \cdot \Delta y}{\theta^{1/3}}\right)$$

Neste exemplo usamos diversas letras latinas em minúsculo, p. ex., (ALPHA) (←) (X), diversas letras gregas, p. ex., λ (ALPHA) (→) (N), e até uma combinação de letras gregas e latinas, a saber, Δy (ALPHA) (→) (C)

(ALPHA) (←) (Y). Lembre-se de que para inserir letra latina em minúsculo, é necessário usar a combinação: (ALPHA) (←) seguida pela letra que você deseja inserir. Além disso, você pode sempre copiar os caracteres especiais usando o menu CHARS ((→) CHARS) se você não memorizar a combinação de teclas pressionadas que a produziu. Uma lista de combinações de teclas (ALPHA) (→) mais usadas está relacionada no Apêndice D do guia do usuário.

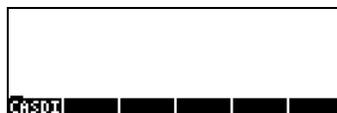
Para obter informações adicionais sobre edição, avaliação, fatoração e simplificação de expressões algébricas, consulte o Capítulo 2 do guia do usuário da calculadora.

Organizando dados na calculadora

Você pode organizar dados na calculadora armazenando as variáveis numa árvore de diretório. A base da árvore de diretórios da calculadora é o diretório HOME descrito a seguir.

O diretório HOME

Para ir ao diretório HOME, pressione a função UPDIR ((←) UPDIR), repetindo conforme necessário, até que a especificação {HOME} seja mostrada na segunda linha do cabeçalho do visor. Alternativamente, use (←) (mantendo pressionado) UPDIR. Para este exemplo, o diretório HOME contém somente o CASDIR. Ao pressionar-se (VAR) serão mostradas as variáveis no menu de tecla de função:



Subdiretórios

Para armazenar dados em uma árvore de diretório bem organizado você pode desejar criar os subdiretórios sob o diretório HOME e mais subdiretórios dentro de subdiretórios, numa hierarquia de diretórios similar à de pastas nos computadores modernos. Os subdiretórios receberão nomes que podem refletir os

conteúdos de cada subdiretório ou qualquer nome arbitrário que você resolver dar. Para obter detalhes sobre a manipulação de diretórios, consulte o Capítulo 2 do guia do usuário da calculadora.

Variáveis

As variáveis são similares aos arquivos em um disco rígido de computador. Uma variável pode armazenar um objeto (valores numéricos, expressões algébricas, listas, vetores, matrizes, programas, etc). As variáveis são chamadas pelos seus nomes, que podem ser qualquer combinação de caracteres alfabéticos ou numéricos, iniciando com uma letra (latina ou grega). Alguns caracteres não-alfabéticos, tais como uma seta (\rightarrow) podem ser usados em um nome de variável, se combinado com um caractere alfabético. Assim, ' $\rightarrow A$ ' é um nome válido de variável, mas ' \rightarrow ' não é. Entre exemplos válidos de nomes de variáveis estão: 'A', 'B', 'a', 'b', 'α', 'β', 'A1', 'AB12', ' $\rightarrow A12$ ', 'Vel', 'Z0', 'z1', etc.

Uma variável não pode ter o mesmo nome de uma função da calculadora. Os nomes das variáveis da calculadora reservados são os seguintes: ALRMDAT, CST, EQ, EXPR, IERR, IOPAR, MAXR, MINR, PICT, PPAR, PRTPAR, VPAR, ZPAR, der_, e, i, n1,n2, ..., s1, s2, ..., ΣDAT, ΣPAR, π, ∞

As variáveis podem ser organizadas em subdiretórios (consulte o Capítulo 2 no guia do usuário da calculadora).

Digitando os nomes das variáveis

Para nomear as variáveis, você terá que digitar a série de letras de uma vez, que pode ou não ser combinada com números. Para digitar séries de caracteres você pode bloquear o teclado alfabético como segue:

  bloqueia o teclado alfabético em maiúsculas. Quando bloqueado desta forma, ao pressionar-se  antes de uma tecla de letra produz minúsculas, enquanto que ao pressionar-se a tecla  ao mesmo tempo que a tecla da letra produz um caractere especial. Se o teclado alfabético já está bloqueado em maiúsculas e deseja-se bloqueá-lo em minúsculas, digite  

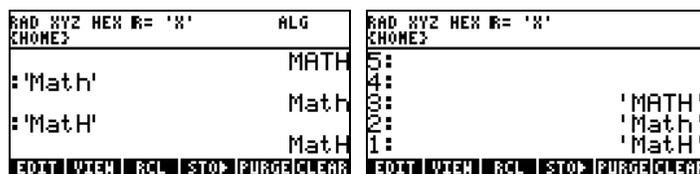
Digite ALPHA ALPHA \leftarrow ALPHA para bloquear o teclado alfabético em minúsculas. Quando bloqueado desta forma, pressionar \leftarrow antes da tecla de letra para produzir uma letra em maiúscula. Para desbloquear em minúsculas, pressione \leftarrow ALPHA

Para desbloquear o teclado bloqueado para maiúsculas, pressione ALPHA

Tente executar os seguintes exercícios:



O visor da calculadora mostrará o seguinte (o lado esquerdo está no modo Algébrico e o lado direito no modo RPN):



Criando variáveis

A forma mais simples de criar uma variável é usando STO . Os exemplos seguintes são usados para armazenar as variáveis relacionadas na tabela a seguir (pressione VAR se necessário, para ver o menu de variáveis):

Nome	Conteúdo	Tipo
α	-0.25	real
A12	3×10^5	real
Q	'r/(m+r)'	algébrico
R	[3,2,1]	vetor
z1	3+5i	complexo
p1	⌘ $\rightarrow r \cdot \pi \cdot r^2$ ⌘	programa

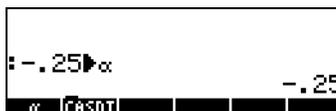
- **Modo Algébrico**

Para armazenar o valor de -0.25 na variável α :

$\boxed{0} \boxed{\cdot} \boxed{2} \boxed{5} \boxed{+/-} \boxed{STO} \boxed{ALPHA} \boxed{\rightarrow} \boxed{\alpha}$. Nesta altura, a tela será similar à seguinte:



Pressione \boxed{ENTER} para criar a variável. A variável é agora mostrada como um item do menu de tecla de função:



A seguir estão as teclas necessárias para inserir as variáveis restantes:

A12: $\boxed{3} \boxed{3} \boxed{EEX} \boxed{5} \boxed{STO} \boxed{ALPHA} \boxed{A} \boxed{1} \boxed{2} \boxed{ENTER}$

Q: $\boxed{\cdot} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{R} \boxed{\div} \boxed{\leftarrow} \boxed{)} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{M} \boxed{+} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{R} \boxed{\rightarrow} \boxed{\rightarrow} \boxed{STO} \boxed{ALPHA} \boxed{Q} \boxed{ENTER}$

R: $\boxed{\leftarrow} \boxed{)} \boxed{3} \boxed{\rightarrow} \boxed{,} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{,} \boxed{1} \boxed{\rightarrow} \boxed{STO} \boxed{ALPHA} \boxed{R} \boxed{ENTER}$

z1: $\boxed{3} \boxed{+} \boxed{5} \boxed{\times} \boxed{\leftarrow} \boxed{)} \boxed{STO} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{Z} \boxed{1} \boxed{ENTER}$ (Aceitar a alteração para o modo *Complex*, se solicitado).

p1: $\boxed{\rightarrow} \boxed{\ll} \boxed{\rightarrow} \boxed{\rightarrow} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{R} \boxed{\cdot} \boxed{\leftarrow} \boxed{\pi} \boxed{\times} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{R} \boxed{y^x} \boxed{2} \boxed{\rightarrow} \boxed{\rightarrow} \boxed{\rightarrow} \boxed{STO} \boxed{ALPHA} \boxed{\leftarrow} \boxed{P} \boxed{1} \boxed{ENTER} \dots$

A tela, nesta altura, é similar à seguinte:



Você verá seis das sete variáveis listadas na parte inferior do visor: $p1$, $z1$, R , Q , $A12$, α .

- **Modo RPN**

(Use **MODE** **+/-** **MODE** para mudar para o modo RPN). Use as seguintes teclas para armazenar o valor de -0.25 na variável α :

0 **.** **2** **5** **+/-** **ENTER** **ALPHA** **↵** **A** **ENTER**. A tela, nesta altura, é similar à seguinte:



Esta expressão significa que o valor -0.25 está pronto para ser armazenado em α . Pressione **STOP** para criar a variável. A variável é agora mostrada como um item do menu de tecla de função:



Para inserir o valor 3×10^5 em $A12$, podemos usar uma versão mais curta do procedimento: **3** **EEX** **5** **.** **ALPHA** **A** **1** **2** **ENTER** **STOP**

Aqui está uma forma de inserir o conteúdo de Q .

Q: **.** **ALPHA** **↵** **R** **÷** **↵** **)** **ALPHA** **↵** **M** **+** **ALPHA** **↵** **R** **▶** **▶** **.** **ALPHA** **Q** **ENTER** **STOP**

Para inserir o valor de R , podemos usar uma versão ainda mais curta do procedimento:

No modo RPN, é necessário apenas pressionar o item do menu de tecla de função correspondente para obter o conteúdo da variável numérica ou algébrica. Para o caso em estudo, podemos tentar observar as variáveis $z1$, R , Q , $A12$, α , criadas acima, como segue:

A tela, nesta altura, é similar à seguinte:

```

RAD XYZ HEX R= 'X'
[HOME]
4:                               L3 2 1
3:                               r
                               m+r
2:                               300000.
1:                               -.25
p1 | z1 | R | Q | A12 | alpha
  
```

Use a tecla shift direita, seguida pelo item do menu de tecla de função.

Este acesso para visualizar os conteúdos de uma variável funciona da mesma forma em ambos os modos, Algébrico e RPN. Tente os seguintes exemplos em ambos os modos:

Isto produz as seguintes telas (modo Algébrico à esquerda, RPN à direita)

<pre> RAD XYZ HEX C= 'X' [HOME] 3+3=1 [3 2 1] r m+r 300000. p1 z1 R Q A12 alpha </pre>	<pre> RAD XYZ HEX C= 'X' [HOME] 4: 3+3=1 3: [3 2 1] 2: r 1: m+r 300000. p1 z1 R Q A12 alpha </pre>
---	---

Observe que desta vez o conteúdo do programa $p1$ é listado no visor. Para ver as variáveis restantes neste diretório, use:

Listando os conteúdos de todas as variáveis no visor

Use a combinação de teclas para listar os conteúdos de todas as variáveis no visor. Por exemplo:

```

P1: « + r 'π*r^2.' »
z1: (3.,5.)
R: [3.,2.,1.]
Q: r/(m+r)
R12: 300000.
α: -.25
p1 | z1 | R | Q | R12 | α

```

Pressione **ON** para retornar ao visor normal da calculadora.

Excluindo variáveis

A forma mais simples de excluir as variáveis é usando a função PURGE. Esta função pode ser acessada diretamente usando o menu TOOLS (**TOOL**) ou usando o menu FILES (**FILES**).

Usando a função PURGE (Apagar) na pilha no modo Algébrico

Nossa lista de variáveis contém as variáveis $p1$, $z1$, Q , R , e α . Usaremos o comando PURGE para excluir a variável $p1$. Pressione **TOOL** **PURGE** **VAR** **ENTER**. O visor mostrará agora a variável $p1$ removida:

```

: PURGE('p1')
NOVAL
z1 | R | Q | α

```

Você pode agora usar o comando PURGE para apagar mais do que uma variável colocando seus nomes em uma lista no argumento do PURGE. Por exemplo, se quisermos agora apagar as variáveis R e Q , simultaneamente, podemos tentar o seguinte exercício. Pressione:

```

TOOL PURGE ← ( ) , VAR R Q ▶ ▶ , VAR Q

```

Nesta altura, a tela mostrará o seguinte comando pronto para ser executado:

```

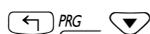
: PURGE('p1')
NOVAL
PURGE(('R','Q'))
z1 | R | Q | α

```

Para terminar de excluir as variáveis, pressione **ENTER**. O visor mostrará agora as variáveis restantes:

menu de lista de opções para menu de tecla de função (Soft Menu) e vice-versa, através de um exercício.

Embora não seja aplicado a um exemplo específico, o presente exercício mostra as duas opções para os menus na calculadora (menu de lista de opções e menu de tecla de função). Neste exercício, para acessarmos o comando ORDER com o objetivo de reordenar as variáveis em um diretório, usamos, no modo ALG.



Mostre a lista de opções PROG e selecione MEMORY



Mostre a lista de opções MEMORY e selecione DIRECTORY

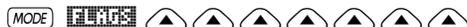


Mostre a lista de opções DIRECTORY e selecione ORDER

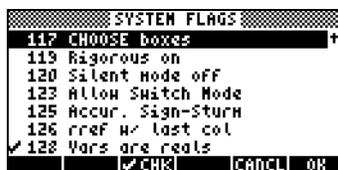


ative o comando ORDER

Existe uma forma alternativa para acessar estas listas de opções como teclas de funções, definindo o sinalizador de sistema 117. (Para obter informações sobre Sinalizadores, consulte os Capítulos 2 e 24 no guia do usuário da calculadora). Para definir este sinalizador tente o seguinte:



A tela mostra o sinalizador 117 (*CHOOSE boxes*, ou menu de lista de opções) não definido, conforme mostrado aqui:



Pressione a tecla \checkmark F12 para definir o sinalizador 117 para *soft MENU* (ou menu de tecla de função). A tela refletirá esta alteração:



Pressione F12 duas vezes para retornar ao visor normal da calculadora.

Agora, tentaremos encontrar o comando ORDER usando as teclas similares àquelas usadas acima, ou seja, começaremos com \leftarrow PRG. Observe que em vez de uma lista de opções, obtemos os itens do menu de tecla de função com as diferentes opções no menu PROG, ou seja,



Pressione F2 para selecionar o item do menu MEMORY (F12). A tela mostra agora:



Pressione F5 para selecionar o item do menu DIRECTORY (DIR).



O comando ORDER não é mostrado nesta tela. Para encontrá-lo usamos a tecla NXT :



Para ativar o comando ORDER pressionamos a tecla F3 (ORDER).

Referências

Para obter informações adicionais sobre inserção e manipulação de expressões no visor ou no Equation Writer, consulte o Capítulo 2 do guia do usuário da calculadora. Para as configurações do CAS (Sistema Algébrico do Computador), consulte o Apêndice C no guia do usuário da calculadora. Para obter informações sobre Sinalizadores, consulte o Capítulo 24 do guia do usuário da calculadora.

Capítulo 3

Cálculos com números reais

Este capítulo demonstra o uso da calculadora para operações e funções relacionadas aos números reais. O usuário deve estar familiarizado com o teclado para identificar as funções disponíveis (p. ex.: SIN, COS, TAN, etc.). Além disso, pressupõe-se que o leitor saiba como alterar o sistema de operação da calculadora (capítulo 1), usar os menus e caixas de seleção (capítulo 1) e realizar operações com variáveis (Capítulo 2).

Exemplos de cálculos com números reais

Para fazer cálculos com números reais é preferível definir o CAS para modo *Real* (em oposição a *Complex*). O modo *Exact* é o modo padrão para a maioria das operações. Portanto, talvez você deseje começar seus cálculos com este modo.

Algumas operações com números reais são ilustradas a seguir:

- Use a tecla $\boxed{\pm}$ para alterar o sinal de um número.
Por exemplo, no modo ALG, $\boxed{\pm}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\text{ENTER}}$.
No modo RPN, p. ex., $\boxed{2}$ $\boxed{\cdot}$ $\boxed{5}$ $\boxed{\pm}$.
- Use a tecla $\boxed{1/x}$ para calcular o inverso de um número.
Por exemplo, no modo ALG, $\boxed{1/x}$ $\boxed{2}$ $\boxed{\text{ENTER}}$.
No modo RPN, use $\boxed{4}$ $\boxed{\text{ENTER}}$ $\boxed{1/x}$.
- Para adição, subtração, multiplicação e divisão, use a tecla de operação adequada, a saber, $\boxed{+}$ $\boxed{-}$ $\boxed{\times}$ $\boxed{\div}$.

Exemplos no modo ALG:

$\boxed{3}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{7}$	$\boxed{+}$	$\boxed{5}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{2}$	$\boxed{\text{ENTER}}$
$\boxed{6}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{3}$	$\boxed{-}$	$\boxed{8}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{5}$	$\boxed{\text{ENTER}}$
$\boxed{4}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{2}$	$\boxed{\times}$	$\boxed{2}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{5}$	$\boxed{\text{ENTER}}$
$\boxed{2}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{3}$	$\boxed{\div}$	$\boxed{4}$	$\boxed{\cdot}$	$\boxed{5}$	$\boxed{\text{ENTER}}$

Exemplos no modo RPN:

3	•	7	ENTER	5	•	2	+
6	•	3	ENTER	8	•	5	-
4	•	2	ENTER	2	•	5	×
2	•	3	ENTER	4	•	5	÷

Alternativamente, no modo RPN, você pode separar os operandos com um espaço (SPC) antes de pressionar a tecla de operação.
Exemplos:

3	•	7	SPC	5	•	2	+
6	•	3	SPC	8	•	5	-
4	•	2	SPC	2	•	5	×
2	•	3	SPC	4	•	5	÷

- Os parênteses (⏪) ()) podem ser usados para operações de grupo, como também para incluir argumentos de funções.
No modo ALG:

$$\text{⏪} \text{() } 5 + 3 \cdot 2 \text{▶} \div \text{⏪} \text{() } 7 - \frac{2 \cdot 2}{2}$$

No modo RPN, você não precisa dos parênteses, o cálculo é feito diretamente na pilha:

$$5 \text{ ENTER } 3 \cdot 2 \text{ ENTER } + 7 \text{ ENTER } 2 \cdot 2 \text{ ENTER } - \div$$

No modo RPN, a digitação da expressão entre aspas permitirá que você insira a expressão da mesma forma que no modo algébrico:

$$\text{⏪} \text{⏪} \text{() } 5 + 3 \cdot 2 \text{▶} \div \text{⏪} \text{() } 7 - 2 \cdot 2 \text{ ENTER } \text{EVAL}$$

Para ambos os modos, ALG e RPN, usando o Equation Writer:

$$\text{⏩} \text{EQW } 5 + 3 \cdot 2 \text{▶} \div 7 - 2 \cdot 2$$

A expressão pode ser solucionada dentro do Equation Writer, utilizando

 ou   

- A função de valor absoluto, ABS, está disponível através de   .
Exemplo no modo ALG:

Exemplo no modo RPN.

- A função quadrada, SQ, está disponível através de   .
Exemplo no modo ALG:

Exemplo no modo RPN:

A função raiz quadrada $\sqrt{\quad}$, está disponível através da tecla R. Ao calcular na pilha no modo ALG, insira a função antes do argumento, p. ex.:

No modo RPN, insira o número primeiro, depois a função, p. ex.:

- A função potência, \wedge , está disponível através da tecla  . Ao calcular na pilha no modo ALG, insira a base (y) seguida pela tecla  e então o expoente (x), p. ex.:

No modo RPN, insira o número primeiro, depois a função, p. ex.:

- A função raiz, $XROOT(y,x)$, está disponível através da combinação de teclas $\boxed{\rightarrow} \boxed{\sqrt{y}}$. Ao calcular na pilha no modo ALG, insira a função XROOT seguida pelos argumentos (y,x), separados por vírgulas, p. ex.:

$\boxed{\rightarrow} \boxed{\sqrt{y}} \boxed{3} \boxed{\rightarrow} \boxed{,} \boxed{2} \boxed{7} \boxed{ENTER}$

No modo RPN, insira primeiro o argumento y, depois x e, finalmente, a função, p. ex.:

$\boxed{2} \boxed{7} \boxed{ENTER} \boxed{3} \boxed{\rightarrow} \boxed{\sqrt{y}}$

- Logaritmos de base 10 são calculados pela combinação de teclas $\boxed{\rightarrow} \boxed{LOG}$ (função LOG) enquanto sua função inversa (ALOG ou anti-logaritmo) é calculada usando $\boxed{\leftarrow} \boxed{10^x}$. No modo ALG, a função é inserida antes do argumento:

$\boxed{\rightarrow} \boxed{LOG} \boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{4} \boxed{5} \boxed{ENTER}$
 $\boxed{\leftarrow} \boxed{10^x} \boxed{+/-} \boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{3} \boxed{ENTER}$

No modo RPN, o argumento é inserido antes da função

$\boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{4} \boxed{5} \boxed{\rightarrow} \boxed{LOG}$
 $\boxed{2} \boxed{\cdot} \boxed{3} \boxed{+/-} \boxed{\leftarrow} \boxed{10^x}$

Usando potências de 10 ao inserir dados

Potências de dez, ou seja, números na forma -4.5×10^{-2} , etc., são inseridos usando a tecla \boxed{EEX} . Por exemplo, no modo ALG:

$\boxed{+/-} \boxed{4} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{EEX} \boxed{+/-} \boxed{2} \boxed{ENTER}$

Ou no modo RPN:

$\boxed{4} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{+/-} \boxed{EEX} \boxed{2} \boxed{+/-} \boxed{ENTER}$

- Os logaritmos naturais são calculados usando-se $\boxed{\rightarrow} \boxed{LN}$ (função LN), enquanto a função exponencial (EXP) é calculada usando-se $\boxed{\leftarrow} \boxed{e^x}$. No modo ALG, a função é inserida antes do argumento:

\rightarrow LN 2 . 4 5 ENTER
 \leftarrow e^x +/- 2 . 3 ENTER

No modo RPN, o argumento é inserido antes da função.

2 . 4 5 ENTER \rightarrow LN
 2 . 3 +/- ENTER \leftarrow e^x

- Três funções trigonométricas estão disponíveis prontamente no teclado: seno ($\overline{\text{SIN}}$), cosseno ($\overline{\text{COS}}$) e tangente ($\overline{\text{TAN}}$). Os argumentos destas funções são ângulos em graus, radianos ou grados. Os exemplos a seguir usam ângulos em graus (DEG):

No modo ALG:

$\overline{\text{SIN}}$ 3 0 ENTER
 $\overline{\text{COS}}$ 4 5 ENTER
 $\overline{\text{TAN}}$ 1 3 5 ENTER

No modo RPN:

3 0 $\overline{\text{SIN}}$
 4 5 $\overline{\text{COS}}$
 1 3 5 $\overline{\text{TAN}}$

- As funções trigonométricas inversas disponíveis no teclado são o arco-seno ($\overline{\text{ASIN}}$), arco-cosseno ($\overline{\text{ACOS}}$) e arcotangente ($\overline{\text{ATAN}}$). As respostas destas funções serão dadas na medida selecionada de ângulo (DEG, RAD, GRD). Alguns exemplos são mostrados a seguir:

No modo ALG:

$\overline{\text{ASIN}}$ 0 . 2 5 ENTER
 $\overline{\text{ACOS}}$ 0 . 8 5 ENTER
 $\overline{\text{ATAN}}$ 1 . 3 5 ENTER

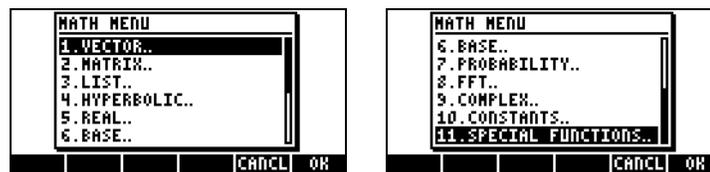
No modo RPN:

0 . 2 5 $\overline{\text{ASIN}}$
 0 . 8 5 $\overline{\text{ACOS}}$
 1 . 3 5 $\overline{\text{ATAN}}$

Todas as funções descritas acima, a saber, ABS, SQ, $\sqrt{\quad}$, \wedge , XROOT, LOG, ALOG, LN, EXP, SIN, COS, TAN, ASIN, ACOS, ATAN, podem ser combinadas com as operações fundamentais (+ - \times \div) para formar expressões mais complexas. O Equation Writer, cujas operações são descritas no Capítulo 2, é ideal para a construção de tais expressões, independente do modo de operação da calculadora.

Funções com números reais no menu MTH

O menu MTH (\leftarrow MTH) inclui diversas funções matemáticas na maioria aplicáveis aos reais. Com a configuração padrão de *CHOOSE boxes* para o sinalizador de sistema 117 (consulte o Capítulo 2), o menu MTH mostra as seguintes funções:



As funções são agrupadas pelo tipo de argumento (1. vetores, 2. matrizes, 3. listas, 7. probabilidade, 9. complexos) ou pelo tipo de função (4. hiperbólica, 5. real, 6. base, 8. fft). Contém também uma entrada para as constantes matemáticas disponíveis na calculadora, entrada 10.

Em geral, esteja atento quanto ao número e ordem dos argumentos necessários para cada função e lembre-se que, no modo ALG você deve selecionar primeiro a função e depois inserir o argumento, enquanto que no modo RPN, você deve inserir o argumento na pilha primeiro e depois selecionar a função.

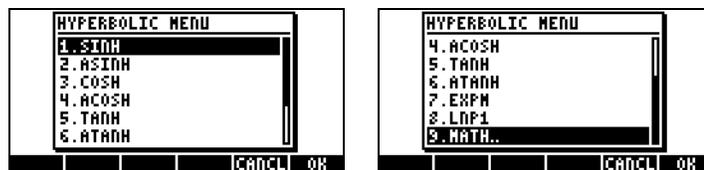
Usando os menus da calculadora:

1. Descreveremos em detalhes o uso do menu 4. *HYPERBOLIC.* nesta seção com o intuito de descrever de modo geral a operação dos menus da calculadora. Observe com cuidado o processo para selecionar diferentes opções.

2. Para selecionar rapidamente as opções numeradas na lista de menu (ou CHOOSE box), pressione apenas o número para a opção no teclado. Por exemplo, para selecionar a opção 4. *HYPERBOLIC..* no menu MTH, pressione apenas **4**.

Funções hiperbólicas e seus inversos

Ao selecionar-se a Opção 4. *HYPERBOLIC..*, no menu *MTH* e pressionar-se **☐☐☐**, é produzido o menu da função hiperbólica:



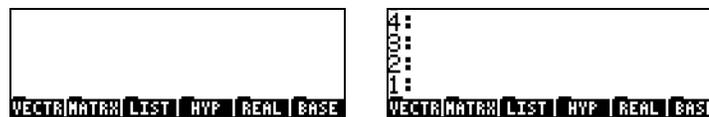
Por exemplo, no modo ALG, a seqüência de teclas para calcular, digamos, $\tanh(2.5)$, é a seguinte:

← MTH 4 ☐☐☐ 5 ☐☐☐ 2 . 5 ENTER

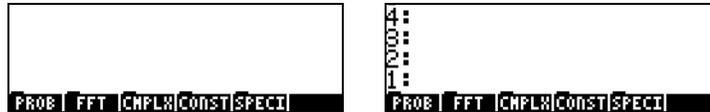
No modo RPN, as teclas para fazer este cálculo são as seguintes:

2 . 5 ENTER ← MTH 4 ☐☐☐ 5 ☐☐☐

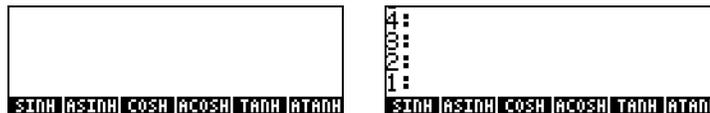
A operação mostrada acima presume que você está usando a configuração padrão para o sinalizador de sistema 117 (*CHOOSE boxes*). Se alterou a configuração deste sinalizador (consulte o Capítulo 2) para *SOFT menu*, o menu MTH será mostrado como segue (lado esquerdo no modo ALG, lado direito no modo RPN):



Pressionar **NXT** para mostrar as opções restantes:



Assim, para seleccionar, por exemplo, o menu de funções hiperbólicas, com este formato de menu pressione $\left[\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix} \right]$ para produzir:



Finalmente, para seleccionar, por exemplo, a função tangente hiperbólica (tanh), pressione apenas $\left[\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix} \right]$.

Observação: Para ver as opções adicionais nestes menus, pressione a tecla $\left[\text{NXT} \right]$ ou a sequência de teclas $\left[\leftarrow \right] \left[\text{PREV} \right]$.

Por exemplo, para calcular $\tanh(2.5)$, no modo ALG, quando usar *SOFT menus* em vez de *CHOOSE boxes*, siga este procedimento:

$\left[\leftarrow \right] \left[\text{MTH} \right] \left[\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix} \right] \left[\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix} \right] \left[2 \right] \left[. \right] \left[5 \right] \left[\text{ENTER} \right]$

No modo RPN, o mesmo valor é calculado usando:

$\left[2 \right] \left[. \right] \left[5 \right] \left[\text{ENTER} \right] \left[\leftarrow \right] \left[\text{MTH} \right] \left[\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix} \right] \left[\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix} \right]$

Como um exercício de aplicações das funções hiperbólicas, verifique os valores seguintes:

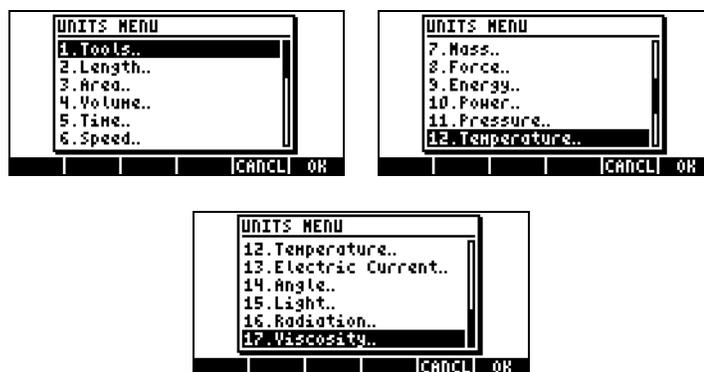
$\text{SINH}(2.5) = 6.05020..$	$\text{ASINH}(2.0) = 1.4436...$
$\text{COSH}(2.5) = 6.13228..$	$\text{ACOSH}(2.0) = 1.3169...$
$\text{TANH}(2.5) = 0.98661..$	$\text{ATANH}(0.2) = 0.2027...$
$\text{EXPM}(2.0) = 6.38905....$	$\text{LNPI}(1.0) = 0.69314....$

Operações com unidades

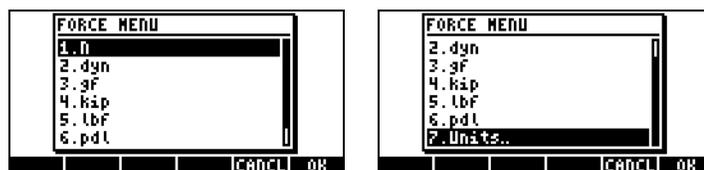
Os números na calculadora podem ter unidades associadas a eles. Assim, é possível calcular resultados envolvendo um sistema consistente de unidades e produzir um resultado com a combinação apropriada de unidades.

O menu UNITS

O menu Units é ativado pela combinação de teclas \rightarrow UNITS (associadas com a tecla 6). Com o sinalizador do sistema 117 configure para CHOOSE boxes, o resultado é o seguinte menu:



Opção 1. Tools.. contém funções usadas para operar sobre as unidades (discutidas mais tarde). Opções de 2. Length.. até 17. Viscosity.. contém menus com várias unidades para cada uma das grandezas descritas. Por exemplo, selecionando-se a opção 8. Force são mostrados os seguintes menus de unidade:

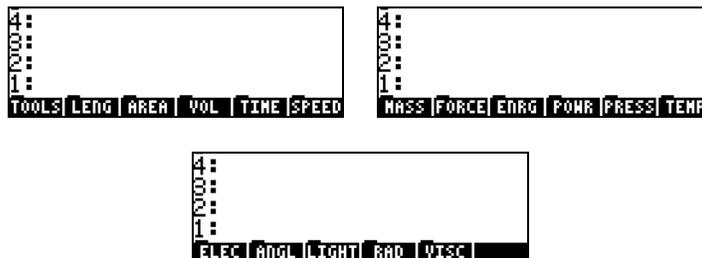


O usuário reconhecerá a maioria destas unidades (alguns, p. ex., dina, não são usados frequentemente hoje em dia) de suas aulas de física: N = newtons, dyn = dinas, gf = gramas-força (para distinguir de grama-massa ou

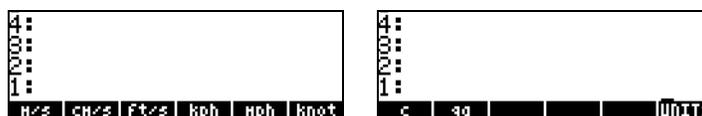
apenas grama, uma unidade de massa), *kip* = quilo-libra (1000 libras), *lbf* = libra-força (para distinguir da libra, unidade de massa), *pdl* = libra.

Para anexar um objeto de unidade a um número, o número deve ser seguido de um sinal de sublinhado. Assim a força de 5 N será inserida como 5_N.

Para operações abrangentes com unidades, o menu SOFT fornece uma forma mais conveniente de anexar as unidades. Altere o sinalizador do sistema 117 para menus SOFT (consulte o Capítulo 2) e use a combinação de teclas \rightarrow UNITS para obter os seguintes menus. Pressione \rightarrow NXT para mudar para a próxima página do menu.



Ao pressionar-se a tecla de função correta será aberto o submenu das unidades para esta seleção em particular. Por exemplo, para o submenu \rightarrow MASS, as seguintes unidades estão disponíveis:



Pressionando a tecla de função \rightarrow UNITS o levará de volta para o menu UNITS.

Lembre-se de que você pode sempre listar todos os símbolos dos menus no visor usando \rightarrow \downarrow , p. ex., para o conjunto \rightarrow MASS de unidades os seguintes símbolos serão listados:



Observação: Use a tecla **NXT** ou a sequência de teclas **PREV** para navegar através dos menus.

Unidades disponíveis

Para obter uma lista completa de unidades, consulte o Capítulo 3 no Guia do Usuário da calculadora.

Anexando as unidades aos números

Para anexar um objeto de unidade a um número, o número deve ser seguido por um sinal de sublinhado (**5** **UNIT**, tecla(8,5)). Assim a força de 5 N será inserida como 5_N.

Aqui está a seqüência de etapas para inserir este número no modo ALG, o sinalizador do sistema 117 configurado para *CHOOSE* boxes:

5 **UNIT** **8** **UNIT** **ENTER**

Observação: Se esquecer o sublinhado, o resultado é a expressão 5*N, onde N aqui representa um nome possível de variável e não Newtons.

Para inserir este mesmo valor com a calculadora no modo RPN, use as seguintes teclas:

5 **UNIT** **8** **UNIT**

Observe que o sublinhado é inserido automaticamente quando o modo RPN estiver ativo.

As seqüências de teclas para inserir as unidades quando a opção *SOFT menu* estiver selecionada, em ambos os modos RPN e ALG, são ilustradas a seguir. Por exemplo, no modo ALG, para inserir o valor 5_N use:

5 **→** **_** **→** **UNITS** **NXT** **UNIT** **ENTER**

A mesma grandeza, inserida no modo RPN usa a seguinte seqüência de teclas:

5 **→** **UNITS** **NXT** **UNIT**

Observação: Você pode inserir uma grandeza com unidades digitando o sublinhado e as unidades com a tecla **ALPHA**, p. ex., **5** **→** **_** **ALPHA** **N** produzirá a entrada: 5_N

Prefixos de unidades

Você pode inserir os prefixos para as unidades de acordo com a seguinte tabela de prefixos do sistema SI: A abreviação do prefixo é mostrada primeiro, seguida de seu nome e pelo expoente x no fator 10^x correspondente a cada prefixo:

Prefixo	Nome	x	Prefixo	Nome	x
Y	yotta	+24	d	deci	-1
Z	zetta	+21	c	centi	-2
E	exa	+18	m	milli	-3
P	peta	+15	μ	micro	-6
T	tera	+12	n	nano	-9
G	giga	+9	p	pico	-12
M	mega	+6	f	femto	-15
k,K	kilo	+3	a	atto	-18
h,H	hecto	+2	z	zepto	-21
D(*)	deka	+1	y	yocto	-24

(*) No sistema SI, este prefixo é *da* em vez de *D*. Entretanto, use *D* para deka na calculadora.

Para inserir esses prefixos, digite apenas o prefixo usando o teclado **ALPHA**. Por exemplo, para inserir 123 pm (1 picômetro), use:

1 **2** **3** **→** **—** **ALPHA** **←** **P** **ALPHA** **←** **M**

Ao usar UBASE para (digite o nome) converter para a unidade default (1 m) o resultado é:

```
: 123.1_pm          123_pm
: UBASE(ANS(1))
: .0000000000123_m
CONV|UBASE|UVAL|UFACT|UNIT|UNITS
```

Operações com unidades

Aqui estão alguns exemplos de cálculos usando o modo de operação ALG. Observe que, ao multiplicar ou dividir as grandezas com unidades, é necessário incluir cada valor com suas unidades entre parênteses). Assim, para inserir, por exemplo, o produto $12.5\text{m} \times 5.2\text{jd}$, digite-o assim $(12.5_m)*(5.2_jd)$ **ENTER**:

```
: 12.5_m*5.2_yd    65_(m.yd)
CONV|UBASE|UVAL|UFACT|UNIT|UNITS
```

que resulta em 65_(m.yd). Para converter para unidades do sistema SI, use a função UBASE (encontre-a usando o catálogo de comandos, **→** **CAT**):

```
RAD|BYZ|HEX|B=|'|ALG
CHOME>
: 12.5_m*5.2_yd    65_(m.yd)
: UBASE(ANS(1))
: 59.436_m^2
CONV|UBASE|UVAL|UFACT|UNIT|UNITS
```

Observação: Lembre-se de que a variável ANS(1) está disponível através da combinação de teclas \leftarrow ANS (associada com a tecla ENTER).

Para calcular uma divisão, digamos, 3250 mi / 50 h, insira-a como
 $(3250_mi)/(50_h)$ ENTER

que transformada nas unidades SI com a função UBASE, produz:



Calculator screen showing the result of the UBASE function applied to ANS(1). The display shows "29.0576_m". Below the display, the menu options "CONV UBASE UVAL UFACT UNIT UNITS" are visible.

Adição e subtração podem ser feitas, no modo ALG, sem utilizar os parênteses, p. ex., 5 m + 3200 mm, pode ser inserido apenas como
 $5_m + 3200_mm$ ENTER.

Expressões mais complicadas exigem o uso de parênteses, p. ex.,
 $(12_mm)*(1_cm^2)/(2_s)$ ENTER :

Cálculos na pilha no modo RPN, não requerem que você inclua os diferentes termos nos parênteses, p. ex.,



Calculator keypad sequence for RPN calculation: 12 [M+] 1.5 [M-] [X] 3250 [M+] 50 [M-] [÷]

Estas operações produzem o seguinte resultado:



Calculator screen showing the stack results: 0: 18_(m.yd), 1: 65_m/h. The bottom of the screen shows "21 R | ANS | CAS | DI |".

Conversão de unidades

O menu UNITS contém um submenu TOOLS que oferece as seguintes funções:

CONVERT(x,y): converte do objeto de unidade x para a unidade de objeto y

UBASE(x): converte objeto de unidade x em unidades SI
 UVAL(x): extrai o valor da unidade de objeto x
 UFACT(x,y): fatora uma unidade y do objeto de unidade x
 →UNIT(x,y): combina o valor de x com unidades de y

Exemplos da função CONVERT são mostrados abaixo. Exemplos de outras funções UNIT/TOOLS estão disponíveis no Capítulo 3 do guia do usuário da calculadora.

Por exemplo, para converter 33 watts para BTUs, use uma das seguintes entradas:

CONVERT(33_W,1_hp) 
 CONVERT(33_W,11_hp) 

Constantes físicas na calculadora

As constantes físicas da calculadora estão contidas em *constants library* (biblioteca de constantes) ativadas com o comando CONLIB. Para ativar este comando você pode simplesmente digitá-lo na pilha:

         ou você pode selecionar o comando CONLIB do catálogo de comandos, como segue: Primeiro, abra o catálogo usando:     . Depois, use as teclas com setas para cima e para baixo   para selecionar CONLIB. Finalmente, pressione a tecla de função   . Pressione  , se necessário. Use as setas para cima e para baixo   para navegar através da lista de constantes na sua calculadora.

As teclas de função correspondentes à tela CONSTANTS LIBRARY incluem as seguintes funções:

SI quando selecionado, os valores das constantes são mostrados em unidades SI (*)
 ENGL quando selecionado, os valores das constantes são mostrados em unidades inglesas (*)
 UNIT quando selecionado, as constantes são mostradas com as unidades anexadas (*)

- VALUE quando selecionado, as constantes são mostradas sem unidades
- STK copia valores (com ou sem unidades) para a pilha
- QUIT sai da biblioteca de constantes

(*) Ativada apenas se a opção VALUE estiver selecionada.

Este é o modo com que a parte superior da tela CONSTANTS LIBRARY se parece quando a opção VALUE é selecionada (unidades no sistema SI):

```

CONSTANTS LIBRARY:
NAME: 6.0221367E23 1/mol
k: 1.380658E-23 J/K
Vm: 22.4141 L/mol
R: 8.31451 J/(mol*K)
StdT: 273.15 K
StdP: 101.325 kPa
SI ENGL UNIT=VALU= →STB QUIT

```

Para ver os valores das constantes no sistema inglês (ou Imperial), pressione a opção **ENGL**:

```

CONSTANTS LIBRARY:
NAME: 6.0221367E23 1/mol
k: 7.270063E-27 Btu/...
Vm: 359.0394 ft^3/lb...
R: 10.73164 psi*ft^3...
StdT: 491.67 °R
StdP: 14.6959 psi
SI ENGL=UNIT=VALU= →STB QUIT

```

Se desmarcarmos a opção UNITS (pressione **UNIT**) apenas os valores são mostrados (Unidades inglesas selecionadas neste caso):

```

CONSTANTS LIBRARY:
NAME: 6.0221367E23
k: 7.270063E-27
Vm: 359.0394
R: 10.73164
StdT: 491.67
StdP: 14.6959
SI ENGL=UNIT=VALU= →STB QUIT

```

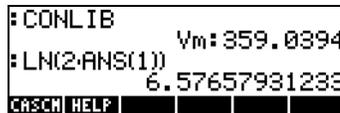
Para copiar os valores de Vm para a pilha, selecione o nome da variável e pressione **STO**, e depois pressione **ENTER**. Para a calculadora definida para ALG, a tela parecerá desta forma:



O visor mostra o que é chamado de *valor identificado*, Vm: 359.0394. Aqui, Vm, é o *identificador* deste resultado. Qualquer operação aritmética com este número ignorará o identificador. Tente, por exemplo:



que produz:



A mesma operação no modo RPN exigirá as seguintes teclas (depois do valor de Vm ser extraído da biblioteca de constantes):



Definindo e usando funções

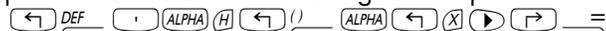
Os usuários podem definir suas próprias funções usando o comando DEFINE disponível através da sequência de teclas \leftarrow DEF (associada com a tecla \leftarrow). A função deve ser inserida no seguinte formato:

$$\text{Nome_da_função}(\text{arguments}) = \text{expressão_contendo_argumentos}$$

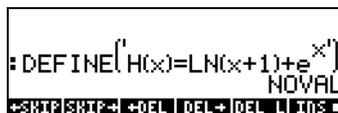
Por exemplo, podemos definir uma função simples

$$H(x) = \ln(x+1) + \exp(-x)$$

Suponha que você precisa solucionar esta função para um número de valores discretos e, portanto, você deseja pressionar um único botão e obter o resultado desejado sem ter que digitar a expressão no lado direito para cada valor separado. No exemplo seguinte, presumimos que você definiu sua calculadora para o modo ALG. Insira a seguinte sequência de teclas:

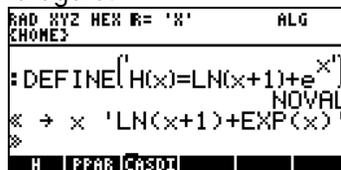


O visor deverá ser similar a este:



Pressione a tecla e perceberá que existe uma nova variável no seu menu de teclas de função (). Para ver o conteúdo desta variável pressione

. O visor mostrará agora:



Assim, a variável H contém um programa definido por:

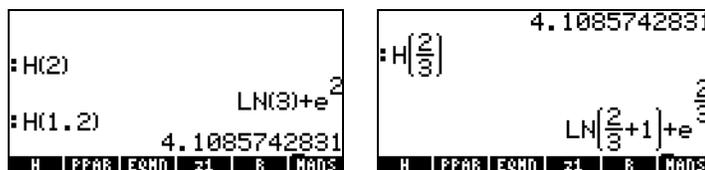
<< $\rightarrow x$ 'LN(x+1) + EXP(x)' >>

Este é um programa simples na linguagem de programação default da HP 48G série e também incorporado à série HP 49 G. Esta linguagem de programação é chamada de UserRPL (Consulte os Capítulos 20 e 21 no guia do usuário da calculadora). O programa mostrado acima é relativamente simples e consiste de duas partes, contidas entre os recipientes do programa << >>:

- Entrada: $\rightarrow x$ $\rightarrow \times$
- Processo 'LN(x+1) + EXP(x)'

Isto deve ser interpretado como se dissesse: insira um valor que é temporariamente atribuído ao nome x (mencionado como uma variável local), solucione a expressão entre aspas que contém esta variável local e mostre a solução da expressão.

Para ativar a função no modo ALG, digite o nome da função seguida pelo argumento entre parênteses, p. ex., LN \leftarrow () $\frac{2}{3}$ ENTER . Alguns exemplos são mostrados a seguir:



No modo RPN, para ativar a função insira o argumento primeiro, depois pressione a tecla de função correspondente ao nome da variável LN . Por exemplo, você poderia tentar: $\frac{2}{3}$ ENTER LN . Os outros exemplos mostrados acima podem ser inseridos usando: $\frac{1}{3}$ \cdot $\frac{2}{3}$ ENTER LN , $\frac{2}{3}$ ENTER \div $\frac{3}{3}$ ENTER LN .

Referências

Informações adicionais sobre operações com números reais com a calculadora estão descritos no capítulo 3 do guia do usuário.

Capítulo 4

Cálculos com números complexos

Este capítulo mostra exemplos de cálculos e aplicações de funções para números complexos.

Definições

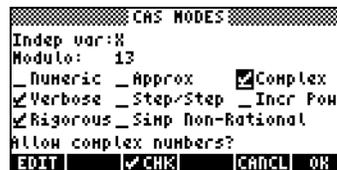
Um *número complexo* z é escrito como $z = x + iy$, (forma cartesiana) onde x e y são números reais e i é a *unidade imaginária* definida por $i^2 = -1$. O número tem uma *parte real*, $x = \text{Re}(z)$ e uma *parte imaginária*, $y = \text{Im}(z)$. A forma polar de um número complexo é $z = re^{i\theta} = r \cdot \cos\theta + i r \cdot \sin\theta$, onde $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ é o módulo do número complexo z e $\theta = \text{Arg}(z) = \arctan(y/x)$ é o *argumento* do número complexo z . O *conjugado complexo* de um número complexo $z = x + iy = re^{i\theta}$, é $\bar{z} = x - iy = re^{-i\theta}$. O *negativo* de z , $-z = -x - iy = -re^{i\theta}$, pode ser visto como a reflexão de z sobre a origem.

Configurando a calculadora para modo COMPLEX

Para trabalhar com números complexos, selecione o modo complexo de CAS:



O modo COMPLEX será selecionado se a tela CAS MODES mostrar a opção Complex marcada, ou seja,



Pressione **ON** duas vezes para retornar à pilha.

Inserindo números complexos

Os números complexos podem ser inseridos na calculadora em uma das duas representações cartesianas, a saber, $x+iy$ ou (x,y) . Os resultados na calculadora serão mostrados no formato par ordenado, ou seja (x,y) . Por exemplo, com a calculadora no modo ALG, o número complexo $(3.5,-1.2)$, é inserido como:

\leftarrow () \leftarrow 3 \cdot 5 \rightarrow , +/- 1 \cdot 2 \rightarrow ENTER

Um número complexo pode também ser inserido na forma $x+iy$. Por exemplo, no modo ALG, $3.5-1.2i$ é inserido como (aceita alteração de modo) :

3 \cdot 5 - 1 \cdot 2 \times \leftarrow i \rightarrow ENTER

No modo RPN, estes números serão inseridos pressionando-se as seguintes teclas:

\leftarrow () \leftarrow 3 \cdot 5 \rightarrow , 1 \cdot 2 +/- ENTER

(Observe que a tecla de alteração de sinal é inserida depois do número 1.2, na ordem oposta ao do exercício no modo ALG) e

' 3 \cdot 5 - 1 \cdot 2 \times \leftarrow i \rightarrow ENTER

(Observe que é necessário inserir um apóstrofo antes de digitar o número $3.5-1.2i$ no modo RPN).

Para inserir a unidade de número imaginário digite: \leftarrow i \rightarrow (a tecla I).

A representação polar de um número complexo

A representação polar do número complexo $3.5-1.2i$, inserida acima, é obtida alterando o sistema de coordenadas para cilíndrico ou polar (usando a função CYLIN). Você pode encontrar esta função no catálogo (\rightarrow CAT). Você também poderá alternar a coordenada para POLAR usando a tecla \rightarrow MODE. Alternando para coordenada polar com a medida angular em radianos, produz o resultado:

```

0:
1: (3.7,∠.330297354829)
EDIT VIEW STACK RCL PURGE/CLEAR

```

O resultado mostrado acima representa uma magnitude, 3.7, e um ângulo de 0.33029.... O símbolo do ângulo (\angle) é mostrado na frente da medida do ângulo.

Retorne para as coordenadas retangulares ou cartesianas usando a função RECT (disponível no catálogo, \rightarrow CAT). Um número complexo na representação polar é escrito como $z = r \cdot e^{i\theta}$. Você pode inserir este número complexo na calculadora usando um par ordenado da forma $(r, \angle\theta)$. O símbolo do ângulo (\angle) pode ser inserido como $\text{ALPHA} \rightarrow \text{6}$. Por exemplo, o número complexo $z = 5.2e^{1.5i}$, pode ser inserido conforme a seguir (as imagens mostram a pilha RPN antes e depois de inserir o número):

```

0:
1: (5.2,∠1.5)
EDIT VIEW STACK RCL PURGE/CLEAR

```

```

0:
1: (3.5,1.2)
2: (.367833448672,5.18)
EDIT VIEW STACK RCL PURGE/CLEAR

```

Dado que o sistema da calculadora é definido para retangular (ou cartesiano), a calculadora converte automaticamente o número inserido para coordenadas cartesianas, p. ex., $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, resultando, neste caso, em (0.3678..., 5.18...).

Por outro lado, se o sistema de coordenada for definido para coordenadas cilíndricas (use CYLIN), a inserção um número complexo (x,y) , onde x e y são números reais, produzirá uma representação polar. Por exemplo, nas coordenadas cilíndricas, insira o número (3.,2.). A figura abaixo mostra a pilha RPN, antes e depois de inserir este número:

```

0:
1: (3.,2.)
EDIT VIEW RCL STOP PURGE/CLEAR

```

```

0:
1: (3.60555127546,∠.58)
EDIT VIEW RCL STOP PURGE/CLEAR

```

Operações Simples com números complexos

Números complexos podem ser combinados usando as quatro operações fundamentais (+ - × ÷). O resultado segue as normas da álgebra com a ressalva de que $i^2 = -1$. As operações com números complexos são similares àquelas com números reais. Por exemplo, com a calculadora no modo ALG e o CAS configurado para *Complex*, tente as seguintes operações:

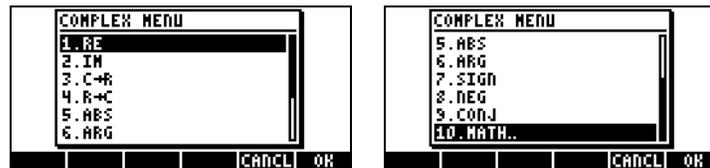
$$\begin{aligned}(3+5i) + (6-3i) &= (9, 2); \\ (5-2i) - (3+4i) &= (2, -6) \\ (3-i) \cdot (2-4i) &= (2, -14); \\ (5-2i)/(3+4i) &= (0.28, -1.04) \\ 1/(3+4i) &= (0.12, -0.16); \\ -(5-3i) &= -5 + 3i\end{aligned}$$

OS menus CMLPX

Existem dois menus CMLPX (números CoMPLeXos) disponíveis nesta calculadora. Um está disponível através do menu MTH (apresentado no Capítulo 3) e outro diretamente no teclado (\rightarrow CMLPX). Os dois menus CMLPX são apresentados a seguir.

Menu CMLPX através do menu MTH

Presumindo que o sinalizador do sistema 117 esteja configurado para **CHOOSE boxes** (consulte o capítulo 2), o submenu CMLPX dentro do menu MTH será acessado usando: \leftarrow MTH \rightarrow 9 \rightarrow \rightarrow . As funções disponíveis são as seguintes:



O primeiro menu (opções de 1 a 6) mostra as seguintes funções:

- RE(z) : Parte real de um número complexo
- IM(z) : Parte imaginária de um número complexo
- C→R(z) : Separa um número complexo em suas partes real e imaginária
- R→C(x,y) : Forma o número complexo (x,y) dos números reais x e y
- ABS(z) : Calcula a magnitude de um número complexo.
- ARG(z) : Calcula o argumento de um número complexo.
- SIGN(z) : Calcula um número complexo de magnitude unitária como $z/|z|$.
- NEG(z) : Altera o sinal de z
- CONJ(z) : Produz o conjugado complexo de z

Exemplos das aplicações destas funções são mostradas a seguir em coordenadas RECT. Lembre-se que, para o modo ALG, a função deve preceder o argumento, enquanto no modo RPN você insere o argumento primeiro e depois seleciona a função. Além disso, lembre-se de que você pode obter estas funções como símbolos do menu de tecla de funções alterando as configurações do sinalizador do sistema 117 (consulte o capítulo 2). **[Nota:** nem todas as linhas ficarão visíveis ao terminar os exercícios nas seguintes figuras.]

<pre> :RE(3.-2.i) :IM(3.-2.i) : C→R(3.+5.i) </pre>	<pre> (3. 5.) :R→C(5.,2.) (5.,2.) : 3.+5.i 5.83095189485 :ARG(3.+5.i) 1.03037682652 </pre>
3. -2. (3. 5.)	(3. 5.) (5.,2.) 5.83095189485 1.03037682652
RE IM C→R R→C ABS ARG	RE IM C→R R→C ABS ARG

```

1.03037682652
:SIGN(-2.+3.i)
(-.554700196225,.83205)
:-(-2.+3.i)
(2.,-3.)
:CONJ(-2.+3.i)
(-2.,-3.)

```

SIGN | NEG | CONJ | NTH

Menu CMLX no teclado

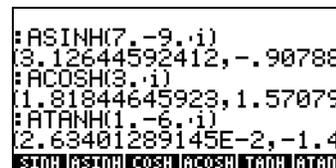
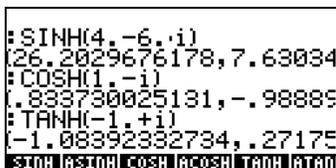
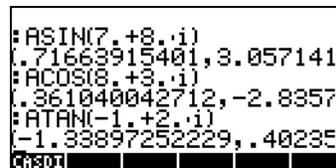
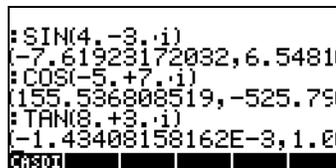
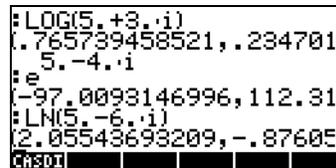
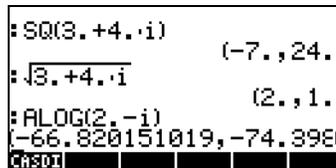
O segundo menu CMLX é acessível usando a tecla shift direita associada com a tecla \boxed{I} , p. ex., $\boxed{\rightarrow}$ CMLX. Com o sinalizador do sistema 117 configurado para CHOOSE boxes, o menu CMLX do teclado aparece como as telas a seguir:



O menu resultante inclui algumas das funções já introduzidas na seção anterior, a saber, ARG, ABS, CONJ, IM, NEG, RE e SIGN. Inclui também a função i que tem a mesma finalidade que a combinação de teclas \leftarrow i .

Funções aplicadas a números complexos

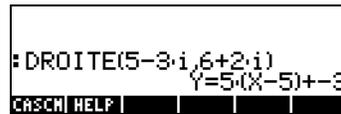
Muitas das funções baseadas no teclado e nas funções do menu MTH definidas no capítulo 3 para os números reais (p. ex.: SQ, LN, e^x , etc.), podem ser aplicadas aos números complexos. O resultado é outro número complexo, como ilustrado nos seguintes exemplos. [Nota: nem todas as linhas ficarão visíveis no visor de sua calculadora ao terminar os exercícios nas seguintes figuras].



Observação: Ao usar as funções trigonométricas e seus inversos com os números complexos os argumentos não são mais ângulos. Portanto, a medida angular selecionada para a calculadora não tem validade nestas funções com argumentos complexos.

Função DROITE: equação de uma linha reta

A função DROITE tem como argumento dois números complexos, digamos, x_1+iy_1 e x_2+iy_2 , e retorna a equação da linha reta, digamos, $y = a+bx$, que contém os pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) . Por exemplo, a linha entre os pontos $A(5, -3)$ e $B(6, 2)$ pode ser encontrada como segue (exemplo no modo Algébrico):



```
: DROITE(5-3i,6+2i)
Y=5*(X-5)+-3
CASCH HELP
```

A função DROITE é encontrada no catálogo de comandos (\square \rightarrow $\underline{\text{CAT}}$). Se a calculadora estiver em modo APPROX, o resultado será $Y = 5 \cdot (X-5) - 3$.

Referências

Informações adicionais sobre operações com números complexos podem ser obtidas no Capítulo 4 do guia do usuário da calculadora.

Capítulo 5

Operações algébricas e aritméticas

Um objeto algébrico é qualquer número, nome de variável ou expressão algébrica que possa sofrer operações, manipulações e combinações de acordo com as normas algébricas. Exemplos de objetos algébricos são descritos a seguir:

- Um número: 12.3, 15.2_m, 'π', 'e', 'i'
- Um nome de variável: 'a', 'ux', 'width', etc.
- Uma expressão: 'p*D^2/4', 'f*(L/D)*(V^2/(2*g))',
- Uma equação: 'p*V=n*R*T', 'Q=(Cu/n)*A(y)*R(y)^(2/3)*√So'

Inserindo objetos algébricos

Os objetos algébricos podem ser criados digitando-se o objeto entre aspas simples diretamente no nível 1 da pilha usando-se o Equation Writer [EQW]. Por exemplo, para inserir o objeto algébrico 'π*D^2/4' diretamente no nível 1 da pilha use:

Um objeto algébrico pode também ser construído no Equation Writer e depois enviado à pilha ou manipulado no próprio Equation Writer. A operação do Equation Writer foi descrita no capítulo 2. Como exercício, construa o seguinte objeto algébrico no Equation Writer:

$$f \cdot \left(\frac{L}{D}\right) \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g}$$

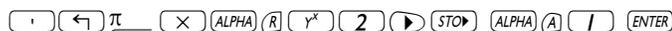
EDIT CURS BIG EVAL FACTO SIMP

Depois de construir o objeto, pressione $\overline{\text{ENTER}}$ para exibi-lo na pilha (modos ALG e RPN mostrados abaixo):



Operações simples com objetos algébricos

Os objetos algébricos podem ser adicionados, subtraídos, multiplicados e divididos (exceto por zero), elevados a uma potência e usados como argumentos por várias funções-padrão (exponencial, logarítmica, trigonométrica, hiperbólica, etc), como se fossem números reais ou complexos. Para demonstrar as operações básicas com os objetos algébricos, criaremos alguns objetos, digamos ' $\pi \cdot R^2$ ' e ' $g \cdot t^2 / 4$ ' que serão armazenados nas variáveis A1 e A2 (consulte o capítulo 2 para aprender como criar variáveis e armazenar valores nelas). Aqui estão as teclas para armazenar a variável A1 no modo ALG.



resultando em:



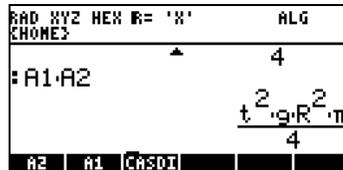
As teclas correspondentes ao modo RPN são:



Depois de armazenar a variável A2 e pressionar a tecla, a tela mostrará a variável como segue:



No modo ALG, as seguintes teclas mostrarão uma série de operações com os objetos algébricos contidos nas variáveis $\boxed{A1}$ e $\boxed{A2}$ (pressione \boxed{VAR} para recuperar o menu de variáveis):

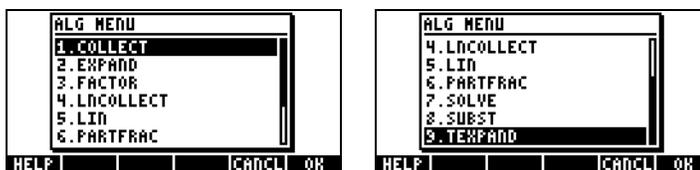


ENTER LN

ENTER e^x

Funções no menu ALG

O menu ALG (Algébrico) está disponível através da sequência de teclas \overline{ALG} (associadas com a tecla $\overline{4}$). Com o sinalizador do sistema 117 configurado para *CHOOSE boxes*, o menu ALG mostra as seguintes funções:



Em vez de listar a descrição de cada função neste Guia, o usuário está convidado a buscar a descrição usando a ajuda da calculadora: **TOOL** **NXT** **ENTER**. Para localizar uma função em particular, digite a primeira letra desta função. Por exemplo, para a função COLLECT digitamos \overline{ALPHA} \overline{C} , depois usamos as teclas com as setas para cima e para baixo, \uparrow \downarrow , para localizar COLLECT dentro da janela de ajuda.

Para concluir a operação pressione . Aqui está o visor de ajuda para a função COLLECT:

```
COLLECT:
Recursive factoriza-
tion of a polynomial
over integers
COLLECT(X^2-4)
          (X+2)*(X-2)
See: EXPAND FACTOR
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN
```

Observamos que, na parte inferior do visor, a linha *See: EXPAND FACTOR* sugere ligações com outras entradas de ajuda, as funções EXPAND e FACTOR. Para passar diretamente para estas entradas, pressione a tecla virtual para EXPAND e para FACTOR. Pressionando , por exemplo, mostra a seguinte informação para EXPAND, enquanto mostra a informação para FACTOR:

```

EXPAND:
Expands and simplifies
an algebraic expr.
EXPAND((X+2)*(X-2))
X^2-4
See: COLLECT SIMPLIFY
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN

```

```

FACTOR:
Factorizes an integer
or a polynomial
FACTOR(X^2-2)
(X+√2)(X-√2)
See: EXPAND COLLECT
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN

```

Copie os exemplos fornecidos na sua pilha pressionando **2ND**. Por exemplo, para a entrada EXPAND mostrada acima, pressione a tecla de função **2ND** para copiar o seguinte exemplo na pilha (pressione **ENTER** para executar o comando):

```

:HELP
:EXPAND((X+2)*(X-2))
X^2-4
CASCM HELP

```

```

:HELP
:FACTOR(X^2-2)
(X+√2)(X-√2)
CASCM HELP

```

Assim, deixamos para o usuário explorar as aplicações das funções no menu ALG. Esta é a lista de comandos:

```

ALG MENU
1. COLLECT
2. EXPAND
3. FACTOR
4. LNCOLLECT
5. LIN
6. PARTFRAC
HELP | | | CANCL OK

```

```

ALG MENU
4. LNCOLLECT
5. LIN
6. PARTFRAC
7. SOLVE
8. SUBST
9. TEXPAND
HELP | | | CANCL OK

```

Por exemplo, para a função SUBST, encontramos a seguinte CAS entrada da ajuda:

```

SUBST:
Substitutes a value
for a variable in an
expression
SUBST(A^2+1,A=2)
2^2+1
See:
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN

```

```

:HELP
:SUBST(A^2+1,A=2)
2^2+1
CASCM HELP

```

Observação: Lembre-se de que, para usar essas ou quaisquer outras funções no modo RPN, é necessário inserir o argumento primeiro e depois a função. Por exemplo, TEXPAND, no modo RPN será definido como:

\leftarrow e^x \leftarrow \leftarrow ALPHA \leftarrow X \leftarrow \leftarrow ALPHA \leftarrow Y \leftarrow ENTER

Nesta altura, seleccione a função TEXPAND do menu ALG (ou diretamente do catálogo \leftarrow CAT), para concluir a operação.

Operações com funções transcendentais

A calculadora oferece diversas funções que podem ser usadas para substituir as expressões contendo as funções logarítmicas e exponenciais (\leftarrow EXP&LN), como também as funções trigonométricas (\leftarrow TRIG).

Expansão e fatoração usando as funções log-exp

A seqüência de teclas \leftarrow EXP&LN produz o seguinte menu:



Informações e exemplos destes comandos estão disponíveis na ajuda da calculadora. Por exemplo, a descrição de EXPLN é mostrada no lado esquerdo e o exemplo da ajuda é mostrado a direita:

```

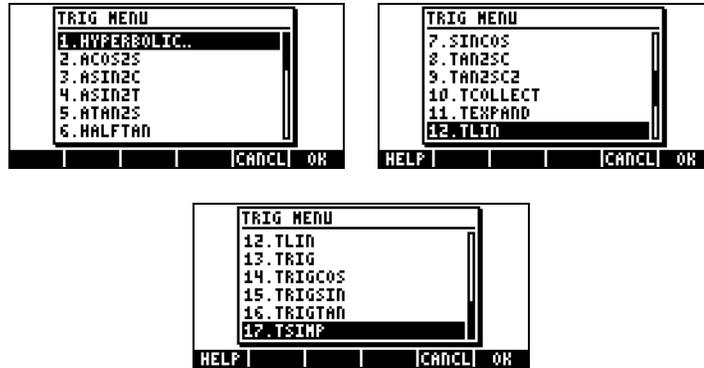
EXPLN:
Rewrites transcendent.
functions in terms of
EXP and LN
EXPLN(COS(X))
(EXP(i*X)+1/EXP(i*X))..
See: SIN COS EXP2HYP
EXIT ECHO SEE1 SEE2 SEE3 MAIN
  
```

```

BAD XYZ NEW C= 'X'      ALG
HOME:
* EXPLN(COS(X))
          eiX + 1
          -----
          eiX
          2
CASCH HELP
  
```

Expansão e fatoração usando as funções trigonométricas

O menu TRIG, acessado usando \leftarrow TRIG , mostra as seguintes funções:

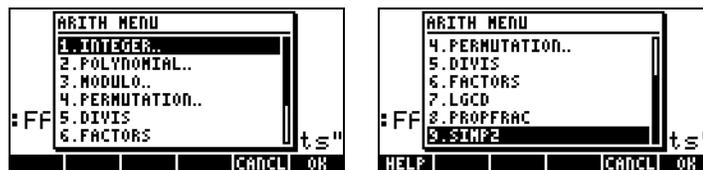


Estas funções permitem simplificar as expressões substituindo algumas categorias de funções trigonométricas por outras. Por exemplo, a função ACOS2S permite substituir a função *arccosine* ($\text{acos}(x)$) por sua expressão em termos de *arcsine* ($\text{asin}(x)$).

A descrição desses comandos e exemplos de suas aplicações estão disponíveis na ajuda da calculadora (TOOL NXT HELP). O usuário está convidado a explorar essa ajuda para encontrar as informações sobre os comandos do menu TRIG.

Funções no menu ARITHMETIC

O menu ARITHMETIC é iniciado através da combinação de teclas UNIT (associada à tecla I). Com o sinalizador do sistema 117 configurado para *CHOOSE boxes*, ARITH , o resultado é o seguinte menu:

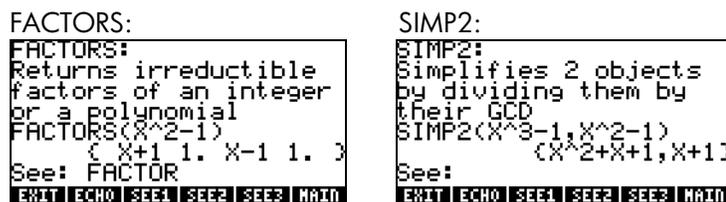


Desta lista de menu, as opções de 5 a 9 (*DIVIS*, *FACTORS*, *LGCD*, *PROPFRAC*, *SIMP2*) correspondem às funções comuns que se aplicam a números inteiros ou a polinômios. As opções restantes (*1. INTEGER*, *2.*

POLYNOMIAL, 3. *MODULO* e 4. *PERMUTATION*) são, na verdade, submenus de funções que se aplicam a objetos matemáticos específicos. Quando o sinalizador do sistema 117 for configurado para *SOFT menus*, o menu ARITHMETIC (\leftarrow ARITH) produzirá:



A seguir, apresentamos as entradas da ajuda para as funções FACTORS e SIMP2 no menu ARITHMETIC:



As funções associadas aos submenus ARITHMETIC: INTEGER, POLYNOMIAL, MODULO e PERMUTATION são apresentadas em detalhe no Capítulo 5 do guia do usuário da calculadora. As seções a seguir mostram algumas aplicações para polinômios e frações.

Polinômios

Polinômios são expressões algébricas que consistem em um ou mais termos contendo potências decrescentes de uma dada variável. Por exemplo, X^3+2X^2-3X+2 é um polinômio de terceira ordem em X , ao passo que $\text{SIN}(X)^2-2$ é um polinômio de segunda ordem em $\text{SIN}(X)$. As funções COLLECT e EXPAND podem ser usadas com polinômios, como anteriormente mostrado. Outras aplicações de funções polinomiais são apresentadas a seguir:

A função HORNER

A função HORNER (\leftarrow ARITH, POLYNOMIAL, HORNER) produz a divisão Horner ou divisão sintética de um polinômio $P(X)$ pelo fator $(X-a)$, ou seja, $\text{HORNER}(P(X),a) = \{Q(X), a, P(a)\}$, onde $P(X) = Q(X)(X-a)+P(a)$. Por exemplo,

$$\text{HORNER}(X^3+2X^2-3X+1,2) = \{X^2+4X+5 \quad 2 \quad 11\}$$

ou seja, $X^3+2X^2-3X+1 = (X^2+4X+5)(X-2)+11$. Também,

$$\text{HORNER}(X^6-1,-5)=$$

$$\{X^5-5X^4+25X^3-125X^2+625X-3125 \quad -5 \quad 15624\}$$

ou seja, $X^6-1 = (X^5-5X^4+25X^3-125X^2+625X-3125)(X+5)+15624$.

A variável VX

A maior parte dos exemplos com polinômios acima foi escrita usando a variável X . Isto porque uma variável chamada VX existe no diretório da calculadora {HOME CASDIR} que aceita, como padrão, o valor de ' X '. Este é o nome da variável independente para as aplicações algébricas e de cálculo. Evite usar a variável VX nos seus programas ou equações, para não ficar confuso com a VX do CAS'. Para obter informações adicionais sobre a variável do CAS, consulte o Apêndice C no guia do usuário da calculadora.

A função PCOEF

Dado um conjunto que contém as raízes de um polinômio, a função PCOEF gera uma série de combinações contendo os coeficientes do polinômio correspondente. Os coeficientes correspondem a ordem decrescente da variável independente. Por exemplo:

$$\text{PCOEF}([-2, -1, 0, 1, 1, 2]) = [1. -1. -5. 5. 4. -4. 0.],$$

que representa o polinômio $X^6-X^5-5X^4+5X^3+4X^2-4X$.

A função PROOT

Dada uma série contendo os coeficientes de um polinômio, na ordem decrescente, a função PROOT fornece as raízes do polinômio. Exemplo, para $X^2+5X+6=0$, $\text{PROOT}([1,-5,6]) = [2. 3.]$.

As funções QUOT e REMAINDER

As funções QUOT e REMAINDER fornecem, respectivamente, o coeficiente $Q(X)$ e o resto $R(X)$, resultantes da divisão de dois polinômios, $P_1(X)$ e $P_2(X)$. Em outras palavras, eles fornecem os valores de $Q(X)$ e $R(X)$ de $P_1(X)/P_2(X) = Q(X) + R(X)/P_2(X)$. Por exemplo:

$$\begin{aligned}\text{QUOT}('X^3-2X+2', 'X-1') &= 'X^2+X-1' \\ \text{REMAINDER}('X^3-2X+2', 'X-1') &= 1.\end{aligned}$$

Assim podemos escrever: $(X^3-2X+2)/(X-1) = X^2+X-1 + 1/(X-1)$.

Observação: você poderia obter o último resultado usando PARTFRAC:
 $\text{PARTFRAC}('X^3-2X+2)/(X-1') = 'X^2+X-1 + 1/(X-1)'$.

A função PEVAL

A função PEVAL (Polynomial EVALuation) pode ser usada para solucionar um polinômio

$$p(x) = a_n \cdot x^n + a_{n-1} \cdot x^{n-1} + \dots + a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$$

dado um conjunto de coeficientes $[a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0]$ e um valor de x_0 . O resultado é a solução $p(x_0)$. A função PEVAL não está disponível no menu ARITHMETIC, em seu lugar use o Menu CALC/DERIV&INTEG. Exemplo: $\text{PEVAL}([1,5,6,1],5) = 281$.

Informações adicionais sobre aplicações das funções polinomiais são apresentadas no Capítulo 5 do guia do usuário da calculadora.

Frações

As frações podem ser expandidas e fatoradas usando-se as funções EXPAND e FACTOR, do menu ALG ([F7] [ALG]). Por exemplo:

EXPAND(' (1+X)^3/((X-1)(X+3))') = '(X^3+3*X^2+3*X+1)/(X^2+2*X-3)'
 EXPAND('(X^2*(X+Y)/(2*X-X^2)^2') = '(X+Y)/(X^2-4*X+4)'

FACTOR('(3*X^3-2*X^2)/(X^2-5*X+6)') = 'X^2*(3*X-2)/((X-2)*(X-3))'
 FACTOR('(X^3-9*X)/(X^2-5*X+6)') = 'X*(X+3)/(X-2)'

A função SIMP2

A função SIMP2 no menu ARITHMETIC considera como argumentos dois números ou polinômios, representando o numerador e o denominador de uma fração racional, e retorna o numerador e o denominador simplificados. Por exemplo:

$$\text{SIMP2}('X^3-1', 'X^2-4*X+3') = \{ 'X^2+X+1', 'X-3' \}$$

A função PROPFRAC

A função PROPFRAC converte uma fração racional em uma fração "própria", ou seja, uma parte inteira adicionada a uma parte fracionária, se tal decomposição for possível. Por exemplo:

$$\text{PROPFRAC}('5/4') = '1+1/4'$$

$$\text{PROPFRAC}('(x^2+1)/x^2') = '1+1/x^2'$$

A função PARTFRAC

A função PARTFRAC decompõe uma fração racional nas frações parciais que produzem a fração original. Por exemplo:

$$\text{PARTFRAC}('(2*X^6-14*X^5+29*X^4-37*X^3+41*X^2-16*X+5)/(X^5-7*X^4+11*X^3-7*X^2+10*X)') =$$

$$'2*X+(1/2/(X-2)+5/(X-5)+1/2/X+X/(X^2+1))'$$

A função FCOEF

A função FCOEF, disponível através do menu ARITHMETIC/POLYNOMIAL, é usada para obter uma fração racional, dadas as raízes e pólos da fração.

Observação: Se a fração racional for dada como $F(X) = N(X)/D(X)$, as raízes da fração resultam da solução da equação $N(X) = 0$, enquanto os pólos resultam da solução da equação $D(X) = 0$.

A entrada para a função é um vetor que lista as raízes seguidas pela multiplicidade (ou seja, quantas vezes uma dada raiz é repetida) e os pólos seguidos pela multiplicidade representados por um número negativo. Por exemplo, se quisermos criar uma fração tendo raízes: 2 com multiplicidade 1, 0 com multiplicidade de 3 e -5 com a multiplicidade 2 e pólos: 1 com multiplicidade 2 e -3 com multiplicidade 5, use:

$$\text{FCOEF}([2, 1, 0, 3, -5, 2, 1, -2, -3, -5]) = '(X-5)^2 * X^3 * (X-2) / (X-3)^5 * (X-1)^2'$$

Se você pressionar EVAL \leftarrow ANS (ou, simplesmente EVAL no modo RPN) você irá obter:

$$'(X^6 + 8 * X^5 + 5 * X^4 - 50 * X^3) / (X^7 + 13 * X^6 + 61 * X^5 + 105 * X^4 - 45 * X^3 - 297 * X^2 - 81 * X + 243)'$$

A função FROOTS

A função FROOTS, do menu ARITHMETIC/POLYNOMIAL, obtém as raízes e pólos de uma fração. Como exemplo, ao aplicar a função FROOTS ao resultado produzido acima, obteremos: [1 -2. -3 -5. 0 3. 2 1. -5 2.]. O resultado mostra os pólos seguidos de sua multiplicidade como um número negativo e as raízes seguidas de sua multiplicidade como um número positivo. Neste caso, os pólos são (1, -3) com multiplicidades (2, 5) respectivamente e as raízes são (0, 2, -5) com multiplicidades (3, 1, 2), respectivamente.

Outro exemplo é: $\text{FROOTS}('(X^2-5*X+6)/(X^5-X^2)') = [0 -2. 1 -1. 3 1. 2 1.]$, ou seja, pólos = 0 (2), 1(1) e raízes = 3(1), 2(1). Se tivesse sido selecionado o modo Complex, então os resultados seriam:

[0 -2. 1 -1. '-(1+i*√3)/2' -1. '-(1-i*√3)/2' -1.]

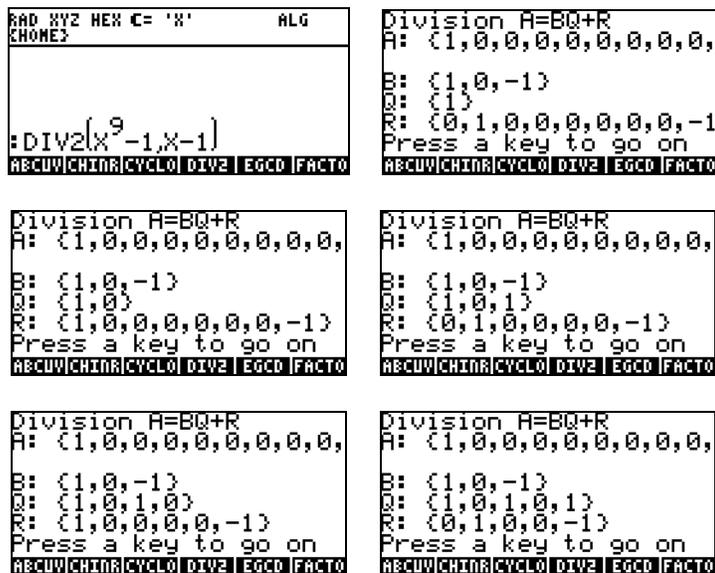
Operações passo a passo com polinômios e frações

Ao configurar os modos CAS para Step/step a calculadora mostrará as simplificações de frações ou operações com polinômios da forma passo a passo. Isso é muito útil para visualizar os passos de uma divisão sintética. O exemplo da divisão

$$\frac{X^3 - 5X^2 + 3X - 2}{X - 2}$$

é mostrado em detalhe no Apêndice C do guia do usuário da calculadora. O seguinte exemplo mostra uma divisão sintética mais longa (DIV2 está disponível no menu ARITH/POLYNOMIAL):

$$\frac{X^9 - 1}{X^2 - 1}$$



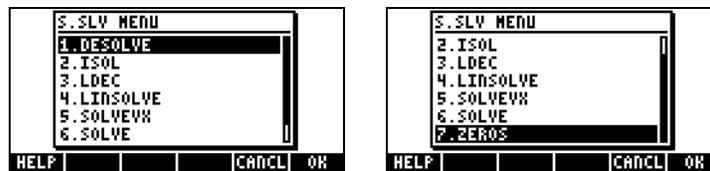
Capítulo 6

Solucionando equações

Associados à tecla $\boxed{7}$ existem dois menus de funções de solução de equações, o Symbolic SolVer ($\boxed{\leftarrow} S.SLV$) para soluções simbólicas e o NUMerical SolVer ($\boxed{\rightarrow} NUM.SLV$) para soluções numéricas. A seguir, apresentamos algumas das funções contidas nesses menus.

Solução simbólica de equações algébricas

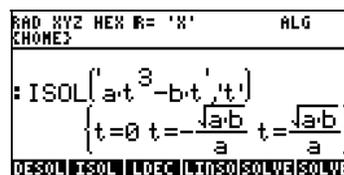
Aqui descrevemos algumas das funções do menu Symbolic Solver. Ative o menu usando a combinação de teclas $\boxed{\leftarrow} S.SLV$. Com o sinalizador do sistema 117 configurado para *CHOOSE* boxes, a seguinte lista será apresentada:



As funções ISOL e SOLVE podem ser usadas para encontrar qualquer incógnita em uma equação polinomial. A função SOLVEVX resolve equações polinomiais onde a incógnita é o VX da variável CAS default (tipicamente configurado para 'X'). Finalmente, a função ZEROS fornece os zeros, ou raízes, de um polinômio.

Função ISOL:

A função ISOL(Equação, variável) encontrará a(s) solução(ões) para Equação isolando uma variável. Por exemplo, com a calculadora configurada no modo ALG, para isolar t na equação $at^3 - bt = 0$, podemos usar o seguinte:



Ao usar o modo RPN, a solução é conseguida inserindo-se a equação na pilha, seguida da variável, antes de inserir a função ISOL. Logo antes da execução da função ISOL, a pilha RPN deve ser similar à figura da esquerda. Depois de aplicar ISOL, o resultado é mostrado na figura da direita:



O primeiro argumento da função ISOL pode ser uma expressão, conforme mostrado acima, ou uma equação. Por exemplo, no modo ALG, tente:



Observação: Para digitar o sinal de igual (=) na equação, use $\left(\rightarrow\right) \underline{=}$ (associado à tecla $\left(+/-\right)$).

O mesmo problema pode ser resolvido no modo RPN, conforme ilustrado abaixo (as figuras mostram a pilha RPN antes e depois da aplicação da função ISOL):



Função SOLVE

A função SOLVE usa a mesma sintaxe da função ISOL, exceto que SOLVE também pode ser usada para resolver um conjunto de equações polinomiais. O recurso auxiliar de inserção da função SOLVE, com a solução para a equação $X^4 - 1 = 3$, é mostrado a seguir:

```

SOLVE:
Solves a (or a set of)
polynomial equation
SOLVE(X^4-1=3,X)
      (X=√2 X=-√2)
See: LINSOLVE SOLVEVX
EXIT ECHO SEEL SEER SEER MAIN

```

Os seguintes exemplos mostram o uso da função SOLVE nos modos ALG e RPN (Use o modo Complex no CAS). [Nota: nem todas as linhas ficarão visíveis ao terminar os exercícios nas seguintes figuras.]

```

: SOLVE(β^4-5β=125,β)
: SOLVE(β^4-5β=6,β)
β=-1 β=2 β=-1+i√11 β=-1-i√11
+SKIP+SKIP+DEL DEL+DEL L INS

```

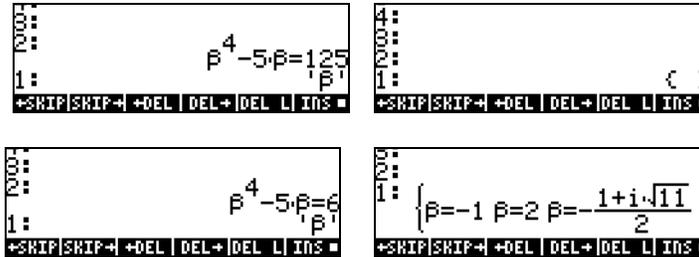
A tela mostrada acima exibe duas soluções. Na primeira, $\beta^4 - 5\beta = 125$, SOLVE não encontra uma solução { }. Na segunda, $\beta^4 - 5\beta = 6$, SOLVE encontra quatro soluções, mostradas na última linha de resultado. A última solução não é visível porque o resultado ocupa mais caracteres do que a largura do visor da calculadora. Entretanto, você poderá visualizar todas as soluções usando a seta para baixo (\blacktriangledown), que ativa o editor de linha (esta operação pode ser usada para acessar qualquer linha de resultado mais larga do que o visor da calculadora):

```

: SOLVE(β^4-5β=6,β)
β=-1 β=2 β=-1+i√11 β=-1-i√11
(β=-1,β=2,β=-((1+i*√11)/2),β=-((1-i*√11)/2))
+SKIP+SKIP+DEL DEL+DEL L INS

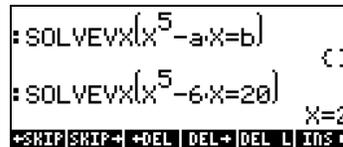
```

As telas RPN correspondentes a esses dois exemplos, antes e depois da aplicação da função SOLVE, são mostradas a seguir:



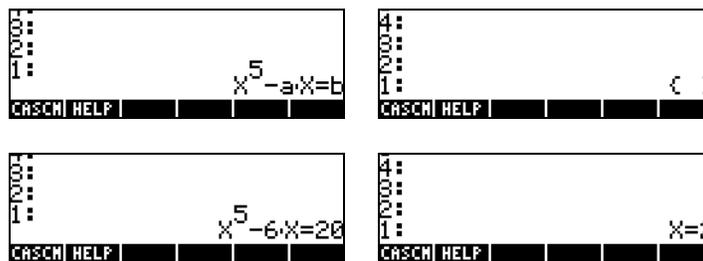
Função SOLVEVX

A função SOLVEVX resolve uma equação utilizando a variável CAS default indicada pela variável reservada VX. Por definição, esta variável está configurada para 'X'. Exemplos, usando o modo ALG com VX = 'X', são mostrados abaixo:



No primeiro caso SOLVEVX não encontrou soluções. No segundo, SOLVEVX encontrou somente uma solução, $X = 2$.

As seguintes telas mostram a pilha RPN para resolver os dois exemplos mostrados acima (antes e depois da aplicação de SOLVEVX):



Função ZEROS

A função ZEROS encontra as soluções de uma equação polinomial, sem mostrar suas multiplicidades. A função requer como entrada a expressão da equação e o nome da variável a ser isolada. Exemplos no modo ALG são mostrados a seguir:

$\text{ZEROS}(k^5 - k^2, k)$ $\left\{ 0 \ 1 \ \frac{-1+i\sqrt{3}}{2} \ \frac{-1-i\sqrt{3}}{2} \right\}$	$\text{ZEROS}(m^5 = 32, m)$ $\left\{ \frac{2 \cdot i \cdot \pi}{5} \ \frac{4 \cdot i \cdot \pi}{5} \ \frac{6 \cdot i \cdot \pi}{5} \right\}$ $\left\{ 2 \cdot e^{\frac{2 \cdot i \cdot \pi}{5}} \ 2 \cdot e^{\frac{4 \cdot i \cdot \pi}{5}} \ 2 \cdot e^{\frac{6 \cdot i \cdot \pi}{5}} \right\}$
---	---

Para usar a função ZEROS no modo RPN, entre primeiro com a expressão polinomial, depois com a variável a ser isolada e então com a função ZEROS. As seguintes telas mostram a pilha RPN antes e depois da aplicação da função ZEROS para os dois exemplos acima (Use o modo Complex no CAS):

$k^5 - k^2$	$\left\{ 0 \ 1 \ \frac{-1+i\sqrt{3}}{2} \ \frac{-1-i\sqrt{3}}{2} \right\}$
k	$\left\{ \frac{2 \cdot i \cdot \pi}{5} \ \frac{4 \cdot i \cdot \pi}{5} \ \frac{6 \cdot i \cdot \pi}{5} \right\}$
$m^5 = 32$	$\left\{ 2 \cdot e^{\frac{2 \cdot i \cdot \pi}{5}} \ 2 \cdot e^{\frac{4 \cdot i \cdot \pi}{5}} \ 2 \cdot e^{\frac{6 \cdot i \cdot \pi}{5}} \right\}$
m	

As funções do Symbolic Solver apresentadas até aqui produzem soluções para as equações racionais (principalmente, equações polinomiais). Se a equação a ser resolvida tiver todos os coeficientes numéricos, uma solução numérica é possível utilizando os recursos do Numerical Solver da calculadora.

Menu Numerical Solver

A calculadora oferece um ambiente muito poderoso para a solução de equações algébricas ou transcendentais. Para acessar este ambiente iniciamos

o solucionador numérico (NUM.SLV) usando a combinação de teclas \rightarrow NUM.SLV . Será apresentado um menu suspenso com as seguintes opções:



A seguir, descrevemos as aplicações dos itens: 3. *Solve poly.*, 5. *Solve finance*, e 1. *Solve equation*, nesta ordem. O Apêndice 1-A, no Guia do Usuário, contém as instruções sobre como usar as telas de entrada com exemplos para as aplicações do solucionador numérico. O item 6. *MSLV* (Multiple equation SolVer -Solucionador de múltiplas equações) será apresentado mais adiante Página 6-10.

Observações:

1. Sempre que for possível encontrar um valor nas aplicações do NUM.SLV, o valor encontrado será colocado na pilha. Isto é útil nos casos em que se desejam este valor disponível para outras operações.
2. Uma ou mais variáveis serão criadas a cada vez que alguns dos aplicativos do menu NUM.SLV forem ativados.

Equações polinomiais

Ao usar a opção *Resolver poly...* no ambiente *SOLVE* da calculadora você poderá:

- (1) encontrar as soluções para uma equação polinomial.
- (2) obter os coeficientes do polinômio conhecendo suas raízes e
- (3) obter a expressão algébrica de um polinômio como uma função de X.

Encontrando as soluções de uma equação polinomial

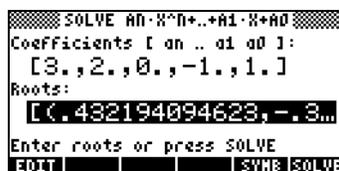
Uma equação polinomial é uma equação da forma: $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$. Por exemplo, para resolver a equação: $3s^4 + 2s^3 - s + 1 = 0$.

Queremos colocar os coeficientes da equação num vetor: [3,2,0,-1,1]. Para resolver esta equação polinomial usando a calculadora, tente o seguinte:

Selecione Solve poly...
Insira o vetor dos coeficientes

Resolva a equação

O visor mostrará a seguinte solução :



Pressione **ENTER** para retornar à pilha. A pilha mostrará os seguintes resultados no modo ALG (o mesmo resultado será mostrado no modo RPN):



Todas as soluções são números complexos: (0.432,-0.389), (0.432,0.389), (-0.766, 0.632), (-0.766, -0.632).

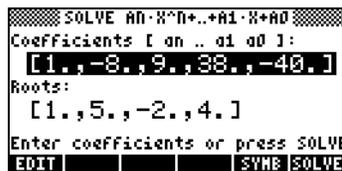
Gerando os coeficientes de um polinômio dadas suas raízes

Suponha que se deseje gerar o polinômio cujas raízes são os números [1, 5, -2, 4]. Para usar a calculadora com este objetivo, siga estas etapas:

Selecione Solve poly...
Insira o vetor de raízes

Resolva os coeficientes

Pressione **ENTER** para retornar à pilha, os coeficientes serão mostrados na pilha.

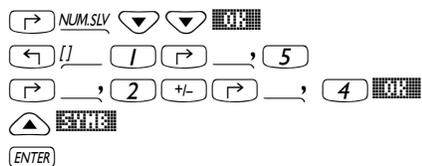


Pressione **▽** para ativar o editor de linha e visualizar todos os coeficientes.

Gerando a expressão algébrica de um polinômio

Você poderá usar a calculadora para gerar a expressão algébrica de um polinômio, dados seus coeficientes ou suas raízes. A expressão resultante será apresentada nos termos da variável CAS default X.

Para gerar a expressão algébrica usando os coeficientes, tente o seguinte exemplo. Presuma que os coeficientes do polinômio sejam [1,5,-2,4]. Use a seguinte seqüência de teclas:



Selecione Solve poly...

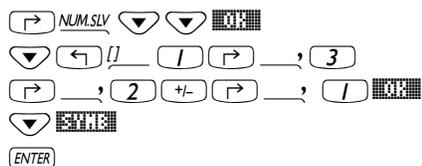
Insira o vetor de coeficientes

Gere a expressão simbólica

Retorne à pilha

A expressão gerada dessa forma é mostrada na pilha como: 'X^3+5*X^2+2*X+4'.

Para gerar a expressão algébrica usando as raízes, tente o seguinte exemplo. Suponha que as raízes do polinômio sejam [1,3,-2,1]. Use as seguintes teclas:



Selecione Solve poly...

Insira o vetor das raízes

Gere a expressão simbólica

Retorne à pilha

A expressão gerada dessa forma é mostrada na pilha como:

$$'(X-1)*(X-3)*(X+2)*(X-1)'$$

Para expandir os produtos, você poderá usar o comando EXPAND.

A expressão resultante é: ' $X^4+3*X^3+ -3*X^2+11*X-6$ '.

Cálculos financeiros

Os cálculos do item 5. *Resolver finanças..* no menu do Numerical Solver (NUM.SLV) são usados para cálculos de valorização do dinheiro, , os quais são de interesse para as disciplinas de engenharia econômica. e outras aplicações financeiras. Este aplicativo também pode ser iniciado usando-se a combinação de teclas \leftarrow FINANCE (associada à tecla \leftarrow 9). Explicações detalhadas sobre esses tipos de cálculos são apresentadas no Capítulo 6 do guia do usuário.

Resolvendo equações de uma incógnita usando o NUM.SLV

No menu NUM.SLV da calculadora encontramos o item 1. *Solve equation..* que resolve diferentes tipos de equações de uma variável, incluindo as equações algébricas não-lineares e equações transcendentais. Por exemplo, para resolver a equação: $e^x \cdot \sin(\pi x/3) = 0$.

Insira a expressão como um objeto algébrico e armazene-a na variável EQ. A sequência de teclas necessária no modo ALG é a seguinte:



Função STEQ

A função STEQ armazena seu argumento na variável EQ, por exemplo, no modo ALG:

No modo RPN, insira a equação entre apóstrofos e ative o comando STEQ. Dessa forma, a função STEQ pode ser usada como um atalho para armazenar uma expressão na variável EQ.

Pressione **VAR** para visualizar a nova variável EQ criada:

Ative o ambiente SOLVE e selecione *Solve equation...*, usando:

NUM.SLV . A seguinte tela será exibida:

A equação que foi armazenada na variável EQ já está carregada no campo Eq da tela de entrada SOLVE EQUATION. Além disso, um campo com o nome x é apresentado. Para resolver a equação basta realçar o campo na frente de X: usando e pressionando . A solução mostrada é X: 4.5006E-2:

```

SOLVE EQUATION:
Eq: EXP(x)-SIN(π*x/3)=0
x: 4.50061385902E-2
Enter value or press SOLVE
EXIT | VARS | INFO | SOLVE

```

Entretanto, essa não é a única solução possível para a equação. Para obter uma solução negativa, por exemplo, insira um número negativo no campo X: antes de resolver a equação. Tente $\boxed{3} \boxed{+/-} \boxed{0} \boxed{.} \boxed{3} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{\downarrow} \boxed{SOLVE}$. A solução agora é X: -3.045.

Solucionando equações simultâneas com MSLV

A função MSLV está disponível no menu $\boxed{\rightarrow} \boxed{NUM.SLV}$. O recurso auxiliar de inserção para a função MSLV é mostrado a seguir:

```

MSLV:
Non-polynomial multi-
variate solver
MSLV('[SIN(X)+Y,X+SIN(
Y)=1]', '[X,Y]', [0,0])
[1.82384112611' -.9681...
See: SOLVE
EXIT | ECHO | SEE1 | SEE2 | SEE3 | MAIN

```

Observe que a função MSLV exige três argumentos:

1. Um vetor contendo as equações, ou seja, '[SIN(X)+Y,X+SIN(Y)=1]'
2. Um vetor contendo as variáveis a serem encontradas, ou seja, '[X,Y]'
3. Um vetor contendo os valores iniciais para a solução. Neste exemplo utilizaremos zero como valor inicial de X e de Y.

No modo ALG, pressione $\boxed{0} \boxed{0} \boxed{0} \boxed{0}$ para copiar o exemplo para a pilha e pressione \boxed{ENTER} para executar o exemplo. Para ver todos os elementos da solução, você precisa ativar o editor de linha pressionando a tecla com a seta para baixo ($\boxed{\downarrow}$):

```

RAD BYZ HEX R~ 'H'      ALG
CHOME>
MSLV([SIN(X)+Y X+SIN(Y)=1] [X Y]
[SIN(X)+Y X+SIN(Y)=1] [X Y]
[SIN(X)+Y X+SIN(Y)=1]
[X, Y]
[1.82384112611, -.9681...
+SKIP+DEL+DEL+DEL+INS+

```

No modo RPN, a solução para este exemplo é encontrada usando-se:

```

4:
MATH: [SIN(X)+Y X+SIN(Y)=1.]
: [X Y]
1: [0. 0.]
CASCM HELP

```

Ao ativar a função MSLV a seguinte tela será exibida.

```

4:
MATH: [SIN(X)+Y X+SIN(Y)=1.]
: [X Y]
1: [1.82384112611 -.9681]
CASCM HELP

```

Você deve ter observado que, enquanto uma solução é calculada, informações intermediárias são mostradas no canto superior esquerdo do visor. Já que a solução fornecida por MSLV é numérica, a informação no canto superior esquerdo mostra os resultados do processo iterativo usado para obtê-la. A solução final é $X = 1.8238$, $Y = -0.9681$.

Referências

Informações adicionais sobre solução de equações simples e múltiplas podem ser obtidas nos capítulos 6 e 7 do guia do usuário .

Capítulo 7

Operações com listas

As listas são um tipo de objeto da calculadora que podem ser úteis para o processamento de dados. Este capítulo apresenta exemplos de operações com essas listas. Para iniciarmos com estes exemplos, utilizaremos o modo Approximate (consulte o Capítulo 1).

Criando e armazenando listas

Para criar uma lista no modo ALG, insira primeiramente as chaves $\leftarrow \{ \}$, depois insira os elementos da lista, separando-os com vírgulas ($\rightarrow _ ,$). Use a seqüência de teclas a seguir para inserir a lista {1.,2.,3.,4.} e armazená-la na variável L1.

$\leftarrow \{ \}$ $/ \cdot$ $\rightarrow _ ,$ $2 \cdot$ $\rightarrow _ ,$ $3 \cdot$ $\rightarrow _ ,$ $4 \cdot$
 \rightarrow STO ALPHA $L1$ $/$ ENTER

Para inserir a mesma lista no modo RPN, use a seguinte seqüência de teclas:

$\leftarrow \{ \}$ $/ \cdot$ SPC $2 \cdot$ SPC $3 \cdot$ SPC $4 \cdot$ ENTER
 \rightarrow ALPHA $L1$ $/$ ENTER STO

Operações com listas numéricas

Para demonstrar as operações com listas numéricas, insira e armazene as seguintes listas nas variáveis correspondentes.

$L2 = \{-3.,2.,1.,5.\}$ $L3 = \{-6.,5.,3.,1.,0.,3.,-4.\}$ $L4 = \{3.,-2.,1.,5.,3.,2.,1.\}$

Alterando os sinais

A tecla de alteração de sinal (\pm), quando aplicada a uma lista numérica, altera o sinal de todos os elementos na lista. Por exemplo:

```
┌ L1          (1. 2. 3. 4.)
└ -L1        (-1. -2. -3. -4.)
┌ L4 | L3 | L2 | L1 | (ASD)
└──────────────────────────
```

Adição, subtração, multiplicação e divisão

A multiplicação e a divisão de uma lista por um único número é distribuída através da lista, por exemplo:

```

:-5.L2
  (15. -10. -5. -25.)
: L1
: 5.
  (.2.4.6.8)
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN MES1
  
```

A subtração de um único número de uma lista subtrairá este mesmo número de cada elemento da lista, por exemplo:

```

:L2
  (-3. 2. 1. 5.)
:L2-10.
  (-13. -8. -9. -5.)
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN MES1
  
```

A adição de um único número a uma lista produz uma lista acrescida deste número como um novo elemento, e não a adição deste número a cada elemento da lista. Por exemplo:

```

:L1
  (1. 2. 3. 4.)
:L1+6.
  (1. 2. 3. 4. 6.)
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN MES1
  
```

A subtração, multiplicação e a divisão de listas numéricas de mesmo tamanho, produz uma nova lista de tamanho idêntico, com operações termo a termo. Exemplos:

```

:L1-L2
  (4. 0. 2. -1.)
:L1.L2
  (-3. 4. 3. 20.)
L2 | L3 | L4 | L1 | TRIAN MES1

:L1.L2
  (4. 0. 2. -1.)
:L1
  (-3. 4. 3. 20.)
:L2
  (-.3333333333333333 1. 3. .)
L2 | L3 | L4 | L1 | TRIAN MES1
  
```

A divisão L4/L3 produzirá uma entrada infinita pois um dos elementos de L3 é zero. Uma mensagem de erro será exibida.

Observação: Se inserirmos os elementos nas listas L4 e L3 como números inteiros, o símbolo de infinito será mostrado sempre que ocorrer uma divisão por zero. Para produzir o resultado a seguir, é necessário inserir novamente nas listas números inteiros (remover os pontos decimais) usando o modo Exact:

```

: L4
: L3
{ -1 -2 1 5 * 2 -1 }
{ 2 5 3 5 }
L2 | L3 | L4 | L1 | TRIAN MES1

```

Se as listas envolvidas na operação tiverem tamanhos diferentes, uma mensagem de erro (Invalid Dimensions – Dimensões inválidas) será exibida. Tente, por exemplo L1-L4.

O sinal de mais (+), quando aplicado a listas, age como um operador de concatenação (*concatenation*), unindo as duas listas, em vez de adicioná-las termo a termo. Por exemplo:

```

: L1+L2
{ 1. 2. 3. 4. -3. 2. 1. 5. }
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN MES1

```

Para adicionarmos duas listas do mesmo tamanho termo a termo, utilizamos o operador ADD. Esse operador pode ser localizado através do catálogo de funções (→ CAT). A tela abaixo mostra a utilização de ADD para adicionar as listas L1 e L2, termo a termo:

```

: L1 ADD L2
{ -2. 4. 4. 9. }
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN MES1

```

Funções aplicadas a listas

As funções de números reais no teclado (ABS, e^x , LN, 10^x , LOG, SIN, x^2 , $\sqrt{\quad}$, COS, TAN, ASIN, ACOS, ATAN, y^x), como também no menu

MTH/HYPERBOLIC (SINH, COSH, TANH, ASINH, ACOSH, ATANH) e no menu MTH/REAL (% , etc.) podem ser aplicadas as listas, por exemplo

ABS

```

(-3. 2. 1. 5.)
:IL2|
(3. 2. 1. 5.)
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN | MES1
```

INVERSO (1/x)

```

:INV(L1)
(1. .5.3333333333333333.2)
L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN | MES1
```

Listas de números complexos

Você pode criar uma lista de número complexos, digamos, $L5 = L1 \text{ ADD } i * L2$ (digite a instrução conforme indicado anteriormente), como segue:

```

:L1 i L2 ADD *
(1.+i-3. 2.+i2. 3.+i 4.)
:ANS(1) L5
(1.+i-3. 2.+i2. 3.+i 4.)
L5 | L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN
```

Funções como LN, EXP, SQ, etc. também podem ser aplicadas a uma lista de números complexos, por exemplo

```

:SQ(L5)
(SQ(1.+i-3.) SQ(2.+i2.))
:JL5
(1.44261527445, -1.039)
L5 | L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN
```

```

:L5
(e 1.+i-3. e 2.+i2. e 3.+i)
:LN(L5)
(LN(1.+i-3.) LN(2.+i2.))
L5 | L4 | L3 | L2 | L1 | TRIAN
```

Listas de objetos algébricos

A seguir são apresentados exemplos de listas de objetos algébricos com a função SIN aplicadas a elas (selecionar o modo Exact para esses exemplos – Consulte o Capítulo 1):

$$= \left\{ \begin{matrix} 'f' & 'α-β' & '(x-y)^2' \\ \frac{f}{2} & α-β & \frac{(x-y)^2}{4} \end{matrix} \right\}$$

$$= \text{SIN}(\text{ANS}(1)) \left\{ \begin{matrix} \frac{f}{2} & α-β & \frac{(x-y)^2}{4} \\ \text{SIN}\left(\frac{f}{2}\right) & \text{SIN}(α-β) & \text{SIN}\left(\frac{(x-y)^2}{4}\right) \end{matrix} \right\}$$

O menu MTH/LIST

O menu MTH fornece várias funções exclusivas para listas. Com o sinalizador do sistema 117 configurado para *CHOOSE boxes*, MTH/LIST o menu apresentará as seguintes funções:



Com o sinalizador do sistema 117 configurado para *SOFT menus*, MTH/LIST o menu apresentará as seguintes funções:



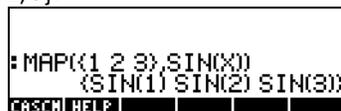
As funções associadas ao menu MTH/LIST são descritas a seguir:

- ΔLIST : Calcula o incremento entre os elementos consecutivos da lista
- ΣLIST : Calcula o somatório dos elementos da lista
- ΠLIST : Calcula o produto dos elementos da lista
- SORT : Classifica os elementos em ordem crescente
- REVLIST : Reverte a ordem da lista
- ADD : Operador para adição termo a termo de duas listas do mesmo tamanho (exemplos desse operador foram mostrados acima).

A função MAP

A função MAP, disponível através do catálogo de comandos ( _CAT), recebe como argumentos uma lista de números e uma função f(X), obtém uma lista com os resultados da aplicação da função f ou do programa à lista de números. Por exemplo, a seguinte chamada da função MAP, aplica a função SIN(X) à lista {1,2,3}:

```
MAP({1 2 3},SIN(X))
{SIN(1) SIN(2) SIN(3)}
```



Referências

Para obter informações adicionais, exemplos e aplicações de listas, consulte o Capítulo 8 no guia do usuário.

Capítulo 8

Vetores

Este capítulo oferece exemplos de inserção e operações com vetores matemáticos de vários elementos, assim como vetores físicos de 2 e 3 componentes.

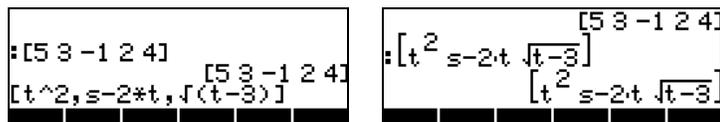
Inserindo vetores

Na calculadora, os vetores são representados por uma seqüência de números entre parênteses, normalmente inseridos como vetores de linha. Para inserir os parênteses use a combinação de teclas $\left(\leftarrow\right) \left(\underline{\quad}\right)$, associada com a tecla $\left(\times\right)$. A seguir estão exemplos de vetores na calculadora:

[3.5, 2.2, -1.3, 5.6, 2.3]	Um vetor de linha genérico
[1.5, -2.2]	Vetor 2-D
[3, -1, 2]	Vetor 3-D
['t', 't^2', 'SIN(t)']	Um vetor algébrico

Digitando vetores na pilha

Com a calculadora no modo ALG, um vetor é digitado na pilha abrindo-se um conjunto de parênteses $\left(\leftarrow\right) \left(\underline{\quad}\right)$ e digitando os componentes ou elementos do vetor separados por vírgulas $\left(\rightarrow\right) \left(\underline{\quad}\right)$. As telas abaixo mostram a inserção de um vetor numérico seguido de um vetor algébrico. O quadro da esquerda mostra o vetor algébrico antes de pressionada a tecla $\left(\text{ENTER}\right)$. O quadro da direita mostra o visor da calculadora após a inserção do vetor algébrico:



No modo RPN, você pode inserir um vetor na pilha abrindo um conjunto de parênteses e digitando os componentes ou elementos do vetor separados por vírgulas $\left(\rightarrow\right) \left(\underline{\quad}\right)$ ou espaços $\left(\text{SPC}\right)$. Observe que após pressionar $\left(\text{ENTER}\right)$,

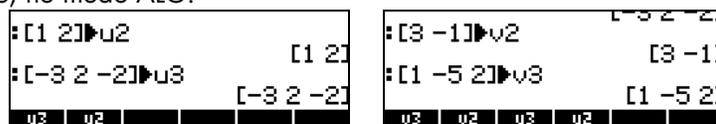
em ambos os modos, a calculadora mostra os elementos do vetor separados por espaços.

Armazenando os vetores em variáveis na pilha

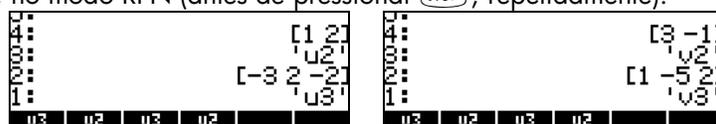
Os vetores podem ser armazenados em variáveis. As telas abaixo mostram os vetores

$$\mathbf{u}_2 = [1, 2], \mathbf{u}_3 = [-3, 2, -2], \mathbf{v}_2 = [3, -1], \mathbf{v}_3 = [1, -5, 2]$$

Armazenados nas variáveis \mathbf{u}_2 , \mathbf{u}_3 , \mathbf{v}_2 e \mathbf{v}_3 , respectivamente. Primeiro, no modo ALG.



Depois, no modo RPN (antes de pressionar \mathbf{STOP}), repetidamente:



Nota: Os apóstrofes (') normalmente não são necessários ao inserir os nomes u_2 , v_2 , etc. no modo RPN. Neste caso, eles estão sendo usados para sobrescrever as variáveis já existentes criadas no exemplo anterior utilizando o modo ALG. Assim, os apóstrofes devem ser utilizados quando as variáveis já existentes não tiverem sido excluídas anteriormente.

Usando o Matrix Writer (MTRW) para inserir vetores

Os vetores também podem ser inseridos usando o Matrix Writer \mathbf{MTRW} (terceira tecla da quarta fileira a partir do topo do teclado). Este comando gera uma espécie de planilha correspondente às linhas e às colunas de uma matriz (Detalhes sobre como inserir matrizes utilizando o Matrix Writer serão apresentados em um capítulo 9). Para um vetor, iremos preencher apenas a linha superior com elementos. Por definição, a célula da linha superior, primeira coluna, estará selecionada. Na parte inferior da planilha o seguinte menu de teclas de função estará disponível:



A tecla  é usada para editar o conteúdo da célula selecionada no Matrix Writer.

A tecla , quando ativada, produzirá um vetor de uma linha e diversas colunas, em vez de uma matriz.

A tecla  é usada para diminuir a largura das colunas da planilha. Pressione a tecla duas vezes para ver a largura da coluna diminuir no Matrix Writer.

A tecla  é usada para aumentar a largura das colunas da planilha. Pressione a tecla duas vezes para ver a largura da coluna aumentar no Matrix Writer.

A tecla , quando ativada, seleciona automaticamente a próxima célula à direita da célula atual ao se pressionar **ENTER**. Esta opção está ativada por default. Se desejar usar esta opção, é necessário ativá-la antes de inserir os elementos.

A tecla , quando ativada, seleciona automaticamente a próxima célula abaixo da célula atual ao se pressionar **ENTER**. Se desejar usar esta opção, é necessário ativá-la antes de inserir os elementos.

Mover para a direita versus mover para baixo no Matrix Writer

Ative o Matrix Writer e insira  **3** **ENTER**  **5** **ENTER**  **2** **ENTER** **ENTER** com a tecla  ativada (padrão). Depois, insira a mesma seqüência de números com a tecla  desativada para ver a diferença. No primeiro caso você inseriu um vetor de três elementos. No segundo, você inseriu uma matriz com três linhas e uma coluna.

Ative o Matrix Writer novamente usando  **MTRW** e pressione  para visualizar o segundo menu de tecla de função na parte inferior do visor. As seguintes teclas serão exibidas:

A tecla  adiciona uma linha contendo zeros no local da célula selecionada da planilha.

A tecla  exclui a linha correspondente à célula selecionada da planilha.

A tecla  adiciona uma coluna contendo zeros no local da célula selecionada da planilha.

A tecla  exclui a coluna correspondente à célula selecionada da planilha.

A tecla  coloca o conteúdo da célula selecionada na pilha.

A tecla  , quando pressionada, solicita que o usuário indique o número da linha e da coluna onde posicionar o cursor.

Ao pressionar  novamente, o último menu será exibido, contendo apenas a função  (excluir).

A função  exclui o conteúdo da célula selecionada e o substitui por zero.

Para ver estas teclas em ação tente o seguinte exercício:

(1) Ative o Matrix Writer usando  . Certifique-se de que as teclas  e  estejam ativadas.

(2) Insira o seguinte:



(3) Mova o cursor duas posições para cima usando   . Depois pressione  . A segunda fila desaparecerá.

- (4) Pressione $\left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$. Uma linha de três zeros aparece na segunda linha.
- (5) Pressione $\left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$. A primeira coluna desaparecerá.
- (6) Pressione $\left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$. Uma coluna de dois zeros aparece na primeira fila.
- (7) Pressione $\left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$ $\left[\begin{array}{c} 3 \end{array} \right]$ $\left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$ $\left[\begin{array}{c} 3 \end{array} \right]$ $\left[\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$ para mover para a posição (3,3).
- (8) Pressione $\left[\begin{array}{ccc} \rightarrow & 0 & 0 \end{array} \right]$. Isto colocará o conteúdo da célula (3,3) na pilha, embora você não possa visualizá-la ainda. Pressione $\left[\text{ENTER} \right]$ para retornar para o visor normal. O número 9, o elemento (3,3) e a matriz completa inserida anteriormente estarão disponíveis na pilha.

Operações simples com vetores

Para ilustrar operações com vetores usaremos os vetores u_2 , u_3 , v_2 , e v_3 , armazenados em um exercício anterior. Além disso, armazene o vetor $A = [-1, -2, -3, -4, -5]$ para ser usado nos exercícios a seguir. [**Nota:** nem todas as linhas ficarão visíveis ao terminar os exercícios nas seguintes figuras.]

Alterando os sinais

Para alterar os sinais de um vetor use a tecla $\left[\begin{array}{c} +/- \end{array} \right]$, por exemplo:

```

: -[2 3 5]          [-2 -3 -5]
: -v3              [-1 5 -2]
: -A               [1 2 3 4 5]
  A | u2 | v2 | u3 | v2

```

Adição e subtração

Para adicionar ou subtrair dois vetores é necessário que seus operandos tenham o mesmo tamanho:

```

:u2+v2          [4 1]
:u3+v3          [-2 -3 0]
:A+A            [-2 -4 -6 -8 -10]
  A | u3 | u2 | u3 | u2 |

```

Ao tentar adicionar ou subtrair vetores de diferentes tamanhos, uma mensagem de erro será exibida:

```

:v2+v3          "Invalid Dimension"
:u3+u2          "Invalid Dimension"
:A+u3           "Invalid Dimension"
  A | u3 | u2 | u3 | u2 |

```

Multiplicação e divisão por um escalar

Multiplicar e dividir vetores por um escalar é bastante simples:

```

:3*v2          [9 -3]
:-5*u3         [15 -10 10]
:2*u2-6*v2     [-16 10]
  A | u3 | u2 | u3 | u2 |

:u3/2          [-3 1 -1]
  A | u3 | u2 | u3 | u2 |

```

Função de valor absoluto

A função de valor absoluto (ABS) quando aplicada a um vetor, produz a magnitude do vetor. Por exemplo: $ABS([1, -2, 6])$, $ABS(A)$, $ABS(u3)$, mostrará a seguinte tela:

```

:[1 -2 6]      √41
:|A|           √55
:|u3|          √17
  A | u3 | u2 | u3 | u2 |

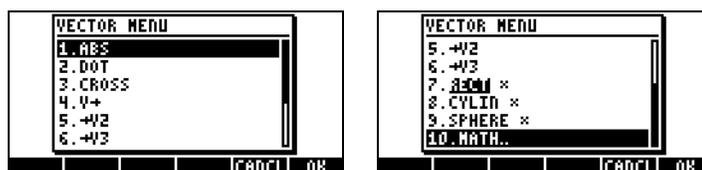
```

O menu MTH/VECTOR

O menu MTH (\leftarrow MTH) contém um menu de funções específico para objetos de vetores:



O menu VECTOR contém as seguintes funções (com o sinalizador do sistema 117 configurado para CHOOSE boxes):



Magnitude

A magnitude de um vetor, conforme discutido anteriormente, pode ser encontrada com a função ABS. Esta função também está disponível a partir do teclado (\leftarrow ABS). Exemplos da aplicação da função ABS foram mostrados acima.

Produto ponto

A função DOT (opção 2 da CHOOSE boxes acima) é usada para calcular o produto ponto de dois vetores de mesmo tamanho. Alguns exemplos da utilização da função DOT, usando os vetores A, u2, u3, v2 e v3, armazenados anteriormente, serão mostrados a seguir no modo ALG. Ao tentar calcular o produto dot de dois vetores de diferentes tamanhos, uma mensagem de erro será exibida:

<pre> :DOT(A,A) 55 :DOT(u2,v2) 1 :DOT(v3,u3) -17 </pre>	<pre> :DOT(u2,u3) "Invalid Dimension" :DOT(A,v3) "Invalid Dimension" :DOT(v2,u3) "Invalid Dimension" </pre>
---	---

Produto cruzado

A função CROSS (opção 3 no menu MTH/VECTOR) é usada para calcular o produto cruzado de dois vetores 2-D, de dois vetores 3-D ou de um vetor 2-D e um 3-D. Com o objetivo de calcular um produto cruzado, um vetor 2-D da forma $[A_x, A_y]$, é tratado como um vetor 3-D $[A_x, A_y, 0]$. Exemplos no modo ALG são mostrados a seguir utilizando dois vetores 2-D e dois vetores 3-D. Observe que o produto cruzado de dois vetores 2-D produz um vetor com apenas a direção z, ou seja, um vetor da forma $[0, 0, C_z]$:

<pre> :CROSS(u2,v2) [0 0 -7] :CROSS(u2,[2 -3]) [0 0 -7] :CROSS([1.5 -2],v2) [0 0 4.5] </pre>	<pre> :CROSS(u3,v3) [-6 4 13] :CROSS(u3,u3) [0 0 0] :CROSS([1 3 -5],[1 2 3]) [19 -8 -1] </pre>
---	--

Exemplos de produtos cruzados de um vetor 3-D com um 2-D ou vice versa são apresentados a seguir:

```

:CROSS(u3,v2)      [-2 -6 -3]
:CROSS(v2,v3)      [-2 -6 -14]
:CROSS([1 2 3],[5 -6]) [18 15 -16]

```

Ao tentar calcular o produto cruzado de vetores de outros tamanho além de 2 ou 3, uma mensagem de erro será exibida:

```
:CROSS(v3,A)
"Invalid Dimension"
:CROSS([1 2 3 4],v3)
"Invalid Dimension"
:CROSS(A,v2)
"Invalid Dimension"
A | v3 | v2 | v3 | v2 |
```

Referências

Informações adicionais sobre operações com vetores, incluindo aplicações na física, são apresentadas no capítulo 9 do guia do usuário.

Capítulo 9

Matrizes e álgebra linear

Este capítulo mostra exemplos de criação de matrizes e operações com matrizes, incluindo aplicações na álgebra linear.

Inserindo matrizes na pilha

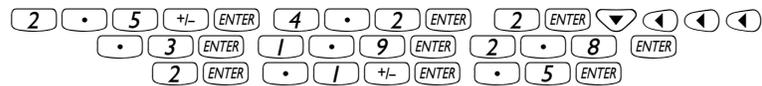
Nesta seção apresentamos dois métodos diferentes para inserir matrizes na pilha da calculadora: (1) usando o Matrix Writer ou (2) digitando a matriz diretamente na pilha.

Usando o Matrix Writer

Como no caso de vetores, discutido no Capítulo 8, as matrizes podem ser inseridas na pilha usando-se o Matrix Writer. Por exemplo, para inserir a matriz:

$$\begin{bmatrix} -2.5 & 4.2 & 2.0 \\ 0.3 & 1.9 & 2.8 \\ 2 & -0.1 & 0.5 \end{bmatrix},$$

primeiramente, ative o Matrix Writer usando \leftarrow $MTRW$. Certifique-se de que a opção $\square \rightarrow \blacksquare$ esteja selecionada. Depois pressione a seguinte seqüência de teclas:



A tela, nesta altura, é similar à seguinte:



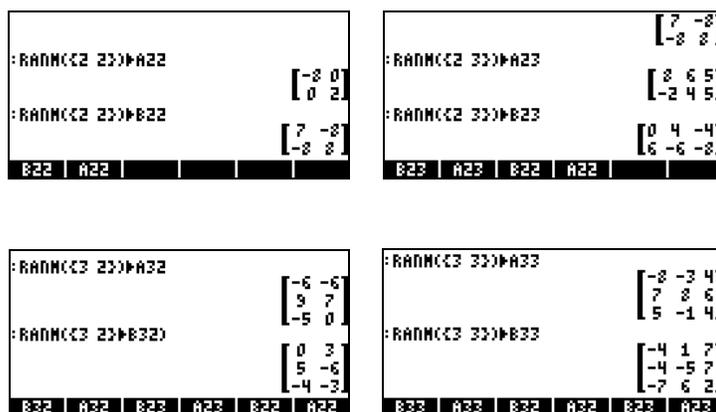
parênteses (\leftarrow / \rightarrow). As vírgulas (\rightarrow \rightarrow ; \odot) devem separar os elementos de cada linha, bem como os parênteses entre as linhas.

Para exercícios futuros, salvaremos esta matriz com o nome A. No modo ALG use $\text{STO} \rightarrow \text{ALPHA} \text{A}$. No modo RPN, use $\odot \text{ALPHA} \text{A} \text{STO}$.

Operações com matrizes

As matrizes, como outros objetos matemáticos, podem ser adicionados e subtraídos. Elas podem ser multiplicadas por um escalar ou entre si. Uma operação importante para as aplicações em álgebra linear é o inverso de uma matriz. Os detalhes dessas operações são apresentados a seguir.

Para ilustrar as operações, criaremos algumas matrizes que serão armazenadas nas seguintes variáveis. Aqui estão as matrizes A22, B22, A23, B23, A33 e B33 (As matrizes aleatórias em sua calculadores podem ser diferentes):



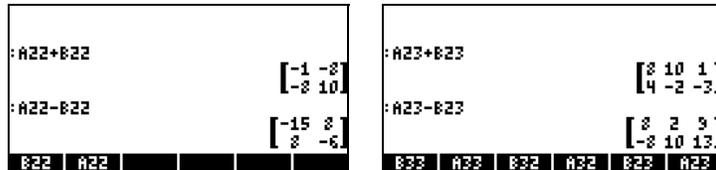
No modo RPN, as etapas a serem seguidas são:

$\langle 2, 2 \rangle \text{ENTER} \text{RANM} ' \text{A22} ' \text{ENTER} \text{STO}$ $\langle 2, 2 \rangle \text{ENTER} \text{RANM} ' \text{B22} ' \text{ENTER} \text{STO}$
 $\langle 2, 3 \rangle \text{ENTER} \text{RANM} ' \text{A23} ' \text{ENTER} \text{STO}$ $\langle 2, 3 \rangle \text{ENTER} \text{RANM} ' \text{B23} ' \text{ENTER} \text{STO}$
 $\langle 3, 2 \rangle \text{ENTER} \text{RANM} ' \text{A32} ' \text{ENTER} \text{STO}$ $\langle 3, 2 \rangle \text{ENTER} \text{RANM} ' \text{B32} ' \text{ENTER} \text{STO}$

(3,3) **ENTER** RANM 'A33' **ENTER** **STOP** (2,2) **ENTER** RANM 'B33' **ENTER** **STOP**

Adição e subtração

Quatro exemplos são mostrados abaixo usando as matrizes armazenadas acima (modo ALG).



No modo RPN, tente os oito exemplos a seguir:

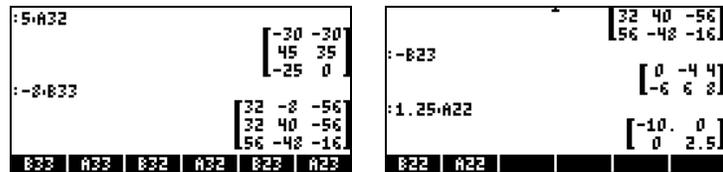
A_{22} **ENTER** B_{22} **ENTER** **+** A_{22} **ENTER** B_{22} **ENTER** **-**
 A_{23} **ENTER** B_{23} **ENTER** **+** A_{23} **ENTER** B_{23} **ENTER** **-**
 A_{32} **ENTER** B_{32} **ENTER** **+** A_{32} **ENTER** B_{32} **ENTER** **-**
 A_{33} **ENTER** B_{33} **ENTER** **+** A_{33} **ENTER** B_{33} **ENTER** **-**

Multiplicação

Existem três diferentes operações de multiplicação que envolvem matrizes. Estas são descritas a seguir. Os exemplos são mostrados no modo algébrico.

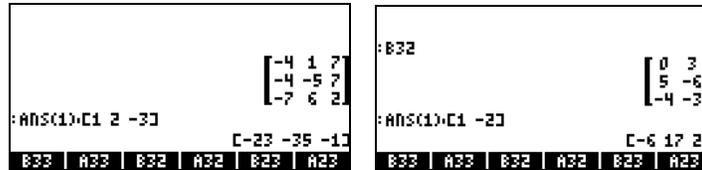
Multiplicação por um escalar

Alguns exemplos de multiplicação de uma matriz por um escalar são mostrados abaixo.



Multiplicação matriz-vetor

A multiplicação matriz-vetor é possível apenas se o número de colunas da matriz for igual ao tamanho do vetor. Alguns exemplos de multiplicação matriz-vetor são apresentados a seguir:



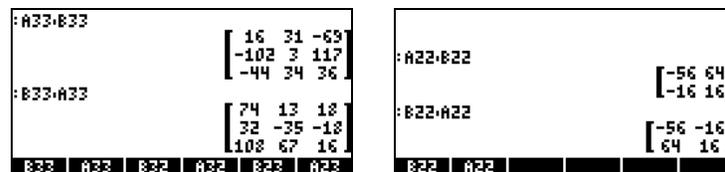
A multiplicação de vetor-matriz, por outro lado, não é definida. Esta multiplicação pode ser feita, portanto, como um caso especial de multiplicação de matrizes, conforme definido a seguir.

Multiplicação de matrizes

A multiplicação de matrizes é definida por $\mathbf{C}_{m \times n} = \mathbf{A}_{m \times p} \cdot \mathbf{B}_{p \times n}$. Observe que a multiplicação de matrizes é possível apenas se o número de colunas no primeiro operando for igual ao número de linhas no segundo operando. O termo geral no produto, c_{ij} , é definido como

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^p a_{ik} \cdot b_{kj}, \text{ for } i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n.$$

A multiplicação de matrizes não é comutativa, ou seja, em geral, $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \neq \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$. Além disso, uma das multiplicações talvez até não exista. As seguintes telas mostram os resultados das multiplicações das matrizes que armazenamos anteriormente:



Multiplicação termo a termo

A multiplicação termo a termo de duas matrizes de mesmas dimensões é possível através do uso da função HADAMARD. O resultado é, naturalmente, outra matriz das mesmas dimensões. Esta função está disponível através da função Catálogo (→ CAT) ou através do submenu MATRICES/OPERATIONS (← MATRICES). As aplicações da função HADAMARD são apresentadas a seguir:

```

:HADAMARD(A33,B33)
      [ 32 -3 28 ]
      [-28 -40 42 ]
      [-35 -6  8 ]
:HADAMARD(A22,B22)
      [-56 0 ]
      [  0 16 ]
B22 | A22 |

```

```

:HADAMARD(B32,A32)
      [ 0 -18 ]
      [45 -42 ]
      [20  0 ]
:HADAMARD(B23,A23)
      [ 0 24 -20 ]
      [-12 -24 -40 ]
B33 | A33 | B32 | A32 | B23 | A23

```

A matriz identidade

A matriz identidade tem a propriedade $\mathbf{A} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{I} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{A}$. Para verificar essa propriedade apresentamos os seguintes exemplos usando as matrizes armazenadas anteriormente. Use a função IDN (procure-a no menu MTH/MATRIX/MAKE) para gerar a matriz identidade, como mostrado aqui:

```

:A22
      [-8 0 ]
      [ 0 2 ]
:A22>IDN(A22)
      [-8 0 ]
      [ 0 2 ]
B22 | A22 |

```

```

:A22>IDN(A22)
      [-8 0 ]
      [ 0 2 ]
:IDN(A22)·A22
      [-8 0 ]
      [ 0 2 ]
B22 | A22 |

```

A matriz inversa

A matriz inversa de uma matriz quadrada \mathbf{A} é a matriz \mathbf{A}^{-1} tal que $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{I}$, onde \mathbf{I} é a matriz identidade com as mesmas dimensões de \mathbf{A} . A matriz inversa de uma matriz é obtida na calculadora usando a função inversa, INV (ou seja, a tecla $\frac{1}{x}$). Exemplos de matriz inversa de algumas matrizes armazenadas anteriormente são apresentadas a seguir:

```

:INV(A22)
      [-1  0 ]
      [  8  1 ]
      [  0  1/2 ]
B22 | A22 |

```

```

:INV(B22)
      [-1 -1 ]
      [-1 -7/8 ]
B22 | A22 |

```

Para verificar as propriedades da matriz inversa, apresentamos as seguintes multiplicações:

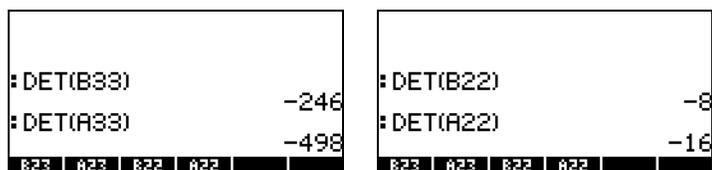


Caracterizando uma matriz (o menu NORM da matriz)

O menu NORM (NORMALIZE) da matriz é acessado através da seqüência de teclas \leftarrow MTH . Este menu é mostrado em detalhe no Capítulo 10 do Guia do Usuário da calculadora. Algumas dessas funções são descritas a seguir.

Função DET:

A função DET calcula o determinante de uma matriz quadrada. Por exemplo:

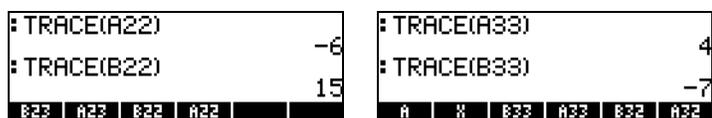


Função TRACE

A função TRACE calcula o traço da matriz quadrada, definida como a soma dos elementos da sua diagonal principal ou

$$tr(\mathbf{A}) = \sum_{i=1}^n a_{ii} .$$

Exemplos:



Solução de sistemas lineares

Um sistema de n equações lineares com m variáveis pode ser escrito como

$$\begin{aligned} a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + a_{13} \cdot x_3 + \dots + a_{1,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{1,m} \cdot x_m &= b_1, \\ a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + a_{23} \cdot x_3 + \dots + a_{2,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{2,m} \cdot x_m &= b_2, \\ a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + a_{33} \cdot x_3 + \dots + a_{3,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{3,m} \cdot x_m &= b_3, \\ \vdots & \vdots \\ a_{n-1,1} \cdot x_1 + a_{n-1,2} \cdot x_2 + a_{n-1,3} \cdot x_3 + \dots + a_{n-1,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{n-1,m} \cdot x_m &= b_{n-1}, \\ a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + a_{n3} \cdot x_3 + \dots + a_{n,m-1} \cdot x_{m-1} + a_{n,m} \cdot x_m &= b_n. \end{aligned}$$

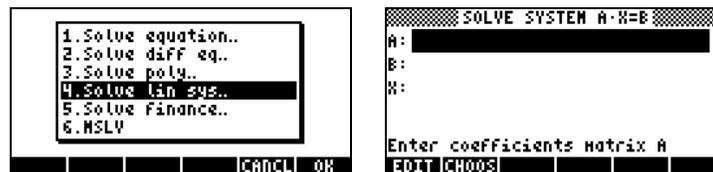
Esse sistema de equações lineares pode ser escrito como uma equação matricial, $\mathbf{A}_{n \times m} \cdot \mathbf{x}_{m \times 1} = \mathbf{b}_{n \times 1}$, se definimos a matriz e os vetores seguintes:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}_{n \times m}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{bmatrix}_{m \times 1}, \quad b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Usando o solucionador numérico para sistemas lineares

Existem diversas formas de resolver um sistema de equações lineares com a calculadora. Uma possibilidade é através do solucionador numérico

 **NUM.SLV** (**NUM**erical **SOL**ver). Da tela do solucionador numérico, mostrado abaixo (esquerda), selecione a opção 4. *Solve lin sys* e pressione . A seguinte tela de entrada será apresentada (direita):



Para resolver o sistema linear $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$, insira a matriz \mathbf{A} , no formato $[[a_{11}, a_{12}, \dots], \dots [\dots]]$ no campo A. Além disso, insira o vetor \mathbf{b} no campo B.

Quando o campo X for realçado, pressione $\overline{\text{ENTER}}$. Se uma solução estiver disponível, o vetor solução \mathbf{x} será mostrado no no campo X . A solução é também copiada para o nível 1 da pilha. Alguns exemplos são mostrados a seguir.

○ sistema de equações lineares

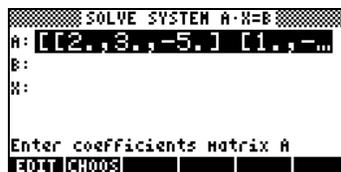
$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 &= 13, \\ x_1 - 3x_2 + 8x_3 &= -13, \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 &= -6, \end{aligned}$$

pode ser escrito como a equação matricial $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$, se

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 1 & -3 & 8 \\ 2 & -2 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \text{and} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 13 \\ -13 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

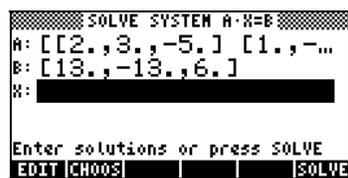
Esse sistema tiver o mesmo número de equações e de incógnitas e será chamado de sistema quadrado. Em geral, deve haver uma solução única para o sistema. A solução será o ponto de interseção dos três planos no sistema de coordenadas (x_1, x_2, x_3) representado pelas três equações.

Para inserir a matriz \mathbf{A} você pode ativar o Matrix Writer quando o campo A estiver selecionado. A tela seguinte mostra o Matrix Writer usado para inserir a matriz \mathbf{A} , assim como a tela de entrada para o solucionador numérico depois de inserida a matriz \mathbf{A} (pressione $\overline{\text{ENTER}}$ no Matrix Writer):

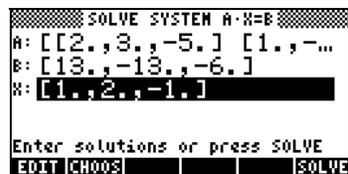


Pressione ∇ para seleccionar o campo B. O vetor b pode ser inserido como uma linha vetorial com um único conjunto de parênteses, ou seja, $[13, -13, -6]$.

Depois de inserir a matriz A e o vetor b e, com o campo X realçado, podemos pressionar SOLVE para obter uma solução para esse sistema de equações:

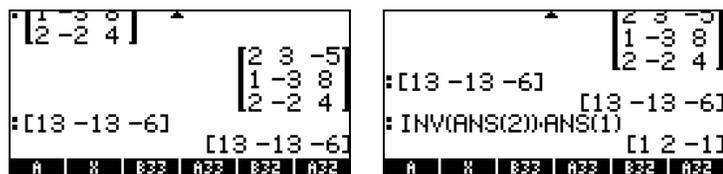


Uma solução foi encontrada, como mostrado a seguir.



Solução com a matriz inversa

A solução para o sistema $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$, onde \mathbf{A} é uma matriz quadrada é $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{b}$. Para o exemplo usado anteriormente, podemos obter a solução na calculadora, conforme segue (primeiramente insira a matriz A e o vetor b novamente):

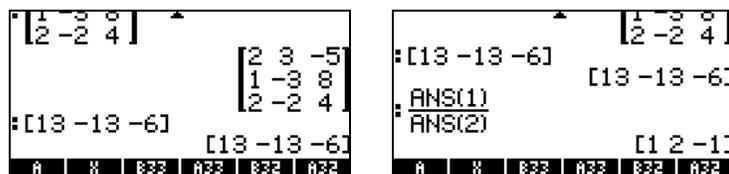


Solução pela "divisão" de matrizes

Como a operação de divisão não é definida para matrizes, podemos usar a tecla da calculadora \div para "dividir" o vetor \mathbf{b} pela matriz \mathbf{A} para

resolver em \mathbf{x} a equação matricial $\mathbf{A}\cdot\mathbf{x} = \mathbf{b}$. O procedimento para o caso de “dividir” \mathbf{b} por \mathbf{A} está ilustrado abaixo para o exemplo acima.

O procedimento é mostrado nas seguintes telas (digite as matrizes \mathbf{A} e o vetor \mathbf{b} novamente):



Referências

Informações adicionais sobre a criação de matrizes e operações e aplicações de matrizes em álgebra linear estão descritas nos Capítulos 10 e 11 do guia do usuário da calculadora.

Capítulo 10

Gráficos

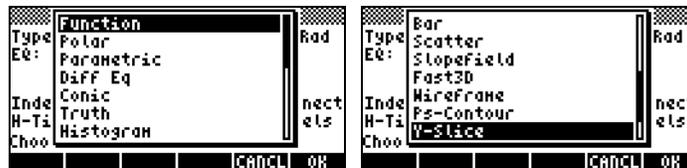
Neste capítulo apresentamos algumas das capacidades gráficas da calculadora. Apresentamos os gráficos de funções nas coordenadas cartesianas e polares, plotagens paramétricas, gráficos de cônicas, plotagens de barra, plotagens de dispersão e plotagens rápidas em 3D.

As opções gráficas na calculadora

Para acessar a lista de formatos de gráficos disponíveis na calculadora, usamos a seqüência de teclas \leftarrow 2D/3D (F4). Observe que se estiver usando o modo RPN estas duas teclas devem ser pressionadas simultaneamente para ativar quaisquer uma das funções gráficas. Depois de ativar a função 2D/3D, a calculadora produzirá a janela PLOT SETUP, que inclui o campo TYPE conforme ilustrado abaixo.



Logo em frente ao campo TYPE você verá provavelmente a opção *Function* realçada. Este é o tipo de gráfico default para a calculadora. Para ver a lista de tipos de gráficos disponíveis, pressione a tecla de função $\left[\text{F4}\right]$. Isto produzirá um menu suspenso com as seguintes opções (use as teclas de setas para acima e para baixo para ver todas as opções):





Plotando uma expressão da forma $y = f(x)$

Como exemplo, vamos plotar a função:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

- Primeiro, insira o ambiente PLOT SETUP pressionando \leftarrow $\frac{2D/3D}$. Certifique-se de que a opção em Function esteja selecionada como TYPE e que 'X' esteja selecionado como uma variável independente (INDEP). Pressione \leftarrow \frac{NXT} para retornar para o visor normal da calculadora. A janela PLOT SET UP deve ser similar a esta:



- Inicie o ambiente PLOT pressionando \leftarrow $\frac{Y=}$ (pressione-as simultaneamente se estiver no modo RPN). Pressione $\frac{\square\square\square\square}$ para entrar no Equation Writer. Você será solicitado a preencher o lado direito de uma equação $Y1(X) = \square$. Digite a função a ser plotada para que o Equation Writer mostre o seguinte:

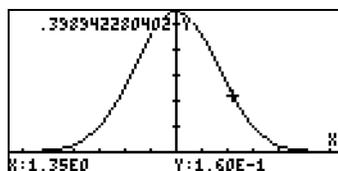
- Pressione **ENTER** para retornar à janela PLOT FUNCTION. A expressão ' $Y1(X) = \text{EXP}(-X^2/2)/\sqrt{(2*\pi)}$ ' será realçada. Pressione **NXT** **▣** para retornar ao visor normal da calculadora.
- Inicie o ambiente PLOT WINDOW pressionando as teclas **◀** **WIN** (pressione-as simultaneamente se estiver no modo RPN). Use um intervalo de -4 a 4 para H-VIEW, depois pressione **▣** para gerar o V-VIEW automaticamente. O visor PLOT WINDOW é similar ao seguinte:

```

PLOT WINDOW - FUNCTION
H-View: -4.          4.
V-View: -5.96874    .3989422
Indep Low: Default  High: Default
Step: Default      _ Pixels
Enter minimum horizontal value
EDIT |          | AUTO | ERASE | DRAW

```

- Plotar o gráfico: **▣** **▣** (espere até que a calculadora termine os gráficos)
- Para ver os símbolos: **▣** **NXT** **▣** **▣**
- Para recuperar o primeiro menu gráfico: **NXT** **NXT** **▣**
- Para traçar a curva: **▣** **▣**. Use então as teclas de setas para a direita e para a esquerda (**◀** **▶**) para se mover sobre a curva. As coordenadas dos pontos que traçar serão mostradas na parte inferior do visor. Verifique se para $x = 1,05$, $y = 0,0231$. Verifique se para $x = -1,48$, $y = 0,134$. Aqui está uma imagem do gráfico no modo traçado:



- Para recuperar o menu e retornar ao ambiente PLOT WINDOW, pressione . Pressione para retornar à tela normal.

Gerando uma tabela de valores para uma função

As combinações de teclas () e () , pressionadas simultaneamente se estiver no modo RPN, permitem que o usuário produza uma tabela de valores das funções. Por exemplo, produziremos uma tabela da função $Y(X) = X/(X+10)$, no intervalo $-5 < X < 5$ seguindo estas instruções:

- Iremos gerar valores da função $f(x)$, definidos acima, para valores de x de -5 a 5 , com incrementos de $0,5$. Primeiro, precisamos assegurar que o tipo de gráfico está configurado para **FUNCTION** no visor PLOT SETUP (), pressione-os simultaneamente, se estiver no modo RPN). O campo na frente da opção *Type* estará realçado. Se este campo não estiver ainda configurado para **FUNCTION**, pressione a tecla e selecione a opção **FUNCTION**, depois pressione .
- Depois, pressione para realçar o campo na frente da opção EQ e digite a expressão da função: 'X/(X+10)'. Pressione .
- Para aceitar as alterações feitas ao visor PLOT SETUP pressione . Isso retornará o visor normal da calculadora.
- A próxima etapa é acessar a tela Table Set-up usando a combinação de teclas (ou seja, a tecla de função) – simultaneamente se estiver no modo RPN. Isto produzirá uma tela onde você pode selecionar o valor de início (*Start*) e os incrementos (*Step*). Insira o seguinte: (ou seja, *Zoom factor* = $0,5$). Altere a tecla de função até que a marca de verificação apareça na frente da opção *Small Font*, se desejado. Depois pressione . Isto fará retornar o visor normal da calculadora.
- Para ver a tabela, pressione (ou seja, tecla de função) – simultaneamente se estiver no modo RPN. Isto produzirá uma tabela de valores de $x = -5, -4.5, \dots$, e os valores correspondentes de $f(x)$, listados

como Y1 por default. Você pode usar as teclas de setas para cima e para baixo para se mover sobre a tabela. Você irá observar que não tivemos que indicar um valor final para a variável independente x. Assim, a tabela continua além do valor máximo para x sugerido anteriormente, a saber, $x = 5$.

Algumas opções disponíveis enquanto a tabela está visível são ,  e .

- A , quando selecionada, mostra a definição da variável independente.
- A tecla  altera simplesmente a fonte na tabela de pequena para grande e vice-versa. Tente fazer isto.
- A tecla , quando pressionada, produz um menu com as opções: *In*, *Out*, *Decimal*, *Integer* e *Trig*. Tente os seguintes exercícios:
 - Com a opção *In* realçada, pressione . A tabela é expandida para que o acréscimo em x seja agora 0,25 em vez de 0,5. O que a calculadora faz é simplesmente multiplicar o incremento original, 0,5, pelo fator de zoom, 0,5, para produzir o novo incremento de 0,25. Assim a opção *zoom in* é útil quando você quer maior resolução para os valores de x na sua tabela.
 - Para aumentar a resolução por um fator adicional de 0,5 pressione , seleccione *In* novamente e pressione . O acréscimo em x é agora 0,0125.
 - Para recuperar o incremento em x anterior, pressione    para seleccionar a opção *Un-zoom*. O incremento em x é aumentado para 0,25.
 - Para recuperar o incremento em x original de 0,5 você pode fazer um *un-zoom* novamente ou usar *option zoom out* pressionando  .

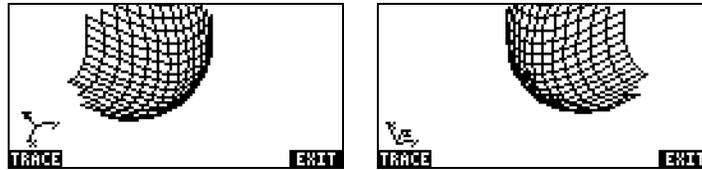
- A opção Decimal em  produz incrementos em x de 0,10.
- A opção Integer em  produz incrementos em x de 1.
- A opção Trig in produz incrementos relacionados a frações de π , sendo úteis quando se produz tabelas de funções trigonométricas.
- Para retornar ao visor normal da calculadora pressione .

Plotagens rápidas em 3D

As plotagens rápidas em 3D (Fast 3D plots) são usadas para visualizar superfícies tridimensionais representadas por equações da forma $z = f(x,y)$. Por exemplo, se quiser visualizar $z = f(x,y) = x^2 + y^2$, podemos usar o seguinte procedimento:

- Pressione , simultaneamente se estiver no modo RPN, para acessar a janela PLOT SETUP.
- Mude de TYPE para Fast3D. (, encontre *Fast3D*, ).
- Pressione  e digite 'X^2+Y^2' .
- Certifique-se de que 'X' seja selecionado como variável Indep: e 'Y' como variável Depnd: .
- Pressione   para retornar ao visor normal da calculadora.
- Pressione , simultaneamente se estiver no modo RPN, para acessar a janela PLOT WINDOW.
- Mantenha os intervalos da janela de plotagem padrão para ler:

X-Left:-1	X-Right:1
Y-Near:-1	Y-Far: 1
Z-Low: -1	Z-High: 1



- Ao terminar, pressione **EXIT**.
- Pressione **EXIT** para retornar para o ambiente PLOT WINDOW.
- Pressione **ON** ou **NXT** **ON**, para retornar para o visor normal da calculadora.

Tente também uma plotagem rápida em 3D para a superfície $z = f(x,y) = \sin(x^2+y^2)$

- Pressione **2D/3D**, simultaneamente se estiver no modo RPN, para acessar a janela PLOT SETUP.
- Pressione **▼** e digite 'SIN(X^2+Y^2)' **OK**.
- Pressione **EDIT** **EDIT** para desenhar o gráfico. Pressione **EDIT** **EDIT** **NXT** **EDIT** **EDIT** para visualizar a plotagem livre do menu e com os símbolos de identificação.
- Pressione **NXT** **NXT** **EDIT** para sair do ambiente EDIT.
- Pressione **EXIT** para retornar para o ambiente PLOT WINDOW. Depois, pressione **ON** ou **NXT** **ON** para retornar ao visor normal da calculadora.

Referências

Informações adicionais sobre gráficos estão disponíveis nos Capítulos 12 e 22 do guia do usuário da calculadora.

Capítulo 11

Aplicações em Cálculo

Neste Capítulo discutiremos as aplicações das funções da calculadora para as operações relacionadas a Cálculo, p. ex. limites, derivadas, integrais, série de potência, etc.

O menu CALC (Cálculos)

Muitas das funções apresentadas neste Capítulo são encontradas no menu CALC, disponível através da seqüência de teclas \leftarrow CALC (associadas à tecla \leftarrow):



As primeiras quatro opções neste menu são , na verdade, submenus que se aplicam a (1) derivadas e integrais, (2) limites e série de potência, (3) equações diferenciais e (4) gráficos. As funções das entradas (1) e (2) serão apresentadas neste Capítulo. As funções DERVX e INTVX serão discutidas em 11-2 e 11-3 respectivamente.

Limites e derivadas

O cálculo diferencial lida com derivadas, ou taxas de mudança, de funções e suas aplicações na análise matemática. A derivada de uma função equivale ao limite da diferença de uma função quando o incremento na variável independente tende a zero. Os limites são usados também para verificar a continuidade das funções.

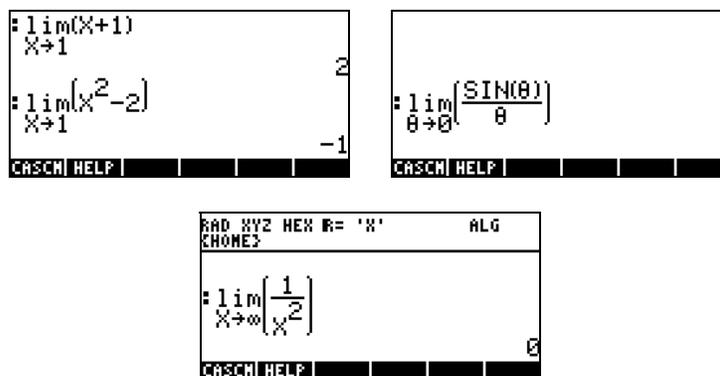
Função lim

A calculadora apresenta a função *lim* para calcular os limites das funções. Esta função usa como entrada uma expressão representando uma função e o

valor onde o limite deve ser calculado. A função *lim* está disponível através da lista de comandos (\rightarrow) *CAT* (ALPHA) (\leftarrow) (L) ou através da opção 2. LIMITS & SERIES... do menu CALC (veja acima).

A função *lim* é inserida no modo ALG como $\lim(f(x), x=a)$ para calcular o limite $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$. No modo RPN, insira a função primeiro, depois a

expressão 'x=a' e finalmente a função *lim*. Exemplos no modo ALG são mostrados a seguir, incluindo alguns limites tendendo ao infinito. **[Nota:** nem todas as linhas ficarão visíveis ao fazer estes exercícios nas figuras deste capítulo, O cabeçalho do visor cobrirá as linhas superiores na calculadora.]



Funções DERIV e DERVX

A função DERIV é usada para obter derivadas em termos de qualquer variável independente, enquanto a função DERVX obtém as derivadas em relação a VX, a variável default CAS (tipicamente 'X'). Enquanto a função DERVX está diretamente disponível no menu CALC, ambas as funções estão disponíveis no submenu DERIV.&INTEG dentro do menu CALC (\leftarrow) *CALC*).

A função DERIV requer uma função, digamos, f(t), e uma variável independente, digamos, t, enquanto que a função DERVX requer apenas uma função de VX. Exemplos serão mostrados a seguir no modo ALG. Lembre-se de que no modo RPN os argumentos devem ser inseridos antes que a função seja aplicada.

```

:DERIV(t.e^t,t)
:DERIV(SIN(s),s)

```

$$e^t + t \cdot e^t$$

$$\cos(s)$$

```

:DERVX(sqrt(x)-x)

```

$$\frac{-((-1+2\sqrt{x})-\sqrt{x})}{2x}$$

Antiderivadas e integrais

Uma antiderivada de uma função $f(x)$ é uma função $F(x)$, de modo que $f(x) = dF/dx$. Uma forma de representar uma antiderivada é como uma integral indefinida, ou seja,

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

se, e apenas se, $f(x) = dF/dx$, e $C =$ constante.

Funções INT, INTVX, RISCH, SIGMA e SIGMAVX

A calculadora apresenta as funções INT, INTVX, RISCH, SIGMA e SIGMAVX para calcular as antiderivadas das funções. As funções INT, RISCH e SIGMA funcionam com as funções de qualquer variável, enquanto que as funções INTVX e SIGMAVX utilizam as funções da variável CÃS, VX (geralmente 'x'). As funções INT e RISCH requerem, portanto, não apenas a expressão para a função que está sendo integrada, como também o nome da variável independente. A função INT requer também um valor de x onde a antiderivada será avaliada. As funções INTVX e SIGMAVX requerem apenas a expressão da função para integrar em termos de VX. Funções INTVX, RISCH, SIGMA e SIGMAVX estão disponível no menu CALC/DERIV&INTEG, as funções INT está disponíveis na lista de comandos. Alguns exemplos são mostrados a seguir no modo ALG (digite os nomes das funções para ativá-las):

```

:INTVX(x.e^x)
:INTVX(ASIN(X))

```

$$(x-1)e^x$$

$$\sqrt{1-\sin(x)} + x \cdot \text{ASIN}(x)$$

```

:INT(s^2-s,s,2)
:RISCH(s^2-s,s)

```

$$\frac{1}{3}s^3 - \frac{1}{2}s^2$$

```

: SIGMAVX(X-3))
      X!
      X-0
SIGMA (---) X
      X-1
      X-2
IBF INTVX LAPL PREVALRISCHSIGMA

: SIGMA(s:s!,s)
IBF INTVX LAPL PREVALRISCHSIGMA

```

Observe que as funções SIGMAVX e SIGMA são projetadas para integrandos que envolvam algum tipo de função com números inteiros como a função fatorial (!) mostrada acima. O resultado é a chamada derivada discreta, ou seja, aquela definida apenas para números inteiros.

Integrais definidas

Na integral definida de uma função, a antiderivada resultante é avaliada no limite superior e inferior de um intervalo (a, b) e os valores avaliados subtraídos. Simbolicamente, $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, onde $f(x) = dF/dx$.

Para calcular as integrais definidas de funções usando a variável VX de CAS (geralmente, 'X'), use a função PREVAL(f(x),a,b). Por exemplo,

```

: PREVAL(3*X^2-X,0,5)
: PREVAL(X*LN(X),1,5)
IBF INTVX LAPL PREVALRISCHSIGMA

```

Séries infinitas

Uma função f(x) pode ser expandida para uma série infinita em torno de um ponto $x=x_0$, usando-se uma série de Taylor, a saber,

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} \cdot (x - x_0)^n ,$$

onde $f^{(n)}(x)$ representa a derivada n-th de $f(x)$ em relação a x , $f^{(0)}(x) = f(x)$.

Se o valor $x_0 = 0$, a série é chamada de série de Maclaurin.

Funções TAYLR, TAYLRO e SERIES

As funções TAYLR, TAYLRO e SERIES são usadas para gerar os polinômios de Taylor, como também a série de Taylor com resíduos. Essas funções estão disponíveis no menu CALC/LIMITS&SERIES descrito anteriormente neste Capítulo.

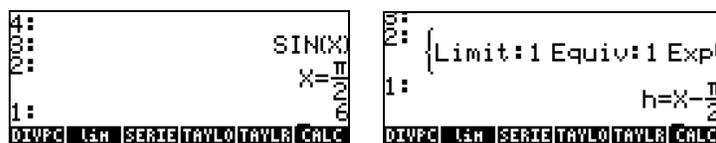
A função TAYLRO executa a expansão em série de Maclaurin, ou seja, sobre $X = 0$, de uma expressão na variável default independente, VX (geralmente 'X'). A expansão utiliza uma potência relativa de quarta ordem, ou seja, a diferença entre a potência mais alta e a mais baixa na expansão é 4. Por exemplo,

A função TAYLR produz uma expansão da série de Taylor de uma função de qualquer variável x sobre um ponto $x = a$ para a ordem k especificada pelo usuário. Assim, a função tem o formato TAYLR($f(x-a), x, k$). Por exemplo,

A função SERIES produz um polinômio de Taylor usando como argumentos a função $f(x)$ a ser expandida, um nome de variável exclusivo (para a série de Maclaurin) ou uma expressão da forma 'variável = valor', indicando o ponto de expansão de uma série de Taylor e a ordem da série a ser produzida. A função SERIES retorna dois itens de saída da lista com quatro itens e uma expressão para $h = x - a$, se o segundo argumento na chamada de função for 'x=a', ou seja., uma expressão para o incremento h. A lista apresentada como o primeiro objeto de saída inclui os seguintes termos:

- 1 – Limite bidirecional da função no ponto de expansão, ou seja, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$
- 2 – Um valor equivalente para a função próximo de $x = a$
- 3 – Expressão para o polinômio de Taylor
- 4 – Ordem do resíduo ou do restante

Por causa do volume relativamente grande de resultados, esta função é mais fácil de manipular no modo RPN. Por exemplo, as seguintes telas mostram a pilha RPN antes da utilização da função SERIES:



Desça o conteúdo do nível 1 da pilha pressionando \blacktriangleleft e depois insira EVAL , para decompor a lista. Os resultados são os seguintes:



Na figura do lado direito acima, usamos o editor de linha para visualizar a expansão da série em detalhes. Para obter este resultado use: $\blacktriangleleft \blacktriangledown$.

Referências

Definições e aplicações adicionais de operações de cálculo serão apresentadas no Capítulo 13 do guia do usuário da calculadora.

Capítulo 12

Aplicações em Cálculos com múltiplas variáveis

Esses cálculos referem-se às funções que envolvem duas ou mais variáveis. Neste capítulo discutiremos os conceitos básicos do cálculo com múltiplas variáveis, derivadas parciais e integrais múltiplas.

Derivadas parciais

Para calcular rapidamente as derivadas parciais de funções de múltiplas variáveis, use as regras de derivadas normais em relação à variável que interessar, enquanto considera todas as outras variáveis como constantes. Por exemplo,

$$\frac{\partial}{\partial x}(x \cos(y)) = \cos(y), \quad \frac{\partial}{\partial y}(x \cos(y)) = -x \sin(y),$$

Você pode usar as funções das derivadas na calculadora: DERVX, DERIV, ∂ , descrita em detalhe no Capítulo 11 deste manual, para calcular derivadas parciais (DERVX usa a variável VX, default CAS, geralmente, 'X'). Alguns exemplos de derivadas parciais de primeira ordem são mostradas a seguir. As funções usadas nos primeiros dois exemplos são $f(x,y) = x \cos(y)$ e $g(x,y,z) = (x^2+y^2)^{1/2} \sin(z)$. [**Nota:** nem todas as linhas ficarão visíveis ao terminar os exercícios nas seguintes figuras.]

```
= ∂(f(x,y))
∂x          COS(y)
= ∂(f(x,y))
∂y          x·-SIN(y)
g | f | MNS | PPAR | GRPMS | MPFIT
```

```
= ∂(g(x,y,z))
∂y          x·-SIN(y)
            2·y
            ───·SIN(z)
            2·x2+y2
= ∂(g(x,y,z))
∂z          (x2+y2)1/2·COS(z)
g | f | MNS | PPAR | GRPMS | MPFIT
```

```
= DERVX(x·y2-y2)
                    y2
= DERVX(x·SIN(Y+X))
                    COS(X+Y)·X+SIN(X+Y)
CURL | DERIV | DERVX | DIV | FOURI | HESS
```

```
= DERIV(s·t2-et, t)
                    s·2·t-et
CURL | DERIV | DERVX | DIV | FOURI | HESS
```

Para definir as funções $f(x,y)$ e $g(x,y,z)$ no modo ALG, use:

$$\text{DEF}(f(x,y)=x*\text{COS}(y)) \quad \text{DEF}(g(x,y,z)=\sqrt{(x^2+y^2)}*\text{SIN}(z))$$

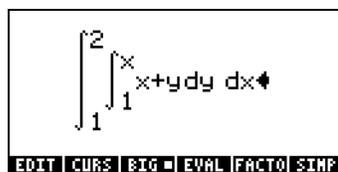
Para digitar o símbolo de derivada use $\frac{\partial}{\partial x}$. A derivada $\frac{\partial}{\partial x}(f(x,y))$, por exemplo, será entrada como $\partial x(f(x,y))$ no modo ALG na tela.

Integrais múltiplas

Uma interpretação física da integral dupla de uma função $f(x,y)$ na região R no plano $x-y$ é o volume do corpo sólido sob a superfície $f(x,y)$ acima da região R . A região R pode ser descrita como $R = \{a < x < b, f(x) < y < g(x)\}$ ou como $R = \{c < y < d, r(y) < x < s(y)\}$. Assim, a integral dupla pode ser escrita como

$$\iint_R \phi(x,y) dA = \int_a^b \int_{f(x)}^{g(x)} \phi(x,y) dy dx = \int_c^d \int_{r(y)}^{s(y)} \phi(x,y) dy dx$$

Calcular uma integral dupla na calculadora é simples. Uma integral dupla pode ser construída no Equation Writer (consulte o exemplo no capítulo 2 deste Guia), conforme mostrado abaixo. Esta integral dupla é calculada diretamente no Equation Writer selecionando-se a expressão inteira e usando-se a função EVAL . O resultado é $3/2$.



Calculator screen showing the input of a double integral: $\int_1^2 \int_1^x x+y dy dx$



Calculator screen showing the result of the double integral: $3/2$

Referências

Para obter detalhes adicionais sobre operações de cálculo com múltiplas variáveis e suas aplicações, consulte o Capítulo 14 do guia do usuário da calculadora.

Capítulo 13

Aplicações em Análise Vetorial

Este capítulo descreve o uso das funções HESS, DIV e CURL para calcular operações de análise vetorial.

O operador del

O seguinte operador, chamado de operador 'del' ou 'nabla', é um operador baseado em vetor que pode ser aplicado a uma função escalar ou vetorial:

$$\nabla [] = i \cdot \frac{\partial}{\partial x} [] + j \cdot \frac{\partial}{\partial y} [] + k \cdot \frac{\partial}{\partial z} []$$

Quando aplicado a uma função escalar nós podemos obter o gradiente da função e quando aplicado a uma função vetorial podemos obter a divergência e o rotacional dessa função. Uma combinação de gradiente e divergência produz o Laplacian de uma função escalar.

Gradiente

O gradiente de uma função escalar $\phi(x,y,z)$ é uma função vetorial definida por $grad\phi = \nabla\phi$. A função HESS pode ser usada para obter o gradiente de uma função. A função toma como uma entrada uma função de n variáveis independentes $\phi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ e um vetor das funções $['x_1', 'x_2', \dots, 'x_n']$. A função retorna a matriz Hessian da função, $\mathbf{H} = [h_{ij}] = [\partial^2\phi/\partial x_i\partial x_j]$, ao gradiente da função em relação às variáveis n , $grad f = [\partial\phi/\partial x_1, \partial\phi/\partial x_2, \dots, \partial\phi/\partial x_n]$ e à lista de variáveis $['x_1', 'x_2', \dots, 'x_n']$. Esta função é mais fácil de visualizar no modo RPN. Considere como um exemplo a função $\phi(X,Y,Z) = X^2 + XY + XZ$, aplicaremos a função HESS a este campo escalar no seguinte exemplo:

```

4:
5:
6:
1: X^2+XY+XZ
   [X Y Z]
D | FXY | FYY | FXX | FY | FX

5:
6:
1: [2X+Y+Z X X]
   [X Y Z]
CURL | DERIV | DERVX | DIV | FOURI | HESS
  
```

Assim, o gradiente é $[2X+Y+Z, X, X]$.
 Como alternativa, use a função DERIV conforme segue:

```

:DERIV(X^2+X*Y+X*Z,[X Y Z])
[2X+Y+Z X X]
EDIT VIEW RCL STOP PURGE CLEAR

```

Divergência

A divergência de um vetor de função, $\mathbf{F}(x,y,z) = f(x,y,z)\mathbf{i} + g(x,y,z)\mathbf{j} + h(x,y,z)\mathbf{k}$, é definida tomando-se um “produto-ponto” do operador del com a função, p.

ex. $divF = \nabla \cdot F$. A função DIV pode ser usada para calcular a divergência de um campo vetorial. Por exemplo, para $\mathbf{F}(X,Y,Z) = [XY, X^2+Y^2+Z^2, YZ]$, a divergência é calculada, no modo ALG, conforme segue:
 DIV([X*Y,X^2+Y^2+Z^2,Y*Z],[X,Y,Z])

```

:DIV([X*Y X^2+Y^2+Z^2 Y*Z],[X
Y+2*Y+Y
+SHIP|SHIP|+DEL|DEL+|DEL|INS

```

Rotacional

O rotacional de um campo vetorial $\mathbf{F}(x,y,z) = f(x,y,z)\mathbf{i} + g(x,y,z)\mathbf{j} + h(x,y,z)\mathbf{k}$, é definido por um “produto-cruzado” do operador del com o campo vetorial, ou seja, $curl\mathbf{F} = \nabla \times \mathbf{F}$. O rotacional do campo vetorial pode ser calculado com a função CURL. Por exemplo, para $\mathbf{F}(X,Y,Z) = [XY, X^2+Y^2+Z^2, YZ]$, o rotacional é calculado conforme segue:

CURL([X*Y,X^2+Y^2+Z^2,Y*Z],[X,Y,Z])

```

:CURL([X*Y X^2+Y^2+Z^2 Y*Z],[
[Z-2*Z 0 2X-X]
CURL|DERIV|DERV|DIV|FOURI|HESS

```

Referências

Para obter informações adicionais sobre aplicações em análise vetorial, consulte o Capítulo 15 do guia do usuário da calculadora.

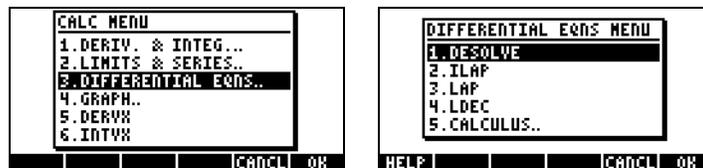
Capítulo 14

Equações Diferenciais

Neste capítulo apresentamos exemplos para solução de equações diferenciais ordinárias (ODE) usando as funções da calculadora. A equação diferencial é uma equação que envolve as derivadas da variável independente. Na maioria dos casos, procuramos a função independente que satisfaz a equação diferencial.

O menu CALC/DIFF

O submenu DIFFERENTIAL EQNS.. dentro do menu CALC (\leftarrow CALC) fornece as funções para a solução de equações diferenciais. O menu é relacionado abaixo com o sinalizador do sistema 117 configurado para as CHOOSE boxes:



Essas funções são descritas resumidamente a seguir. Elas serão descritas com mais detalhes em partes posteriores deste Capítulo.

DESOLVE: Equações Diferenciais do SOLVER, resolve as equações diferenciais, quando possível.

ILAP: Transformação inversa de LAPlace , $L^{-1}[F(s)] = f(t)$

LAP: Transformada de LAPlace, $L[f(t)]=F(s)$

LDEC: Comando Linear da Equação Diferencial

Solução para equações lineares e não-lineares

Uma equação na qual a variável dependente e todas as suas derivadas pertinentes são de primeiro grau é chamada de equação diferencial linear. Caso contrário, a equação é chamada de não-linear.

Função LDEC

A calculadora fornece a função LDEC (Comando de Equação Diferencial Linear) para encontrar a solução geral para uma ODE linear de qualquer ordem com coeficientes constantes, homogêneas ou não. Essa função exige que você introduza dois elementos:

- o lado direito da ODE
- a equação característica da ODE

Ambos os elementos de entrada devem ser fornecidos em termos de variável default independente para o CAS da calculadora (geralmente X). O resultado da função é a solução geral da ODE. Os exemplos abaixo são mostrados no modo RPN:

Exemplo 1 – Para resolver a ODE homogênea

$$d^3y/dx^3 - 4 \cdot (d^2y/dx^2) - 11 \cdot (dy/dx) + 30 \cdot y = 0.$$

Insira:

`0 [ENTER] 'X^3-4*X^2-11*X+30' [ENTER] LDEC`

A solução é (dígitos reunidos das telas EQW):

$$\frac{6 \cdot c0 - (c1 + c2)}{24} \cdot e^{5x} + \frac{10 \cdot c0 - (7 \cdot c1 - c2)}{40} \cdot e^{-(3 \cdot x)} + \frac{15 \cdot c0 + 2 \cdot c1 - c2}{15} \cdot e^{2x}$$

onde c0, c1 e c2 são constantes de integração. Este resultado é equivalente a

$$y = K_1 \cdot e^{-3x} + K_2 \cdot e^{5x} + K_3 \cdot e^{2x}.$$

Exemplo 2 – Usando a função LDEC, resolva a ODE não-homogênea:

$$d^3y/dx^3 - 4 \cdot (d^2y/dx^2) - 11 \cdot (dy/dx) + 30 \cdot y = x^2.$$

Insira:

'X^2' **ENTER** 'X^3-4*X^2-11*X+30' **ENTER** LDEC

A solução é:

$$\frac{750 \cdot cC0 - (125 \cdot cC1 + 125 \cdot cC2 + 2) \cdot 5 \cdot X}{3000} + \frac{270 \cdot cC0 - (129 \cdot cC1 - (27 \cdot cC2 - 2)) \cdot X}{1080} - (3 \cdot X) + \frac{450 \cdot X^2 + 330 \cdot X + 241}{13500}$$

este resultado é equivalente a

$$y = K_1 \cdot e^{-3x} + K_2 \cdot e^{5x} + K_3 \cdot e^{2x} + (450 \cdot x^2 + 330 \cdot x + 241) / 13500.$$

Função DESOLVE

A calculadora fornece a função DESOLVE (Equação diferencial SOLVEr) para resolver certos tipos de equações diferenciais. A função exige como entrada a equação diferencial e a função desconhecida e retorna a solução para a equação, se estiver disponível. Você pode fornecer também um vetor contendo a equação diferencial e as condições iniciais, em vez de apenas uma equação diferencial, como entrada para DESOLVE. A função DESOLVE está disponível no menu CALC/DIFF. Exemplos de aplicações DESOLVE são mostrados usando-se o modo RPN.

Exemplo 1 – Resolva a ODE de primeira ordem:

$$dy/dx + x^2 \cdot y(x) = 5.$$

Na calculadora use:

'd1y(x)+x^2*y(x)=5' **ENTER** 'y(x)' **ENTER** DESOLVE

A solução fornecida é

{'y(x) = (5*INT(EXP(xt^3/3),xt,x)+cC0)*1/EXP(x^3/3)'}}, que é simplificada para

$$y(x) = 5 \cdot \exp(-x^3 / 3) \cdot \left(\int \exp(x^3 / 3) \cdot dx + C_0 \right)$$

A variável ODETYPE

Você observará nos símbolos do menu de função uma nova variável chamada  (ODETYPE). Essa variável é produzida com a chamada da função DESOL e mantém um segmento mostrando o tipo de ODE usada como entrada para DESOLVE. Pressione  para obter o segmento "1st order linear".

Exemplo 2 – Resolver uma equação com condições iniciais. Resolva

$$d^2y/dt^2 + 5y = 2 \cos(t/2),$$

com as condições iniciais

$$y(0) = 1,2, y'(0) = -0,5.$$

Na calculadora use:

`['d1d1y(t)+5*y(t) = 2*COS(t/2)' 'y(0) = 6/5' 'd1y(0) = -1/2'] `
`'y(t)' `
DESOLVE

Observe que as condições iniciais foram alteradas para suas expressões Exatas, 'y(0) = 6/5', em vez de 'y(0)=1,2' e 'd1y(0) = -1/2', em vez de, 'd1y(0) = -0,5'. A alteração para essas expressões exatas facilita a resolução.

Observação: Para obter as expressões fracionais com valores decimais, use a função $\rightarrow Q$ (consulte o Capítulo 5).

Pressione   para simplificar o resultado. Use   para ver este resultado:



ou seja,

$$y(t) = -((19*\sqrt{5}*SIN(\sqrt{5}*t)-(148*COS(\sqrt{5}*t)+80*COS(t/2)))/190)'$$

Pressione ENTER ENTER VAR MODE para obter o segmento "Linear w/ cst coeff" para o tipo de ODE neste caso.

Transformadas de Laplace

A transformada de Laplace de uma função $f(t)$ produz uma função $F(s)$ no domínio da imagem que pode ser utilizada para encontrar a solução de uma equação diferencial linear envolvendo $f(t)$ através de métodos algébricos. As etapas envolvidas neste aplicativo são três:

1. O uso da transformada de Laplace converte a ODE linear envolvendo $f(t)$ em uma equação algébrica.
2. O desconhecido $F(s)$ é resolvido para o domínio da imagem através de manipulação algébrica.
3. Uma transformada de Laplace inversa é usada para converter a função da imagem encontrada na etapa 2 da solução da equação diferencial $f(t)$.

A transformada de Laplace e sua inversa na calculadora

A calculadora fornece as funções LAP e ILAP para calcular a transformada de Laplace e a transformada de Laplace inversa, respectivamente, de uma função $f(VX)$, onde VX é a variável default independente CAS (geralmente X). A calculadora retorna a transformada ou a transformada inversa como uma função de X . As funções LAP e ILAP estão disponíveis no menu CALC/DIFF. Os exemplos são trabalhados no modo RPN, mas transferi-los para o modo ALG é simples.

Exemplo 1 – Você pode obter a definição da transformada de Laplace usando o seguinte: ' $f(X)$ ' ENTER LAP no modo RPN ou LAP($f(X)$) no modo ALG. A calculadora retorna o resultado (RPN, esquerda; ALG, direita):



Calculator screen showing the Laplace transform formula in RPN mode. The screen displays the integral $\int_0^{\infty} f(t) e^{-tt \cdot X} dt$. The status bar at the bottom shows the menu options: DESOL | ILAP | LAP | LDEC | CALC.



Calculator screen showing the Laplace transform formula in ALG mode. The screen displays the integral $\int_0^{\infty} f(t) e^{-tt \cdot X} dt$. The status bar at the bottom shows the menu options: DESOL | ILAP | LAP | LDEC | CALC.

Compare essas expressões com aquela dada anteriormente na definição da transformada de Laplace, ou seja.,

$$L\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} dt,$$

e você perceberá que a variável X default CAS no visor do equation writer substitui a variável s nesta definição. Portanto, ao usar a função LAP você obtém uma função de X, que é a transformada de Laplace de f(X).

Exemplo 2 – Determine a transformada Laplace inversa de $F(s)=\sin(s)$. Use:

$$'1/(X+1)^2' \text{ (ENTER) ILAP}$$

A calculadora retorna o resultado: $'X \cdot e^{-X}'$, significa que $L^{-1}\{1/(s+1)^2\} = x \cdot e^{-x}$.

Série de Fourier

Uma série complexa de Fourier é definida pela seguinte expressão

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \cdot \exp\left(\frac{2in\pi t}{T}\right),$$

onde

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) \cdot \exp\left(-\frac{2 \cdot i \cdot n \cdot \pi}{T} \cdot t\right) \cdot dt, \quad n = -\infty, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, \infty.$$

Função de FOURIER

A Função de FOURIER fornece o coeficiente c_n da forma complexa da série de Fourier, dada a função $f(t)$ e o valor de n. A função de FOURIER exige que você armazene o valor do período (T) de uma função T periódica no PERIOD variável CAS, antes de chamar a função. A função de FOURIER está disponível no submenu DERIV dentro do menu CALC (\leftarrow CALC).

Série de Fourier para uma função quadrática

Determina os coeficientes c_0 , c_1 e c_2 para a função $g(t) = (t-1)^2 + (t-1)$, com o período $T = 2$.

Usando a calculadora no modo ALG, primeiramente definimos as funções $f(t)$ e $g(t)$:

```
:DEFINE('f(t)=t^2+t')
:DEFINE('g(t)=f(t-1)')
3 | f
```

A seguir, passamos para o subdiretório CASDIR em HOME para alterar o valor da variável PERIOD, por exemplo, [**Nota**: nem todas as linhas ficarão visíveis ao terminar os exercícios nas seguintes figuras.]

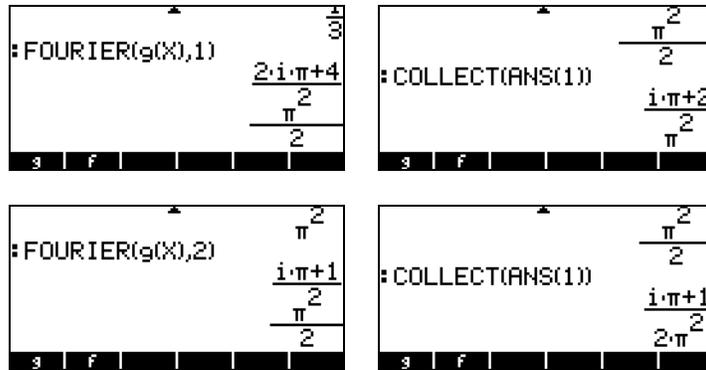
(segure)

```
:HOME
:CASDIR
:2▶PERIOD
PRIMICASIM|MOUL|REAL|PERIO|VX
```

Retorna ao subdiretório onde você definiu as funções f e g e calcula os coeficientes. Configure CAS para modo Complex (consulte o capítulo 2) antes de tentar os exercícios. A função COLLECT está disponível no menu ALG ().

```
:FOURIER(g(X),0)
3 | f
```

```
:COLLECT(ANS(1))
3 | f
```



Assim, $c_0 = 1/3$, $c_1 = (\pi \cdot i + 2)/\pi^2$, $c_2 = (\pi \cdot i + 1)/(2\pi^2)$.

A série de Fourier com os três elementos será apresentada como

$$g(t) \approx \text{Re}[(1/3) + (\pi \cdot i + 2)/\pi^2 \cdot \exp(i \cdot \pi \cdot t) + (\pi \cdot i + 1)/(2\pi^2) \cdot \exp(2 \cdot i \cdot \pi \cdot t)].$$

Referências

Para obter definições, aplicações e exercícios adicionais sobre a solução de equações diferenciais, usando a transformada de Laplace e a série de Fourier, além de métodos numéricos e gráficos, consulte o Capítulo 16 do guia do usuário da calculadora.

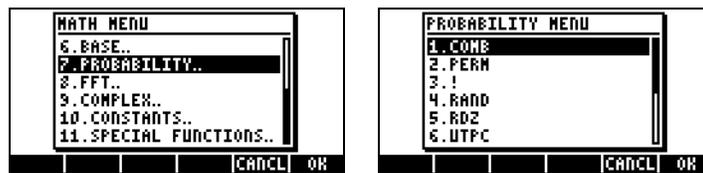
Capítulo 15

Distribuições de Probabilidade

Neste capítulo apresentamos exemplos de aplicações das distribuições de probabilidade predefinidas na calculadora.

O submenu MTH/PROBABILITY.. – 1ª parte

O submenu MTH/PROBABILITY.. é acessível através da seqüência de teclas \leftarrow MTH . Com o sinalizador do sistema 117 configurado para CHOOSE boxes, as funções estão disponíveis no menu PROBABILITY..:



Nesta seção discutiremos as funções COMB, PERM, ! (fatoriais), RAND.

Fatoriais, combinações e permutações

O fatorial de um número n é definido como: $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$. Por definição, $0! = 1$.

Os fatoriais são usados no cálculo do número de permutações ou combinações de objetos. Por exemplo, o número r de permutações de objetos de um conjunto n de objetos distintos é

$${}_n P_r = n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1) = n! / (n-r)!$$

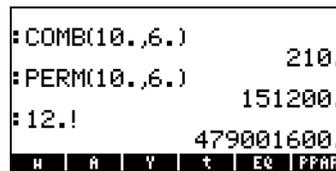
Também, o número de combinações de n objetos tomados r de cada vez é

$$\binom{n}{r} = \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Podemos calcular as combinações, permutações e fatoriais com as funções COMB, PERM e ! do submenu MTH/PROBABILITY... A operação dessas funções é descrita a seguir:

- $COMB(n,r)$: Calcula o número de combinações de n itens tomados r itens de cada vez
- $PERM(n,r)$: Calcula o número de permutações de n itens tomados r itens de cada vez.
- $n!$: Fatorial de um número inteiro positivo. Para um número não-inteiro, $x!$ retorne $\Gamma(x+1)$, onde $\Gamma(x)$ é a função Gama (consulte o Capítulo 3). O símbolo de fatorial (!) pode ser inserido também como a combinação de teclas $\text{ALPHA} \rightarrow \text{2}$.

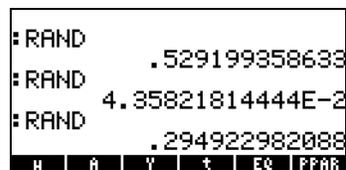
Exemplos das aplicações dessas funções são mostrados a seguir. [**Nota:** nem todas as linhas ficarão visíveis ao terminar os exercícios nas seguintes figuras.]



```
COMB(10.,6.)      210.
PERM(10.,6.)     151200.
12.!             479001600.
H | A | Y | t | EQ | PPAR
```

Números aleatórios

A calculadora fornece um gerador aleatório de números que retorna um número real aleatório distribuído uniformemente entre 0 e 1. Para gerar um número aleatório, use a função RAND do submenu MTH/PROBABILITY. A tela a seguir mostra alguns números aleatórios produzidos usando RAND. (Observação: os números aleatórios na calculadora serão diferentes desses).



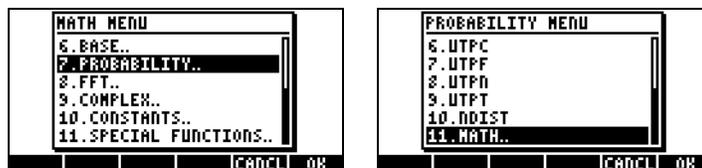
```
RAND      .529199358633
RAND     4.35821814444E-2
RAND     .294922982088
H | A | Y | t | EQ | PPAR
```

Detalhes adicionais sobre números aleatórios na calculadora são fornecidos no Capítulo 17 do guia do usuário. Especificamente, o uso da função RDZ para reiniciar listas de números aleatórios é apresentado em detalhes no Capítulo 17 do guia do usuário.

O submenu MTH/PROB – 2ª parte

Nesta seção discutiremos as quatro distribuições de probabilidade contínua geralmente usadas para problemas relacionados a inferência estatística: a distribuição normal, a distribuição Student-t, a distribuição Qui-quadrada (χ^2) e a distribuição F. As funções fornecidas pela calculadora para calcular as probabilidades para essas distribuições são NDIST, UTPN, UTPT, UTPC e UTPF. Essas funções estão contidas no menu MTH/PROBABILITY apresentado anteriormente neste capítulo. Para ver essas funções, ative o menu MTH:

 MTH e selecione a opção PROBABILITY:



A distribuição normal

As funções NDIST e UTPN relacionam-se à distribuição Normal com média μ e uma variância de σ^2 .

Para calcular o valor da função de densidade de probabilidade, ou pdf, da $f(x)$ para a distribuição normal, use a função $NDIST(\mu, \sigma^2, x)$. Por exemplo, verifique para a distribuição normal, $NDIST(1.0, 0.5, 2.0) = 0,20755374$. Esta função é útil para plotar a distribuição normal da pdf.

A calculadora fornece também a função UTPN que calcula o limite superior da distribuição normal, ou seja, $UTPN(\mu, \sigma^2, x) = P(X > x) = 1 - P(X < x)$, onde $P()$ representa uma probabilidade. Por exemplo, verifique se para a distribuição normal com $\mu = 1,0$, $\sigma^2 = 0,5$, $UTPN(1.0, 0.5, 0.75) = 0,638163$.

A distribuição de Student

A distribuição de Student, ou simplesmente, distribuição-t, possui um parâmetro ν , conhecido como os graus de liberdade da distribuição. A calculadora fornece os valores do limite superior (cumulativo) da função de distribuição para a distribuição-t, a função UTPT, dado o parâmetro ν e o valor de t , ou seja, $UTPT(\nu, t) = P(T > t) = 1 - P(T < t)$. Por exemplo, $UTPT(5, 2.5) = 2,7245...E-2$.

A distribuição Qui-quadrada

A distribuição qui-quadrada (χ^2) possui um parâmetro ν , conhecido como graus de liberdade. A calculadora fornece os valores do limite superior (cumulativo) da função de distribuição para a distribuição χ^2 usando [UTPC], dado o valor de x e o parâmetro ν . A definição dessa função é, portanto, $UTPC(\nu, x) = P(X > x) = 1 - P(X < x)$. Por exemplo, $UTPC(5, 2.5) = 0,776495...$

A distribuição F

A distribuição F possui dois parâmetros νN = graus de liberdade do numerador e νD = graus de liberdade do denominador . A calculadora fornece os valores do limite superior (cumulativo) da função de distribuição para a distribuição F, função UTPF, dados os parâmetros νN e νD e o valor de F . A definição desta função é, portanto, $UTPF(\nu N, \nu D, F) = P(\mathfrak{F} > F) = 1 - P(\mathfrak{F} < F)$. Por exemplo, para calcular $UTPF(10.5, 2.5) = 0,1618347...$

Referências

Para obter informações adicionais sobre distribuições e aplicações de probabilidade, consulte o Capítulo 17 no guia do usuário da calculadora.

Capítulo 16

Aplicações estatísticas

A calculadora fornece os seguintes recursos pré-programados para estatísticas, os quais são acessíveis através da combinação das teclas \rightarrow STAT (a tecla 5):



Inserindo dados

As aplicações de número 1, 2, e 4 da lista acima exigem que os dados estejam disponíveis como colunas da matriz Σ DAT. Isso pode ser conseguido inserindo-se os dados nas colunas usando-se o Matrix Writer, \leftarrow MTRV, e depois usando-se as funções $\text{STO}\Sigma$ para armazenar a matriz em Σ DAT.

Por exemplo, insira os seguintes dados usando o Matrix Writer (consulte os Capítulos 8 e 9 deste guia) e armazene os dados em Σ DAT:

2.1 1.2 3.1 4.5 2.3 1.1 2.3 1.5 1.6 2.2 1.2 2.5.

O visor deverá ser como o seguinte:



Observe a variável Σ DAT listada nas teclas do menu de função.

Calculando estatísticas de variável única

Depois de inserir o vetor da coluna em Σ DAT, pressione \rightarrow STAT $\left[\begin{smallmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \end{smallmatrix} \right]$ para selecionar **1. Single-var..** A seguinte tela de entrada será apresentada:

```

SINGLE-VARIABLE STATISTICS
EDAT: [[2.1] [1.1... Col: 1
Type: Sample
  _Mean    _Std Dev  _Variance
  _Total   _Maximum  _Minimum
Enter statistical data
EDIT CHOOSE | CANCEL OK

```

A tela lista os dados no Σ DAT e mostra que a coluna 1 está selecionada (existe apenas uma coluna na Σ DAT atual). Movimente-se na tela com as teclas de setas e pressione a tecla $\left[\begin{smallmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \end{smallmatrix} \right]$ para selecionar estas medidas (Média, Desvio-padrão, Variância, Número total de pontos de dados, valores Máximo e Mínimo) que você quer como resultado deste programa. Quando estiver pronto, pressione $\left[\begin{smallmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \end{smallmatrix} \right]$. Os valores selecionados serão listados, marcados corretamente, no visor da calculadora. Por exemplo:

```

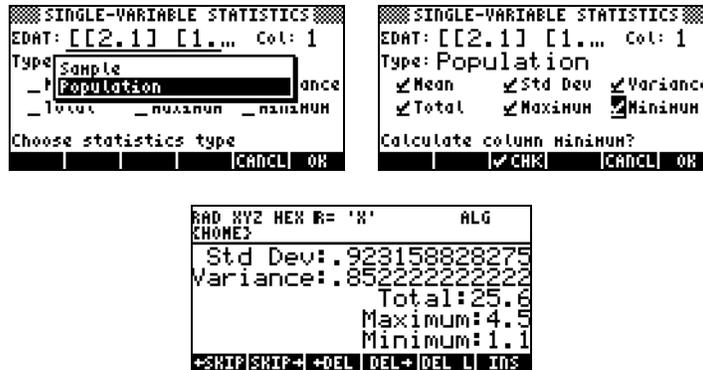
SINGLE-VARIABLE STATISTICS
EDAT: [[2.1] [1.1... Col: 1
Type: Sample
  ✓Mean    ✓Std Dev  ✓Variance
  ✓Total   ✓Maximum  ✓Minimum
Calculate column Minimum?
| ✓CHK | CANCEL OK

RAD NYZ HEX R= 'X'   ALG
EHOME?
Std Dev: .964207949406
Variance: .929696969697
Total: 25.6
Maximum: 4.5
Minimum: 1.1
+SKIP|SKIP+ | +DEL | DEL+ | DEL | INS

```

Amostra versus população

As funções pré-programadas para as estatísticas de variáveis únicas usadas acima podem ser aplicadas a uma população finita selecionando-se Type: Population na tela SINGLE-VARIABLE STATISTICS. A diferença principal está nos valores da variância e do desvio-padrão, que são calculados usando-se n no denominador da variância, em vez de $(n-1)$. Para o exemplo acima, use agora a tecla do menu de função $\left[\begin{smallmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \end{smallmatrix} \right]$ para selecionar a população como Type: e recalcule as medidas:



Obtendo as distribuições de freqüência

A aplicação **2. Frequencies..** no menu STAT pode ser usada para obter as distribuições de freqüências para um conjunto de dados. Os dados devem estar presentes na forma de um vetor de coluna armazenado na variável Σ DAT. Para iniciar, pressione \leftarrow STAT ∇ $\left[\text{FREQ} \right]$. A tela de entrada resultante contém os seguintes campos:

- Σ DAT:** a matriz contendo os dados de interesse.
- Col:** a coluna de Σ DAT que está sendo examinada.
- X-Min:** o limite mínimo da classe a ser usada na distribuição de freqüência (default = -6.5).
- Bin Count:** o número de classes usadas na distribuição de freqüência (default = 13).
- Bin Width:** a largura uniforme de cada classe na distribuição de freqüência (default = 1).

Dado um conjunto de n valores de dados: $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ listados desordenadamente, pode-se agrupar os dados em várias classes ou blocos contando a freqüência ou número de valores correspondentes para cada classe. A aplicação **2. Frequencies..** no menu STAT desempenhará esta contagem de freqüência e manterá controle destes valores que podem ficar abaixo dos limites máximo e mínimo da classe (ou seja, os valores à parte).

Isso significa que existem 23 valores no bloco $[-8,-6]$, 22 em $[-6,-4]$, 22 em $[-4,-2]$, 17 em $[-2,0]$, 26 em $[0,2]$, 15 em $[2,4]$, 20 em $[4,6]$ e 33 em $[6,8]$. Você pode também verificar que adicionados todos estes valores além dos valores fora dos limites, 14 e 8, mostrados acima, você conseguirá o total de número de elementos na amostra, a saber, 200.

Ajustando os dados para uma função $y = f(x)$

O programa **3. Fit data..**, disponível como opção número 3 no menu STAT, pode ser usado para ajustar funções lineares, logarítmicas, exponenciais e polinomiais para conjuntos de dados (x,y) armazenados nas colunas da matriz Σ DAT. Para esta aplicação, é necessário ter pelo menos duas colunas na sua variável Σ DAT.

Por exemplo, para ajustar uma regressão linear para os dados mostrados na tabela abaixo:

x	y
0	0.5
1	2.3
2	3.6
3	6.7
4	7.2
5	11

- Primeiro, insira as duas colunas de dados na variável Σ DAT usando o Matrix Writer e a função $STO\Sigma$.
- Para acessar o programa **3. Fit data..**, pressione as seguintes teclas: \leftarrow STAT ∇ ∇ $\left[\begin{smallmatrix} \text{STAT} \\ \text{MODE} \end{smallmatrix} \right]$. A tela de entrada mostrará a variável Σ DAT atual, já carregada. Se for necessário, altere seu visor para os parâmetros seguintes para fazer a regressão linear:



- Para obter o ajuste dos dados pressione $\boxed{\text{OK}}$. A saída deste programa, mostrado abaixo de nosso conjunto de dados em particular, consiste das seguintes três linhas no modo RPN:

```
3: '0.195238095238 + 2.00857242857*X'  
2: Correlações: 0.983781424465  
1: Covariância: 7.03
```

O nível 3 mostra a forma da equação. O nível 2 mostra o coeficiente de correlação da amostra e o nível 1 mostra a covariância de x-y. Para verificar as definições destes parâmetros consulte o capítulo 18 no Guia do Usuário da calculadora.

Para obter informações adicionais sobre os recursos de ajuste de dados da calculadora, consulte o capítulo 18 do Guia do Usuário da calculadora.

Obtendo estatísticas adicionais de resumo

A aplicação **4. Summary stats..** no menu STAT pode ser útil em alguns cálculos para estatísticas de amostras. Para começar, pressione $\boxed{\text{STAT}}$ novamente, mova para a quarta opção usando a tecla com a seta para baixo $\boxed{\text{V}}$ e pressione $\boxed{\text{OK}}$. O formulário de entrada resultante contém os seguintes campos:

ΣDAT: A matriz contendo os dados de interesse.
X-Col, Y-Col: estas opções se aplicam apenas quando você tem mais de duas colunas na matriz ΣDAT. Por definição, a coluna x é a coluna 1 e a coluna y é a coluna 2. Se tiver apenas uma coluna, então a única configuração que faz sentido é ter **X-Col: 1**.

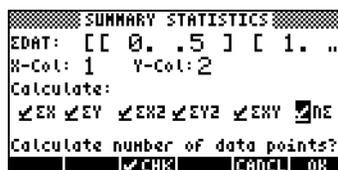
ΣX ΣY ...: estatísticas de resumo que você pode escolher como resultado deste programa verificando o campo apropriado e usando [\checkmark CHK] quando este campo for selecionado.

Muitas dessas estatísticas de resumo são usadas para calcular as estatísticas de duas variáveis (x,y), que são relacionadas por uma função $y = f(x)$. Portanto, este programa pode ser considerado como complemento para o programa **3. Fit data..**

Como exemplo, para os dados x-y atualmente no Σ DAT, obtenha todas as estatísticas de resumo.

- Para acessar a opção **summary stats...**, use:

- Selecione os números da coluna correspondente aos dados x- e y-, ou seja, Col.X: 1 e Col.Y: 2.
- Usando a tecla \checkmark  selecione todas as opções para as saídas, ou seja, ΣX , ΣY , etc.

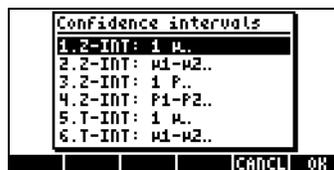


- Pressione  para obter os seguintes resultados:



Intervalos de confiança

A aplicação **6. Conf Interval** pode ser acessada usando  **STAT**  . A aplicação oferece as seguintes opções:



Estas opções devem ser interpretadas conforme a seguir:

1. INT-Z: 1 μ .: Intervalo de confiança da amostra individual para a média da população, μ , com a variância conhecida da população ou para amostras grandes com variância desconhecida da população.
2. INT-Z: $\mu_1-\mu_2$.: Intervalo de confiança para a diferença entre médias da população, μ_1 - μ_2 , com as variâncias conhecidas da população ou para amostras grandes com variâncias desconhecidas da população.
3. INT-Z: 1 p.: Intervalo de confiança da amostra individual para a proporção, p, para grandes amostras com variância desconhecida de população.
4. INT-Z: p1- p2.: Intervalo de confiança para a diferença de duas proporções, p_1 - p_2 , para amostras grandes com variâncias desconhecidas de população.
5. INT-T: 1 μ .: Intervalo de confiança da amostra individual para a média da população, μ , para pequenas amostras com variância desconhecida de população.
6. INT-T: $\mu_1-\mu_2$.: Intervalo de confiança para a diferença entre médias da população, μ_1 - μ_2 , para as amostras pequenas com variâncias desconhecidas da população.

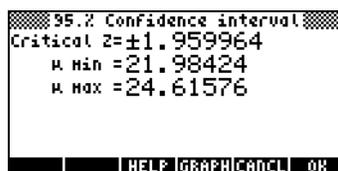
Exemplo 1 – Determina o intervalo de confiança centrado para a média de uma população se uma amostra de 60 elementos indicar que o valor médio da amostra é $\bar{x} = 23.2$ e seu desvio padrão é $s = 5.2$. Use $\alpha = 0.05$. O nível de confiança é $C = 1-\alpha = 0.95$.

Selecione caso 1 do menu conhecido acima pressionando **1**. Insira os valores necessários na tela de entrada, conforme a seguir:

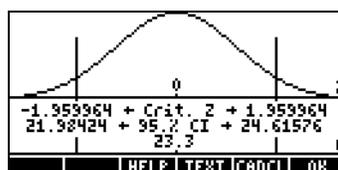


Pressione **1** para obter uma tela explicando o significado do intervalo de confiança em termos de números aleatórios gerados por uma calculadora. Para rolar o visor resultante use a tecla com a seta para baixo **↓**. Pressione **1** quando terminar de usar a tela de ajuda. Isto o levará de volta ao visor mostrado acima.

Para calcular o intervalo de confiança, pressione **2**. O resultado mostrado na calculadora é:



Pressione **3** para ver uma tela gráfico da informação do intervalo de confiança:



O gráfico mostra a distribuição normal padrão pdf (função densidade de probabilidade), o local dos pontos críticos $\pm z_{\alpha/2}$, o valor médio (23.2) e os limites correspondentes do intervalo (21.88424 e 24.51576). Pressione **1** para voltar para a tela com o resultado anterior e/ou pressione **2** para

sair do ambiente de intervalo de confiança. Os resultados serão listados no visor da calculadora.

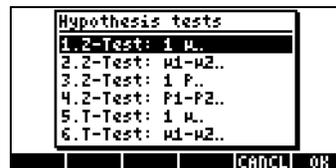
Informações adicionais sobre cálculos de intervalo de confiança são apresentadas no capítulo 18 no Guia do Usuário da calculadora.

Teste de hipóteses

Uma hipótese é uma declaração feita sobre uma população (por exemplo, em relação a sua média). A aceitação da hipótese é baseada em um teste estatístico numa amostra tirada da população. A ação conseqüente e a tomada de decisão são chamadas de teste de hipóteses.

A calculadora fornece os procedimentos de teste de hipótese na aplicação 5. *Teste de hipóteses*, que pode ser acessada usando \rightarrow STAT \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow .

Similar ao cálculo de intervalos de confiança discutido anteriormente, este programa oferece as 6 seguintes opções.



Estas opções são interpretadas como nas aplicações de intervalo de confiança.

1. Teste-Z: 1 μ .: Teste de hipótese individual para a média da população, μ , com a variância conhecida da população ou para amostras grandes com variância desconhecida da população.
2. Teste-Z: $\mu_1 - \mu_2$.: Teste de hipótese para a diferença entre médias da população, $\mu_1 - \mu_2$, com as variâncias conhecidas da população ou para amostras grandes com variâncias desconhecidas da população.
3. Teste-Z: 1 p.: Teste de hipótese individual para a proporção, p, para grandes amostras com variância desconhecida de população.

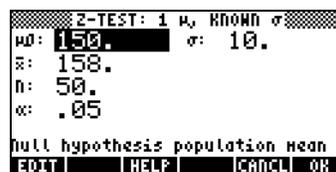
4. Teste-Z: $p_1 - p_2$: Tese de hipótese para a diferença de duas proporções, $p_1 - p_2$, para amostras grandes com variações desconhecidas de população.
5. Teste-T: 1μ : Tese de amostra individual da amostra individual para a média da população, μ , para pequenas amostras com variância desconhecida de população.
6. Teste-T: $\mu_1 - \mu_2$: Teste de hipótese para a diferença entre médias da população, $\mu_1 - \mu_2$, para as amostras pequenas com variâncias desconhecidas da população.

Tente os seguintes exercícios:

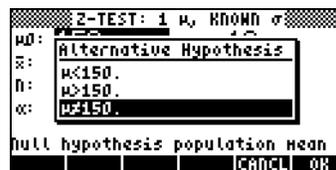
Exemplo 1 – Para $\mu_0 = 150$, $\sigma = 10$, $\bar{x} = 158$, $n = 50$, para $\alpha = 0.05$, teste a hipótese $H_0: \mu = \mu_0$, contra a hipótese alternativa, $H_1: \mu \neq \mu_0$.

Pressione \rightarrow STAT \uparrow \uparrow \blacksquare para acessar os recursos de intervalo de confiança na calculadora. Pressione \blacksquare para selecionar a opção 1. Teste-Z: 1μ :

Insira os seguintes dados e pressione \blacksquare :



Você então será solicitado a selecionar uma hipótese alternativa:



Selecione $\mu \neq 150$. Depois, pressione \blacksquare . O resultado é:

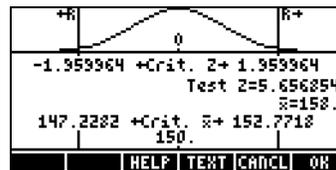
```

Reject  $\mu=150$ . at 5.2 LVL
Test Z=5.656854
Prob=1.541726E-8
Critical Z= $\pm 1.959964$ 
Critical  $\bar{x}=\{147.2, 152.8\}$ 
| HELP | GRAPH | CANCL | OK

```

Então, rejeitamos $H_0: \mu = 150$, contra $H_1: \mu \neq 150$. O teste do valor z é $z_0 = 5.656854$. O valor P é 1.54×10^{-8} . Os valores críticos de $\pm z_{\alpha/2} = \pm 1.959964$, correspondentes a faixa crítica \bar{x} de $\{147.2, 152.8\}$.

Esta informação pode ser observada graficamente pressionando a tecla **GRAPH**:



Referência

Materiais adicionais sobre análise estatística, incluindo definições de conceitos, aplicações avançadas de estatística, estão disponíveis no capítulo 18 do guia do usuário da calculadora.

Capítulo 17

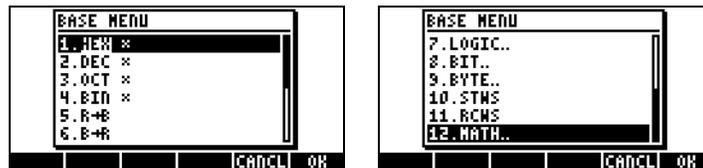
Números com Bases Diferentes

Além de nosso sistema numeral decimal (base 10, dígitos = 0 a 9), é possível trabalhar com um sistema binário (base 2, dígitos = 0, 1) e um sistema octal (base 8, dígitos = 0 a 7) ou um sistema hexadecimal (base 16, dígitos=0 a 9, A a F), entre outros. Da mesma forma que o número inteiro decimal 321 significa $3 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 1 \times 10^0$, o número 100110, na notação binária, significa

$$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 32 + 0 + 0 + 4 + 2 + 0 = 38.$$

O menu BASE

O menu BASE é acessível através de $\left[\rightarrow \right]$ BASE (a tecla $\left[3 \right]$). Com o sinalizador do sistema 117 configurado para CHOOSE boxes (consulte o capítulo 1 deste guia), as seguintes entradas estão disponíveis:



Com o sinalizador do sistema 117 configurado para *SOFT menus*, o menu BASE mostra o seguinte:



Esta figura mostra que as entradas LOGIC, BIT e BYTE dentro do menu BASE são os próprios submenus. Esses menus são discutidos em detalhes no Capítulo 19 do guia do usuário.

Escrevendo números não-decimais

Os números nos sistemas não-decimais, chamados de números inteiros binários, são escritos precedidos pelo símbolo # (←#) na calculadora. Para selecionar a base atual a ser usada para os números inteiros binários, escolha entre HEX(adecimal), DEC(imal), OCT(al) ou BIN(ary) no menu BASE. Por exemplo, se  for selecionado, os inteiros binários serão os números hexadecimais, p. ex. #53, #A5B, etc. Ao selecionar sistemas diferentes, os números serão automaticamente convertidos para a nova base de dados.

Para escrever um número num determinado sistema, inicie o número com # e termine com h (hexadecimal), d (decimal), o (octal) ou b (binário), exemplos:

[**Nota:** nem todas as linhas ficarão visíveis ao terminar os exercícios nas seguintes figuras.]

HEX

```
: # A2F0h
: # 2BC10h # A2F0h
: # 125h # 2BC10h
: # 125h # 125h
HEX DEC OCT BIN R←# B←#
```

DEC

```
: # 41712d
: # 179216d # 41712d
: # 293d # 179216d
: # 293d # 293d
HEX DEC OCT BIN R←# B←#
```

OCT

```
: # 121360o
: # 536020o # 121360o
: # 445o # 536020o
: # 445o # 445o
HEX DEC OCT BIN R←# B←#
```

BIN

```
: # 1010001011110000b
: # 1010001011110000b
:
: # 101011110000010000b
: # 101011110000010000b
: # 100100101b
: # 100100101b
HEX DEC OCT BIN R←# B←#
```

Referências

Para obter detalhes sobre números em bases diferentes, consulte o Capítulo 19 do guia do usuário.

Garantia Limitada

calculadora gráfica hp 48gII; Duração da garantia: 12 meses

1. A HP garante ao usuário que a máquina, os acessórios e os equipamentos da HP estarão livres de defeitos de materiais ou mão-de-obra após a data da compra, durante o período acima especificado. Se a HP for notificada da ocorrência de tais defeitos durante o período de garantia, a HP irá, por opção sua, consertar ou substituir produtos que estejam comprovadamente com defeito. A substituição dos produtos pode ser feita com produtos novos ou no estado de novos.
2. A HP garante que o software HP não apresentará falhas na execução de suas instruções de programação após a data da compra, durante o período acima especificado, devido a defeitos no material ou de mão-de-obra, quando instalado e usado de forma apropriada. Se a HP for notificada de tais defeitos durante o período da garantia, a HP substituirá a mídia do programa que não executar suas instruções de programação devido a esses defeitos.
3. A HP não garante que a operação dos seus produtos será ininterrupta e livre de erros. Se a HP não puder, dentro de um tempo razoável, consertar ou substituir qualquer produto de acordo com as condições da garantia, você terá direito ao reembolso do valor da compra depois da pronta devolução do produto com o comprovante da compra.
4. Os produtos da HP podem conter peças recondicionadas equivalentes a novas em desempenho ou que possam ter estado sujeitas a uso acidental.
5. A garantia não se aplica aos defeitos resultantes da (a) manutenção ou calibração incorretas, (b) software, interface, peças ou equipamentos não fornecidos pela HP, (c) alteração não-autorizada ou uso incorreto, (d) operação fora das especificações ambientais divulgadas para o produto ou (e) preparação ou manutenção imprópria do local.
6. A HP NÃO OFERECE NENHUMA OUTRA GARANTIA OU CONDIÇÃO EXPLÍCITA, VERBAL OU ESCRITA. DE ACORDO COM O PERMITIDO PELA LEI LOCAL, QUALQUER GARANTIA OU CONDIÇÃO IMPLÍCITA DE COMERCIALIZAÇÃO, QUALIDADE

SATISFATÓRIA OU ADEQUAÇÃO A UM OBJETIVO PARTICULAR, ESTARÁ LIMITADA AO PERÍODO DE GARANTIA DETERMINADO ACIMA. Alguns países, estados ou províncias não permitem limitação da duração de uma garantia implícita, então a limitação ou exclusão acima talvez não se aplique a seu caso. Esta garantia lhe assegura direitos legais específicos e talvez você tenha outros direitos que variam de país para país, de estado para estado ou de província para província.

7. DENTRO DO PERMITIDO PELA LEI LOCAL, OS RECURSOS NESTA GARANTIA SÃO ÚNICOS E EXCLUSIVOS SEUS. EXCETO COMO INDICADO ACIMA, EM NENHUM MOMENTO A HP OU SEUS REPRESENTANTES SERÃO RESPONSÁVEIS POR PERDA DE DADOS OU POR OUTRO DANO DIRETO, ESPECIAL, ACIDENTAL, CONSEQÜENCIAL (INCLUINDO PREJUÍZO OU PERDA DE DADOS) OU OUTROS, SEJAM BASEADOS EM CONTRATO, ATO ILÍCITO OU OUTROS. Alguns países, estados ou províncias não permitem a exclusão ou limitação de danos acidentais ou conseqüenciais, então a limitação ou exclusão acima talvez não se aplique a seu caso.
8. As únicas garantias dadas aos produtos e serviços HP são aquelas estabelecidas e declaradas na garantia expressa que acompanha estes produtos e serviços. A HP não deverá ser responsabilizada por erros ou omissões técnicas ou editoriais aqui contidas.

PARA AQUISIÇÕES POR CONSUMIDORES NA AUSTRÁLIA E NOVA ZELÂNDIA: OS TERMOS DE GARANTIA CONTIDOS NESTA DECLARAÇÃO, EXCETO QUANDO PERMITIDO POR LEI, NÃO EXLUEM, RESTRINGEM OU ALTERAM E ACOMPANHARÃO OS DIREITOS ESTATUTÁRIOS MANDATÁRIOS APLICÁVEIS À VENDA DESTE PRODUTO.

Serviço de atendimento ao cliente

Europa	País:	Telefones:
	Áustria	+43-1-3602771203
Bélgica	+32-2-7126219	
Dinamarca	+45-8-2332844	
Países da Europa	+420-5-41422523	

Oriental	
Finlândia	+358-9640009
França	+33-1-49939006
Alemanha	+49-69-95307103
Grécia	+420-5-41422523
Holanda	+31-2-06545301
Itália	+39-02-75419782
Noruega	+47-63849309
Portugal	+351-229570200
Espanha	+34-915-642095
Suécia	+46-851992065
Suíça	+41-1-4395358 (Alemão)
	+41-22-8278780 (Francês)
	+39-02-75419782 (Italiano)
Turquia	+420-5-41422523
Reino Unido	+44-207-4580161
República Tcheca	+420-5-41422523
África do Sul	+27-11-2376200
Luxemburgo	+32-2-7126219
Outros países europeus	+420-5-41422523

Ásia do Pacífico

País:	Telefones:
Austrália	+61-3-9841-5211
Cingapura	+61-3-9841-5211

América Latina

País:	Telefones:
Argentina	0-810-555-5520
Brasil	São Paulo 3747-7799; ROTC: 0-800-157751
México	Cidade do México 5258- 9922; ROTC 01-800-472-6684
Venezuela	0800-4746-8368
Chile	800-360999

Colômbia	9-800-114726
Peru	0-800-10111
América Central e Caribe	1-800-711-2884
Guatemala	1-800-999-5105
Porto Rico	1-877-232-0589
Costa Rica	0-800-011-0524

América do Norte

País:	Telefones:
EUA	1800-HP INVENT
Canadá	(905) 206-4663 or 800- HP INVENT

ROTC = Restante do país

Acesse <http://www.hp.com> para obter os últimos serviços e informações de suporte.

Informações sobre regulamentação

Esta seção contém informações que mostram como a calculadora gráfica hp 48gII está de acordo com as regulamentações de certas regiões. Qualquer modificação na calculadora, a qual não seja expressamente aprovada pela Hewlett-Packard, poderá anular a autorização para operar a 48gII nestas regiões.

USA

This calculator generates, uses, and can radiate radio frequency energy and may interfere with radio and television reception. The calculator complies with the limits for a Class B digital device, pursuant to Part 15 of the FCC Rules.

These limits are designed to provide reasonable protection against harmful interference in a residential installation.

However, there is no guarantee that interference will not occur in a particular installation. In the unlikely event that there is interference to radio or television reception (which can be determined by turning the calculator off and on), the user is encouraged to try to correct the interference by one or more of the following measures:

- Reorient or relocate the receiving antenna.
- Relocate the calculator, with respect to the receiver.

Connections to Peripheral Devices

To maintain compliance with FCC rules and regulations, use only the cable accessories provided.

Canada

This Class B digital apparatus complies with Canadian ICES-003. Cet appareil numérique de la classe B est conforme à la norme NMB-003 du Canada.

Japan

この装置は、情報処理装置等電波障害自主規制協議会(VCCI)の基準に基づく第二情報技術装置です。この装置は、家庭環境で使用することを目的としていますが、この装置がラジオやテレビジョン受信機に近接して使用されると、受信障害を引き起こすことがあります。取扱説明書に従って正しい取り扱いをしてください。

Descarte de Lixo Elétrico na Comunidade Européia



Este símbolo encontrado no produto ou na embalagem indica que o produto não deve ser descartado no lixo doméstico comum. É responsabilidade do cliente descartar o material usado (lixo elétrico), encaminhando-o para um ponto de coleta para reciclagem. A coleta e a reciclagem seletivas desse tipo de lixo ajudarão a conservar as reservas naturais; sendo assim, a reciclagem será feita de uma forma segura, protegendo o ambiente e a saúde das pessoas. Para obter mais informações sobre locais que reciclam esse tipo de material, entre em contato com o escritório da HP em sua cidade, com o serviço de coleta de lixo ou com a loja em que o produto foi adquirido.